

VIK A3 Matematika - 4. Vizsgadolgozat

2015. január 21.

Minden feladat 10 pontot ér. Rendelkezésre álló idő: 90 perc. Kizárólag az előre kiadott Laplace-transzformációs táblázat használható! Jó munkát!

1. Határozzuk meg az

$$y''(x) - 2y'(x) + y(x) = \frac{e^x}{x}, \quad x \neq 0$$

differenciálegyenlet általános megoldását!

2. Határozza meg a $\mathbf{v}(x, y, z) = (2xy - z)\mathbf{i} + (x^2 + z)\mathbf{j} + (y - x)\mathbf{k}$ vektormezőnek a \mathcal{G} görbementi integrálját, ahol \mathcal{G} a $16x^2 + 9y^2 = 144$ egyenletű elliptikus hengernek a $z = 2$ síkkal vett metszészvonala pozitív irányítással!
3. Határozza meg a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{r}$ vektor-vektor függvény \mathcal{F} felületmenti integrálját (fluxusát), ahol \mathcal{F} a $z = x^2 + y^2$ forgási paraboloid $x^2 + y^2 \leq 4$ tartomány feletti része. A felületet irányítsuk úgy, hogy a a felület \mathbf{n} normál vektorára fennálljon, hogy $\mathbf{n} \cdot \mathbf{k} \leq 0$!

4. Határozza meg az

$$f(z) = \frac{z}{(z+1)(z+2)}$$

függvény $z_0 = 0$ körüli Laurent-sorát az összes lehetséges konvergenciatartományban!

5. Potenciálos-e a

$$\mathbf{v}(x, y, z) = (yz - xy)\mathbf{i} + \left(xz - \frac{x^2}{2} + yz^2\right)\mathbf{j} + (xy + y^2z)\mathbf{k}$$

vektor-vektorfüggvény? Ha igen, adja meg a potenciált!