Bevezetés a számításelméletbe I.

Pótpótzh, MÁSODIK zárthelyi pótlása

2020. január 3.

1. Nevezzünk egy $\mathbb{R}^n$-beli $\underline{v}$ vektort palindrómának, ha $\underline{v}$ koordinátáit fordított sorrendben felírva ugyancsak $\underline{v}$-t kapjuk (palindróma pl. a jobbra látható vektor). Határozzuk meg az $\mathbb{R}^5$-beli palindrómák által alkotott V altér dimenzióját. (Azt, hogy V altér, nem kell indokolnunk.)

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 8 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

2. Döntsük el, hogy a p, q valós paraméterek mely értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldás, akkor adjuk meg a megoldások számát is (magukat a megoldásokat nem szükséges megadni).

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 9x_4 &= 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + 8x_3 + 8x_4 &= 10 \\ 3x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 5x_4 &= 30 \\ 3x_1 + 5x_2 + 13x_3 + p \cdot x_4 &= q \end{aligned}$$

3. Számítsuk ki a jobbra látható determináns értékét az a, b tetszőleges valós paraméterek minden értékére.

$$\begin{vmatrix} a & 2a & 4a & 9a \\ b & 2b & 5b & 10b \\ 1 & 3 & 6 & 12 \\ 3 & 6 & 12 & 20 \end{vmatrix}$$

4. Legyen A a jobbra látható mátrix. Létezik-e olyan X mátrix, melyre AX a 3×3-as egységmátrix?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 8 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$$

5. Határozzuk meg a jobbra látható mátrix rangját minden $a, b, c \in \mathbb{R}$ értékre.

$$\begin{pmatrix} a & 2b & 3c \\ 1 & 2 & 3 \\ a+1 & 2b+2 & 3c+3 \end{pmatrix}$$

6*. Mutassuk meg, hogy létezik olyan 5×5-ös invertálható A mátrix, melynek pontosan tíz invertálható 2×2-es részmátrixa van.

A dolgozatra kérjük jól olvashatóan felírni a következő adatokat: név, Neptun-kód, Neptun szerinti gyakorlatvezető neve.

Minden feladat 10 pontot ér, a munkaidő 90 perc. A 100%-os eredményhez elegendő 50 pontot elérni a 60-ból, az összpontszám 50 pont feletti részét IMSc pontként könyveljük el.

A feladatok megoldását indokolni kell, puszta eredményközlésért nem jár pont. A dolgozat megírása közben számológép (vagy más segédeszköz) nem használható.