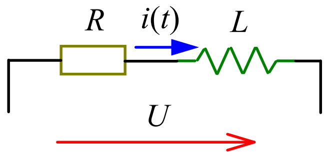
A mágneses tér energiája, állandó mágnesek, erőhatások, veszteségek

A mágneses tér energiája

Egy koncentrált paraméterű R ellenállással és L induktivitással jellemzett tekercs U=áll. feszültségre kapcsolásakor az $U = u_R(t) + u_L(t) = u_R(t) + L\dfrac{di(t)}{dt} = i(t)R + \dfrac{d\psi(t)}{dt}$ feszültség egyenlet érvényes.



Koncentrált paraméterű tekercs modell

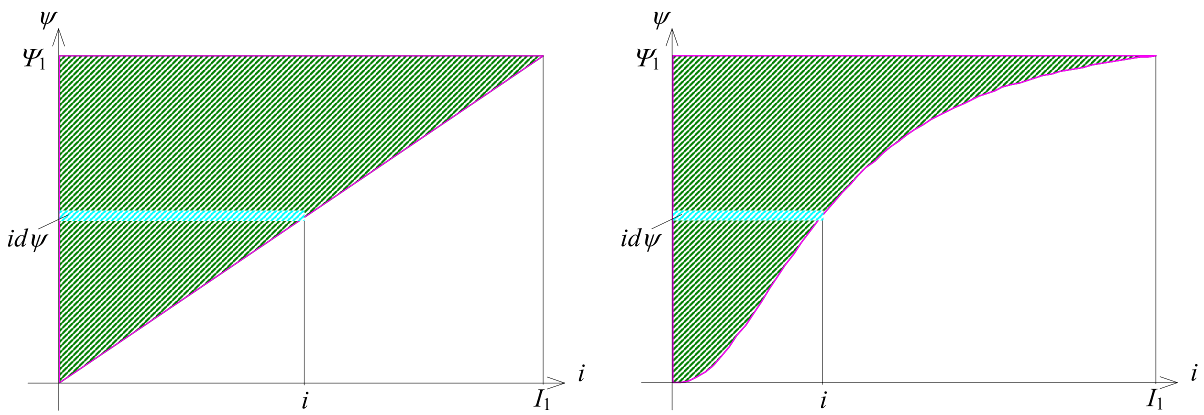
A tekercs által dt idő alatt felvett energia: $dw = Ui(t)dt = dw_R + dw_m = i^2(t)Rdt + i(t)d\psi(t)$.
Az energia egyik része – $i^2(t)Rdt$ – a tekercs ellenállásán hővé alakul, másik része pedig – $i(t)d\psi(t)$ – felhalmozódik a mágneses térben. Ez utóbbi rész az áram csökkenésekor – a tér leépülésekor – visszanyerhető.
Ha egy bekapcsolási folyamat alatt a $\psi(t)$ fluxus 0-ról Ψ_1 értékre nő (az $i(t)$ áram 0-ról I_1-re), akkor a mágneses térben felhalmozódó teljes W_{m1} energia:

$$W_{m1} = \int_0^{\Psi_1} i(t)d\psi \, .$$

Lineáris $\psi(i)$ kapcsolat (pl. vasmentes tekercs) esetén L=áll., $\Psi_1 = LI_1$ és $d\psi = Ldi$, így az integrál egyszerűsíthető:

$$W_{m1} = \int_0^{\Psi_1} i(t)d\psi = L\int_0^{I_1} i(t)di = \frac{1}{2}LI_1^2 = \frac{1}{2}\Psi_1 I_1 = \frac{1}{2}\frac{\Psi_1^2}{L} \, .$$

A tekercsben felhalmozott mágneses energia a <u>tekercsfluxusból</u> és az áramból számítható, <u>azonos áramnál</u> az induktivitással arányos.
Ferromágneses anyagot tartalmazó körben (pl. vasmagos tekercsnél) a $\psi(i)$ kapcsolat nemlineáris, L≠áll., ezért az integrálás nem egyszerűsíthető.



Egy tekercsben felhalmozott energia, ha a közeg
nem ferromágneses *ferromágneses*

A fenti tekercset a tápforrásról lekapcsolva a mágneses térben tárolt energiát visszakapjuk, a fluxuscsökkenés hatására keletkező önindukciós feszültség ugyanis az áram fenntartására, csökkenésének késleltetésére törekszik (l. Lenz törvénye). Ez az induktív áramkörök megszakításakor is igaz, ezért az ilyen művelet különös figyelmet és körültekintést igényel.

Homogén, lineáris esetben (μ=áll. esetén) a mágneses energia egyszerűen kifejezhető a térjellemzőkkel is.

A $\Psi=N\Phi=NBA$ és a $\Theta=NI=H\ell$ összefüggések felhasználásával

$$W=\frac{1}{2}\Psi I=\frac{1}{2}NBA\frac{H\ell}{N}=\frac{1}{2}VHB\,,$$

ahol $V=A\ell$ – a vizsgált térfogat.

A térfogategységben tárolt energia (energiasűrűség):

$$w=\frac{W}{V}=\frac{1}{2}HB=\frac{1}{2}\mu H^2=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu}\,.$$

Homogén, nemlineáris térben ($\mu\neq$áll. esetén, pl. vasmagos szolenoid, toroid)

$$W=\int_0^{\psi_1}i(t)d\psi=\int_0^{\psi_1}\frac{H\ell}{N}d\psi=\int_0^{\Phi_1}\frac{H\ell}{N}Nd\Phi=\int_0^{B_1}A\ell HdB=V\int_0^{B_1}HdB\,,$$

a térfogategységben tárolt energia (energiasűrűség) pedig:

$$w=\int_0^{B_1}HdB\,.$$

Az utóbbi összefüggés az inhomogén tér egyes pontjaira is igaz, így általános esetben, adott V térfogat mágneses energiája:

$$W=\int_V\int_B HdBdV\,.$$

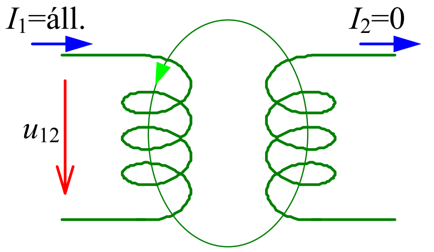
Csatolt körök mágneses energiája

Vasmentes közegben kéttekercses rendszert vizsgálva legyen az első tekercs árama I_1=állandó, a második tekercs pedig árammentes. Ebben az esetben az első tekercsben (annak mágneses terében) felhalmozott energia:

