előadás

2021. február 9., kedd 10:11

Bilicz Sándor + Horváth Péter

Előadás: BME videotorm (link elvileg moodle), 2018-ban BSS-el felvett

http://bme.videotorium.hu/hu/channels/3204/jelek-es-rendszerek-1

Képernyőrész kivágva: 2021. 02. 09., 10:19

(link elvileg Moodle-ben)
Hétről hétre kijelölt videók
Óravázlatok (az első 2 előadásé szerdán), de kell jegyzet is!
Ellenőrző tesztek Moodle-ban
Teams Konzi, lehet összefoglalóval
Gyakorlatok: gyakveztől függ, teamsen, neptun szerinti időpontban

Követelmények - félévközi
- 1 nagyzh -> 25 pontos Moodle teszt ápr. 9
- 3 kiszh 5 pont, 2 legjobb összege számít
- 3 házi 5 pont, 2 legjobb átlaga számít
- Összesen minimum 20 pont (/40) és min 10 pontos zh

Követelmények - vizsga
- Írásbeli (jelenléti vagy moodle) 60 pont
- Szóbeli (min. 50% esetén) 30 pont KÖTELEZŐ
- Végső jegy a szóbelin

Segédanyagok
- **Fodor György: Hálózatok és rednszerek**
- **Fodor György: villamosságtan példatár "szürke példatár"**
- ("alapművek")
- Moodle-s anyagok
- Bilicz: A matematika villamosmérnöki alkalmazásairó, példákon keresztül (matekhoz)
- (saját jegyzet :))

Bilicz Sándor: A matematika villamosmérnöki alkalmazásairól, példákon keresztül, Typotex Kft, 2016.
https://edu.interkonyv.hu/book/2810-bilicz_sandor_a_matematika_villamosmernoki_alkalmazasairol_peldakon_keresztul

Képernyőrész kivágva: 2021. 02. 09., 10:29

Első előadás még ma

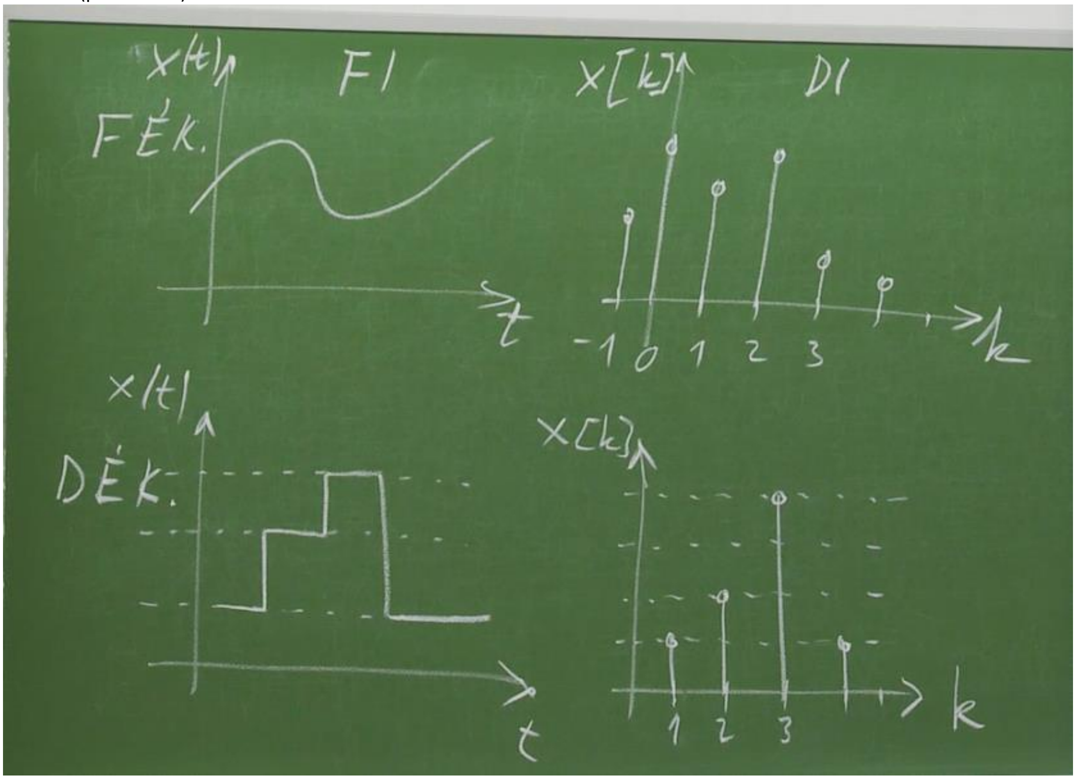
iMsc -> fakultatív házik gyakvezektől
Konzi NEM LESZ FELVÉVE

