

Villamosmérnök alapszak Fizika2 3. vizsga, 2019. jún. 12.	F1	F2	F3	F4	M	E1	E2	E3	E4	E5	Összesen	Bónusz

NÉV: _____

Neptun kód: _____

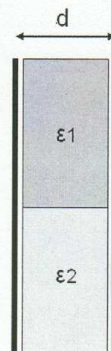
Előadó: Márkus / Sarkadi / Vizsgakurzus

1. Egy A felületű síkkondenzátor fegyverzei egymástól d távolságra vannak. A kondenzátor belsejét félig ε_1 , félig pedig ε_2 relatív dielektromos állandójú szigetelő tölti ki az ábra szerint. A kondenzátort U feszültségre töltjük fel.

a) Ha a kondenzátort két párhuzamosan kapcsolt, homogén dielektrikummal kitöltött kondenzátornak tekintjük, mekkora kapacitással rendelkezik a kondenzátor egyik, illetve a másik szigetelővel kitöltött fele? (1)

$$C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_1 \frac{A}{2d}$$

$$C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{A}{2d}$$



b) Mekkora felületi töltéssűrűség mérhető a fegyverzet egyik, illetve másik dielektrikumhoz közeli felületén? (1)

$$Q_1 = C_1 U \quad w_1 = \frac{Q_1}{A/2} = \frac{C_1 U}{A/2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \frac{A}{2d} U}{A/2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 U}{d}$$

$$Q_2 = C_2 U$$

$$w_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 U}{d}$$

c) Mennyi a kondenzátor össztöltése? (1)

$$Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2) U = \frac{\varepsilon_0 A U}{2d} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$$

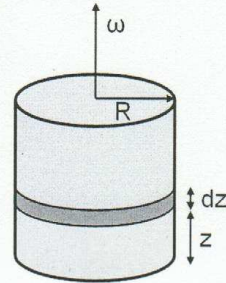
d) Hogy aránylik egymáshoz a két dielektrikumban található elektromos tér energiája? (2)

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\frac{1}{2} C_1 U^2}{\frac{1}{2} C_2 U^2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \frac{A}{2d}}{\varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{A}{2d}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

IMSC) Hogy aránylik egymáshoz a két dielektrikumban található elektromos tér energiasűrűsége? (2,5i)

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\frac{W_1}{V_1}}{\frac{W_2}{V_2}} = \frac{\frac{W_1}{\frac{A}{2}d}}{\frac{W_2}{\frac{A}{2}d}} = \frac{W_1}{W_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

2. Adott egy R sugarú, h magasságú szigetelő henger, amelynek palástját felületi töltésekkel látjuk el. A felületi töltéssűrűséget a $\sigma(z) = \sigma_0 \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)$ függvény adja meg, ahol z a henger egyik aljától mért távolság, σ_0 pedig egy állandó.



a) Válasszuk ki a hengerpalástnak egy igen keskeny, dz szélességű gyűrűjét, amely z távolságra van a henger aljától. Határozza meg a gyűrű dq töltését! (1)

$$dq = \epsilon_0 \cdot dA_{\text{gyűrű}} = \epsilon_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \cdot 2R\pi dz$$

b) Mennyi töltéssel rendelkezik a teljes hengerpalást? (1,5)

$$Q = \int dq = 2R\pi\epsilon_0 \int_0^h \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) dz = 2R\pi\epsilon_0 \left[-\frac{h}{\pi} \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right)\right]_0^h = 2R\epsilon_0 h \cdot (-(-1) - (-1)) =$$

$$Q = 4R\epsilon_0 h$$

c) A hengert ω szögsebességgel forgatjuk tengelye körül. Határozza meg a forgó henger mágneses momentumát! (1,5)

A forgó hengerpalást által képviselt áram: $I = \frac{Q}{T} = \frac{4R\epsilon_0 h}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{2R\epsilon_0 h \cdot \omega}{\pi}$

$\mu = I \cdot A = \frac{2R\epsilon_0 h \omega}{\pi} \cdot R^2 \pi = 2R^3 \epsilon_0 h \omega$

d) Mekkora forgatónyomaték hat a forgó hengerre, ha a forgástengelyére merőleges, homogén B indukciójú külső mágneses térbe helyezzük?

