

Zh-k: ..... Vizsga: ..... Össz: ..... JEGY: .....

Név: ..... Neptun: ..... Gyak.vez.: .....

**2. vizsga, 2017-01-09, Munkaidő: 90 perc**

1. (a) Adja meg a

|       |       |       |       |       |     |
|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| $i$   | 0     | 1     | 2     | 3     | ... |
| $p_i$ | $p_0$ | $p_1$ | $p_2$ | $p_3$ | ... |

diszkrét eloszlás második momentumának a definícióját!

(b) Felhasználva, hogy az  $X = i$  esemény relatív gyakorisága – nagy kísérletszám esetén – közel van a  $p_i$  valószínűséghez, írja le annak a vázlatos bizonyítását, hogy sok kísérleti eredmény négyzetének az átlaga közel van a második momentumhoz! (Matematikai levezetést kérünk, nem pedig számítógépes szimuláció elmesélését.)

- Egy városban pár év óta elég sok trafipax-szal próbálják a száguldozást megfékezni. A taxi-központ az év végén minden egyes taxisra összesítette, hogy hányszor kapták el gyorsajtásért. Mi csak annyit tudunk, hogy 110 taxist egyszer, 55-öt kétszer. (a) Kb. hány taxi szaladgál a városban? (b) A taxisoknak kb. hány százaléka kapott egy vagy több büntetést gyorsajtásért? (A használt modell jogosságát indokolni is kell!)
- (a) 100 diák mindegyike, a többitől függetlenül 0.8 valószínűséggel adja be házi feladatát a megadott határidőig. Mi a valószínűsége annak, hogy a diákoknak legalább a háromnegyede a megadott határidőig beadja a házi feladatát? (A választ itt egy korrekt szumma alakjában kérjük.) (b) A feltett kérdésre adjon közelítő választ normális eloszlás segítségével! (A lentebbi táblázatot használja!)
- Van egy piros és egy zöld lámpám. Élettartamaik függetlenek, és exponenciális eloszlásúak. A piros élettartamának a várható értéke 200 nap, a zöldnek pedig a mediánja 200 nap. (a) Az eloszlásfüggvények összevetésével döntse el, melyik lámpa a jobb! (b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a piros élettartama nagyobb a zöldénél? (Segítség: határozza meg a kétdimenziós sűrűségfüggvény képletét és a kedvező kimenetek halmazát, stb.)
- (Folytatás) Kísérleti eredményekre támaszkodva magyarázza el, hogy hogy mit jelent az a tény, hogy (a) a piros lámpa élettartamának a várható értéke 200 nap! (b) a zöld lámpa élettartamának a mediánja 200 nap!
- Az  $(X, Y)$  kétdimenziós valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x, y) = \frac{2x}{y} \quad (0 < x < 1, x < y < \frac{1}{x})$$

(a) Határozza meg az  $f_{2|1}(y|x)$  feltételes sűrűségfüggvény képletét! (b) Milyen  $y = k(x)$  függvénnyel tippeljünk  $X$ -ből  $Y$ -ra, ha azt szeretnénk, hogy a hiba négyzetének a várható értéke minimális legyen? (Határozza meg a  $k(x)$  függvény képletét!)

Standard normális eloszlásfüggvény (két tizedes pontossággal)

| $x$ | $\Phi(x)$ | $x$ | $\Phi(x)$ | $x$ | $\Phi(x)$ | $x$ | $\Phi(x)$ | $x$ | $\Phi(x)$ | $x$ | $\Phi(x)$ |
|-----|-----------|-----|-----------|-----|-----------|-----|-----------|-----|-----------|-----|-----------|
| 0,0 | 0,50      | 0,5 | 0,69      | 1,0 | 0,84      | 1,5 | 0,93      | 2,0 | 0,98      | 2,5 | 0,99      |
| 0,1 | 0,54      | 0,6 | 0,73      | 1,1 | 0,86      | 1,6 | 0,95      | 2,1 | 0,98      | 2,6 | 1,00      |
| 0,2 | 0,58      | 0,7 | 0,76      | 1,2 | 0,88      | 1,7 | 0,96      | 2,2 | 0,99      |     |           |
| 0,3 | 0,62      | 0,8 | 0,79      | 1,3 | 0,90      | 1,8 | 0,96      | 2,3 | 0,99      |     |           |
| 0,4 | 0,66      | 0,9 | 0,82      | 1,4 | 0,92      | 1,9 | 0,97      | 2,4 | 0,99      |     |           |