"a dzsenerál csoportot ne kontamináljuk"
Hivatalos dolgokkal kapcsolatban emailben (előadók) gyakvez meg majd mondja

Téma: villamos hálózatok absztrakt elemzése

<u>Alapfogalmak</u>
Jelek
- Fizikai mennyiség (pl. feszültség) -> változó (mennyiség matematikai leírása) -> jel (a változó információt hordozó része) (gyakran ugyan az mint a változó)

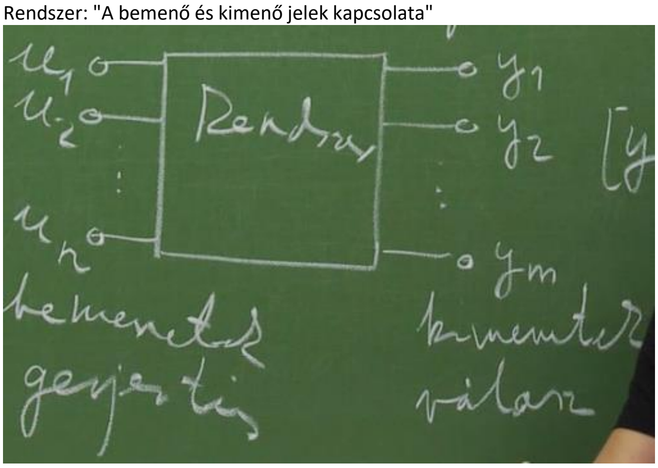
Jelek osztályozása
- Időfüggés típusa
  - Folytonos idő (FI) fizikai idő $t \in \mathbb{R}$
  - Diszkrét idő (DI) $x[k]$ ahol $k \in \mathbb{Z}$ akár FI alapon, de nem feltétlen
- Értékkészlet
  - Folytonos
  - Kvantált (pl. ADC-vel)



Képernyőrész kivágva: 2021. 02. 09., 14:51

Ebben a tárgyban csak az analóg jelekkel (FI, FÉ) foglalkozunk (bal felső)
Digitális jel (jobb alsó) DIGIT
Jelek2 diszkrét idejű nem kvantált (jobb felső)

Rendszer
A rendszer teremt kapcsolatot a jelek között
Egy objektum modellje
Bemeneti változók/bemenő jelek, kimeneti változók/kimenő jelek
Rendszer: "A bemenő és kimenő jelek kapcsolata"



Képernyőrész kivágva: 2021. 02. 09., 14:57

Formálisan: $[y_1, y_2, \cdots, y_n] = Y\{[x_1, x_{2,\ldots}, x_n]\}$ operátorral (nem függvény mert csinálhat integrálást, deriválást, stb)
Transzformációkat ír le, a rendszer a bemeneteket a kimenetekbe transzformálja

<u>Osztályozás</u>

- Bemenetek és kimenetek száma
  - MIMO - multiple input, multiple output
  - SISI - single input, single output (ezzel fogunk foglalkozni)
- Linearitás
  - Gerjesztések lineáris kombinációján a válaszok lineáris kombinációját kapjuk
  - Egyébként nemlineáris (jelek2-ben érintjük majd)
- Idő-invariancia
  - (aktuális időtől független a válasz)
  - Egyébként variáns
  - A tárgyban csak idő-invariáns rendszerekkel foglalkozunk
- Kauzalitás
  - Csak a jelenbeli és múltbéli gerjesztésektől függ
  - Csak kauzális rendszerekkel foglalkozunk
- Stabilitás
  - Korlátos gerjesztéshez korlátos válasz