$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ $\vec{\mu} \perp \vec{B} \Rightarrow |\vec{M}| = |\vec{\mu}| |\vec{B}|$

$M = \mu \cdot B = 2R^3 \epsilon_0 h \omega \cdot B$

IMSC) A henger tehetetlenségi nyomatéka Θ . Mekkora lesz a precessió szögsebessége, miután a hengert elhelyeztük a homogén mágneses térben? (2,5i)

$\vec{N} = \Theta \vec{\omega}$

Δt idő alatt: \vec{N} $\Delta\varphi$ környeljesítés

Impulzusmomentum tétel: $\frac{\Delta N}{\Delta t} = M$ /; N

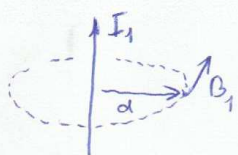
$\Rightarrow \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{M}{N}$ $\frac{\Delta N}{N} = \Delta\varphi$

$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{M}{N}$ $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \Omega$ Precessió' szögsebessége

$\Omega = \frac{M}{N} = \frac{2R^3 \epsilon_0 h \omega B}{\Theta \omega} = \frac{2R^3 \epsilon_0 h B}{\Theta}$

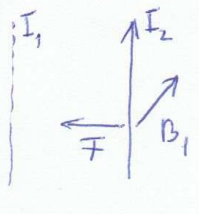
3. Adott két párhuzamos, l hosszúságú vezeték, melyek egymástól d távolságra helyezkednek el. Az egyikben $I_1(t) = I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\varphi_0}{2}\right)$ függvény szerint, a másikban $I_2(t) = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\varphi_0}{2}\right)$ függvény szerint változik az áram.

a) Határozza meg az 1. vezeték által keltett mágneses indukció $B_1(t)$ nagyságát a 2. vezeték helyén az idő függvényében! (1)



$$B_1(t) = \frac{\mu_0 I_1(t)}{2d\pi} = \frac{\mu_0 I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\varphi_0}{2}\right)}{2d\pi}$$

b) Határozza meg a két vezeték közt ébredő erő $F(t)$ nagyságát az idő függvényében! (1)



$$\vec{F} = I_2 (\vec{l} \times \vec{B}_1) \quad \vec{B}_1 \perp \vec{l} \Rightarrow F = I_2 l B_1$$

$$F = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\varphi_0}{2}\right) \cdot l \cdot \frac{\mu_0 I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\varphi_0}{2}\right)}{2d\pi}$$

$$F = \frac{\mu_0 l I_0^2}{2d\pi} \sin\left(\omega t + \frac{\varphi_0}{2}\right) \sin\left(\omega t - \frac{\varphi_0}{2}\right)$$

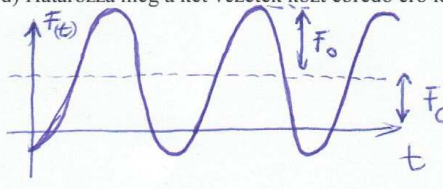
c) Fejezze ki az erőfüggvényt $F(t) = F_0 \cos(\omega' t) + F_C$ alakban, és határozza meg az F_0 és F_C és ω' konstansokat. Használja a $\sin(\alpha)\sin(\beta) = \frac{1}{2}\cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2}\cos(\alpha + \beta)$ trigonometrikus összefüggést!

$$(1) F(t) = \frac{\mu_0 l I_0^2}{4d\pi} \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_0}{2} - \omega t + \frac{\varphi_0}{2}\right) - \frac{\mu_0 l I_0^2}{4d\pi} \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_0}{2} + \omega t - \frac{\varphi_0}{2}\right)$$

$$F(t) = -\frac{\mu_0 l I_0^2}{4d\pi} \cos(2\omega t) + \frac{\mu_0 l I_0^2}{4d\pi} \cos(\varphi_0) \Rightarrow \begin{cases} F_0 = -\frac{\mu_0 I_0^2 l}{4d\pi} \\ F_C = \frac{\mu_0 I_0^2 l}{4d\pi} \cos(\varphi_0) \end{cases}$$

$$\omega' = 2\omega$$

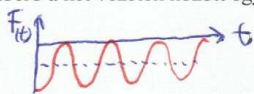
d) Határozza meg a két vezeték közt ébredő erő időátlagát a φ_0 paraméter függvényében! (2)

