Túlélőkészlet valszám ZH2-re

Várható érték:

Diszkrét esetben: $\mathbf{E}(X) = \sum_i x_i \cdot \mathbf{P}(X = x_i)$, folytonos esetben: $\mathbf{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x)dx$.

$\mathbf{E}(aX + b) = a \cdot \mathbf{E}(X) + b$, tetszőleges $a, b \in \mathbb{R}$-re (linearitás).

Ha $Y = t(X)$, akkor $\mathbf{E}(Y) = \mathbf{E}(t(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} t(x) \cdot f_X(x)dx$, speciális esetben: $\mathbf{E}(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f_X(x)dx$

$\mathbf{E}(X + Y) = \mathbf{E}(X) + \mathbf{E}(Y)$, tetszőleges X és Y-ra. $\mathbf{E}(X \cdot Y) = \mathbf{E}(X) \cdot \mathbf{E}(Y)$, ha X és Y függetlenek.

Markov: Ha $X \geq 0$ (csak nemneg. értéket vesz fel) és létezik $\mathbf{E}X$, akkor $\mathbf{P}(X \geq \lambda \cdot \mathbf{E}X) \leq \frac{1}{\lambda}$, $\forall \lambda > 0$.

Szórásnégyzet, szórás:

$\boldsymbol{\sigma}^2(X) = \mathbf{E}((X - \mathbf{E}X)^2) = \mathbf{E}(X^2) - (\mathbf{E}X)^2 = \mathbf{E}((X - c)^2) - (\mathbf{E}(X - c))^2$, tetszőleges $c \in \mathbb{R}$-re.

$\boldsymbol{\sigma}(X) = \sqrt{\boldsymbol{\sigma}^2(X)}$ (a szórás a szórásnégyzetnek a gyöke). Mivel $\boldsymbol{\sigma}^2(X) \geq 0$, ezért ez értelmes, és $\boldsymbol{\sigma}(X) \geq 0$.

$\boldsymbol{\sigma}(aX + b) = |a| \cdot \boldsymbol{\sigma}(X)$, és $\boldsymbol{\sigma}^2(aX + b) = a^2 \cdot \boldsymbol{\sigma}^2(X)$ tetszőleges $a, b \in \mathbb{R}$-re (a szórás a lineáris a-ban!).

$\boldsymbol{\sigma}^2(X + Y) = \boldsymbol{\sigma}^2(X) + \boldsymbol{\sigma}^2(Y)$, ha X és Y függetlenek (a szórásnégyzet összegződik, nem a szórás!).

Csebisev: Ha létezik $\boldsymbol{\sigma}X$, akkor $\mathbf{P}(|X - \mathbf{E}X| \geq \lambda \cdot \boldsymbol{\sigma}X) \leq \frac{1}{\lambda^2}$, $\forall \lambda > 0$.

Nevezetes eloszlások várható értéke, szórásnégyzete stb.:

Diszkrét eloszlások ($q = 1 - p$ rövidítéssel) és folytonos eloszlások ($a < b$ és $\lambda > 0$):

Név:	Indikátor	Binomiális	Poisson	Geometriai
Jel:	$X \in I_A(p)$	$X \in B(n,p)$	$X \in Po(\lambda)$	$X \in G(p)$
Képlet:	$\mathbf{P}(X = 0) = q$ $\mathbf{P}(X = 1) = p$	$\mathbf{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$ $k \in \{0, 1, 2, \ldots, n\}$	$\mathbf{P}(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ $k \in \{0, 1, 2, \ldots\}$	$\mathbf{P}(X = k) = p \cdot q^{k-1}$ $k \in \{1, 2, 3, \ldots\}$
$\mathbf{E}(X)$	p	np	λ	$\frac{1}{p}$
$\boldsymbol{\sigma}^2(X)$	pq	npq	λ	$\frac{q}{p^2}$
$\boldsymbol{\sigma}(X)$	$\sqrt{pq}$	$\sqrt{npq}$	$\sqrt{\lambda}$	$\frac{\sqrt{q}}{p}$

Név:	Egyenletes	Exponenciális	Standard normál	Normális
Jel:	$X \in U(a,b)$	$X \in E(\lambda)$	$X \in N(0,1)$	$X \in N(m,\sigma)$
$f_X(x)$:	$\frac{1}{b-a}$, ha $x \in (a,b)$	$\lambda e^{-\lambda x}$, ha $x > 0$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} = \varphi(x)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sigma}\varphi(\frac{x-m}{\sigma})$
$F_X(x)$:	$\frac{x-a}{b-a}$, ha $x \in (a,b)$	$1 - e^{-\lambda x}$, ha $x > 0$	$\Phi(x)$	$\Phi(\frac{x-m}{\sigma})$
$\mathbf{E}(X)$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{1}{\lambda}$	0	m
$\boldsymbol{\sigma}^2(X)$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	1	σ^2
$\boldsymbol{\sigma}(X)$	$\frac{(b-a)}{\sqrt{12}}$	$\frac{1}{\lambda}$	1	σ

Együttes eloszlások:

Együttes eloszlásfüggvény: $F_{X,Y}(x,y) = \mathbf{P}(X < x \text{ és } Y < y)$.

Folytonos esetben sűrűségfüggvény: $f_{X,Y}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y} F_{X,Y}(x,y)$. $F_{X,Y}(x,y) = \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} f(u,v)dvdu$.

Peremeloszlás (sűrűségfüggvény): $f_X(x) = \int_{y=-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y)dy$ (a többi változó szerint kell integrálni!).

Függetlenség: $F_{X,Y}(x,y) = F_X(x) \cdot F_Y(y)$. Folytonos esetben: $f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)$.

Konvolúció (X és Y független, $Z = X + Y$):

Diszkrét: $\mathbf{P}(Z = k) = \sum_{i \in R_X} \mathbf{P}(X = i) \cdot \mathbf{P}(Y = k - i)$, folytonos: $f_Z(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(u) f_Y(t - u)du$.

Kovariancia, korrelációs együttható:

Kovariancia: $\mathrm{cov}(X,Y) = \mathbf{E}((X - \mathbf{E}X)(Y - \mathbf{E}Y)) = \mathbf{E}(X \cdot Y) - (\mathbf{E}X) \cdot (\mathbf{E}Y)$.

$\boldsymbol{\sigma}^2(X + Y) = \boldsymbol{\sigma}^2(X) + \boldsymbol{\sigma}^2(Y) + 2\mathrm{cov}(X,Y)$, $\mathrm{cov}(X,X) = \boldsymbol{\sigma}^2 X$, $cov(X,Y) = \mathrm{cov}(Y,X)$,

$\mathrm{cov}(aX + bY, Z) = a \cdot \mathrm{cov}(X,Z) + b \cdot \mathrm{cov}(Y,Z)$.

Korrelációs együttható: $R(X,Y) = \frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{\sigma X \cdot \sigma Y}$, $-1 \leq R(X,Y) \leq 1$.

Ha X és Y függetlenek, akkor $\mathrm{cov}(X,Y) = R(X,Y) = 0$, fordítva nem következik!