1. Feladat (2+5+4=11 pont)

(a) Ismertesse a numerikus sorokra tanult minoráns kritériumot!

(b) Előző állítását bizonyítsa be!

(c) Konvergens-e az alábbi sor?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+3)}}$$

2. Feladat (5+5=10 pont)
Számolja ki az alábbi limeszeket, amennyiben léteznek!

$$\text{(a)} \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+4}{n+3}\right)^{2n} =? \quad (n \in \mathbb{N}) \qquad \text{(b)} \quad \lim_{x\to 0+0} x\ln(4x)? \quad (x \in \mathbb{R})$$

3. Feladat (8+3+5=16 pont)

$$\text{(a)} \quad \int_2^3 \frac{x^2}{x^2-1}\,\mathrm{d}x =? \qquad \text{(b)} \quad \int \sin x \cdot \cos^3 x\,\mathrm{d}x =? \qquad \text{(c)} \quad \int (x+3)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x =?$$

4. Feladat (12 pont)

$$\sqrt{1+x^2} \cdot y' - xy = \mathrm{e}^{\sqrt{1+x^2}}$$

Határozza meg a differenciálegyenlet általános megoldását (explicit alakban)!

5. Feladat (10 pont)
Igazolja, hogy minden valós együtthatós, páratlan fokú polinomnak van valós gyöke! (A bizonyításban felhasználhat tanult tételeket, melyekre nevükkel, vagy a tétel kimondásával hivatkozik.)

6. Feladat (4+6=10 pont)
Határozza meg a következő függvények adott x_0 középpontú Taylor-sorát, valamint a Taylor-sorok konvergneciasugarát!

$$\text{(a)} \quad f(x) = \frac{1}{1+x}, \qquad x_0 = 0; \qquad \text{(b)} \quad g(x) = \ln(1+x), \qquad x_0 = 0.$$

7. Feladat (13 pont)

$$g(x,y) = (2x-y)^2 + 4x^3 - 6y$$

Hol és milyen jellegű lokális szélsőértékei vannak a fenti függvénynek?

8. Feladat (10 pont)
Cserélje fel az integrálok sorrendjét és számolja ki az integrált!

$$\int_{x=0}^{2} \left(\int_{y=x/2}^{1} e^{y^2}\, dy \right) dx$$

9. Feladat (2+6=8 pont)
Legyen g differenciálható függvény, melyre g és g' is Fourier-transzformálható!

(a) Adja meg az $\mathcal{F}[g']$ Fourier-transzformáltat $\mathcal{F}[g]$ segítségével!

(b) Bizonyítsa be az előző formulát!