

1. feladat (25 pont)

$$f(x) = \frac{\sin(x^2 - 3x + 2)}{x^2 - 4} \quad (\mathbb{R} \text{ lehető legbővebb részhalmazán értelmezve})$$

Vizsgálja meg, hogy az f függvény hol folytonos, hol nem, és a szakadási helyeken a bal és jobboldali határértékek kiszámolása után állapítsa meg azok jellegét!

2. feladat (7+7=14 pont)

Határozza meg a következő függvények deriváltját! (Számolási szabályokkal.)

$$(a) \quad f(x) = \arcsin\left(\frac{x^2}{x^2 + 1}\right)$$

$$(b) \quad g(x) = \arctg(3\sqrt{x}) \cdot \operatorname{arsh}(2x + 5) \quad (x > 0)$$

3. feladat (13+13=26 pont)

Határozza meg a következő határértékeket!

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow 0+} x^x = ? \qquad (b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(5x^2)}{\operatorname{tg}^2(x)} = ?$$

4. feladat (7+10+10+8=35 pont)

$$f(x) = \frac{x}{1 + x^2}, \quad D_f = \mathbb{R}$$

Végezzen teljes függvényvizsgálatot a fenti függvényen, azaz

(a) Határozza meg a függvény szimmetriáját, zérushelyeit, limeszét $\pm\infty$ -ben!

(b) Határozza meg azokat a legbővebb intervallumokat, ahol a függvény monoton növekvő illetve csökkenő! Határozza meg a lokális szélsőérték helyeket!

(c) Határozza meg azokat a legbővebb intervallumokat, ahol a függvény konvex illetve konkáv! Határozza meg az inflexiós pontokat!

(d) Vázlatosan ábrázolja a függvényt! Határozza meg f értékkészletét!