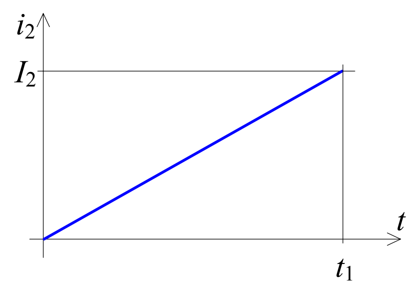
$$W_1=\frac{1}{2}L_1I_1^2\,.$$

Ezután a második tekercs $i_2(t)$ áramát nulláról I_2-re növelve – a ψ_{12} fluxus kialakulása és változása miatt – az első tekercsben is feszültség indukálódik, amelynek nagysága a $\frac{di_2}{dt}$ áramváltozás hatására:

$$u_{i12}=\frac{d\psi_{12}}{dt}=M_{12}\frac{di_2}{dt}\,.$$



Kiindulási állapot



A második tekercs áramának növelése

Amennyiben i_2 változása során a tekercsek azonos irányban mágneseznek ($\psi_1=\psi_{11}+d\psi_{12}$), akkor az indukálódó u_{i12} feszültség – Lenz törvénye értelmében – I_1-et csökkenteni akarja (hogy az 1. tekerccsel kapcsolódó eredő fluxus változatlan maradjon). I_1 állandó értéken maradásához $i_2(t)$ változásától függő $dw=u_{i12}I_1dt=M_{12}I_1di_2$ energia-bevitelre van szükség az 1. tekercset tápláló forrásból.
Az $i_2(t)$ teljes változási ideje alatt ($t=0 \rightarrow t_1$) a csatolás miatt szükséges energiafelvétel:

$$W_{cs} = \int_0^{I_2} M_{12} I_1 di_2 = M_{12} I_1 I_2 .$$

A második tekercs terének felépítése során a 2. tekercsben felhalmozott energia: $W_2 = \frac{1}{2} L_2 I_2^2$.

A két tekercs együttes energiája tehát:

$$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + M_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 .$$

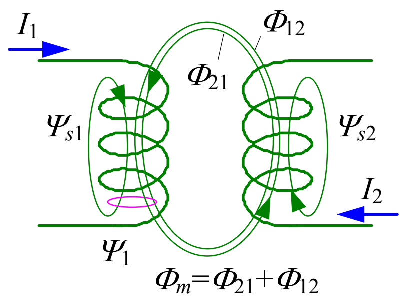
A bekapcsolás sorrendjétől a teljes felhalmozott energia általában nem függ, fordított sorrend esetén, a második tekercs után az első feszültségre kapcsolásakor

$$W = \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M_{21} I_2 I_1 + \frac{1}{2} L_1 I_1^2 .$$

A csatolás miatti tag előjele attól függ, hogy a két áram egymás mágneses hatását erősíti vagy rontja, így $M I_1 I_2 \lessgtr 0$.

Csatolt körök szórásának számítása a mágneses energia alapján

Ha egy tekercs csak részben kapcsolódik a közelében elhelyezkedő másik tekercs fluxusával, akkor a mágneses energia egy része a közös, másik része a szórt térben halmozódik fel. Ezért valamilyen előírt közös tekercsfluxus létrehozása többletenergiát igényel, a szórt térbe kerülő energiát.



Csatolt tekercsek

Tételezzük fel, hogy az 1. tekercsben akkora Ψ_1 fluxust kell létrehozni, ami nagyobb az I_1 áram által létrehozhatónál ($\Psi_1 > \Psi_{11}=I_1L_1$), tehát a 2. tekercs közreműködése, az I_2 által előállított $\Psi_{12}=I_2M_{12}$ is szükséges: $\Psi_1=I_1L_1+I_2M_{12}$.

Ψ_1 létrehozása során így kialakul a 2. tekercs Ψ_{s2} szórása is, a 2. tekercs szórt terében is felhalmozódik valamennyi energia.
A két tekercs együttes mágneses energiája az előzőek szerint:

$$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + M_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 .$$

Vizsgáljuk meg azt, hogy mekkora W^* energiával (és mekkora I_1^* árammal) lehetne az előírt Ψ_1 fluxust egyedül csak az 1. tekercs árama által létrehozni. Mivel így I_2=0 maradhat, nem alakul ki a Ψ_{s2} szórt fluxus és nem is tárol energiát a 2. tekercs szórt tere.

$$I_1^* = \frac{\Psi_1}{L_1} = I_1 + \frac{M_{12}}{L_1} I_2 .$$

Ezzel az I_1^* árammal számolva a Ψ_1 fluxus kialakítása során tárolt energia:

$$W^* = \frac{1}{2} L_1 I_1^{*2} = \frac{1}{2} L_1 \left(I_1^2 + 2 I_1 \frac{M_{12}}{L_1} I_2 + \frac{M_{12}^2}{L_1^2} I_2^2 \right) = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + M_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2} \frac{M_{12}^2}{L_1} I_2^2 .$$

Az előző esetben a 2. tekercs szórt fluxusának létrehozására fordított W_{s2} energia megegyezik a W-W^* különbséggel:

$$W_{s2} = W - W^* = \frac{1}{2} L_2 I_2^2 \left(1 - \frac{M_{12}^2}{L_1 L_2} \right) .$$

A zárójelben lévő kifejezés a 2. tekercs szórási tényezője: $\sigma_2 = 1 - \frac{M_{12}^2}{L_1 L_2}$, amivel

$$W_{s2} = \frac{1}{2} \sigma_2 L_2 I_2^2 .$$

Mivel $M_{12}^2 \le L_1 L_2$, ezért $0 < \sigma_2 < 1$.