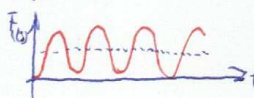


$$F_C: \text{időátlaga: } F_C$$

$$F_C = \frac{\mu_0 I_0^2 l}{4d\pi} \cos \varphi_0$$

IMSC) Milyen fázisszög mellett nem lép fel vonzóerő a két vezeték között egyetlen időpillanatban sem? Milyen fázisszög mellett nem lép fel taszítóerő a két vezeték között egyetlen időpillanatban sem? (2,5i)

Ha $\varphi_0 = 180^\circ \Rightarrow F_0 = F_C$  $F(t) \leq 0 \Rightarrow$ nincs vonzóerő

Ha $\varphi_0 = 0^\circ \Rightarrow F_0 = -F_C$  $F(t) \geq 0 \Rightarrow$ nincs taszítóerő

4. Egy P teljesítményű lézer λ hullámhosszúságú fényt bocsát ki. A lézerből kilépő nyalábot optikai eszközökkel tetszőleges átmérőjűre tudjuk formálni.

a) Mekkoraának válasszuk a nyaláb átmérőjét, hogy a fény intenzitása I_0 értékű legyen? (1)

$$I_0 = \frac{P}{A} = \frac{P}{\frac{d^2}{4}\pi} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4P}{I_0\pi}}$$

b) Mekkora a nyalábban a Poynting-vektor maximális értéke? (1)

$$|S_{\text{átl}}| = I_0 \quad S_{\text{átl}} = \frac{1}{2} S_{\text{max}} \Rightarrow S_{\text{max}} = 2I_0$$

c) Mekkora az elektromos tér, valamint a mágneses tér rezgéseinek amplitúdója a hullámtérben? (2)

$$S_{\text{max}} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E}_0 \times \vec{B}_0 \quad \vec{E}_0 \perp \vec{B}_0 \quad S_{\text{max}} = \frac{1}{\mu_0} E_0 B_0 \quad B_0 = \frac{E_0}{c}$$

$$S_{\text{max}} = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \Rightarrow E_0 = \sqrt{\mu_0 c S_{\text{max}}} = \sqrt{2\mu_0 c I_0}$$

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{2\mu_0 c I_0}{c} = \sqrt{\frac{2\mu_0 I_0}{c}}$$

d) Mekkora az elektromágneses tér maximális energia-sűrűsége a hullámtérben? (1)

$$w_0 = w_E + w_B = 2w_E = 2 \cdot \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 = \epsilon_0 \cdot 2\mu_0 c I_0 = 2 \epsilon_0 \mu_0 c I_0 = \frac{2I_0}{c}$$

IMSC) Hány foton hagyja el a lézert másodpercenként? (2,5i)

$$\text{Foton energiája: } \epsilon_f = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\Delta W = P \cdot \Delta t$$

$$\Delta N = \frac{\Delta W}{\epsilon_f} = \frac{P \cdot \Delta t}{\frac{hc}{\lambda}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{P \lambda}{hc}$$