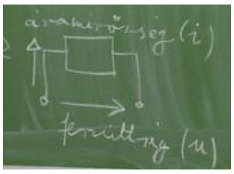
LTI - linear time invariant -> ilyennel foglalkozunk csak

Hálózat

- komponensek összekapcsolása
  - komponensek -> karakterisztika
  - összekapcsolás -> összekapcsolási kényszerek

Csoportosítás

- Kirchhoff-hálózat
  - kétpólusok alkotják
  - 2 változó
    - átfogó: feszültség
    - átmenő: áram



  - kétpólus karakterisztika: U-I kapcsolat
  - összekapcsolási kényszerek: Kirchhoff-törvények
  - nyilak: referenciairányok
- Jelfolyam-hálózat
  - komponensek: p beneti és q kimeneti jelváltozók
  - adott jelirány
  - összegzési kényszer
    - összegző és szétágazó csomópontok
  - JELEK2

A hálózat által reprezentált rendszer -> változókat jelölünk ki
-> a hálózat egy rendszert reprezentál

<u>Villamos hálózatok alaptörvényei</u>

Villamos mennyiségek
feszültség

- átfogó típusú változó
- $u_{AB} = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}Q}$, [u]=V

Áramerősség

- átmenő
- $\mathrm{i} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$, [i]=A

Teljesítmény:

- $p = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}Q}\frac{\mathrm{d}Q}{\partial t} = u\mathrm{i}$

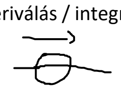
<u>Villamos kétpólusok</u>

Hegyes nyíl -> feszültség
telt nyíl -> áram
karakterisztika: U-I kapcsolat

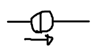
- explicit: u=U{i}
- implicit: F{u,i}=0

Rendszerezés

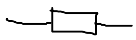
- csatolatlan, rezisztív
  - Nem függ a többi kétpólustól
  - u-i függvénykapcsolat, nincs deriválás / integrálás
    - Feszültségforrás
      - $u_s(t)$



    - Áramforrás
      - $i_s(t)$



    - Ellenállás
      - Lineáris
        - Ohm törvénye



      - Nemlineáris
        - Pl. dióda

2021. február 14., vasárnap 16:13

Villamos kétpólusok

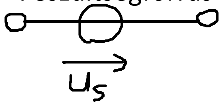
Rendszerezés

1) Csatolatlan rezisztív

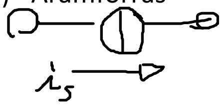
    Csatolatlan => u, i nem függ a többi kétpólustól

    Rezisztív => u, i függvénykapcsolat

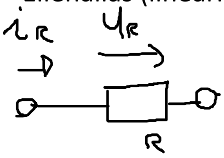
    a) Feszültségforrás

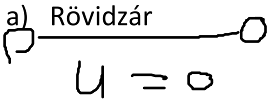
    b) Áramforrás

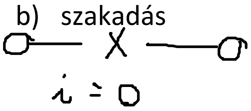
    c) Ellenállás (lineáris)

    a) Rövidzár

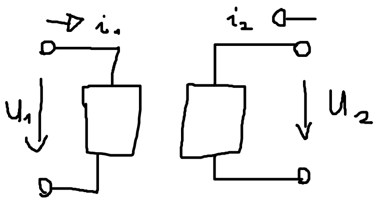
    

    b) szakadás

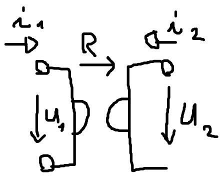
2) Csatolt, rezisztív

    Kétpólus-pár, a feszültségek és áramok között összefüggés

$$u_1 = U_1(i_1, i_2)$$
$$u_2 = U_2(i_1, i_2)$$

    Példa: GIRÁTOR

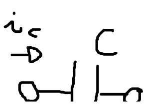
    

$$u_2 = Ri_1$$
$$u_1 = -Ri_2$$

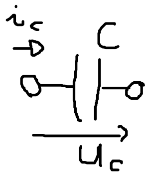
3) Csatolatlan dinamikus kétpólusok

    dinamikus = ~~rezisztív,~~ operátort (diff, int) tartalmaz, energia tárolására alkalmasak