A szórási tényező értelmezése tehát: az I_2 áram a $\sigma_2 L_2$ induktivitáson hozza létre a szórt fluxust, az $(1-\sigma_2)L_2$ induktivitáson az 1. tekerccsel is kapcsolódó Ψ_{12} kölcsönös fluxusrészt:

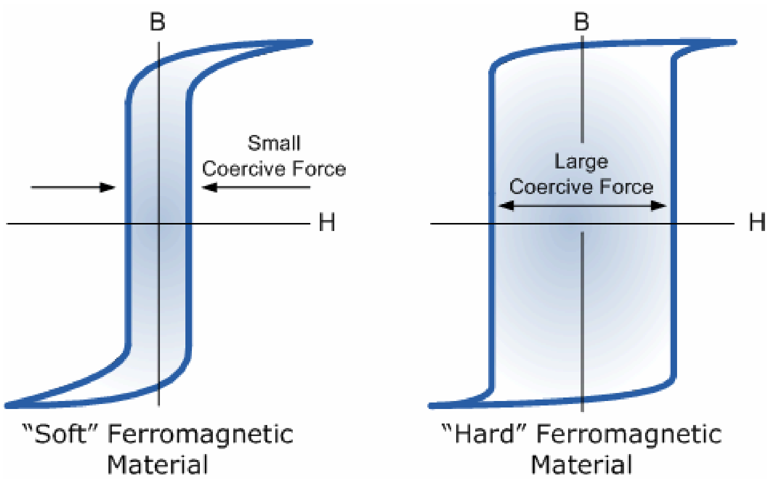
$$\Psi_{s2} = I_2 \sigma_2 L_2 \text{ és } \Psi_{12} = I_2 (1-\sigma_2) L_2, \text{ mivel } \Psi_{22} = \Psi_{s2} + \Psi_{12} = I_2 L_2 .$$

Másképpen, a szórási tényező egy tekercs szórt fluxusának és teljes fluxusának hányadosa:

$$\sigma_2 = \frac{\psi_{s2}}{\psi_{22}} .$$

A 2. tekercs szórt terének energiája a tekercs által létrehozott mágneses térben felhalmozott teljes W_2 energia σ_2-szerese: $W_{s2} = \sigma_2 W_2$.

Fordított esetben, amikor valamilyen Ψ_2 fluxust kell létrehozni az 1. tekercs közreműködésével, akkor az 1. tekercs szórt terének létrehozásához szükséges energia számítható. Az 1. tekercs szórási tényezője: $\sigma_1 = 1 - \frac{M_{21}^2}{L_1 L_2}$.



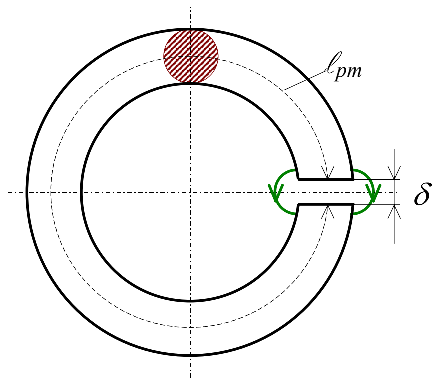
A lágy- és a kemény mágnes jellemző hiszterézis görbéje

Állandó mágnesek

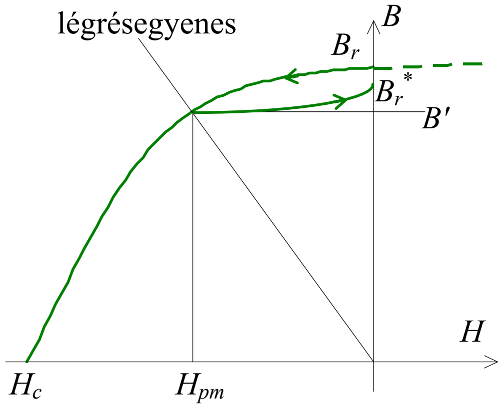
Az állandó mágnesek olyan anyagok, amelyek mágneses tere egyszeri felmágnesezés után gerjesztés nélkül is tartósan megmarad, ami csak erős lemágnesező hatással szüntethető meg. Ezeket az anyagokat kemény mágneseknek is nevezik, a könnyen átmágnesezhető lágy mágnesektől eltérő tulajdonságaik kifejezésére. Általában a $\left|H_c\right| > 10\,\dfrac{\mathrm{kA}}{\mathrm{m}}$ koercitív erejű mágnest tekintik keménynek.

Egy zárt gyűrű alakú anyagban (toroid alakú permanens mágnesben – pm) a telítési indukcióig történő mágnesezését követően, a gerjesztés megszűnte után B_r remanens indukció marad fenn. Mivel a Θ gerjesztés ekkor már zérus, a gerjesztési törvény értelmében a vas H_{pm} térerőssége is zérus, így a W_m tárolt mágneses energia is az.

A továbbiakban a *pm* index a kemény mágnesre (permanens mágnes) vonatkozik.



Gyűrű alakú állandó mágnes



Állandó mágnes B_{pm}-H_{pm} görbéje (munkatartománya)

A gyűrűbe légrést nyitva a gerjesztési törvény szerint $H_{pm}\ell_{pm}+H_\delta\delta=0$ (mivel továbbra sincs gerjesztés), amiből a vas megváltozott térerőssége:

$$H_{pm} = -H_\delta \frac{\delta}{\ell_{pm}},$$

itt ℓ_{pm} – a közepes erővonalhossz az állandó mágnesben.

Tehát negatív előjelű, lemágnesező térerősség alakul ki az állandó mágnesben, az indukció pedig a mágnesezési görbe szerint a remanens értékről B' értékre csökken.

Ha a szórás elhanyagolható, $\Phi_s=0$, akkor a fluxus az állandó mágnesben és a légrésben megegyezik, $\Phi_{pm}=\Phi_\delta$ vagy $B_{pm}\,A_{pm}=B_\delta\,A_\delta$, amiből $B_\delta = B_{pm}\dfrac{A_{pm}}{A_\delta}$.

B_δ kifejezését a gerjesztési törvényből kapott előző összefüggésébe helyettesítve:

$$H_{pm} = -\frac{B_\delta}{\mu_0}\frac{\delta}{\ell_{pm}} = -\frac{1}{\mu_0}\frac{A_{pm}}{A_\delta}\frac{\delta}{\ell_{pm}}B_{pm} = -aB_{pm},$$

vagyis a légrés $B_\delta=\mu_0 H_\delta$ összefüggése és a gerjesztési törvény alapján lineáris kapcsolatot kapunk az állandó mágnes térerőssége és indukciója között (légrésegyenes).

