

1. feladat (12 pont)

Adja meg a következő fogalmak definícióját:

a) $\lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = -8$

b) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$

c) $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{ch} x$

Mutassa meg, hogy $(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$

2. feladat (15 pont)

a) $a_n = \frac{n^2 - n^2 \sin(n\frac{\pi}{2})}{3n^2 + n + 8}$

Adja meg (a_n) torlódási pontjait!

$$\limsup a_n = ?, \quad \liminf a_n = ?, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = ?$$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 5}{3n^2 - 2} \right)^{n^2 + 3} = ?$

3. feladat (10 pont)

Konvergensek-e az alábbi sorok?

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 2}{3^{2n+1}}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1) 2^n}{n!}$

4. feladat (22 pont)

$$f(x) = \sqrt[5]{x^4} \sin(2 \sqrt[5]{x})$$

$$g(x) = (1 + \cos^2 2x)^{\operatorname{tg}^2 x}$$

a) Határozza meg az $f'(0)$ értékét a derivált definíciója alapján!

b) $f'(x) = ?$ $D_{f'} = ?$; $g'(x) = ?$, $D_{g'} = ?$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4} - 0} g(x) = ?$

5. feladat (16 pont)

$$f(x) = \frac{x^3 - 4}{x^2}$$

Végezzen függvényvizsgálatot és vázlatosan ábrázolja a függvényt!

6. feladat (13 pont)

a) $\int x e^{-6x^2} dx = ?$

b) $\int_0^1 x e^{-6x} dx = ?$

7. feladat (13 pont)

a) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{(2x-1)^2}} dx = ?$

b) $\int \frac{x}{\sqrt[3]{(2x-1)^2}} dx = ?$ $\sqrt[3]{2x-1} = t$ helyettesítéssel oldja meg!

8. feladat (9 pont)

$$\int_{-\infty}^{-2} \frac{1}{x^2 + 4x + 6} dx = ?$$