

AZ ELEKTROMOS ÁRAM ÉS AZ ELLENÁLLÁS

*Ne aggódj,
a villám sohasem
csap kétszer
ugyanoda*

BILLY BEE

28.1 Bevezetés

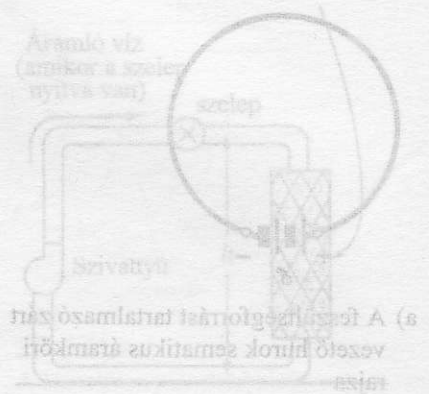
Ebben a fejezetben elektromos töltések áramlását, az elektromos áramot tárgyaljuk. Minthogy a vezető minden egyes pontjában egyidejűleg mozognak a töltések, töltésfelhalmozódás sehol sem jön létre. Az elektromos áram olyan folytonos vezetőhurokban jön létre, amely az áramot fenntartó energiaforrást tartalmaz. A vezetőket és energiaforrásokat tartalmazó hálózatokat **áramköröknek** nevezzük. Megmutatjuk, hogy az áramkörben folyó áramokat két megmaradási törvény határozza meg: az egyik a **töltésmegmaradás** elve, vagyis hogy a töltéshordozók nem keletkeznek és nem is semmisülnek meg az áramkörben, a másik pedig a már ismert **energiamegmaradás** elve.

28.2 Az \mathcal{E} elektromotoros erő

A töltésáramlás (vagy elektromos áram) vezető anyagokban akkor lehet folyamatos, ha a vezető zárt hurkot (vagy hurkokat), azaz **áramkört** alkot. A pozitív töltések mindig a nagyobb potenciálú hely felől a kisebb potenciálú hely irányába mozognak. Természetesen, ha egy pozitív töltés a csökkenő potenciál irányát követve egy teljes hurok megtétele után visszaérkezik a kiindulópontra, akkor ugyanolyan potenciálon lesz, mint elindulásakor. Ennélfogva az áramkör valamely pontján lennie kell egy olyan eszköznek, ami a töltésen munkát végez és áttemeli egy bizonyos potenciálkülönbségen. Ezt a lokális energiaforrást, amely a töltéseken munkát végezve, potenciáljukat megnöveli, **feszültségforrásnak** vagy **elektromotoros erő (e.m.e.) forrásának** nevezzük. Az e.m.e. által létrehozott potenciálváltozást az \mathcal{E} írott nagybetűvel jelöljük.

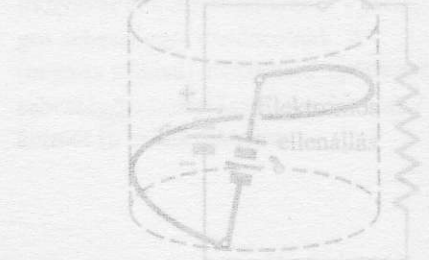
FESZÜLTSG Az elektromotoros erő forrása vagy feszültségforrás **-FORRÁS (\mathcal{E}):** bármely olyan eszköz, szerkezet, fizikai struktúra, amely valamilyen energiafajtát átalakítva elektromos energia forrásaként működik.

A víz áramlásával szembeni mechanikai ellenállás (fémzfűró vagy hordalék)



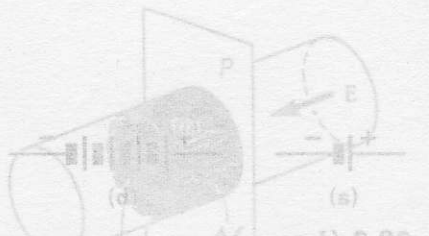
(a) A feszültségforrást tartalmazó zárt vezető hurok sematikus ábrája

Elektromos áram (amikor a kapcsoló zárva van)



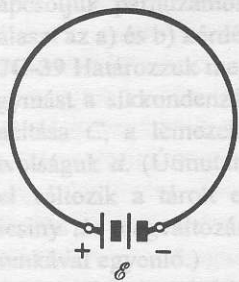
(b) A V potenciál (a függőleges tengelyen) a töltések függvényében (azaz a hurok mentén). A feszültségforrás pozitív potenciálú helye pozitív töltések potenciálját a levelel szembe fordítottan az áramkörben a feszültségforrás vizitóllyás pedig az elektromos árammal.

28-1 ábra
Zárt áramkörben lévő \mathcal{E} feszültségforrás a teljes áramkörben a potenciálkülönbséget előidéző.

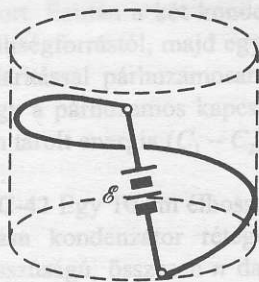


28-2 ábra
A teljes áramkörben a hosszabb vonal felől a nagyobb potenciálú pozitív kapcsoló \mathcal{E} feszültségforrás felől a kisebb potenciálú pozitív kapcsoló felé az áramkörben a feszültségforrás vizitóllyás pedig az elektromos árammal.

Feszültségforrás példái



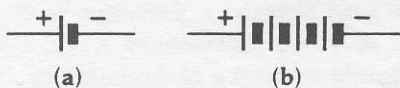
a) A feszültségforrást tartalmazó zárt vezető hurok sematikus áramköri rajza



b) A V potenciál (a függőleges tengelyen) a távolság függvényében (azaz a hurok mentén). A feszültségforrás negatív kapcsán belépő pozitív töltések potenciálja a telepen való áthaladás során \mathcal{E} -val megnő.

28-1 ábra

Zárt áramkörben lévő \mathcal{E} feszültségforrás a rajta áthaladó töltések potenciálját megnöveli.



28-2 ábra

A telep jelénél a hosszabb vonal jelöli a nagyobb potenciálú pozitív kapcsot. A + és - jeleket néha elhagyják.

- az elem, az akkumulátor (zseblámpaelem, autóakkumulátor stb); A telep rendszerint több elemet tartalmaz sorba kapcsolva. Ebben a feszültségforrásban kémiai energia alakul át elektromos energiává.
- a generátor; A villamos erőművek generátorait víz- vagy gőzturbinák hajtják, az autók generátorát pedig az autómotor. Ebben a feszültségforrásban mozgási energia alakul át elektromos energiává.
- a napelem; Ezek biztosítják pl. az űrhajók energiaellátását. Ebben a feszültségforrásban sugárzási energia (fényenergia) alakul át elektromos energiává.
- bizonyos sejtek, amelyek kémiai energiát használnak fel, hogy az élő szervezetekben az idegpályák mentén és izomsejtekben meghatározott potenciál-különbséget tartsanak fenn.

Akármilyen is legyen a módja – kémiai, mechanikai, sugárzási stb. energia hasznosítása által – az elektromotoros erő forrása a feszültségforrás két kapcsa között meghatározott potenciálkülönbséget tart fenn. Ha a feszültségforrás kapcsaira külső áramkört csatlakoztatunk, akkor az áramkörön keresztül elektromos töltés áramlik. Amikor a magasabb potenciálú telepsarokról a töltés a feszültségforrás alacsonyabb potenciálú kapcsához jut, akkor a telep elektromotoros ereje munkát végez rajta, és visszajuttatja a magasabb potenciálú kontaktushoz. Innen a töltés ismét képes a külső áramkörön áthaladni (28-1 ábra). A kapcsok közötti potenciálkülönbség még akkor is megmarad, ha külső áramkört nem csatlakoztatunk a feszültségforráshoz.

Az áramkörök tulajdonságainak elemzése, során feszültségforráson mindig telepeket értünk (noha a leírtak bármely típusú feszültségforrás esetére is igazak). Bár a telep 28-2 ábrán látható jele némileg hasonlít a kondenzátoréhoz, az áramkörök elemzésekor csak ritkán okoz zavart. A hosszabb vonallal a telep pozitív kapcsát jelöljük.

Az e.m.e. fogalma némileg analóg egy vizet keringető csőrendszerben lévő szivattyúhoz, mely függőlegesen megemeli a vizet, megnövelve annak gravitációs potenciális energiáját. Ha a csövek zárt hurkot alkotnak, a szivattyú körbeáramoltatja a vizet a rendszerben (28-3 ábra). Az áramlás útjában lévő akadály (pl. az ábrán szűrőt vagy hordalékot tartalmazó csőszakasz képezi ezt az akadályt) az áramlás számára mechanikai ellenállásként jelentkezik, némileg lecsökkentve a víz áramlási sebességét. Ha a cső teljesen el lenne zárva, a víz nem áramolhatna, bár a szivattyú továbbra is nyomást fejtené ki. Ennek hatására kezdene a víz az akadály eltávolításakor ismét keringeni. Az elektromos áramkör esetében, a töltések áramlásának útjába helyezett akadályt nevezzük *elektromos ellenállásnak* (melynek áramköri jelölése \sim vagy \square). Ha elektromos áramkörben nyitott kapcsoló (melynek áramköri jele \diagup \diagdown) van, (vagyis nincs olyan útvonal az elektromos töltések számára a telep két kapcsa között, amelyen a töltések szabadon áramolhatnak) akkor a feszültségforrás elektromotoros ereje a kapcsoló két kapcsa között V feszültséget hoz létre (ez utóbbi hatására indul meg a töltésáramlás a kapcsoló zárásakor).

¹ Az elektromosság biológiai hatására vonatkozó első kísérletet talán Alessandro Volta gróf (1745–1827) olasz fizikus végezte el. Ő találta fel a galvánelemet. Leírása szerint ötven sorba kötött cellából álló telepet készített és a telepre kapcsolt drótok végét a fülébe dugta. Ezután úgy érezte, mintha fejbecsapták volna, majd leves rotyogását hallotta.

28.3 Az elektromos áram

Az elektromos áram nem más, mint töltések áramlása. A töltésáram létrejöhet szilárd vezetőkben, mint például az íróasztal-lámpa és a dugaszolóalj (mint elektromos energiaforrás) közötti huzalokban. Keletkezhet áram folyadékokban és gázokban, melyekben mind a pozitív, mind a negatív ionok mozognak; sőt áram még vákuumon keresztül is folyhat. Ugyanis a nagyenergiájú részecskegyorsítók légtüres terében például elektronok, protonok vagy más töltött részecskék nyalábjai haladnak. Jelen céljainknak tökéletesen megfelel a fémekben történő vezetés klasszikus elméletének alkalmazása: eszerint a fémekben helyhez kötött pozitív töltésű ionok és azonos számú mozgékony elektron van, melyek az ionrácsban szabadon mozoghatnak. Gondolatban csatlakoztassuk hosszú, egyenes keresztmetszetű fémhuzal két végét egy telep kapcsaihoz. A kapcsok közötti potenciálkülönbség miatt szinte azonnal (majdnem fénysebességgel) felépülő E elektromos erőter jön létre. A huzal belsejében, annak teljes

hosszára: $V_2 - V_1 = -\int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$. Minthogy a huzal egyenes keresztmetszetű, a huzal két vége között a térerősség mindenütt azonos².

A vezető belsejében az elektromos erőter a töltésekre $F = qE$ erőt gyakorol. A rugalmas erővel helyhez kötött pozitív töltések a rácsban nem mozdulnak el, a negatív töltésű elektronok viszont szabadon mozoghatnak a huzal teljes hosszában. Egy nagyon leegyszerűsített leírás szerint az elektronokat az erőter (az E térerősség irányával ellentétes irányban) gyorsítja, mindaddig, amíg egy helyhez kötött pozitív ionnal össze nem ütköznek; az ütközés során sebességük valamelyest lecsökken. Ezután újra gyorsulnak a következő ütközésig, és így tovább. Sok elektront egyszerre szemlélve, az elektronok a huzal hossza mentén v_d átlagos sebességgel vándorolnak, a helyhez kötött pozitív ionok között ide-oda pattogva. Az ütközések során az elektronok mozgási energiájuk egy részét a rácsrezgéseknek adják át, ami által a fém melegszik. (Ez hasonlít arra, ahogyan a víz a sebes hegyi patakokon lezúdul: átlagát tekintve, a víz nem gyorsul a gravitációs tér hatására, hanem többé-kevésbé egyenes sebességgel folyik le a sziklás mederben.) Az ütközések közötti átlagos távolság – az ún. átlagos szabad úthossz – rész esetében kb. 220 ionátmérőnyi. Az elektronok közötti ütközések ritkák, és hatásuk az elektromos ellenállásra elhanyagolható.