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika2 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. Elektromosan töltött fémek többlettöltései a *fém felületén* helyezkednek el.
2. Az elektroszkóp mutatójának kitérési iránya *független* az elektroszkópra vitt töltések előjelétől.
3. Két egyforma, kezdetben nyugalomban lévő ponttöltés csak egymással lép kölcsönhatásba. Gyorsulásuk időben monoton *csökken* függvény szerint változik.
4. Síkkondenzátor lemezei közé $\epsilon_r=2$ dielektromos állandójú szigetelő lemezt csúsztatunk, miközben a fegyverzetek feszültsége nem változott. A kondenzátor energiája *2*-szeresére változott.
5. Ha a potenciál csak a tér egyik koordinátájától függ, és a függés lineáris, akkor az elektromos tér *homogén*.
6. Ha két fémfelületet ideális vezetővel összekötünk, a két felület *potenciálja* kiegyenlítődik.
7. A *mágneses indukció* zárt görbére vett integrálja megegyezik a görbe által határolt felületen átfolyó áramok μ_0 -szorosával.
8. Egy R ellenállású huzalt középen kettévágunk, a két darabot párhuzamosan kötjük. A kapott elrendezés ellenállása: *1/4* R
9. Általános irányú v kezdősebességgel indítunk egy töltött részecskét homogén mágneses térben. A részecske *csavarvonal* alakú pályára áll.
10. Hirtelen állandó mágneset közelítünk egy fonálra függesztett vezető karika felé. A karika és a mágnes között *torító* kölcsönhatást tapasztalunk.
11. Az elektromágneses hullámban az elektromos tér és a mágneses tér energia-sűrűségének hányadosa *1*.
12. Az elektromágneses hullámtér egy kijelölt térfogatában W energia található. Ugyanezen térfogatban az elektromágneses hullám impulzusa: *W/c*
13. A Bohr szerint csak olyan elektronpályák valósulhatnak meg az atomban, ahol az elektron *impulzusmomentuma* $h/2\pi$ egész számú többszöröse.
14. A Young-féle kétréses kísérlet a fény *hullám* természetét igazolja.
15. Born és Jordan szerint egy részecske hullámfüggvényének abszolútérték-négyzete a részecske *előfordulási valószínűségének* sűrűség-függvényét adja meg.

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázaltszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk.
Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Írja fel matematikai alakban, valamint fogalmazza meg egy-egy mondatban azon Maxwell-egyenleteket, mely kifejezi az elektromos tér forrasságát (1,5), valamint a mágneses tér forrásmentességét! (1,5)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Az elektromos térerősség zárt felületre vett integráljának megegyezik a felület által beránt töltések $1/\epsilon_0$ -szorosával. Tehát az elektromos tér forrása a töltések.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

A mágneses indukció zárt felületre vett integráljának nulla. Tehát a mágneses tér forrásmentes.

2. Írjon fel matematikai összefüggést, mely kapcsolatot teremt a tekercsben folyó áram, valamint a tekercs kivezetései között mérhető feszültség között! Nevezze meg az összefüggésben szereplő fizikai mennyiségeket! (1,5) Egy tekercsben egyenáramot folytatunk, majd hirtelen megszakítjuk az áramkört. Fogalmazza meg egy mondatban, mi történik ekkor, adjon magyarázatot a jelenségre! (1) Adjon meg matematikai összefüggést, mely segítségével meghatározható a tekercsben tárolt energia! (0,5)

$$U = L \frac{dI}{dt}$$

U : tekercs kivezetésein mérhető feszültség

L : tekercs öm indukciós együtthatója

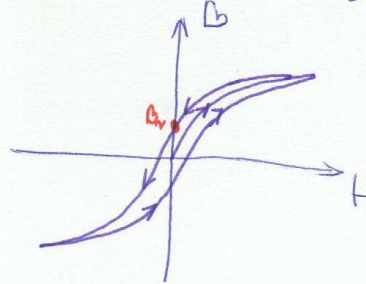
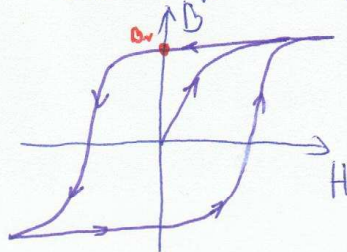
I : tekercsben folyó áram.

