

2. Zárthelyi

2006 tavasz B2 Serény

1. Határozza meg az $f_n(x) = \frac{x^2 3^{nx} + nx^5}{3^{nx} + nx^3}$ függvénysorozat határfüggvényét, ahol az létezik!
 2. Hol konvergens és hol egyenletesen konvergens az $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{nx}}$ függvénysor?
 3. Legyen f mindenütt folytonos függvény és $f(x) = \frac{\sin x^2}{x}$ ha $x \neq 0$. $f(0) = ?$ Deriválható-e az f , ha igen hányszor és (ha létezik) mennyi az $f'(0)$?
 4. Legyen H a valós számokon értelmezett valós értékű függvények halmaza. Alterét alkotják-e H -nak az alábbi függvények által alkotott halmazok, ha a függvények összeadása és skalárral való szorzása a szokásos módon van definiálva?
 - (a) monoton növekvő függvények
 - (b) monoton függvények
 - (c) korlátos függvények
 - (d) Azon f függvények, melyekre igaz, hogy $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
 - (e) Azon f függvények, melyekre igaz, hogy $f(0) = 0$
 - (f) Azon f függvények, melyekre igaz, hogy van $x_0 \in \mathbb{R}$, hogy $f(x_0) = 0$
 5. Legyen $f(x, y) = (x + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2}$ az origón kívül és $f(0, 0) = 0$. Számítsuk ki f azon parciális deriváltjait az origóban, amelyek léteznek, ha vannak ilyenek.
 6. Legyen $f(x, y) = x|y| + y|x|$ minden $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ esetén. Deriválható-e f az origóban?
-