Az I elektromos áramerősséget a vezető teljes keresztmetszetén 1 s alatt áthaladó töltés mennyiségével definiáljuk.

AZ I ELEKTROMOS ÁRAMERŐSSÉG
$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (28-1)$$

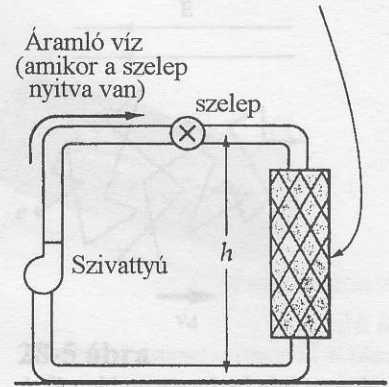
Az áramerősség SI egysége az 1 coulomb/másodperc (C/s), melyet ampernek³ (A) nevezünk. A milliamper (1 mA=10⁻³ A) és mikroamper (1 μ A = 10⁻⁶ A) egységeket is gyakran használjuk. Az áram irányának⁴ megállapodás szerint azt az irányt tekintjük, amerre a pozitív töltések mozognak vagy mozognának az elektromos erőter hatására. Ha az elektromos áram a negatív

² Megjegyzendő, hogy ez az állítás nem mond ellent az előző fejezetekben leírtaknak, miszerint tökéletes vezetőkben az elektromos tér zérus. Ott statikus eseteket tárgyaltunk, melyekben a töltések nyugalomban voltak és nem volt jelen telep, hogy a vezető két pontja között valamekkora potenciálkülönbséget hozzon létre. Itt dinamikus eseteket tárgyalunk, amelyeknél a töltések mozgásban vannak, minthogy a telep a vezető két pontja közötti potenciálkülönbséget tart fenn, azaz elektromos teret hoz létre a vezető belsejében.

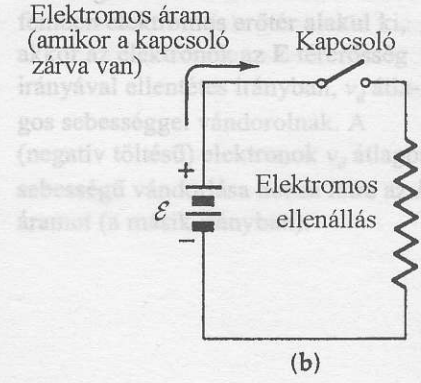
³ Az amper egységet André Ampère (1775–1836) francia fizikus, az elektromos áram mágneses hatásának kutatója tiszteletére nevezték el így.

⁴ Noha kijelöltük irányát, I ettől még nem vektormennyiség. A huzalban folyó áram akkor is ugyanakkora, ha a huzalt meghajlítjuk, vagy csomót kötünk rá. I nyíllal jelzett iránya nem konkrét térbeli, hanem az áramkör topológiájához rendelhető irány, mely a pozitív töltések lehetséges mozgásának irányát jelöli ki.

A víz áramlásával szembeni mechanikai ellenállás (fémzsűrő vagy hordalék)

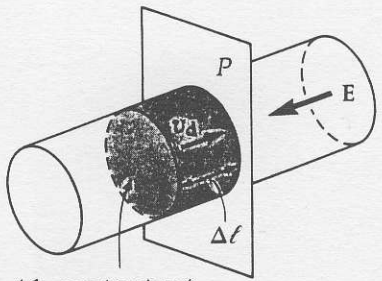


(a) olyan hálózaton keresztül vezetünk, mint a sziklás mederben.



28-3 ábra

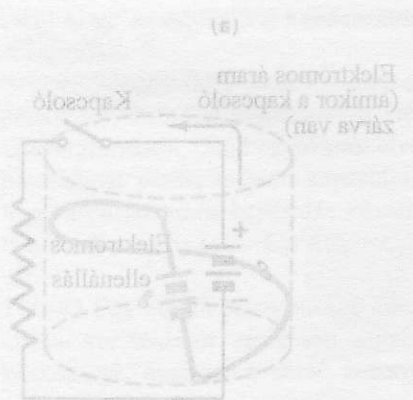
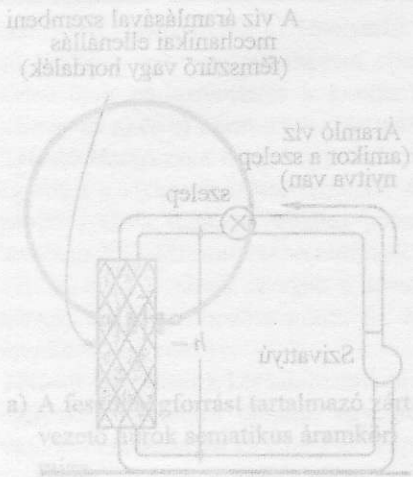
A folyadékot áramoltató rendszerben lévő szivattyú analóg az elektromos áramkörök feszültségforrásával; a vízfolyás pedig az elektromos árammal.



A keresztmetszet

28-4 ábra

Az árnyékolással jelzett térrész elektronjai $\Delta t = \Delta l/v_d$ idő alatt a P sík túloldalára vándorolnak.



töltésű elektronok vándorlásának következménye, miként fémek esetében, akkor az elektronok tényleges mozgása éppen ellentétes az I áramerősség imént definiált irányával. Bizonyos esetekben, például félvezetőkben vagy elektrolitokban, mind a pozitív, mind a negatív töltések egyidejűleg, egymással ellentétes irányban vándorolnak.

Vizsgáljuk meg kicsit közelebbről hogyan vándorolnak az elektronok egy huzalban. Tekintsünk egy huzaldarabot (28-4 ábra) Az árnyékolással jelzett térfogat összes elektronja, a huzalra merőleges P síkot Δt idő alatt lépi át. A jelzett térfogat Δl hossza:

$$\Delta l = v_d \Delta t \quad (28-2)$$

ahol v_d az elektronok átlagos vándorlási sebessége. Az $A \Delta l$ térfogatban lévő összes töltés mennyisége:

$$\Delta Q = neA \Delta l, \quad (28-3)$$

ahol n az egységnyi térfogatban lévő vezetési elektronok száma, e az elektronok töltése, és A a huzal keresztmetszete. A (28-2) és (28-3) egyenletek segítségével az egységnyi idő alatt a huzal keresztmetszetén áthaladó ΔQ töltésre

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nev_d A \quad (28-4)$$

adódik. (Vigyázzunk: ne keverjük össze az A területet az amper egység rövidítésével (A .)

28-1 PÉLDA

Számítsuk ki az elektronok átlagos vándorlási sebességét az 1 mm² keresztmetszetű huzalban, melyben az áramerősség 1 A (ezek az adatok nagyjából egy erős fényű lámpára jellemzők). A rézben atomonként egy elektron vesz részt az áramvezetésben; a réz atomsúlya 63,54, sűrűsége 8,92 g/cm³.

MEGOLDÁS

Először kiszámítjuk n értékét, azaz a réz egységnyi térfogatában lévő vezetési elektronok számát. Egy vezetési elektront feltételezve atomonként, $n = N_A \rho / M$ ahol N_A az Avogadro szám, ρ és M a réz sűrűsége, illetve atomsúlya.

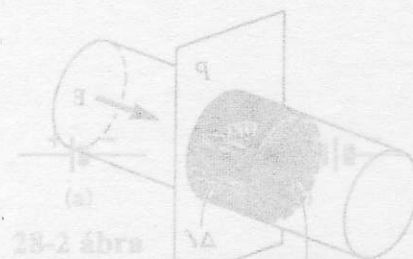
$$n = \left(\frac{\text{elektron}}{1 \text{ atom}} \right) \frac{N_A \rho}{M}$$

$$n = \left(\frac{\text{elektron}}{1 \text{ atom}} \right) \left(\frac{6,02 \times 10^{23} \text{ atom}}{\text{mól}} \right) \left(\frac{1}{63,54 \frac{\text{g}}{\text{mól}}} \right) \left(\frac{8,92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{\left(\frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} \right)} \right)$$

átváltási tényező

$$n = 8,45 \times 10^{28} \frac{\text{elektron}}{\text{m}^3}$$

28-1 ábra Zárt áramkörben lévő feszültségforrás a rajta áthaladó töltés potenciálját megváltoztatja.



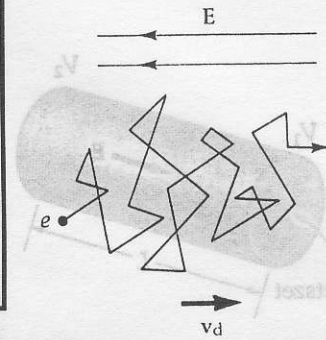
28-2 ábra Az árnyékolással jelzett térfogat elektronjai Δt idő alatt a P sík fölöttel vándorolnak.

A (28-4) képletből a v_d vándorlási sebességre azt kapjuk, hogy

$$v_d = \frac{I}{neA} = \frac{1 \text{ A}}{\left(8,45 \times 10^{28} \frac{\text{elektron}}{\text{m}^3}\right) \left(1,602 \times 10^{-19} \frac{\text{C}}{\text{elektron}}\right) (10^{-6} \text{ m}^2)}$$

$$v_d = 7,39 \times 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ez kisebb sebesség, mint 0,1 mm/s. Ilyen sebességgel egy elektron 3,76 óra alatt tesz meg 1 métert!



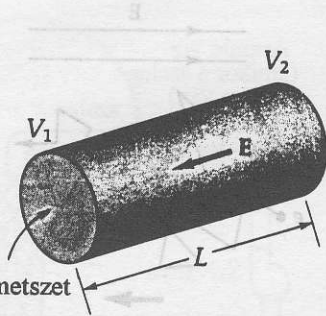
28-5 ábra

A fémekben a szabad elektronok olyan bolyongó mozgást végeznek, mint a gázok molekulái. Amikor a fémbe elektromos erőtér alakul ki, akkor az elektronok az E térerősség irányával ellentétes irányban, v_d átlagos sebességgel vándorolnak. A (negatív töltésű) elektronok v_d átlagos sebességű vándorlása hozza létre az I áramot (a másik irányban).

Meglepőnek tűnik a példa eredményeként kapott meglehetősen kicsi vándorlási sebesség. Ha az elektronok ilyen lassan vándorolnak egy huzalban, hogyan lehetséges az, hogy egy lámpa bekapcsolásakor az izzó szinte azonnal kigyullad? Az ok abban rejlik, hogy amikor az áramkört a feszültségforráshoz csatlakoztatjuk, az elektromos térerősség kialakulása majdnem fénysebességgel terjed végig az áramkörben. Így hát amikor a kapcsoló felkattintásával kialakul a feszültségforrást is tartalmazó teljes zárt hurok, akkor, abban a pillanatban, a hurok összes vezetési elektronja gyakorlatilag egyidejűleg kezd el mozogni. Noha az egyes elektronok vándorlási sebessége kicsi, az áram hatása az áramkör minden pontjában szinte azonnal észlelhető. Továbbá, noha a huzal keresztmetszete az áramkör egyes részein más és más lehet (ami miatt a vándorlási sebesség nem szükségszerűen azonos mindenütt), az I áramerősség számértéke az áramkör minden pontjában ugyanakkora.

A vezetési elektronok más típusú mozgást is végeznek. Ezek az elektronok úgy viselkednek, mint olyan gázmolekulák, melyeknek az ütközések közötti átlagos termikus sebessége kb. $1,6 \times 10^6$ m/s (az adat rézre és 20°C -ra vonatkozik). Így hát a huzalban folyó áram a vezetési elektronok másodpercenként több, mint egymillió méteres sebességű bolyongó mozgásából, és a lassú (sokkal kisebb, mint 1 mm/s sebességű) vándorlásból tevődik össze (28-5 ábra).

