

1. Feladat (10 pont)

Adja meg az

$$f(n) = 4f(n-1) - 3f(n-2)$$

rekurzív egyenlőség általános megoldását!

2. Feladat (20 pont)

Írja fel az

$$y' + \frac{3}{x}y = 5x - 4$$

differenciálegyenlet összes megoldását!

3. Feladat (20 pont)

Írja fel az

$$e^y y' = e^y - e$$

differenciálegyenlet $y(0) = 1$, illetve $y(0) = 2$ kezdeti feltételeket kielégítő megoldásait!

4. Feladat (15 pont)

Legyen

$$f_n(x) = \frac{1}{x^2 + n^4}$$

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = f(x) = ?$
- b) $\|f_n - f\| = ?$

5. Feladat (15 pont)

Milyen $x \in \mathbf{R}$ esetén folytonos illetve hol integrálható az alábbi sor összegfüggvénye:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(nx)}{3^n + 2^n}$$

6. Feladat (20 pont)

Írja fel az alábbi függvények $x_0 = 1$ körüli Taylor sorát és annak konvergencia tartományát:

$$f(x) = \frac{1}{4-x}, \quad g(x) = e^{x-1}$$