

Analízis 1. próba zárthelyi

1999-09-30

K

1. (10 pont)

Bizonyítsa be a határérték definíciója alapján, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 2}{7n^2 - 3} = \frac{5}{7}$$

2. (20 pont)

Konvergens-e az alábbi sorozat, és ha igen, mennyi a határértéke?

$$a_1 = 4, \quad a_{n+1} = 12 - \frac{20}{a_n}$$

3. (20 pont)

$$a_n = \left(\frac{1-n}{1+n} \right)^n \frac{q^n}{3^n}, \quad q \in [0, 3]$$

$$\overline{\lim} a_n = ? \quad \underline{\lim} a_n = ?$$

4. (15 pont)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n^2} \right)^n = ?$$

5. (15 pont)

Hol és milyen típusú szakadása van az alábbi függvénynek?

$$f(x) = \frac{(x-3)(x+7)(x-5)}{(x+4)(x-5)^3(x-3)}$$

6. (20 pont)

Deriválható-e, és ha igen, mennyi a deriváltja a következő függvénynek az $x_0 = 0$ pontban?

a) $f(x) = \sin x$

b)

$$g(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{ha } x \neq 0 \\ 0 & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$