Az elektronok mozgásának ez a szemléletes leírása – vagyis a vezetés „klasszikus” modellje, amely szerint az elektronok a gázmolekulákhoz hasonlóan bolyongó mozgást végeznek, mert a helyhez kötött ionokból álló rácson keresztül vándorolva ütköznek azokkal, olyan kvantitatív elmélethez vezet, amellyel értelmezhető Ohm törvénye (ezzel a következő fejezetben foglalkozunk). Számos más jelenség azonban ellentmond ennek a meglehetősen naiv képnek. A kvantummechanikán alapuló modern elmélet következtetései sokkal jobban egyeznek a kísérleti eredményekkel. Mai pontosabb ismereteink szerint a mozgó elektronoknak hullámtulajdonságai vannak (43. fejezet). Az elektronhullámok kölcsönhatásba lépnek az atomokból, illetve ionokból álló ráccsal. Ha a rács azonos ionokból áll és geometriailag tökéletes, akkor az elektronok mozgását alig gátolja. De ha a rácsban hibák vannak, pl. egy-egy atom hiányzik, vagy „szennyező” atomok vannak jelen, az elektronhullámok ezeken a hibákon szóródnak, megszakítva az elektronok addigi mozgását. A „szennyező” atomok kicsiny, akár mindössze pár milliommódrésznyi koncentrációja elegendő az elektromos ellenállás nagyságának lényeges megváltoztatásához. Magasabb hőmérsékleten az ionok rezgő mozgása szintén elrontja a rács tökéletes szimmetriáját, miáltal az anyag fajlagos ellenállása megnő.



A keresztmetszet

28-6 ábra

Állandó A keresztmetszetű, L hosszúságú vezető, melynek végei között V potenciálkülönbséget tartunk fent. A potenciálkülönbség hatására a vezetőkben E térerősség alakul ki, aminek következtében a vezetőkben I áram folyik.

28.4 Az elektromos ellenállás

A továbbiakban megvizsgáljuk az $I = nev_d A$ képletet, hogy megállapítsuk, mely tényezők függenek a vezető anyagi tulajdonságaitól, és melyeket szab meg a vezetőkben uralkodó térerősség. A térfogategységre jutó vezetési elektronok száma, n , nyilvánvalóan a vezető anyagi minőségétől függ. A v_d tényező részben a vezető anyagi minőségétől függ a pozitív ionok alkotta rácsban ide-oda pattogó elektronok mozgékonyasága következtében. Az elektronok sebessége azonban függvénye a töltéseket a vezetők végighajtó $F = eE$ erőnek is. Az elektromos erőtér az ütközések között gyorsítja az elektronokat, ám ennek az ide-oda mozgásnak az eredője végezetül egy átlagos sebességgel jellemezhető vándorlás – hasonlóan ahhoz, ahogyan a viszkózus közegen át eső tárgy is meghatározott végsebességet ér el. A vándorlási sebesség úgy alakul ki, hogy az adott sebességnél az elektromos erőtér által végzett munka éppen egyenlő az ütközések során „elvesztett” mozgási energiával.

Tanulságos a (28-4) összefüggést egy másik alakba átírni: Tekintsünk egy állandó A keresztmetszetű, L hosszúságú vezető anyagot, melynek végpontjai között V potenciálkülönbséget tartunk fent (28-6 ábra). Minthogy $V = V_2 - V_1 = -\int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$, a térerősség $E = V/L$. A vándorlási sebesség arányos az eE hajtóerővel, így két képletünk van $E = V/L$ és $v_d \approx E$, melyekből azt kapjuk, hogy:

$$v_d \approx \frac{V}{L} \quad (28-5)$$

Az $I = nev_d A$ behelyettesítésével ebből adódik, hogy

$$I \approx \frac{VA}{L} \quad (28-6)$$

Az arányossági tényező a vezető anyagának tulajdonságaitól függ. Az arányossági tényezőt $1/\rho$ -val jelölve:

$$I = \left(\frac{1}{\rho}\right) \left(\frac{A}{L}\right) V \quad (28-7)$$

ahol ρ a vezető **fajlagos ellenállása**. Ennek SI egysége (volt/amper)·(méter) = (Vm/A). A V/A egységet ohm-nak nevezzük, rövidítése Ω . A fajlagos ellenállást rendszerint az *ohm méter* (Ωm) SI egységben adják meg. Alkalmanként a „hibrid” Ωcm egységgel is találkozhatunk. A 28-1 táblázatban különböző anyagok 20 °C-on mérhető fajlagos ellenállását foglaltuk össze. Bizonyos esetekben (lásd a 28.7 fejezetet) kényelmesebb a fajlagos ellenállás reciprokát, a **fajlagos vezetőképességet** használni, amelyet a $\sigma = 1/\rho$ képlettel definiálunk. A σ fajlagos vezetőképesség SI egysége siemens/méter (S/m).

A fajlagos ellenállást egy arányossági tényező reciprokaként vezettük be. Az anyagok fajlagos ellenállása számos tényezőtől függ, például nedvességtartalomtól, nyomástól, kristályszerkezettől és hőmérséklettől. Képlettel a hőmérsékletfüggést a legkönnyebb megadni. Kísérleti eredményekből ismeretes, hogy az ellenállás relatív változása közelítőleg arányos a hőmérséklet megváltozásával, azaz

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \alpha(T - T_0) \quad (28-8)$$

⁵ Az ohm egységet Georg Ohm német fizikus tiszteletére nevezték el, aki 1827-ben felfedezte az áramerősség és potenciálkülönbség közötti arányosságot. Lásd még a (28-11) összefüggést (Ohm törvényét).

28-1 TÁBLÁZAT Fajlagos ellenállások és hőmérsékleti együtthatók

Anyag	ρ fajlagos ellenállás 20° C -on (Ωm)	α fajlagos ellenállás hőmérsékleti együttha- tója (1° C)
Szigetelők		
Csillám	2×10^{15}	-50×10^{-3}
Kén	1×10^{15}	-80×10^{-3}
Üveglemez	2×10^{11}	-70×10^{-3}
Félvezetők		
Szilícium	640	-75×10^{-3}
Germánium	0,46	-48×10^{-3}
Szén (grafit)	$1,4 \times 10^{-5}$	$-0,5 \times 10^{-3}$
Vezetők		
Alumínium	$2,8 \times 10^{-8}$	$3,9 \times 10^{-3}$
Bronz	18×10^{-8}	$0,5 \times 10^{-3}$
Réz	$1,7 \times 10^{-8}$	$6,8 \times 10^{-3}$
Arany	$2,4 \times 10^{-8}$	$3,4 \times 10^{-3}$
Vas	10×10^{-8}	5×10^{-3}
Manganin	$\left\{ \begin{array}{l} 84\% \text{ Cu} \\ 12\% \text{ Mn} \\ 4\% \text{ Ni} \end{array} \right.$	44×10^{-8} $<0,0005 \times 10^{-3}$
Higany	96×10^{-8}	$0,8 \times 10^{-3}$
Nichrome*	100×10^{-8}	$0,4 \times 10^{-3}$
Platina	10×10^{-8}	$3,92 \times 10^{-3}$
Ezüst	$1,6 \times 10^{-8}$	$4,1 \times 10^{-3}$
Volfrám	$5,7 \times 10^{-8}$	$4,5 \times 10^{-3}$
Cink	$5,9 \times 10^{-8}$	$4,2 \times 10^{-3}$

* Fűtőspirálokban használatos nikkkel-króm ötvözet.

ahol az α arányossági tényezőt a fajlagos ellenállás hőmérsékleti együtthatójának nevezzük. A T_0 referencia-hőmérsékleten az anyag fajlagos ellenállása ρ_0 .

A (28-8) képletet gyakran az alábbi, áttekinthetőbb alakban írjuk fel:

A FAJLAGOS ELLENÁLLÁS VÁLTOZÁSA A HŐMÉRSÉKLETTEL

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad (28-9)$$

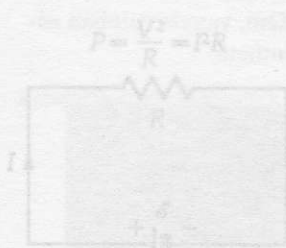
Néhány jól ismert anyag ρ és α értékét a 28-1 táblázatban adtuk meg⁶.

Mínt hogy R arányos ρ -val, azt is írhatjuk, hogy

$$R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad (28-10)$$

Az ellenállás hőmérsékletfüggésére alapozva hőmérőt lehet készíteni (lásd a 28A-7 feladatot).

⁶ A 28-1 táblázatban nem szerepelnek olyan anyagok (néhány elem és számos ilyen szupravezetőnek nevezett ötvözet létezik), amelyek fajlagos ellenállása zérushoz közeli abszolút hőmérsékleteken zérus. Lásd még „Szupravezetés” címszó alatt.



28-8-ábra
Jellegzetes ellenállások

28.5 Az Ohm törvény

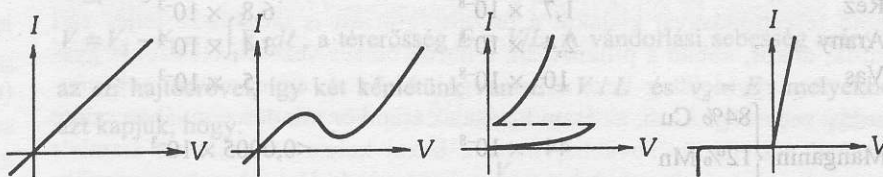
A (28-7) összefüggés szerint, ha a nem zérus fajlagos ellenállású rúd két végpontja közötti potenciálkülönbség V és a rúdon áthaladó áram áramerőssége I , akkor az áramerősség a végpontok közötti potenciálkülönbséggel lineárisan arányos. Meglepő, de az arányosság valóban fennáll számos különböző anyag esetében. Ha az arányosság pontos, az anyag kielégíti az **Ohm-törvényt**. A (28-7) képletből azt kapjuk, hogy

$$\text{AZ OHM TÖRVÉNY} \quad V = IR, \quad (28-11)$$

ahol R az ellenállásnak nevezett állandó, amely független az anyagon átfolyó I áramerősségtől. Egy ρ fajlagos ellenállású anyagból készült ℓ hosszúságú, A egyenletes keresztmetszetű rúd ellenállását a (28-7) és (28-11) képletek alapján a következő alakban írhatjuk fel:

$$R = \frac{\rho \ell}{A} \quad (28-12)$$

Az ellenállás egysége 1 Ohm (Ω).

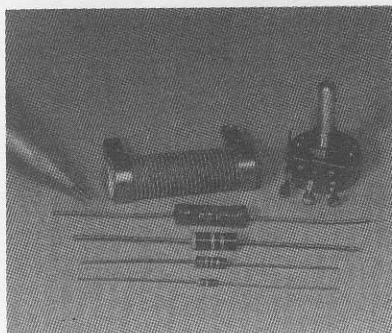


- a) Ideális ellenállás. b) Alagútdióda. c) Vezérelt szilícium egyenirányító. d) Zener-dióda.

28-7 ábra

Néhány elektromos eszköz I - V karakterisztikája. Csak az ideális ellenállás (a) elégíti ki az Ohm törvényt. Szerencsére, számos anyag viszonylag széles hőmérséklettartományban többé-kevésbé jól követi az Ohm törvényt.

Egy ellenállást képező eszközön áthaladó áram erőssége és az azt létrehozó feszültség közötti kapcsolat nem mindig lineáris. Néhány eszköz I - V karakterisztikáját (az I és V közötti kapcsolatot) a 28-7 ábra mutatja. Látható, hogy csak az a) ábrán vázolt karakterisztikájú (ideális) ellenállás követi az Ohm törvényt, minthogy csak ott nem függ R értéke az áramerősségtől. A többi esetben az R ellenállást ugyan szintén V/I hányadosként definiáljuk, de az ellenállás függ az áramerősségtől. A továbbiakban csak az olyan ellenállásokkal foglalkozunk, amelyek eleget tesznek az Ohm-törvénynek.



28-8 ábra
Jellegzetes ellenállások.

