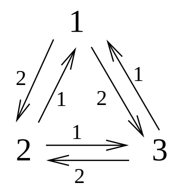
Sztochasztika 2 félvizsga

Felsőbb matematika informatikusoknak A

2013. május 30. 8:00. Munkaidő: 70 perc. Minden feladat $8\frac{1}{3}$ pontot ér.

1. Az alábbi ábra egy folytonos idejű (időben homogén) Markov lánc lehetséges egylépéses átmeneteit mutatja, a hozzájuk tartozó urgási rátákkal együtt.



   a.) Írjuk fel a Markov lánc infinitezimális generátorát és a beágyazott diszkrét idejű Markov lánc átmenetmátrixát!

   b.) Ha a Markov lánc kezdetben a 2 állapotban van, mi a közelítő valószínűsége, hogy 100 időegység eltelte után a 3 állapotban találjuk?

   c.) Hosszú távon az idő hány százalékában lesz a rendszer az 1-es és 2-es állapotok valamelyikében?

2. Egy probléma megoldási folyamatának időigénye órákban mérve abszolút folytonos valószínűségi változó, melynek sűrűségfüggvénye

$$f(t) = \begin{cases} \frac{e^{-t/T}}{T}, & \text{ha } t > 0 \\ 0, & \text{ha nem} \end{cases},$$

   ahol T ismeretlen pozitív paraméter. Néhány ilyen folyamat időigényét megmértük, és a következő eredményeket kaptuk (órákban): 6.8; 5.4; 7.5; 6.0; 7.3; 5.1; 11.8. Adjunk maximum likelyhood becslést a T paraméter értékére.

3. Egy elektronikai alkatrész ellenállása a gyártó szerint legfeljebb $10m\Omega$. Hogy az állítást ellenőrizzük, méréseket végeztünk. A mérés azonban hibával terhelt: az egyes mérések eredményei egymástól független normális eloszlású véletlen számok, amiknek várható értéke a tényleges ellenállás, szórása pedig azonos (bár ismeretlen). A következő értékeket mértük ($m\Omega$-ban): 10.1; 9.8; 10.0; 10.2; 9.7; 10.1. Döntsünk 95%-os szinten a gyártó állításáról, mint hipotézisről!