ANALÍZIS 1.	I. Pót- és javító	2018. november 5.
Mérnökinformatikus szak	zárthelyi	Munkaidő: 75 perc

1. feladat (14 pont)
Adja meg az $(2-i)z^3 = -9-3i$ egyenlet összes megoldását! Legalább az egyik megoldásnak írja fel az algebrai alakját is!

2. feladat (4+12 pont)
a) Ismertesse a $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$ definícióját!
b) A definíció alapján igazolja, hogy

$$\lim_{n\to\infty} \frac{7n^3 - 10^6}{n^2+2n+4} = \infty\,!$$

3. feladat (11+11+8 pont)
Konvergensek az alábbi sorozatok? Ha igen, mi a határértékük?

$$a)\ \ a_n = \sqrt[n]{\frac{3n^2+5n}{3n^2-2n}}, \qquad b)\ \ b_n = \left(\frac{4n-5}{4n+3}\right)^{n^2}, \qquad c)\ \ c_n = \frac{7^n}{(-5)^n + n!}.$$

4. feladat (20 pont)
Legyen (a_n) az $a_1 = 4$,

$$a_{n+1} = \sqrt{4a_n + 5}$$

rekurzióval megadott sorozat. Bizonyítsa be, hogy a sorozat konvergens, és adja meg a határértékét!

5. feladat (20 pont)
Adja meg az alábbi sorozat torlódási pontjainak halmazát, limesz szuperiorját és limesz inferiorját. Konvergens a sorozat?

$$a_n = \sqrt{n^2-n+1} + (-1)^n\sqrt{n^2+3n-2}.$$

IMSC feladat (1+2+1+4=8 IMSC pont)
Tekintsük a következő sorozatot:

$$\frac{0}{1},\ \frac{0}{2},\frac{1}{2},\ \frac{0}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3},\ \frac{0}{4},\frac{1}{4},\frac{2}{4},\frac{3}{4},\ \dots\ \frac{0}{n},\frac{1}{n},\frac{2}{n}\dots\frac{n-1}{n},\ \frac{0}{n+1},\frac{1}{n+1},\dots$$

a) Torlódási pontja-e a 0 a sorozatnak?
b) Torlódási pontja-e az 1 a sorozatnak?
c) Konvergens-e a sorozat?
d) Pontosan mely valós számok a sorozat torlódási pontjai?
Válaszait indokolja is meg!