Ha a légrés szórása nem elhanyagolható, akkor a légrés A_δ keresztmetszetén a fluxus kisebb, mint az állandó mágnesben. $\sigma = \dfrac{\Phi_s}{\Phi_{pm}}$ értelmezéssel (mivel az állandó mágnes a fluxus forrása):

$$\Phi_\delta = \Phi_{pm} - \Phi_s = \Phi_{pm} - \sigma\Phi_{pm} = (1-\sigma)\Phi_{pm}.$$

Ebből $B_\delta = B_{pm}\dfrac{(1-\sigma)A_{pm}}{A_\delta}$ és $H_{pm} = -\dfrac{1-\sigma}{\mu_0}\dfrac{A_{pm}}{A_\delta}\dfrac{\delta}{\ell_{pm}}B_{pm} = -(1-\sigma)aB_{pm}$.

Az állandó mágnes munkadiagramja a $B_{pm}(H_{pm})$ mágnesezési görbe leszálló (lemágnesező) ága, amiből a munkapontot a légrésegyenes kimetszi (mágnesezési görbe + gerjesztési törvény). A légrés használatos mérete mindig a konkrét alkalmazástól függ.
A mágnes minőségének egyik jellemzője az, hogy a légrés megszüntetése, a H_{pm} térerősség ismételt zérusra csökkentése után kialakuló B_r^* indukció kisebb-e és milyen mértékben a kezdeti B_r-nél.
Az állandó mágnesek munkatartománya rendszerint a B_{pm}-H_{pm} görbe lineáris, telítési szakaszára esik, ezért számításoknál permeabilitását μ_0-nak vagy közel μ_0-nak veszik $\left(\mu = \dfrac{\Delta B}{\Delta H}\right)$.

Permanens mágnes ötvözetek

Alnico mágnesek

Az Alnico ötvözetek összetevői általában alumínium (Al), nikkel (Ni), kobalt (Co), vas (Fe), néhány termékben réz (Cu) és titán (Ti) is van.

Vas-króm-kobalt mágnesek

Fő összetevői: vas (Fe), króm (Cr) és kobalt (Co), néhány termék vanádiumot (V), szilíciumot (Si), titánt (Ti), cirkóniumot (Zr), mangánt (Mn), molibdént (Mo) vagy alumíniumot (Al) tartalmaz.

Ritkaföldfém mágnesek

A ritkaföldfém mágnesek – az elnevezésüknek megfelelően – ritkaföldfémet azon kívül átmenetifémet tartalmaznak.
A használt ritkaföldfémek: szamárium (Sm), neodímium (Nd), prazeodímium (Pr), diszprózium (Dy).
A használt átmenetifémek: vas (Fe), réz (Cu), kobalt (Co), cirkónium (Zr), hafnium (Hf).
E mágnesfajtának három fő összetételi csoportja van:
- ritkaföldfém + kobalt_5, pl. $SmCo_5$,
- ritkaföldfém_2 + átmenetifém_{17}, pl. Sm_2Co_{17},
- ritkaföldfém + vas ötvözet, pl. $Nd_2Fe_{14}B$.

A különböző ötvözetek kidolgozásának célja egyes jellemzők (pl. hőmérséklet-függés, remanencia, koercitív térerősség) javítása.

Kerámia (ferrit) mágnesek

A legismertebb anyagok bárium- vagy stronciumoxidot tartalmaznak pl. $BaO_6Fe_2O_3$ és $SrO_6Fe_2O_3$.

Különleges anyag az Ag_5MnAl, ami nem ferromágneses anyagok ferromágneses ötvözete.

Kemény mágnesek optimális kihasználása

Az állandó mágneseket tartalmazó mágneses körök rendszerint lágy mágnesből készült szakaszokat és légrést is tartalmaznak. A kemény mágnes anyagok magas ára indokolja a minél kisebb mennyiség felhasználását. Az optimális kihasználás annak a munkapontnak a beállítását jelenti, amelyiknél a mágneses követelmények teljesítése a legkisebb kemény mágnes térfogat mellett biztosítható.

A szórás és a lágyvas szakaszok mágneses feszültségének (gerjesztésének) elhanyagolásával és $\mu_{rpm}\approx1$ közelítéssel:

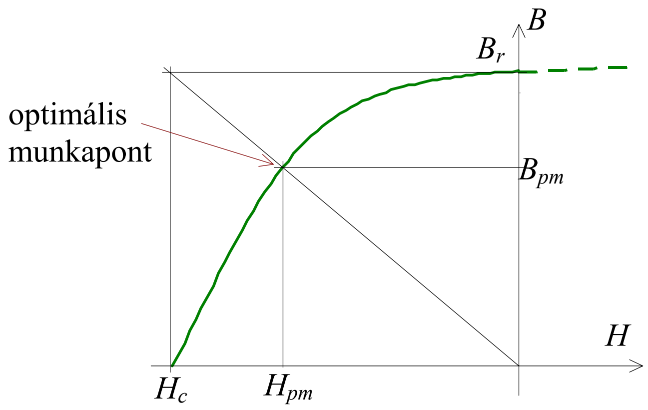
$$H_\delta\delta=-H_{pm}\ell_{pm} \text{ és } \Phi_\delta=\Phi_{pm}=B_{pm}A_{pm}.$$

E két összefüggésből

$\ell_{pm}=\frac{H_\delta}{H_{pm}}\delta$ a lineáris méret (mivel H_δ és H_{pm} ellenkező előjelű) és $A_{pm}=\frac{\Phi_{pm}}{B_{pm}}=\frac{\Phi_\delta}{B_{pm}}$ a kemény mágnes keresztmetszete.

Az állandó mágnes anyag szükséges térfogata $H_\delta=\frac{B_\delta}{\mu_0}=\frac{\Phi_\delta}{\mu_0 A_\delta}$ helyettesítéssel,

$$V_{pm}=\ell_{pm}A_{pm}=\frac{H_\delta\delta}{H_{pm}}\frac{\Phi_\delta}{B_{pm}}=\Phi_\delta^2\frac{\delta}{\mu_0 A_\delta}\frac{1}{H_{pm}B_{pm}}.$$