    a. Kondenzátor

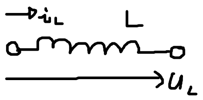
$$i = C\frac{du_C}{} = Cu'$$



$$i_c = C\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} = cu'$$

C: kapacitás, [C] = F (farad)

b. tekercs



$$u_L = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = Li_L'$$

L: induktivitás
[L] = H (Henry)

4) Csatolt dinamikus
pl. csatolt kondenzárotorpár, csatolt tekercspár

II. További kétpólus-tulajdonságok

1) Linearitás
   $U\{c_1 i_1 + c_2 i_2\} = c_1 U\{i_1\} + c_2 U\{i_2\}$
   (vagy fordítva, az áram a feszültségre)
   Pl. ellenállás, kondenzátor, tekercs
   források, dióda, stb NEM
   Def: lineáris hálózat: csak lin. kétpólusok + források
2) Invariancia
   Időbeli eltolásra érzéketlen
   $u(t) = U\{i(t)\} \rightarrow u(t+T) = U\{i(t+T)\}$
   Hálózat: csak invariáns komponensekből áll
3) Passzivitás
   Teljesítmény: $w(\mathrm{t}) = u(t)\mathrm{i}(t)$ (azonos referenciairányok!)
   Munka: $w(t) = \int_{-\infty}^{t} p(\tau)\, \mathrm{d}\tau$ munkafüggvény
   $W(t_1, t_2) = w(t_2) - w(t_1)$
   Passzív: $w(t) \geq 0$ minden körülmények között
   Aktív: nem passzív
4) Nonnenergikus kétpólus
   $\mathrm{p}(t) = 0$

Bizonyítás: ellenállás passzív

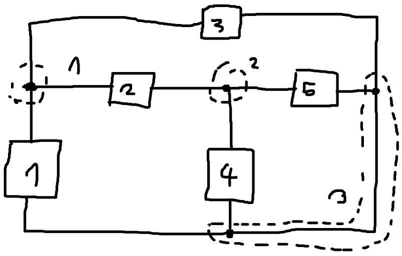
$u = Ri$
$\mathrm{p} = R\mathrm{i}^2 \geq 0$
Ennek integrálja >0 -> passzív

Biz: tekercs passzív kétpólus
$$u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$
$$p = i_L L i_L'$$
$$w(t) = \int_{-\infty}^{t} i_L L i_L'\, \mathrm{d}\tau = \int_{i_L(-\infty)}^{i_2(t)} i_L L\, \mathrm{d}i_L = \frac{1}{2}L\left(i_L^2(t) - i_L^2(-\infty)\right) \geq 0$$
Tehát passzív ha $-\infty$-ben nem folyt rajta áram

III. Kirchoff-törvények (1845)

(Levezethetők a Maxwell-egyenletekből, de korábban voltak)

Összekapcsolási kényszerek a hálózatban



b(ranch): kétpólusok száma
n(odes): csomópontok száma

1) Áramtörvény
   Töltésmegmaradás elve
   Minden zárt felületre a felületet átmetsző áramok előjeles összege megegyezik
   kifolyó: +, befolyó: -
   $$\sum_k i_k = 0$$
   Általában célszerű a csomópontokat körülfogó felületeket választani

   Az egyenletek összfüggőek lehetnek
   Független áramtövények maximális száma: $\mathrm{r} = n - 1$

   <u>Def: fundamentális áramtörvényrendszer</u>
   - maximális számú független áramtörvényt tartalmaz
   Előállítási módszer: 1 kivételével minden csomóponti áramtörvény
2) Feszültségtörvény
   Energiamegmaradás elve