28-2 PÉLDA

Egy 5 mm^2 -es, egyenletes keresztmetszetű szénrúdból ellenállást készítünk. A szénrúd két vége közé kapcsolt 15 V -os feszültség hatására $4 \times 10^{-3} \text{ A}$ erősségű áramnak kellene átfolyjni rajta. Számítsuk ki a) a rúd ellenállását és b) a rúd hosszúságát.

MEGOLDÁS

- a) A rúd ellenállását az Ohm-törvény (28-11) alkalmazásával számíthatjuk ki:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{15 \text{ V}}{4 \times 10^{-3} \text{ A}} = 3750 \Omega = 3,75 \text{ k}\Omega$$

ahol $k\Omega$ a *kiloohm* ($1\text{ k}\Omega = 10^3\ \Omega$) rövidítése. Hasonlóképpen $M\Omega$ jelet a megohm ($1\text{ M}\Omega = 10^6\ \Omega$) rövidítésére használjuk. Megjegyzendő, hogy ha az ellenállásokat $k\Omega$, a feszültséget V egységekben adjuk meg, akkor az áramerősséget milliampere ($1\text{ mA} = 10^{-3}\text{ A}$) egységekben kapjuk meg (ami a modern elektronikában sokkal praktikusabb egység, mint az A).

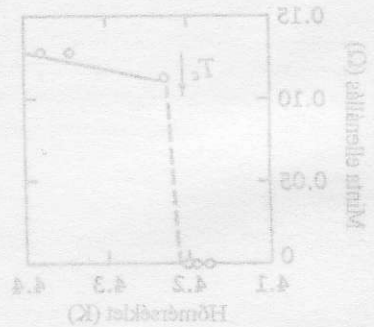
- b) A rúd hosszát a (28-12) összefüggés segítségével határozhatjuk meg: $R = \rho \ell / A$, ahonnan ℓ értékét kifejezve:

$$\ell = \frac{RA}{\rho}$$

R és A számértékét, és ρ -nak a 28-1 táblázatban található értékét behelyettesítve azt kapjuk, hogy

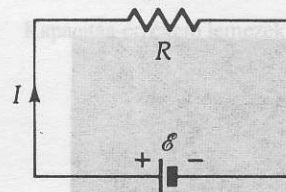
$$\ell = \frac{(3,75 \times 10^3\ \Omega)(5 \times 10^{-6}\text{ m}^2)}{(1,4 \times 10^{-5}\ \Omega\text{m})} = 1,34 \times 10^3\text{ m}$$

Nyilvánvaló, hogy egy $3,75\text{ k}\Omega$ értékű (vagyis tipikus nagyságú) ellenállást nem lehet tiszta szénből elkészíteni úgy, hogy egy miniatűr elektronikus készülékbe beépíthető legyen. Az ellenállásokat különböző anyagok keverékéből készítik úgy, hogy a kívánt ellenállás és méret mellett kellő szilárdságú legyen és az ellenállás ne függjön a környezet paramétereitől (pl. a hőmérséklettől).



a) Hőmérséklet-ellenállás a hőmérséklet függvényében. A T_k kritikus hőmérsékletnél az ellenállás hirtelen változik. Modern mérészeként a szupervezető állapotban lévő anyagok fajlagos ellenállása kisebb mint $10^{-12}\ \Omega\text{m}$, vagyis lényegesen kisebbnek tekintjük.

$$P = \frac{V^2}{R} = I^2 R$$



$$\frac{dW}{dt} = \mathcal{E}I$$

28-9 ábra

A feszültségforrás által végzett munka az ellenállásban hővé alakul.

28.6 A Joule törvény

Mint láttuk, az ellenállás végpontjaira kapcsolt feszültségkülönbség elektronokat készítet az ellenálláson való áthaladásra, és az elektronok ugyanakkora vándorlási sebességgel lépnek be az egyik végpontra, mint amekkorával kilépnek a másikon. Emlékezzünk arra is, hogy az elektronok által „ elvesztett ” potenciális energia az ellenállásokban, mint hő (belső energia) jelenik meg. (Ez analóg azzal, amikor egy csónakot a motorja állandó sebességgel hajt: a vízben energia nyelődik el, miközben a víz kissé felmelegszik.) Ellenállások esetében ezt a jelenséget Joule hőnek nevezzük.

Az ellenállásban fejlődő Joulehő mennyiségének kiszámítására tekintsük a 28-9 ábrán látható, feszültségforrást és ellenállást tartalmazó egyszerű áramkört. A \sim jellel az Ohm törvényt kielégítő (ohmikus) ellenállást jelöljük, az egyenes vonalakkal pedig a zérus ellenállású vezetőket (huzalokat). Ma is a még Benjamin Franklin által bevezetett konvenciót követjük, amely szerint a *feszültségforráson kívül az I áram a magasabb potenciálú hely felől az alacsonyabb potenciálú felé folyik*. Ezt **technikai áramiránynak** nevezzük. Természetszerűleg, a fémekben a vezetési elektronok negatív töltésük miatt, ezzel ellenkező irányban mozognak. Másfelől, számos anyagban (folyadékokban, gázokban és bizonyos félvezető eszközökben) a pozitív töltések is résztvesznek az áramvezetésben. Így a technikai áramirány az az irány, amelyben a pozitív töltések vándorolnak (vagy vándorolnának, ha éppen nincs jelen ilyen töltéshordozó).

Éppen úgy, mint korábban tettük, a feszültségforrást és az ellenállást tartalmazó rendszert a környezetétől elszigeteljük, így energia ebbe a rendszerbe nem lép be, és nem távozik onnan. Minthogy a rendszerben az energia megmarad, annak az energiának, amit a töltések nyernek a feszültségforráson

áthaladva, egyenlőnek kell lennie az ellenállásban fejlődő hővel. Az \mathcal{E} e.m.e. a dq töltésen dW munkát végez:

$$dW = \mathcal{E}dq$$

A feszültségforrás által végzett munkavégzés sebessége:

$$\frac{dW}{dt} = \mathcal{E} \frac{dq}{dt}$$

avagy, az áramerősség (28-1) definíciója következtében

$$\frac{dW}{dt} = \mathcal{E}I$$

Vegyük észre, hogy mialatt a feszültségforrás az egységnyi töltésen \mathcal{E} munkát végez, a töltések potenciális energiája a feszültségforráson való áthaladásakor ugyanennyivel (az egységnyi töltés V potenciális energiájával) nő. A feszültségforrás kapcsai közötti V potenciálkülönbség tehát ugyanakkora, mint az ellenállás két végpontja között. Az energia-megmaradás elve miatt a feszültségforrás munkavégzésének (dW/dt) sebessége egyenlő az ellenálláson történő hőfejlődés sebességével. (Minthogy ez a hő rendszerint kisugárzódik, elvezetődik a környezetbe és így „eltűnik” az áramkörből, gyakran használjuk a „disszipálódik” kifejezést.) Az ellenálláson disszipált P teljesítmény tehát:

$$P = \frac{dW}{dt} = \mathcal{E}I \quad (28-13)$$

vagy, minthogy az ellenállás két végpontja közti feszültség: $\mathcal{E} = V$,

$$P = VI \quad (28-14)$$

Ez az egyenlet más alakban is felírható. Ohm törvényét ($V = IR$) felhasználva a (28-14) összefüggés az alábbi alakot ölti:

$$P = I^2 R \quad (28-15)$$

Az ellenállásokon disszipált $I^2 R$ teljesítményt gyakran nevezik hővesztésnek, a fejlődő hőt *Joulehőnek*. Ohm törvényét másként alkalmazva a $P = V^2/R$ képlethez is juthatunk, így

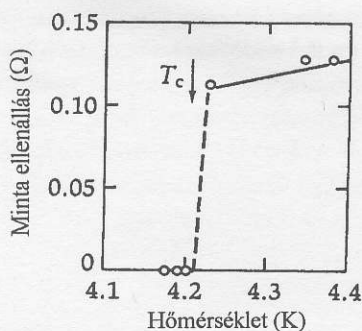
$$\text{DISSZIPÁLT } P \text{ TELJESÍTMÉNY ELLENÁLLÁST TARTALMAZÓ ÁRAMKÖRBE} \quad \left\{ \begin{array}{l} = I^2 R \\ = VI \\ = V^2 / R \end{array} \right. \quad (28-16)$$

28-3 PÉLDA

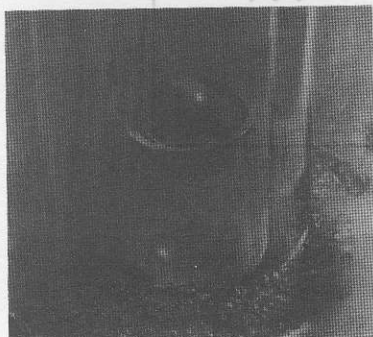
Ha a 28-9 ábrán ábrázolt áramkörben $\mathcal{E} = 6 \text{ V}$ és $R = 12 \Omega$, mekkora a) az időegység alatt a feszültségforrás által végzett munka és b) az ellenálláson disszipált teljesítmény?

MEGOLDÁS

a) Az energiamegmaradás elve miatt az a) kérdésre válaszként megadott számértéknek egyenlőnek kell lennie a b) kérdésre adott értékkel. Felismerve, hogy az \mathcal{E} e.m.e. egyenlő az ellenállás végpontjai közötti V potenciálkülönbséggel, Ohm törvénye $I = \mathcal{E}/R$. Az adott számértékeket behelyettesítve,



- a) Higanyminta ellenállása a hőmérséklet függvényében. A T_c kritikus hőmérsékletnél az ellenállás hirtelen változik. Modern mérések szerint a szupravezető állapotban lévő anyagok fajlagos ellenállása kisebb mint $10^{-25} \Omega\text{m}$, vagyis valóban zérusnak tekinthető.



- b) Szupravezető gyűrűben és golyóban keltett elektromos áramnak olyan a mágneses tere, hogy a golyó lebeg. Az áramok évekig mérhető változás nélkül keringenek.

28-10 ábra
Szupravezetés.

Jellegzetes ellenállások.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{6 \text{ V}}{12 \Omega} = 0,5 \text{ A}$$

A feszültségforrás munkavégzésének sebességét a (28-13) egyenlet adja meg:

$$\frac{dW}{dt} = \mathcal{E}I = (6 \text{ V})(0,5 \text{ A}) = 3,00 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 3,00 \text{ W}$$

b) Az ellenálláson disszipált energiát, noha egyenlő dW/dt -vel, a (28-16) formula alkalmazásával is kiszámíthatjuk:

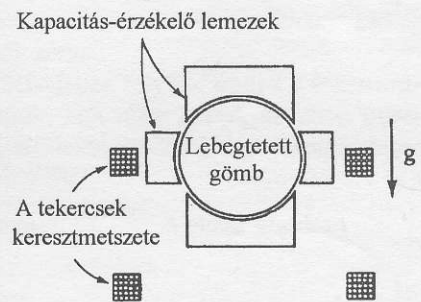
$$P = I^2 R = (0,5 \text{ A})^2 (12 \Omega) = 3,00 \text{ W}$$

Szupravezetés

H. Kammerlingh Onnes holland fizikusnak 1908-ban sikerült a héliumot cseppfolyósítania 4,2 K hőfokon és ezután tanulmányozni kezdte a fémek alacsony hőmérsékleti tulajdonságait. Három év múlva felfedezte a *szupravezetés* jelenségét. Megállapította, hogy bizonyos anyagok elektromos ellenállása meghatározott, rendszerint az abszolút zérus néhány fokkal meghaladó T_c kritikus hőmérséklet alatt, meghökkenítő módon hirtelen zérusra csökken. A zérus ellenállásnak meglepő következményei vannak. Például, ha szupravezető gyűrűben valamilyen módon áramot keltünk, akkor az áram a továbbiakban – feszültségforrás nélkül – végtelen ideig kering a körben, eközben hő nem fejlődik (nincs $I^2 R$ veszteség). Ilyen áramok ténylegesen évekig, mérhető veszteség nélkül keringtek.