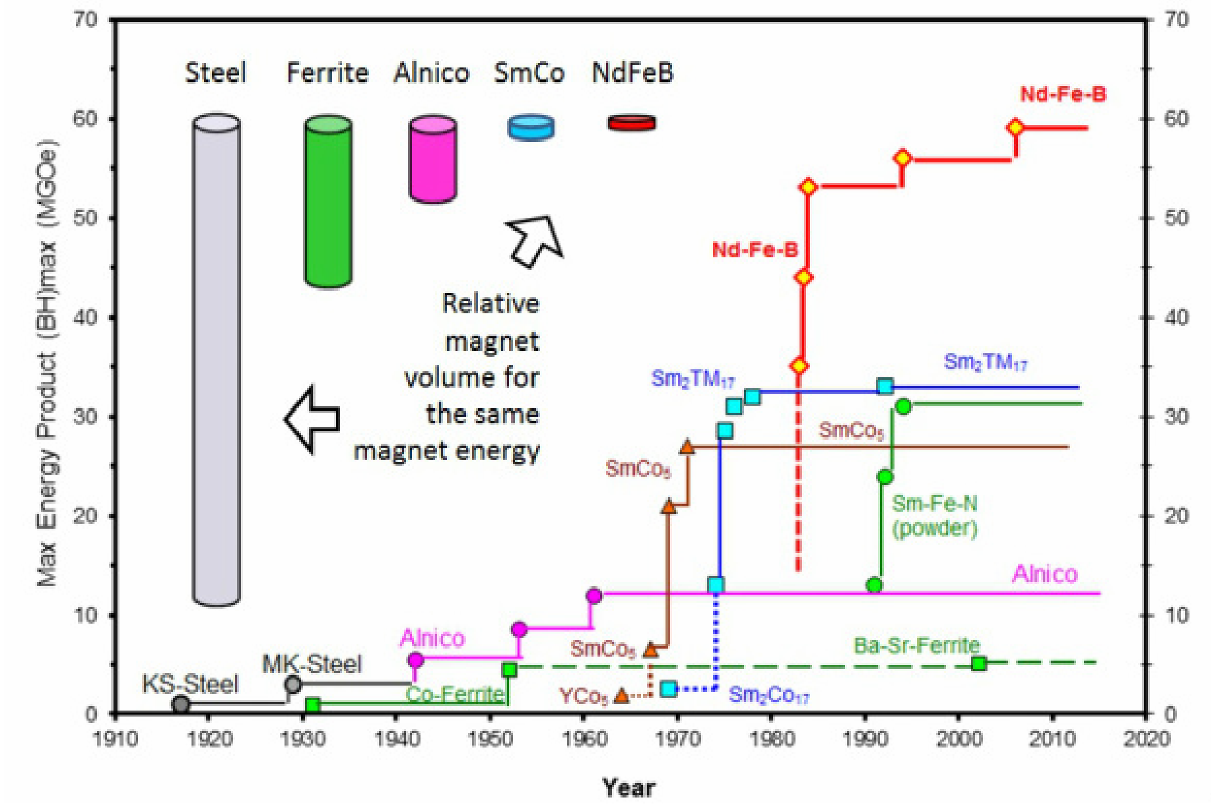
Az optimális munkapont grafikus meghatározása

A feladat rendszerint egy adott geometriai méretű légrésben előírt értékű fluxust vagy indukciót létrehozni. A szükséges kemény mágnes térfogata akkor a legkisebb, ha adott Φ_δ, δ és A_δ mellett a $H_{pm}B_{pm}$ szorzat abszolút értéke (jósági szorzat, energia-szorzat) a legnagyobb:

$$V_{pm\,min}=c\frac{1}{\left(H_{pm}B_{pm}\right)_{max}}.$$

$(H_{pm}B_{pm})_{max}$ közelítően grafikus úton határozható meg: a B_r és H_c által kijelölt pontot az origóval összekötő egyenes és a mágnesezési görbe metszéspontja.

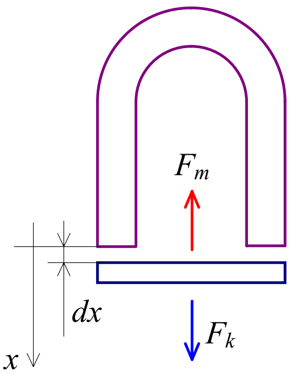
Az energia-szorzat sok katalógusban a régi CGS mértékegységek szerint (is) MGOe-ben szerepel; MGOe=MegaGauss x Oersted (Gauss az indukció, Oersted a térerősség mértékegysége). $1\ \mathrm{MGOe}=\frac{100}{4\pi}\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3}\approx 8\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{m}^3}$.



A kemény mágnes fejlesztés története - az energia-szorzat növekedése

Az állandó mágnes erőhatása

Zárt (légrésmentes) mágnes energiája (munkavégző képessége) zérus, mivel H=0 (ha a zárólemezre jutó gerjesztést elhanyagoljuk).



A mágneses erőhatás számítása

Légrésnyitás után H≠0, a befektetett mechanikai energia tárolt mágneses energiává és veszteséggé alakul:

$$dW_{mech}=dW_{mágn}+dW_{veszt},$$

ahol dW_{mech} – a bevitt mechanikai energia, $dW_{mágn}$ – a mágneses energia, dW_{veszt} – a veszteségi energia.

Ha a veszteség és a szórás elhanyagolható, akkor $dW_{veszt}=0$, $\phi_\delta=\phi_{pm}=\phi$,

itt ϕ_δ – a légrés, ϕ_{pm} – a mágnes fluxusa.

A mechanikai energia:

$$dW_{mech}=F_k dx=-F_m dx,$$

itt F_k – a külső erőhatás, F_m – a mágnes által kifejtett húzóerő.
A negatív előjel azt jelenti, hogy x ábra szerint felvett (+) iránya mellett F_m hatására dx csökken.
F_m nagysága a virtuális munkavégzés alapján számítható.

A virtuális munka elve
Egy anyagi rendszer akkor van egyensúlyban, ha a rá ható erők eredője zérus. (Jelen esetben 2 erő van, tehát $F_k+F_m=0$.) Ez az erőegyensúly meghatározható a virtuális munka számításával.
Virtuális munka: a rendszerre ható valóságos erőknek (F_k, F_m) egy virtuális (lehetséges) dx elmozdulás során végzett munkája.
A valóságos erők egyensúlyának az a feltétele, hogy az eredő virtuális munka zérus legyen. Vagyis, egy valóságos, működő erőknek kitett rendszer akkor, és csakis akkor van egyensúlyban, ha a valóságos erők által végzett eredő virtuális munka zérus: $F_k dx+F_m dx=0$.
Ha egy valóságos erő nem ismert, de a vele egyensúlyt tartó másik erő által végzett munkát – ami megegyezik az ismeretlen erő által végzett munkával – energiaváltozásból számítani tudjuk, akkor az ismeretlen erő – jelen esetben F_m – meghatározható.

