

Kalkulus negyedik feladatsor

Gauss-elimináció II, Sorozatok

1. Számítsuk ki az alábbi mátrixok determinánsát Gauss-elimináció segítségével!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & -2 & 13 \\ -2 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -2 & -6 & 4 \\ -1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Döntsük el az alábbi sorozatokról, hogy korlátosak-e:

- a, $(a_n) = (1 + \frac{1}{n})$
- b, $(b_n) = ((-1)^n \cos(n))$
- c, $(c_n) = (2^n)$

Igaz-e, hogy valamelyik sorozat monoton?

3. Igazoljuk az alábbi határértékeket a definíció felhasználásával, azaz számítsuk ki a küszöbindexet!

- a, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 4n + 7}{n^2 + n + 1} = 3$
- b, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 10^8}{5n^6 + 2n^3 - 1} = 0$

4. Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

- a, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2n^2 + 5n} - \sqrt{2n^2 - n}$
- b, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^4 + 2n^2 + 3} - \sqrt{n^4 + n}$
- c, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{4n^4 + n^2 - 2} - 2n^2$

5. Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékét!

- a, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-2)^n + 3}{5 + 7^n}$
- b, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{2n}}{(-3)^n + 10^n}$
- c, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{2n}}{3^n + 9^n}$