A szupravezetés alkalmazásának érdekes példája a szupravezető graviméter (28-11 ábra), amelyet a Föld gravitációs terének nagyon pontos mérésére használnak. Egy kb. 2 cm átmérőjű alumínium gömbhéj felülete ólommal van bevonva. Az ólom a folyékony hélium hőmérsékletén ($\leq 4,2 \text{ K}$) szupravezető. A gömböt két, vízszintes szupravezető tekercs mágneses tere lebegteti. A tekercsek áramának bekapcsolásakor a növekvő mágneses tér a gömbben elektromos áramot kelt, s ennek hatására a gömb mágneses dipóllá válik. A tekercsek mágneses tere a gömböt (a mágneses dipólust) lebegteti anélkül, hogy az bármivel is érintkezne. A gömböt szimmetrikusan hat fémlemez veszi körül. Ha g értéke változik, a gömb kismértékben lesüllyed vagy felemelkedik. A megváltozott helyzet miatt a lemezek közötti kapacitás is megváltozik, amelyet a külső elektromos áramkörök érzékelnek, s ezzel jelezzik g változását. A 16-9 ábra a Föld gravitációs terének változásait mutatja; ezt ilyen szupravezetős műszerrel mérték.

Napjainkban számos tudományos laboratóriumban alkalmaznak folyékony héliummal hűtött szupravezető elektromágneseket; némelyik tekercsében 10^5 A nagyságrendű az áramerősség. Intenzív kutatás folyik olyan anyagok kifejlesztésére, amelyek magasabb hőmérsékleten is szupravezetők, mert így a meglehetősen drága folyékony hélium (ára kb. 3 US\$/liter) helyett a kb. ötvenszer olcsóbb, 77 K forráspontú folyékony nitrogén lenne alkalmazható. A szobahőmérsékleten is szupravezető anyagok felfedezésének komoly gazdasági következményei lennének: használatukkal az elektromos energia átvitele olcsóbb lehetne, nagy részecskegyorsítókban alkalmazott hatékony elektromágnesek, nagyteljesítményű, de kisméretű motorok készülhetnének; továbbá nagysebességű, mágnesesen lebegtetett vonatok lennének kifejleszthetők. A számítógépek áramköreiben alkalmazva a szupravezetők nagymértékben megnövelnék a számítások sebességét és egyúttal lecsökkentenék a számítógépek méreteit.



28-11 ábra

A szupravezető graviméterekben két vízszintes helyzetű (szupravezető) tekercs egy gömböt lebegtet. A gömb helyzetét a feltüntetett négy, és az ábrán nem feltüntetett, az ábra síkja felett és alatt elhelyezett további két lemez közötti kapacitások mérésével határozzák meg.

A szupravezetés nem egyszerűen az anyagok vezetőképességének valamilyen különös határesetre, hanem teljesen új kvantummechanikai effektus. Néhány vezető fém nem is válik szupravezetővé, míg bizonyos kerámiák (amelyek normál körülmények között szigetelők) szupravezetővé válnak a nitrogén forráspontja (77 K) felett is. 1972-ben John Bardeen, Leon Cooper és Robert Schrieffer kapott Nobel díjat a szupravezetést értelmező elméletükért, melynek lényege az, hogy *elektronpárok* energiavesztés nélkül, állandó sebességgel haladhatnak keresztül a szupravezetőkön.

28.7 Az áramsűrűség és a vezetőképesség

Számos esetben az elektromos áramok nem huzalokon vagy egyéb jól definiált vezetőkben folynak, hanem kiterjedt közegekben, például a légkörben, az óceánokban, a földben, elektrolitoldatokban, a csillagok ionizált gázokból álló atmoszférájában, plazmákban stb.. Ilyenkor célszerű az **áramsűrűség** fogalmát használni, melyet az *adott pontban az egységnyi felületen átfolyó áramerősséggel* határozzuk meg:

$$J \text{ ÁRAMSŰRŰSÉG} \quad J = \frac{I}{A} \quad (28-17)$$

(skalár alakban)

A (28-4) képlet szerint $I = nqv_d A$, így vektoralakban a **J** áramsűrűséget az alábbi módon írhatjuk fel:

$$J \text{ ÁRAMSŰRŰSÉG} \quad \mathbf{J} = nq\mathbf{v}_d \quad (28-18)$$

(vektor alakban)

Itt n az egységnyi térfogatban lévő szabad töltéshordozók mennyisége és \mathbf{v}_d az átlagos vándorlási sebesség. Szokás szerint \mathbf{v}_d úgy határozható meg, hogy iránya megegyezik a pozitív töltéshordozók mozgásának irányával. (Ha a negatív elektronok a töltéshordozók, az elektronok mozgásiránya éppen ellentétes \mathbf{v}_d -vel.)

Az Ohm törvényt az eddigiektől kissé eltérő formában is felírhatjuk egy ℓ hosszúságú és A egyenletes keresztmetszetű vezetőben folyó áram figyelembevételével: Ilyen vezető esetében, (feltéve hogy ohmikus ellenállású) $I = V/R$ és $E = V/\ell$. Így

$$I = \frac{V}{R} = \frac{E\ell}{R} = \frac{E\ell}{\left(\rho \frac{\ell}{A}\right)} = \frac{EA}{\rho}$$

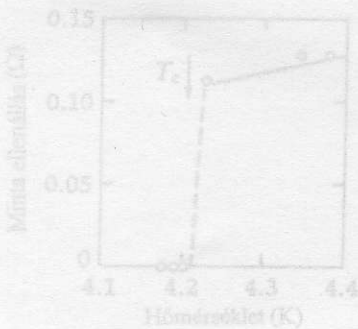
Az összefüggés mindkét oldalát az A területtel elosztva azt kapjuk, hogy

$$J = \frac{I}{A} = \left(\frac{1}{\rho}\right)E = \sigma E \quad (28-19)$$

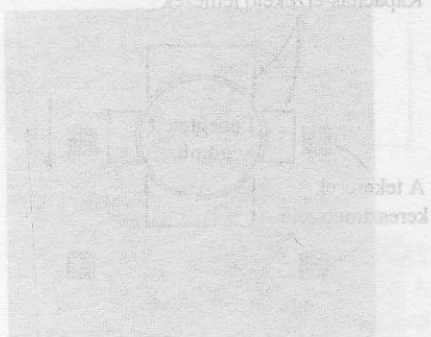
$$\text{AZ OHM TÖRVÉNY AZ ÁRAMSŰRŰSÉGGEL KIFEJEZVE} \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (28-20)$$

(differenciális Ohm törvény)

1987-ben Bednorz és Müller a magashőmérsékletű szupravezetés ($T_c = 35\text{K}$) felfedezéséért nyerték el a Nobel díjat (a fordító megj.)



Higanyminta ellenállása a hőmérséklet függvényében. A T_c kritikus hőmérsékletnél az ellenállás hirtelen változik. Modern mérések szerint a szupravezető állapotban lévő anyagok fajlagos ellenállása kisebb mint $10^{-28} \Omega\text{m}$, vagyis valóban zérusnak tekinthető.



28-11 ábra
a) Szupravezető gyűrűben áramlás
b) Szupravezető gyűrűben áramlás
c) Szupravezető gyűrűben áramlás
d) Szupravezető gyűrűben áramlás
e) Szupravezető gyűrűben áramlás
f) Szupravezető gyűrűben áramlás
g) Szupravezető gyűrűben áramlás
h) Szupravezető gyűrűben áramlás
i) Szupravezető gyűrűben áramlás
j) Szupravezető gyűrűben áramlás
k) Szupravezető gyűrűben áramlás
l) Szupravezető gyűrűben áramlás
m) Szupravezető gyűrűben áramlás
n) Szupravezető gyűrűben áramlás
o) Szupravezető gyűrűben áramlás
p) Szupravezető gyűrűben áramlás
q) Szupravezető gyűrűben áramlás
r) Szupravezető gyűrűben áramlás
s) Szupravezető gyűrűben áramlás
t) Szupravezető gyűrűben áramlás
u) Szupravezető gyűrűben áramlás
v) Szupravezető gyűrűben áramlás
w) Szupravezető gyűrűben áramlás
x) Szupravezető gyűrűben áramlás
y) Szupravezető gyűrűben áramlás
z) Szupravezető gyűrűben áramlás

Az anyagok σ fajlagos vezetőképességét a fajlagos ellenállás reciprokaként definiáljuk, $\sigma \equiv (1/\rho)$, SI egysége $(\Omega \text{ m})^{-1} \equiv \text{siemens (S)}$.

Immár két lehetőségünk van az anyagokban folyó elektromos áramok jellemzésére:

Makroszkopikus leírás
(véges méretű vezető esetén)

$$I = \frac{V}{R}$$

Mikroszkopikus leírás
(anyag belsejében,
egy adott pontban)

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (28-21)$$

A makroszkopikus leírás akkor hasznos, ha véges méretű áramkörü elemeink vannak, és az egész egységre vonatkozó V és R elektromos jellemzőket ki tudjuk fejezni. Ezzel szemben a mikroszkopikus leírás során az anyag belsejében adott pontra jellemző lokális paraméterek: az elektromos térerősség és áramsűrűség között teremtünk kapcsolatot; e leírásnál az anyag mérete, kiterjedése teljesen közömbös. (Ezért nevezik az utóbbit differenciális Ohm törvénynek.)

Néha a töltéssűrűség a vezető belsejében helyről-helyre változik. Ennek következményeként a \mathbf{J} áramsűrűség is pontról pontra változik. Adott A felületen áthaladó teljes I áramerősséget úgy számíthatjuk ki, hogy az áramsűrűséget a teljes A felületre integráljuk:

$$I_{\text{teljes}} = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} \quad (28-22)$$

Itt $d\mathbf{A}$ a felületelem-vektor, amelynek iránya az adott felületre mindenütt merőleges. Megjegyzendő, hogy míg az I áramerősség skalár, addig a \mathbf{J} áramsűrűség vektormennyiség.

28-4 PÉLDA

Nagyenergiájú elektrongyorsítóból kilépő kör keresztmetszetű elektron-nyaláb sugara 1 mm. a) Ha a nyaláb állandó keresztmetszetű és áramerőssége $8 \mu\text{A}$, mekkora a nyalábban az áramsűrűség? b) Az elektronok sebessége majdnem akkora, mint a fénysebesség, így sebességüket elhanyagolható hibával c -nek lehet tekinteni. Számítsuk ki a nyalábban az elektronok sűrűségét. c) Mennyi idő alatt távozik Avogadro számnyi elektron a gyorsítóból?

MEGOLDÁS

a) $J = \frac{I}{A} = \frac{8 \times 10^{-6} \text{ A}}{\pi(1 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 2,55 \text{ A/m}^2$

b) Az $I = nev_d$ képlet alapján:

$$n = \frac{I}{ev_d A} = \frac{2,55 \text{ A/m}^2}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(3 \times 10^8 \text{ m/s})} = 3,31 \times 10^{10} \text{ m}^{-3}$$

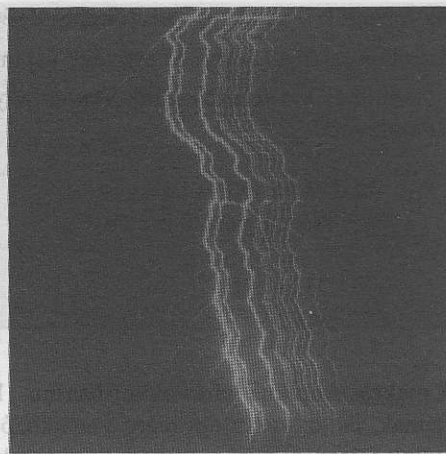
c) Az $I = \Delta Q / \Delta t$ képlet alapján

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{\Delta Q}{I} = \frac{N_A e}{I} = \frac{(6,02 \times 10^{23})(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})}{(8 \times 10^{-6} \text{ A})} \\ &= 1,20 \times 10^{10} \text{ s} \quad (\text{kb. } 381 \text{ év!}) \end{aligned}$$



1 msec

a) Ez a fénykép olyan speciális filmfelvevőgéppel készült, amelyben az expozíció alatt a film 27 m/s sebességgel mozgott. (Az idő a képen balról jobbra telik.) A képen látható egy halvány lépcsőzetes kép, ezek az *elővillámok*, melyek a felhő aljától lefelé indulnak és egyre hosszabbak; ezután látható a felfelé haladó nagyon fényes *fővillám* ami a földről a felhő felé irányul és olyan gyors, hogy egyetlen képnek tűnik és a fényessége fokozatosan csökken.



b) A fényképész ezt a sok kisülésből álló villámot úgy örökítette meg, hogy az expozíció alatt gépét ingaszerűen mozgatta. Elágazások rendszerint csak az első kisüléseken láthatók; a további kisülések ugyanazon a kis ellenállású, ionizált levegőben kialakult vezető csatornában futnak végig, amely mintegy 10^4 K hőmérsékletűre hevül fel (és amely elég forró ahhoz, hogy akár kőzeteket párologtasson el). Az áramvezető csatorna átmérője néhány mm és néhány cm közötti. A mennydörgést a forró ionizált levegő robbanásszerű kitágulása okozza.