A tárolt mágneses energia $dW_{mágn}$ változása a mágnesben (dW_{pm}) és a légrésben (dW_δ) felhalmozott energia változásából adódik:

$$dW_{mágn}= dW_{pm}+ dW_\delta.$$

A vasban felhalmozott teljes energia $W_{pm} = V_{pm} \int_{B_{pm}} H_{pm} dB_{pm}$, így annak változása

$$dW_{pm}=V_{pm}H_{pm}dB_{pm}=\ell_{pm}A_{pm}H_{pm}dB_{pm}=\ell_{pm}H_{pm}d\phi.$$

mivel $V_{pm}=A_{pm}\ell_{pm}$.
A légrésben felhalmozott teljes energia $W_\delta = \frac{1}{2}V_\delta H_\delta B_\delta = \frac{1}{2}V_\delta \frac{B_\delta^2}{\mu_0}$. A zárólemez dx mértékű elmozdulása következtében a légrés mérete (térfogata) is és az indukció is változik, ezért

$$\frac{dW_\delta}{dx} = \frac{\partial W_\delta}{\partial V_\delta} + \frac{\partial W_\delta}{\partial B_\delta}, \text{ amiből } dW_\delta = \frac{\partial W_\delta}{\partial V_\delta}dx + \frac{\partial W_\delta}{\partial B_\delta}dx .$$

A légrés térfogata és annak megváltozása: $V_\delta=2A_\delta\delta$, $dV_\delta=2A_\delta dx$, így

$$dW_\delta = \frac{1}{2}\frac{B_\delta^2}{\mu_0}\frac{dV_\delta}{dx}dx + \frac{1}{2}V_\delta \frac{2B_\delta}{\mu_0}\frac{dB_\delta}{dx}dx = \frac{B_\delta^2}{\mu_0}A_\delta dx + V_\delta H_\delta dB_\delta = \frac{B_\delta^2}{\mu_0}A_\delta dx + 2\delta\, H_\delta d\phi \ .$$

Ezekkel az energiaegyenlet:

$$F_k dx = \ell_{pm}H_{pm}d\phi + \frac{B_\delta^2}{\mu_0}A_\delta dx + 2\delta\, H_\delta d\phi = \left(\ell_{pm}H_{pm} + 2\delta\, H_\delta\right)d\phi + \frac{B_\delta^2}{\mu_0}A_\delta dx .$$

Mivel a gerjesztési törvény szerint $\ell_{pm}H_{pm}+2\delta H_\delta=0$, statikus állapotban a mágnes által kifejtett erő:

$$F_m = -\frac{B_\delta^2}{\mu_0}A_\delta .$$

Az elektromágnes erőhatása
Ebben az esetben a mágneses teret gerjesztett tekercs hozza létre.
Az energia-megmaradás elve értelmében a külső forrásból felvett villamos energia és a külső mechanikai munka összege megegyezik a tárolt mágneses energia és a veszteség összegével, ami változásokra is igaz:

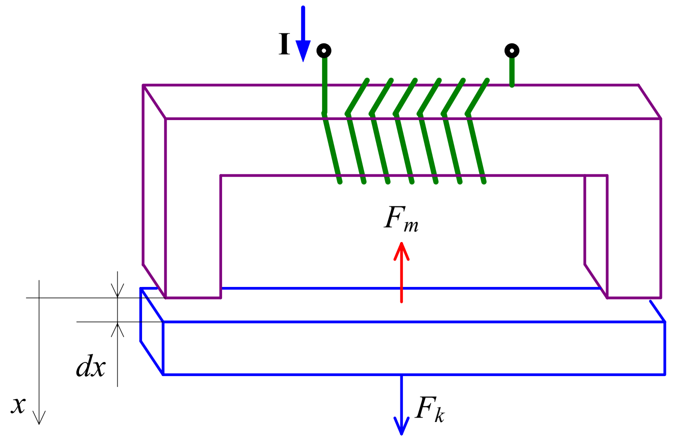
$$dW_{vill}+dW_{mech}=dW_{mágn}+dW_{veszt}.$$

A veszteségi energia főleg a tekercs ohmos vesztesége. Amennyiben az I áram állandó, úgy a $P=I^2R$ veszteségi teljesítmény is állandó, vagyis dW_{veszt} közel zérus.

Egyenáramú táplálásnál a gerjesztő áramot a tekercs ellenállása határozza meg, ezért a gerjesztés állandó $\Theta=\sum_i H_i\ell_i=\text{áll.}$, így a légrés növelésekor a térerősség és a fluxus csökken, csökkenésekor növekszik. A $d\psi$ fluxusváltozás miatt keletkező u_i indukált feszültség dt idő alatt u_iIdt villamos energiát jelent, ami a változás ellen hat. Tehát, a változás véghezviteléhez ezt az energiát a külső tápforrásból ellensúlyozni kell

$$dW_{vill}=u_iIdt=N\frac{d\phi}{dt}Idt=NId\phi,$$

a légrés csökkenésekor a fluxus növeléséhez növelni, a légrés növekedésekor a fluxus csökkenéséhez csökkenteni kell a külső energia-felvételt.



A elektromágneses erőhatásának számítása

Az F_k külső erő által végzett mechanikai munka:

$$dW_{mech}=F_kdx.$$

A mágneses körben (a vasmagban és a légrésben) felhalmozott energia a virtuális elmozdulás miatt változik.

