1. Feladat (5+6=11 pont)

(a) Ismertesse egy komplex szám algebrai, trigonometrikus és exponenciális alakját, és adja meg a köztük levő összefüggéseket!

(b) Adja meg a $z^3 = -8\mathrm{i}$ egyenlet komplex megoldásait algebrai alakban!

2. Feladat (6+4=10 pont)

(a) Mondja ki és igazolja egy (valós, egyváltozós) függvény reciprokának deriválására tanult szabályt!

(b) $\left(x^x\right)' =?$ $(x > 0)$

3. Feladat (8 pont)

$$\int \frac{x}{x^2 + 2x - 8}\,\mathrm{d}x =?$$

4. Feladat (7+8=15 pont)

(a) Igazolja, hogy a közönséges, homogén lineáris differenciálegyenletek megoldásai vektorteret alkotnak!

(b) Határozza meg az $y'' + y' = \mathrm{e}^{-x}x$ differenciálegyenlet általános megoldását!

5. Feladat (5+5=10 pont)

(a) Definiálja a Leibniz-sor fogalámát, és mondja ki a konvergenciájukról tanult tételt!

(b) Konvergens-e a $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \ln\left(\frac{3n}{2n+1}\right)$ sor? (Állítását igazolja!)

6. Feladat (6+6=12 pont)

Határozza meg a következő függvények origó középpontú Taylor-sorát, valamint adja meg a sorok konvergenciasugarát!

$$\text{(a)} \qquad f(x) = \frac{1}{1+x^2}, \qquad\qquad \text{(b)} \qquad g(x) = \operatorname{arctg} x$$

7. Feladat (12 pont)

Határozza meg az

$$f(x, y) = y^3 + 2(x + y)^2 - 8x - 20y$$

kétváltozós függvény extremális pontjait és azok jellegét!

8. Feladat (10 pont)

Egy rajzon ismertesse a henger koordinátákat és *vezesse le* a henger koordinátákhoz tartozó Jakobi-determinánst!

9. Feladat (12 pont)

Határozza meg a 2π-szerint periodikus f függvény Fourier-sorát, ha tudjuk, hogy

$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{ha } x \in (-\pi, 0], \\ +1, & \text{ha } x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

Mennyi a Fourier-sor összege az origóban?