28-12 ábra

A villámlás anatómiája. A legtöbb, felhő és föld közötti villám 3–5 kisülésből áll, melyek együttes időtartama néhány tizedmásodperc, így a szem képes a villámok villogását érzékelni. Néha az egy-egy kisülés hosszabb ideig tart, mint a többi, és a töltések áramlása a kis ellenállású vezető villámcsatornában néhány tizedmásodpercig folyamatos fényjelenséget idéz elő.

A villámoknak számos típusa van. Ezek részletei olyan filmfelvevőgéppel tanulmányozhatók, amelyben az expozíció alatt a film 27 m/s sebességgel mozog, így az események időbeli sorrendjét a filmen vízszintesen „szétteríti”. A 28-12a ábrán ilyen felvételt láthatunk: a tipikus villám úgy kezdődik, hogy halványan világító elővillámok sorozatában a felhő alsó részéből a föld felé egyre hosszabb kisülések indulnak meg. Ezek mindegyike után az ionizált vezető csatorna mintegy 50 méterrel meghosszabbodik; az elővillámok között mintegy 50 μ s-os szünet van. Végül, ha az elővillám megközelíti a földfelszínt, a csúcsa és a föld közötti nagyon erős elektromos erőtér hatására ott egy erős kisülés indul meg, ami után a földtől a felhő felé beindul a fővillámnak nevezett kisülés. A fővillám nagyon gyorsan, a fénysebesség tizede vagy fele sebességgel terjed felfelé a már kialakult vezető csatornában (ezért a fővillám a filmen egyszerű csíkként jelenik meg). Míg az elővillámok kialakulása a néhány km magasságban lévő felhők aljától a földig mintegy 0,02 s ideig tart, a fővillám visszafelé (felfelé) ezt a távolságot már mindössze 70 μ s alatt befutja. A villámban az áramerősség csúcserőértékének tipikus értéke néhány száz tízezer amper, a szállított töltés néhány száz tíz coulomb.

A 28-12b ábrán látható fényképet úgy készítették, hogy a fényképezőgépet nyitott zárral inga szerűen; így egy kb. 0,6 s-ig tartó villámban 12 kisülést lehetett elkülöníteni. (Ezek a fényképek Leon E. Salvane könyvéből („Lightning and Its Spectrum”, University of Arizona Press, 1980) származnak. Ebben a könyvben számos lenyűgöző fénykép található, továbbá sok tanács, hogy hogyan készítsünk nappal villámokról fényképeket egyszerű kisfilmes fényképezőgéppel.)

28-5 PÉLDA

Részecskegyorsítóból kilépő kör keresztmetszetű protonnyaláb sugara 0,6 mm. A 28-13a ábra az áramsűrűséget a tengelytől mért távolság függvényében mutatja. Mekkora a teljes nyaláb áramerőssége?

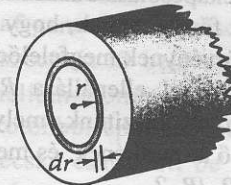
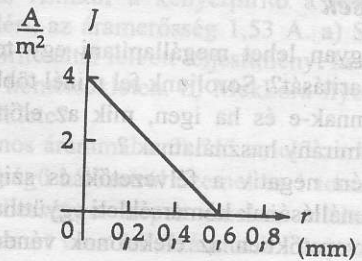
MEGOLDÁS

Az áramsűrűség hengersizmetriája miatt válasszunk ki egy r sugarú és dr szélességű elemi körgyűrűt (28-13b ábra). Így $dA = 2\pi r dr$. A 28-13a ábra szerint a J áramsűrűséget (SI egységben) $0 \leq r \leq 0,6$ mm tartományban a $J(r) = (4 - 4r/0,6 \times 10^{-3})$ A/m² képlettel adhatjuk meg. Így a teljes áramerősség:

$$I = \int_0^R J dA = \int_0^{0,6 \times 10^{-3} \text{ m}} (4 - 4r / 0,6 \times 10^{-3} \text{ m})(2\pi r) dr$$

$$I = \left(4r - \frac{4r^2}{1,2 \times 10^{-3} \text{ m}} \right) \Big|_0^{0,6 \times 10^{-3} \text{ m}}$$

$$= (2,4 - 0,30) \times 10^{-3} \text{ A} = 2,10 \text{ mA}$$



b) $dA = 2\pi r dr$ területű körgyűrű

28-13 ábra

A 28-5 példához.

Összefoglalás

Egy \mathcal{E} elektromotoros erejű feszültségforrás a dq töltésen dW munkát végez, mialatt a töltések potenciálját \mathcal{E} -vel megnöveli.

$$dW = \mathcal{E} dq$$

Az I elektromos áramerősség a vezető tetszőleges helyén a teljes keresztmetszeten időegység alatt áthaladó töltések mennyisége:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Az áramerősség irányát a pozitív töltések haladási irányával definiáljuk. (Noha I -nek iránya van, mégse vektormennyiség.) A fémek elektromos vezetésének klaszikus modellje szerint a vezetési elektronok a gázok molekuláihoz hasonlóan viselkednek; minden irányban véletlenszerűen mozognak. Amikor a vezetőben elektromos erőtér alakul ki, az elektronokra olyan erő hat, amely a véletlenszerű mozgás mellett az elektronokat v_d átlagos vándorlási sebességgel E irányával ellentétes irányban mozgatja. A vándorlás során az elektronok a helyhez kötött (rácsba rendezett) ionokkal, ill. atomokkal állandóan ütköznek. Az áramerősség egy olyan, állandó A keresztmetszetű vezetőben, melynek térfogat-egységében n darab, v_d átlagos vándorlási sebességgel mozgó vezetési elektron van:

$$I = nev_d A$$

AZ OHM TÖRVÉNY:

$$V = IR$$

Egy ℓ hosszúságú, állandó A keresztmetszetű rúd R ellenállása:

$$R = \frac{\rho \ell}{A}$$

ahol ρ az anyag fajlagos ellenállása. A fajlagos ellenállás α hőmérsékleti együtthatója a T hőmérsékleten mérhető ρ fajlagos ellenállás és a T_0 referencia-hőmérsékleten mérhető ρ_0 fajlagos ellenállás közötti kapcsolatra jellemző, az alábbi összefüggés szerint:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

Bizonyos elemek és anyagok megfelelően alacsony hőmérsékleten szupravezetővé válnak. Ekkor fajlagos ellenállásuk zérus.

Az anyagok belsejében folyó áramot a J áramsűrűséggel jellemezhetjük, ami megegyezik az adott pontban az egységnyi felületen áthaladó áram áramerősségével:

Skalár alakban

Vektor alakban

$$J = \frac{I}{A}$$

$$\mathbf{J} = nev_d$$

ahol n a q töltésű töltéshordozók száma térfogat-egységenként, és v_d a töltéshordozók átlagos vándorlási sebessége. Egy adott A felületen áthaladó áram I áramerőssége:

$$I = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A}$$

A DIFFERENCIÁLIS OHM TÖRVÉNY

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

ahol $\sigma = 1/\rho$, az adott anyag fajlagos vezetőképessége.

Kérdések

- Hogyan lehet megállapítani egy telep kapcsainak polaritását? Soroljunk fel minél több módszert.
- Vannak-e és ha igen, mik az előnyei a technikai áramirány használatnak?
- Miért negatív a félvezetők és szigetelők fajlagos ellenállásának hőmérsékleti együtthatója?
- A vezetőkben az elektronok vándorlási sebessége nagyon kicsi. Miért alszik el mégis a csillár rögtön a kapcsoló lekapcsolása után szinte azonnal?
- Mi lehet a fő oka annak, hogy az ellenállások nem az Ohm törvénynek megfelelően viselkednek?
- Vastag rézhuzal ellenállása R_1 . A huzal közepét kifurva csövet készítünk, melynek belső átmérője fele a külső átmérőjének; és melynek ellenállása R_2 . Mekkora R_2/R_1 ?
- Edison első izzólámpái lényegében szén izzószállal működtek. Vajon miért kellett ezekkel a lámpákkal egy ellenállást is sorba kötni?
- A 22. fejezetben gondosan kimutattuk, hogy a vezetők belsejében $E = 0$ akkor is, ha kívül E zérustól különbözik. Ebben a fejezetben miért állíthatjuk ennek éppen az ellenkezőjét?
- Egy telep kapcsolófeszültsége miként lehet nagyobb, mint az elektromotoros ereje?
- Régebben az autók elektromos rendszere 6 V-os volt. Vajon miért használnak ma 12 V-os rendszert?
- Két izzólámpa közül: az egyik 220 V, 25 W-os, a másik pedig 220 V, 100 W-os. Melyiknek az izzószála a nagyobb ellenállású?

Feladatok

28.3 Az elektromos áram

28A-1 Egy vezetőn 5 A erősségű áram halad át. Hány elektron halad át a vezető egy adott keresztmetszetén másodpercenként?

28A-2 Gázkisülési cső mindkét végén egy-egy fémlemez (elektród) van és közöttük nagy a potenciálkülönbség. Egy elektronforrás a negatív elektródnál elektronokat injektál a gázba. Az elegendően nagy sebességű elektronok néhány gázatomot ionizálnak, emiatt további elektronok és pozitív ionok képződnek. Ennek eredményeként 4×10^{17} elektron és 1×10^{17} ellentétes irányú egyszerűen töltött pozitív ion halad át a cső egy adott keresztmetszetén másodpercenként. Számítsuk ki az áram nagyságát és irányát.

28B-3 Egy 2 mm-es átmérőjű ezüst huzalon 2 óra 15 perc alatt 420 C töltés halad át, a) Atomonként egy vezetési elektront feltételezve, számítsuk ki a szabad töltések számát az ezüstben ($1/m^3$ egységekben); b) Mekkora a huzalban folyó áram erőssége? c) Számítsuk ki az elektronok átlagos vándorlási sebességét.

28B-4 Van de Graaf generátor mozgó szíja 30 cm széles és 20 m/s sebességgel halad. A szállított töltések a szíj egyik oldalán egyenletesen oszlanak el, a nagy potenciálú gömbre szállított töltések áramerőssége $0,15 \mu A$. Számítsuk ki a szíj felületi töltéssűrűségét.

28.4 Az elektromos ellenállás

28.5 Az Ohm törvény

28A-5 Rézhuzal átmérője 2,60 mm. A réz fajlagos ellenállása $1,77 \mu\Omega cm$. Számítsuk ki a huzal 200 m hosszú darabjának ellenállását.

28A-6 Az A és B betűkkel jelölt két kocka azonos ellenállású anyagból készült. Élhosszúságuk l illetve $10l$. Számítsuk ki az R_A/R_B hányadost, azaz a szemközti lapok között mért ellenállások arányát.

28A-7 A platina ellenálláshőmérő a platina ellenállásának hőmérsékletfüggésén alapul. Egy platina huzal tekercs ellenállása $20^\circ C$ -on 100Ω . Ha ugyanezt a tekercset éppen megszilárduló cinkolvadékba merítjük, ellenállása 256Ω . Számítsuk ki a cink olvadáspontját.

28A-8 Számítsuk ki a 1 m hosszú és $0,1 mm^2$ keresztmetszetű nichrome huzal ellenállását a) $20^\circ C$ -on és b) $100^\circ C$ -on.

28A-9 Számítsuk ki, hogy milyen hőmérsékleten lesz egy rézhuzal ellenállása éppen kétszer akkora, mint $20^\circ C$ -on.