A szórás elhanyagolásával a vasmag mágneses energiája az indukció változása miatt változik

$$dW_{vas}=V_{vas}H_{vas}dB_{vas},$$

a légrésben tárolt mágneses energia az indukció és a légrés megváltozása miatt is változik

$$dW_\delta=\frac{\partial W_\delta}{\partial V_\delta}dx+\frac{\partial W_\delta}{\partial B_\delta}dx.$$

A légrés térfogata és annak megváltozása: $V_\delta=2A_\delta\delta$, $dV_\delta=2A_\delta dx$, így

$$dW_\delta=\frac{1}{2}\frac{B_\delta^2}{\mu_0}\frac{dV_\delta}{dx}dx+\frac{1}{2}V_\delta\frac{2B_\delta}{\mu_0}\frac{dB_\delta}{dx}dx=\frac{B_\delta^2}{\mu_0}A_\delta dx+V_\delta H_\delta dB_\delta=\frac{B_\delta^2}{\mu_0}A_\delta dx+2\delta H_\delta d\phi.$$

A veszteségi energia változásának elhanyagolásával az egyensúlyi egyenlet:

$$dW_{vill}+dW_{mech}=dW_{vas}+dW_\delta.$$

Behelyettesítve az egyes összetevőket:

$$NId\phi+F_kdx=\ell_{vas}H_{vas}d\phi+\frac{B_\delta^2}{\mu_0}A_\delta dx+2\delta H_\delta d\phi=\left(\ell_{vas}H_{vas}+2\delta H_\delta\right)d\phi+\frac{B_\delta^2}{\mu_0}A_\delta dx.$$

Mivel a gerjesztési törvény szerint $\Theta = NI = \ell_{vas} H_{vas} + 2\delta H_{\delta}$, ezért $F_k dx = \dfrac{B_{\delta}^2}{\mu_0} A_{\delta} dx$ és így statikus állapotban az elektromágnes által kifejtett erő:

$$F_m = -\frac{B_{\delta}^2}{\mu_0} A_{\delta},$$

megegyezik az állandó mágnesnél kapott eredménnyel.

A változó fluxus okozta veszteségek

Az állandó mágneses tér (fluxus) fenntartása nem jár veszteséggel, nem kíván energia-bevitelt (l. állandó mágnesek).

Változó fluxus hatására viszont a mágneses kör vasmagjában veszteségek keletkeznek, amelyek annak melegedését okozzák. A P_{Fe} vasveszteségnek jellegét tekintve két összetevője van:

- hiszterézis veszteség,
- örvényáram veszteség.

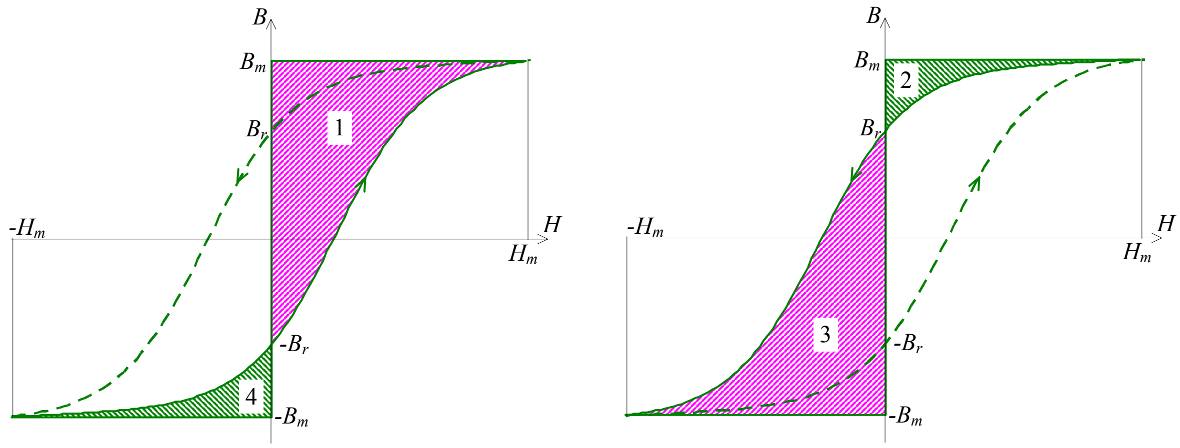
$$P_{Fe} = P_{hisz} + P_{örv}.$$

Nemszinuszos változás esetén a felharmonikusok által okozott vasveszteséget külön kell számítani.

Vasveszteség szinuszos táplálásnál

a) Hiszterézis veszteség

A hiszterézis veszteség egyszerűen úgy értelmezhető, hogy a B indukció és a H térerősség változása következtében a vas elemi mágnesei átrendeződnek, ami belső súrlódással jár. Ez az átmágnesezési veszteség. A térfogategységben felhalmozott mágneses energia sűrűsége $w = \int_B HdB$ értéke a hiszterézis görbe mentén szakaszonként számítható.



A felvett és a leadott mágneses energia a hiszterézis görbe
felszálló ága mentén *leszálló ága mentén*

1. A $-B_r \le B \le B_m$ $(0 \le H \le H_m)$ szakaszon $H \ge 0$ és $dB > 0$, ezért $\Delta w > 0$, tehát energia felvétel történik.
2. A $B_m \ge B \ge B_r$ $(H_m \ge H \ge 0)$ szakaszon $H \ge 0$ és $dB < 0$, ezért $\Delta w < 0$, itt energia leadás történik.
3. A $B_r \ge B \ge -B_m$ $(0 \ge H \ge -H_m)$ szakaszon $H \le 0$ és $dB < 0$, ezért $\Delta w > 0$, ezen a szakaszon is energia felvétel történik.

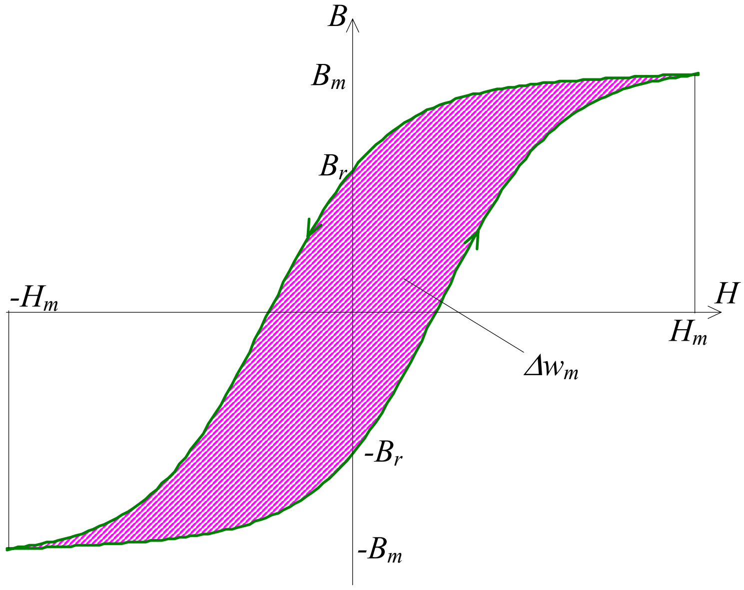
4. A $-B_m \le B \le -B_r$ ($-H_m \le H \le 0$) szakaszon $H \le 0$ és $dB > 0$, ezért $\Delta w < 0$, tehát energia leadás történik.
Egy teljes átmágnesezési periódus alatt a felvett és a leadott energia különbsége – az átmágnesezési veszteség – megegyezik a hiszterézishurok területével.