- Az áramkör megszakítását követően impulzus nem nagy feszültség jelenik meg a tekercs kivezetései között.
- Az áram megszakításakor hirtelen csökken le a mágneses tér a tekercs belsejében. A gyorsan változó mágneses fluxus nagy feszültséget indukál a tekercsben.
- Tekercsben tárolt energia:
$$W = \frac{1}{2} L I^2$$

3. Vázlatosan rajzolja fel egy kemény, valamint egy lágy mágneses anyag hiszterézis-görbéjét! (1) Jelölje meg a diagramon azt a pontot, amelyről leolvasható az anyag remanens mágnesezettsége a külső mágneses tér kikapcsolása után! (1) Definiálja a Curie-hőmérséklet fogalmát! (1)

Kemény ferromágneses anyag

Lágy ferromágneses anyag



• B_r : Remanens mágneses indukció

Curie hőmérséklet: amely felett a ferromágneses anyag paramágnesesre válik

4. Fogalmazza meg egy mondatban, mi történik az Einstein-féle fotoeffektus során! (1) Adja meg a folyamat energiámérlegét leíró matematikai összefüggést, nevezze meg a benne szereplő fizikai mennyiségeket! (1) Mi a feltétele annak, hogy fotoeffektus játszódjon le egy adott fényforrással megvilágított fémlemez felületén? (1)

• Az anyag egy kötött elektronja elnyel egy fotont, aminek hatására az elektron kilép az anyagból.

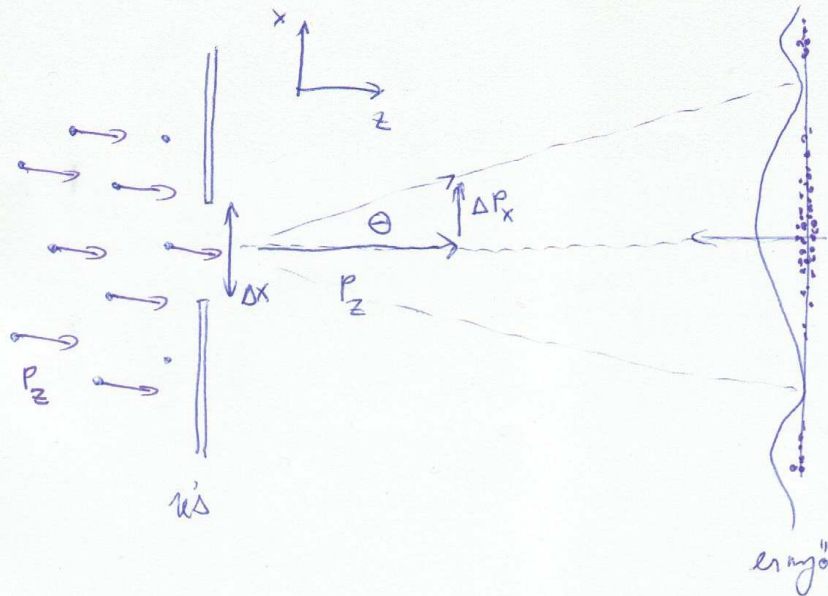
$$h \cdot f = W_{ki} + \frac{1}{2} m v^2$$

↑ kilépő elektron mozgási energiája
↑ anyagra jellemző kilépési munka

↑ beérkező foton energiája: h : Planck-állandó; f : fény frekvenciája

• Fotoeffektus feltétele: A beérkező foton energiája legyen nagyobb, mint az adott fém kilépési munkája

5. Keskeny, Δx szélességű résen P_z impulzusú részecskenyaláb halad át. Az áthaladó részecskéket távoli ernyőn fogjuk fel. Vázlatosan ábrázolja a kísérletet és az ernyőn becsapódó részecskék valószínűségi eloszlását! (1) A kísérletből kiindulva levezetéssel világítson rá a Heisenberg-féle határozatlansági elvre! (2) Használja ki, hogy a résen elhajló hullám első kioltási iránya $\theta \approx \frac{\lambda}{\Delta x}$



Δp_x : x irányú impulzusváltozás az elhajlás

követően

Kis szögek esetén

De-Broglie hullámhossz

$$\tan \theta = \frac{\Delta p_x}{p_z}$$

$$\frac{\Delta p_x}{p_z} \approx \theta = \frac{\lambda_0}{\Delta x}$$

$$\lambda_0 = \frac{h}{p_z}$$

$$\frac{\Delta p_x}{p_z} \approx \frac{h}{p_z \Delta x}$$

⇓

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \approx h$$