28B-11 Egy R ellenállású huzalt eredeti hosszának 1,25-szeresére nyújtjuk meg. Számítsuk ki a megnyújtott huzal ellenállását.

28B-12 Ezüstből készült kocka tömege 90 g (az ezüst relatív sűrűsége 10,50). a) Mekkora az átellenes lapok közötti ellenállás? b) Számítsuk ki az elektronok átlagos vándorlási sebességét azt feltételezve, hogy az ezüstben atomonként egy vezetési elektron van, és a kocka átellenes lapjai közötti potenciálkülönbség 10^{-5} V.

28B-13 Egyik végüknél összerősítünk egy réz- és egy vele azonos átmérőjű és hosszúságú vashuzalt. Mekkora lesz a rézhuzal végpontjai közötti potenciálkülönbség, ha a másik (szabad) végük közé 12 V feszültséget kapcsolunk?

28.6 A Joule hő

28A-14 Egy 1000Ω -os ellenállás maximálisan 2 W teljesítményt képes disszipálni. Mekkora lehet a maximális potenciálkülönbség az ellenállás két végpontja között?

28A-15 Televíziók képcsövében az elektronágyból származó elektronok 25 kV-os potenciálkülönbség hatá-

sára a képernyő felé gyorsulnak. Hány watt teljesítmény disszipálódik a képernyőn, ha az elektronnyaláb átlagos áramerőssége 0,21 mA?

28A-16 Egy 12 V-os autóakkumulátor kapacitása 120 Ah (itt a kapacitás azt jelenti, hogy az akkumulátor kezdeti töltése 120 amper-óra). Parkolás során két 80 W-os fényszóróizzó bekapcsolva marad. Számítsuk ki, hogy hány óra alatt csökken az akkumulátor töltése az eredetinek a felére azt feltételezve, hogy a kapcsolási feszültség ezalatt nem változik. (Lásd még a 28C-43 feladatot is.)

28A-17 Egy 1300 W-os elektromos fűtőtest 120 V-os hálózatról üzemeltethető. Számítsuk ki a) a fűtőtest ellenállását és b) a felvett áramot.

28A-18 Számítsuk ki 100 liter víz 20°C-ról 90°C-ra való melegítésének költségét, ha 1 kWh energia ára 5 Ft.

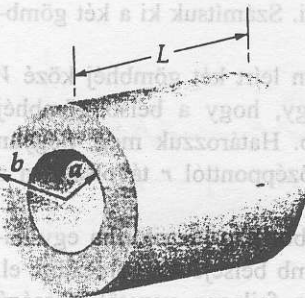
28A-19 Erőmű 60 kV-os feszültségen szolgáltat elektromos energiát távoli fogyasztó számára. a) Ha a feszültség a távvezeték károsodása nélkül 100 kV-ra növelhető, akkor azonos áramerősség mellett mennyivel több energia továbbítható? b) Megnő-e vajon a szállítási veszteség? Miért?

28A-20 Amikor egy izzólámpát (20°C-on) bekacsolunk, a kezdeti áramerősség a stationáriusnak mintegy tízszerese. Becsüljük meg az izzó volframszál hőmérsékletét.

28A-21 A 28-14 ábrán egy L hosszúságú hengeres csődarab látható, melynek belső és külső átmérője a , illetve b . A cső anyagának fajlagos ellenállása ρ . A cső két vége között meghatározott feszültség van, aminek hatására a cső tengelyével párhuzamos irányban áram folyik. Határozzuk meg az R ellenállást ρ , L , a és b függvényeként.

28B-22 Egy 110 V feszültséggel üzemelő 500 W teljesítményű fűtőtest fűtőszálja 0,5 mm átmérőjű nichrome huzal. Becsüljük meg a fűtőszál hosszát a) azzal a közelítéssel élve, hogy a fajlagos ellenállás változása a hőmérséklettel elhanyagolható és b) úgy, hogy a fajlagos ellenállás hőmérsékletfüggését is figyelembe vesszük. A szál hőmérséklete 1200°C. Mekkora teljesítményű lenne az a) kérdés válaszáként kapott hosszúságú fűtőszál ezen a hőmérsékleten?

28B-24 Kenyérpirító fűtőszála nichrome huzalból készült. A 120 V-os hálózathoz való csatlakoztatásakor (amikor a szál hőmérséklete 20°C) az átfolyó áramerősség 1,8 A, ám ahogy a fűtőszál melegszik, az áram-



28-14 ábra

A 28A-21, 28C-36 és a 28C-44 feladatokhoz.

erősség csökken. Amikor a kenyérpirító a működési hőmérsékletét eléri, az áramerősség 1,53 A. a) Számítsuk ki a kenyérpirító által felvett teljesítményt kenyérpirító a működési hőmérsékleten. b) Mekkora ilyenkor a fűtőszál hőmérséklete?

28B-25 Elektromos árammal működő emelőszerkezet a 220 V-os feszültségű hálózatról üzemel és 1 tonnás terhet 9 m/perc sebességgel képes emelni, mialatt 9 A áramerősségű áramot vesz fel. Számítsuk ki a) az emelőszerkezet felvett teljesítményét; b) a leadott teljesítményt és c) az emelő hatásfokát.

28B-26 Van de Graaf-generátor összesen 0,127 mC-nyi 4 MeV-os α -részecskét lő bele egy céltárgyba. (Az α -részecskék hélium-atommagok, amelyek két neutronból és két protonból épülnek fel.) a) Számítsuk ki, hány α részecske csapódott be a céltárgyba. b) Ha a besugárzás 6 percig tartott, mekkora volt a részecskenyaláb átlagos áramerőssége? c) Számítsuk ki a céltárgynak átadott teljes energiát (joule egységekben).

28B-27 Nagyenergiájú α -részecskék nyalábja ér egy céltárgyat. (Az α -részecske egy hélium atommag.) A nyaláb átlagos áramerőssége 0,3 μ A, a részecskék kinetikus energiája 20 MeV. Számítsuk ki az egy másodperc alatt a céltárgyat érő részecskék számát és b) a céltárgy által abszorbeált (elnyelt) teljesítményt.

28.7 Az áramsűrűség és a vezetőképesség

28A-28 A $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ egyenletből kiindulva és egyenletes keresztmetszetű hengeres vezetőt feltételezve vezessük le az Ohm törvényt ($V = IR$).

28A-29 Zivatarfelhők környezetében az elektromos térerősség 100 V/m, ugyanitt $6 \cdot 10^{-13}$ A/m² az áramsűrűség. Mekkora az légkör vezetőképessége ebben a tartományban?

28B-30 Mennyi hő fejlődik egy egyenletes, 2,6 mm átmérőjű rézhuzal egységnyi térfogatában egységnyi idő alatt, ha a huzalon 0,37 A áramerősségű áram folyik?

28B-31 Egy 1,2 m hosszú, 0,5 mm átmérőjű nichrome huzal két vége közé 5V feszültséget kapcsolunk. Számítsuk ki a huzalban a J áramsűrűséget (a huzal hőmérsékletét 20°C -on tartjuk).

28B-32 Az amerikai szabvány szerinti épületek belsejében 4,00 mm átmérőjű gumiszigetelésű réz-vezetékeken maximálisan 50 A áramerősségű áram folyhat. Egy huzalban, amelyben ekkora áram folyik, vajon mekkora a) a J áramsűrűség, és b) az elektromos térerősség és c) a hőfejlődés egy 3 m-es szakaszon?

28B-33 Ha egyenletes keresztmetszetű vezető két végpontja közé feszültséget kapcsolunk, a vezető teljes térfogatában E elektromos térerősség alakul ki (a végeknél az elektromos tér inhomogenitását elhanyagoljuk). Mutassuk meg, hogy a σ vezetőképességű vezető egységnyi térfogatában disszipált teljesítmény σE^2 .

28B-34 Egy ρ fajlagos ellenállású anyagon keresztül áram halad át, az áramsűrűség mindenütt J . Mutassuk meg, hogy a vezető egységnyi térfogatában disszipált teljesítmény ρJ^2 .

További feladatok

28C-35 A fajlagos vezetőképesség hőmérsékleti együtthatójának definíciója szerint $\alpha = (1/\rho)(d\rho/dT)$, ahol ρ az anyag fajlagos ellenállása T hőmérsékleten. a) Tegyük fel, hogy α állandó (azaz a hőmérséklettől nem függ). Mutassuk meg, hogy $\rho = \rho_0 e^{\alpha(T-T_0)}$, ahol ρ_0 a fajlagos ellenállás a T_0 referenciahőmérsékleten. b) Az exponenciális függvény sorba fejtésével mutassuk meg, hogy ha $\alpha(T - T_0) \ll 1$, akkor a fenti egyenlet a (28-9) egyenletté egyszerűsödik.

28C-36 A 28A-21 feladat módosítása: Tételizzük fel, hogy az áram a 28-14 ábrán vázolt cső belső és külső fala között, radiális irányban folyik. Határozzuk meg, hogy hogyan függ ekkor az R ellenállás az a , b , ρ és L paramétereiktől. (Útmutatás: Tekintsük az r sugarú és dr vastagságú vékonyfalú hengeres héj belső és külső fala közötti dR ellenállást; a teljes ellenállást ezen elemi ellenállások segítségével, integrálással kaphatjuk meg.)

28C-37 Egy ℓ hosszúságú huzal fajlagos ellenállásának hőmérsékleti együtthatója α . A huzal ellenállását úgy is megváltoztathatjuk, hogy megnyújtjuk, de úgy is, hogy melegítjük. Mutassuk meg, hogy egy $\Delta\ell/\ell$ relatív megnyúlás ebből a szempontból egyenértékű egy ΔT hőmérsékletnöveléssel, feltéve hogy $\Delta\ell/\ell = \alpha\Delta T/2$.

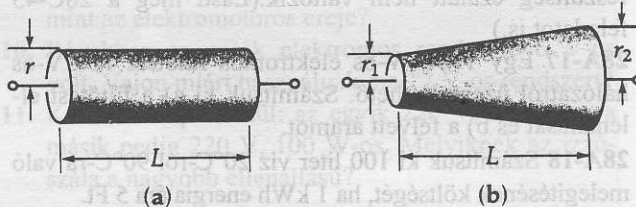
28C-38 Egy ℓ hosszúságú, egyenletes A keresztmetszetű vezető olyan anyagból készült, melynek fajlagos ellenállása a vezető mentén a $\rho = \rho_0(1 + bx)$ egyenlet szerint, lineárisan változik. a) Mi b SI egysége? b) Határozzuk meg, hogyan függ az R ellenállás a megadott paramétereiktől.

28C-39 Vákuumdióda I árama a ráadott V feszültségtől az $I = (2,5 \times 10^{-4}) V^{3/2}$ egyenlet szerint függ (I és V SI egységekben értendő). a) Vezessük le, hogy hogyan függ az R ellenállás a V feszültségtől. b) Vezessük le, hogy hogyan függ a P disszipált teljesítmény a V feszültségtől. c) Ábrázoljuk a fenti mennyiségeket V függvényében és hasonlítsuk össze az ohmikus ellenállásokra jellemző függvények alakjával.

28C-40 Grafitrudat és vele azonos átmérőjű nichrome rudat végeinél fogva összeerősítünk. Számítsuk ki a rudak hosszúságának arányát, abból a feltételből, hogy a (szabad végek közötti) teljes ellenállás kis hőmérséklettartományban független legyen a hőmérséklettől.

28C-41 A 28-15 ábrán két, azonos anyagból gyártott ellenállás látható. A véglapokat vezető réteggel vonták be. Tételizzük fel, hogy az ellenállások belsejében az áramsűrűség bármely, a tengelyre merőleges síkmetszet mentén állandó nagyságú. Mutassuk meg, hogy a két ellenállás azonos nagyságú, ha a henger r sugara egyenlő a csonkakúp r_1 és r_2 sugarának mértani közepé-

vel, azaz $r = \sqrt{r_1 r_2}$. (Útmutatás: a (b) ellenállás nagyságának kiszámításakor számítsuk ki a tengelyszimmetrikus, dx vastagságú, $y = r_1 + (r_2 - r_1)x/L$ sugarú vékony körlemezek átellenes lapjai közötti dR ellenállást. A teljes ellenállás van elemi ellenállások segítségével, integrálással kaphatjuk meg.)