Steinmetz[1] tapasztalati képlete szerint a hiszterézis hurok területe:

$$\Delta w_m = \gamma B_{max}^{\ x},$$

itt γ – anyagjellemző, x – B_{max}-tól függő anyagjellemző, x=1,7-2.
Ez a terület 1 átmágnesezési ciklus veszteségével arányos és egységnyi térfogatra vonatkozik, a P_{hisz} hiszterézis veszteségi teljesítmény számításához ezt az időegység alatti átmágnesezések számával, az f periódusszámmal és a V térfogattal kell szorozni:

$$P_{hisz} = \gamma B_{max}^{\ x} f V \approx k_{hisz} \Psi^2 f.$$

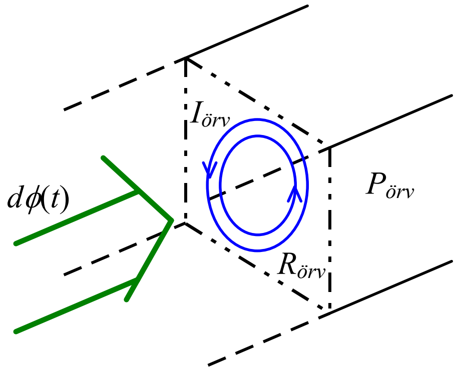


A felvett és a leadott mágneses energia különbsége a hiszterézis görbe alatti területtel arányos

Egy adott mágneses körnél k_{hisz} értéke a konkrét geometriára vonatkozik, azt is figyelembe véve, hogy Ψ lehet maximális vagy effektív érték.

b) Örvényáram veszteség
A változó fluxus a vasmagban feszültséget indukál, ami $I_{örv}$ ún. örvényáramokat hoz létre a viszonylag jó villamos vezető vasban. Ha az örvényáram-pálya ellenállása $R_{örv}$, akkor a keletkező örvényáram veszteség $P_{örv} = I_{örv}^{\ 2} R_{örv}$, ami a vas melegedését okozza.
Csökkentése érdekében a vastestet, vasmagot nagy fajlagos ellenállású (pl. szilícium tartalmú) ötvözetből készítik, továbbá egymástól villamosan elszigetelt vékony lemezekből építik össze. A lemezszigetelés valamilyen alkalmas anyagból (pl. lakk) felvitt vékony réteg, vagy a mechanikai és mágneses tulajdonságok beállítását szolgáló hőkezelés során létrehozott szigetelő felület.

[1] Charles Proteus Steinmetz (1865-1923) német származású (Karl August Rudolf Steinmetz) amerikai kutató, villamosmérnök.



Az örvényáramok keletkezése

A szinusz alakú változás esetén indukálódó $U_{örv}$ feszültség $U_{örv} \approx \frac{d\psi}{dt} \approx \Psi f$, $I_{örv} \approx U_{örv}$, így

$$P_{örv}=k_{örv}\Psi^2 f^2.$$

Egy adott gépnél $k_{örv}$ értéke a konkrét geometriára vonatkozik, figyelembe véve, hogy Ψ lehet maximális vagy effektív érték.

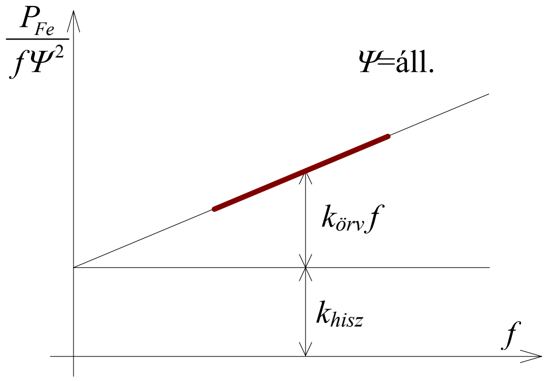
Az örvényáram- és a hiszterézis veszteség szétválasztása

Fejlesztési és diagnosztikai vizsgálatoknál szükség lehet a vasveszteség egyes összetevőinek mérési eredményekből történő számítására.

Ψ=áll. esetben, változó frekvenciájú és feszültségű táplálásnál

$P_{Fe}= P_{örv}+ P_{hisz}=k_{örv}\Psi^2 f^2+k_{hisz}\Psi^2 f=f\Psi^2(k_{örv}f+k_{hisz})$, amiből

$$\frac{P_{Fe}}{f\Psi^2}=\left(k_{örv}f+k_{hisz}\right).$$



Az örvényáram és a hiszterézis veszteség szétválasztása mérési adatok alapján

A $\frac{P_{Fe}}{f\Psi^2}$ hányados láthatóan szétválik egy állandó és egy frekvenciától lineárisan függő összetevőre. Ezt ábrázolva a $k_{örv}$ és k_{hisz} tényezők meghatározhatók.

Összeállította: Kádár István
2016. március

Ellenőrző kérdések

1. Hogyan határozható meg a vasmentes tekercsben tárolt mágneses energia?
2. Hogyan határozható meg a vasmagos tekercsben tárolt mágneses energia?
3. Hogyan határozható meg térjellemzőkkel egy adott térrészben tárolt mágneses energia?
4. Hogyan határozható meg térjellemzőkkel a mágneses tér energiasűrűsége?
5. Hogyan határozható meg a csatolt tekercsekben tárolt mágneses energia?
6. Hogyan számítható a csatolt körök szórása a mágneses energia alapján?
7. Illusztrálja és értelmezze az állandó mágnes $B(H)$ görbéjét.
8. Mit jelent az állandó mágnes optimális kihasználása?
9. Mi az "energiaszorzat"?
10. Hogyan határozható meg az állandó mágnes erőhatása?
11. Hogyan alkalmazható a virtuális munka elve?
12. Hogyan határozható meg az elektromágnes erőhatása?
13. Milyen összetevői vannak a vasveszteségnek?
14. Értelmezze a hiszterézis veszteséget és annak frekvenciafüggését.
15. Értelmezze az örvényáram veszteséget és annak frekvenciafüggését.
16. Milyen módon választható szét az örvényáram- és a hiszterézis veszteség?