

1. feladat (10 pont)

Határozza meg a következő kezdetiérték-probléma megoldását:

$$y' + (\sin x)y = \sin x \quad y(0) = 3$$

2. feladat (10 pont)

Határozza meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását:

$$y^{(4)} + 3y^{(3)} + 2y'' = x$$

3. feladat (4+4=8 pont)

a) Rajzolja föl a differenciálegyenlet $K=0$ és $K=1$ izoklináját.

b) Milyen lokális tulajdonságai vannak az egyenlet $P(3,-3)$ ponton áthaladó megoldásának? (Feltehetjük, hogy a megoldás kellően sokszor differenciálható)

$$y' = \sqrt{(2-x)^2 + (3+y)^2} - 1$$

4. feladat (5+2+5=12 pont)

Adott a következő lineáris rekurzió:

$$f(n+1) = \frac{7}{3}f(n) - \frac{2}{3}f(n-1)$$

a) Adja meg a lineáris rekurziónak megfelelő összes számsorozatot.

b) Adjon meg egy, a rekurziónak megfelelő korlátos számsorozatot.

c) Adja meg a rekurziónak megfelelő és az $f(0)=5$ és $f(1)=7$ feltételnek megfelelő számsorozatot.

5. feladat (6+4=10 pont)

Konvergensek-e az alábbi sorok?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^6 - 3n^5}}{\sqrt[3]{n^{12} + 1 + n^2}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+3}{3n+1}}$$