28-15 ábra

A 28C-41 feladathoz.

28C-42 Egy elektronikus eszközre kapcsolt feszültség 5 V és 25 V között változik, az áthaladó áram áramerőssége pedig, 50 mA. Ábrázoljuk az eszköz R effektív ellenállását a V feszültség függvényében ebben a feszültségtartományban.

28C-43 A 28A-16 feladat esetében sokkal realisabb közelítés az, hogy az akkumulátor V feszültsége a $V = 12V \cdot e^{-(t/4)}$ egyenlet szerint exponenciálisan csökken, ahol t az órákban megadott időt jelenti. Számítsuk ki ezt a közelítést alkalmazva, hogy hány óra alatt fogy el az akkumulátor kezdeti töltésének a fele. (Meggjegyzendő, hogy a tényleges idő ennél a becslést értéknél rövidebb, ugyanis az izzólámpák ellenállása csökken az áramerősség csökkenésével.)

28C-44 Tételizzük fel, hogy a 28-14 ábrán látható cső külső és belső felületét valamilyen jó vezető anyaggal vonták be, így a két koaxiális hengeres vezető közötti teret σ fajlagos vezetőképességű anyag tölti ki. A két vezető közé V feszültséget kapcsolunk úgy, hogy a belső vezető legyen a nagyobb potenciálon. Ennek következtében sugárirányú áram indul meg a külső vezető felé. Mutassuk meg, hogy hogyan függ a J áramsűrűség a tengelytől r távolságban a megadott a , b , L , σ , V paramétereiktől.

28C-45 Két vékony, koncentrikus, gömbhéj vezető sugara a , ill. b ($a < b$). A köztük levő teret σ fajlagos vezetőképességű anyag tölti ki. Számítsuk ki a két gömbhéj közti R ellenállást.

28C-46 Az előző feladatban leírt két gömbhéj közé V feszültséget kapcsolunk, úgy, hogy a belső gömbhéj potenciálja legyen nagyobb. Határozzuk meg, hogyan függ a J áramsűrűség a középponttól r távolságban a megadott paramétereiktől.

28C-47 Egy a sugarú gömböt szimmetrikusan egy nagyobb, b sugarú üreges gömb belsejében helyezünk el. A gömbök közötti teret σ fajlagos vezetőképességű anyaggal töltjük ki. A két gömb közé V feszültséget

kapcsolunk. Mutassuk meg, hogy a gömbök között $I = 4\pi\sigma Vab/(b - a)$ áramerősségű áram folyik.

28C-48 Egy $\ell = 80$ cm hosszúságú, $r = 2$ mm sugarú vasrudat és egy vele azonos méretű ezüstrudat végénél fogva összeerősítünk. A szabad végek közé $V = 5V$ feszültséget kapcsolunk. a) Mekkora a feszültségesés az egyes rudakon Mekkora bennük b) a J áramsűrűség és c) az E elektromos térerősség?

28C-49 A hőmérsékletkülönbség hatására létrejövő hőáram (19.6 fejezet) és a feszültség következtében keletkező elektromos áram tulajdonságai szoros analógiára utalnak. Vezető anyagokban mind a dQ hőenergiát, mind pedig a dq töltést szabad elektronok közvetítik, illetve szállítják; következésképpen a jó elektromos vezetők egyúttal jó hővezetők is. Tekintsünk egy dx vastagságú, A felületű, σ fajlagos vezetőképességű lemezt, melynek lapjai között a potenciálkülönbség dV . Mutassuk meg, hogy az áramerősség $I = dq/dt$ kifejezése és a hőáram (19-19) egyenlet szerinti kifejezése egymással analóg:

Elektromos vezetés

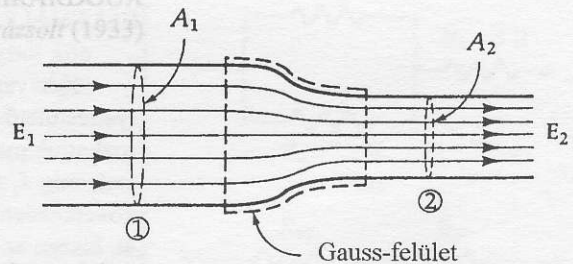
Hővezetés (19-19)

$$29 \quad \frac{dq}{dt} = -\sigma A \frac{dV}{dx} \qquad \frac{dQ}{dt} = -kA \frac{dT}{dx}$$

A hővezetés egyenletének megfelelően a k hővezetési együtthatójú anyagban dQ/dt hőáram (melynek SI egyisége J/s) dT/dx hőmérsékleti gradiens hatására jön létre.

Indokoljuk meg, miért jelenik meg a negatív előjel az egyenletekben.

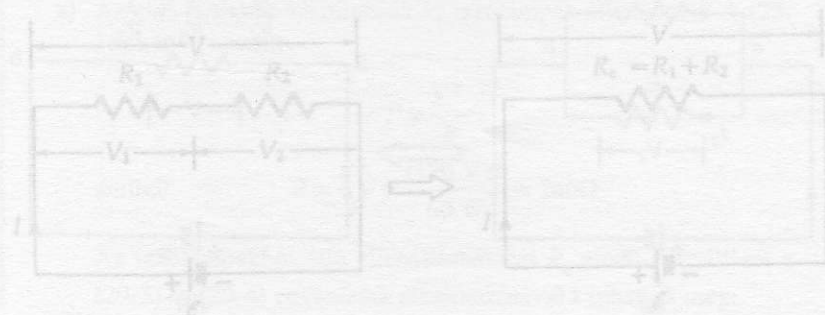
28C-50 A 28-16 ábrán illusztrált σ fajlagos vezetőképességű hengeres vezető keresztmetszete a szűkület két oldalán A_1 illetve A_2 . A vezető két vége közötti feszültség miatt a vezetőkben az elektromos térerősség nem zérus, ennek megfelelően áram folyik. a) Tekintsük a szűkületet teljesen körbevevő zárt Gauss felületet. Mekkora a bal oldali keresztmetszeten a Φ_E elektromos fluxus az ábrán feltüntetett mennyiségekkel kifejezve? b) Mekkora a J_1 és J_2 áramsűrűség a szűkülettől balra, illetve jobbra? c) Számítsuk ki az E_2 térerősséget mint E_1 , A_1 és A_2 függvényét. d) Számítsuk ki a v_2 átlagos vándorlási sebességet, mint v_1 és a keresztmetszeti területek függvényét.



28-16 ábra
A 28C-50 feladathoz.

29.2 Sorosan és párhuzamosan kapcsolt ellenállások

Bármely áramkör elemzésének első lépése annak megállapítása, hogy vajon az áramkört egyszerűsíthetjük-e az áramkörelemeinek átcsoportosításával. Ellenállásláncozat könnyen leegyszerűsíthetünk oly módon, hogy alkalmasan



a) Két sorba kapcsolt ellenállás

b) Az R eredő ellenállás

29-1 ábra
Két sorba kapcsolt ellenállás eredője a két ellenállás összege.

XXVII. Fejezet

- 27A-1** 0,885 pF
27A-3 a) $\frac{3}{5} C$ b) $3C$ c) C d) A kondenzátorok rövidebbre vannak zárva
27B-5 C
27B-7 $C = \epsilon_0 A(a + b)/[b(a - b)]$
27B-9 A válasz adott.
27B-11 A válasz adott.
27B-13 A válasz adott.
27B-15 a) 400 pC b) 80 V
27B-17 0,188 m²
27B-19 $C = C_0/(1 - f)k$
27B-21 $2\pi\epsilon_0 L\kappa_1\kappa_2 \left[\kappa_2 \ln\left(\frac{b}{a}\right) + \kappa_1 \ln\left(\frac{c}{b}\right) \right]^{-1}$
27A-23 a) 1,60 mJ b) 0,800 mJ
27B-25 A válasz adott.
27B-27 a) 600 nC, csökken b) 30 μ J, csökken c) 30 μ J
27B-29 A válasz adott.
27C-31 A válasz adott.
27C-33 267 V
27C-35 $C/L = \kappa 2\pi\epsilon_0 / [\ln(b/a)]$
27C-37 $1/(1 + \kappa)$
27C-39 $CV^2/2d$
27C-41 A válasz adott.
27C-43 $1,41 \times 10^{-15}$ m

XXVIII. Fejezet

- 28A-1** $3,12 \times 10^{19}$ elektron/s
28B-3 a) $5,86 \times 10^{28}$ elektron/m³ b) 51,9 mA c) $1,76 \times 10^{-6}$ m/s
28A-5 0,667 Ω
28A-7 418C°
28A-9 276C°
28B-11 1,56 R
28B-13 1,66 V
28A-15 5,25 W
28A-17 a) 11,1 Ω b) 1,08 A
28A-19 a) 66,7%-kal nagyobb teljesítmény b) Nem
28A-21 $\rho L/\pi(b^2 - a^2)$
28B-25 a) 2,16 kW b) 1,34 hp c) 46,3%
28B-27 a) $9,36 \times 10^{11}$ részecske b) 6,00 W
28A-29 $6,00 \times 10^{-15}$ s
28B-31 $4,17 \times 10^6$ A/m²
28B-33 A válasz adott.
28C-35 A válasz adott.
28C-37 A válasz adott.
28C-39 SI egységekben: a) $4000V^{2/3}$; $(2,50 \times 10^{-4})V^{5/2}$
28C-41 A válasz adott.
28C-43 8,32 h
28C-45 $(b - a)/4\pi ab\sigma$
28C-47 A válasz adott.
28C-49 A válasz adott.

XXIX. Fejezet

- 29A-1** 220 Ω
29B-3 a) A b) B c) 4,50
29B-5 A válasz adott.
29B-7 $R_{AB} = \frac{7}{5} R$
29B-9 wattban: 10, 16, 24, 30, 40, $53\frac{1}{3}$, $66\frac{2}{3}$, 100, 160
29A-11 9,20 V
29A-13 A válasz adott.
29A-15 A válasz adott.
29B-17 a) 5,00 Ω b) 6,00 A c) 2,00 A
29B-19 0,0860 Ω
29B-21 2,67 mA R_1 -en; 2,50 mA R_2 -n; 0,167 mA R_3 -on
29B-23 A válasz adott.
29B-25 A válasz adott.
29B-27 a) 2,41 k Ω b) 2,46 k Ω
29B-29 a) 0,517% b) 0,103%
29B-31 $R_1 = 5,025 \times 10^{-3} \Omega$; $R_2 = 4,523 \times 10^{-2} \Omega$;
 $R_3 = 4,523 \times 10^{-1} \Omega$; $R_4 = 4,523 \Omega$
29B-33 A válasz adott.
29A-35 A válasz adott.
29B-37 0,587 M Ω
29B-39 A válasz adott.
29B-41 1,44 μ F
29C-43 $R_1 = (R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A)/R_C$;
 $R_2 = (R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A)/R_A$;
 $R_3 = (R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A)/R_B$;
29C-45 $R_A = R_1 R_3 / (R_1 + R_2 + R_3)$;
 $R_B = R_1 R_2 / (R_1 + R_2 + R_3)$;
 $R_C = R_2 R_3 / (R_1 + R_2 + R_3)$;
29C-47 $R(1 + \sqrt{3})$
29C-49 A válasz adott.
29C-51 A válasz adott.
29C-53 A válasz adott.
29C-55 201 Ω
29C-57 $R/2$
29C-59 163 V; 1,43 M Ω
29C-61 0,050 J R_1 -en; 0,0167 J R_2 -n
29C-63 6,90 Hz

XXX. Fejezet

- 30A-1** $1,86 \times 10^{-6}$ m/s
30B-3 $F = 1,44 \times 10^{-13} \hat{y} - 3,36 \times 10^{-13} \hat{z}$ (newtonban)
30A-5 1,20 keV
30A-7 0,357 T
30B-9 $R_a = R_p = 42,8R$
30B-11 $R = \sqrt{2mV/qB^2}$
30A-13 $7,78 \times 10^5$ m/s
30B-15 $2,44 \times 10^5$ V/m
30B-17 b) 0,708 T