   Tettszőleges hurok mentén a feszültségeket összedva előjelesen 0-t kapunk
   $$\sum_k u_k = 0$$
   Előjel: hurok iránya +, ellentétes: -

   Független feszültségtörvények maximális száma: $l = b - r = b - n + 1$

   <u>Def: fundamentális feszültségtörvényrendszer</u>
   - Maximális számú független feszültségtörvényt tartalmaz
   Előállítási módszer: l számú hurkot sorrendben úgy vesszük fel hogy minden hurok tartalmaz legalább 1 olyan kétpólust amelyet egyetlen korábbi sem tartalmaz

3) Tellegen-tétel
   Tettszőleges hálózatra a feszültségrendszer és áramrendszer kielégítik a feszültségtörvnyek ill. áramtörvények egy fundamentális rendszerét, akkor $\sum_k u_k i_k = 0$
   (sőt, lehet hogy a feszültségrendszer és áramrendszer nem is ugyan ahhoz a hálózathoz tartozik, amíg a két hálózat topológiája megegyezik)

   Ugyanazon hálózatra: $\sum_k p_k = 0$ teljesítmény-egyensúly

1. Hálózati egyenletek teljes rendszere (HTE)

b számú kétpólus -> 2b számú változó/ismeretlen -> 2b egyenletszámú rendszer kell a megoldáshoz

- b számú karakterisztika
- b számú Kirchoff-egyenlet (n-1 áram, b-n+1 feszültség)

Def: reguláris hálózat

HTE-ből minden u és i meghatározható

lineáris hálózatban ez a meghatározás egyértelmű

A hálózat gráfja

2021. február 14., vasárnap 18:19

hálózat -> irányított gráf
előny: gráfalgoritmusok

feszítőfa -> fundamentális vágatrendszer

- minden vágatban 1 faág

feszítőfa: fundamentális hurokrendszer (nem faágakból)

Csomóponti potenciálok és hurokáramok módszerének összehasonlítása

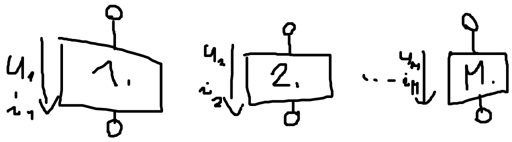
2021. február 20., szombat 13:54

	CSP	**HÁ**
Automatikusan teljesül	KFT	KÁT
felírandó	KÁT	KFT
Fundamentális rendszer	r=n-1	l=b-n+1
Ténylegesen felírandó	r-#{feszültségforrások}	l-#{áramforrások}
Utólag számítandó	Feszültségforrások árama	Áramforrások feszültsége

Csatolt kétpólusok

2021. február 20., szombat 13:59

Általános jellemzők



$u_1 = \mathrm{U}\{i_1, i_2 \cdots i_M\}$
$\mathrm{i}_1 = \mathrm{I}\{u_1, u_2 \cdots u_M\}$

Realizációjuk nehezebb

Csatolt kétpólusPÁRRAL fogunk foglalkozni

Teljesítmény:

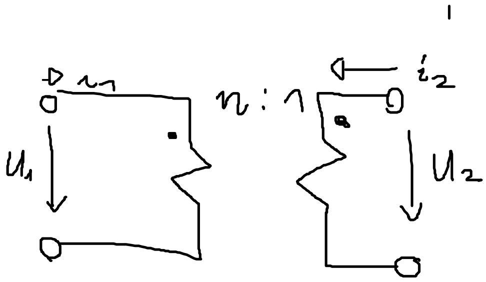
$p = \sum p_i$

Ez alapján munkafüggvény, passzivitás, nonenergikusság

Csatolt kétpólus(párok) enumerációja

2021. február 20., szombat 14:05

Ideális transzformátor



$n_1 = nu_2$
$i_2 = -ni_1$

$p = u_1 i_1 \rightarrow u_2 i_2 = nu_2 i_1 - nu_1 i_2 = 0$
-> nonenergikus

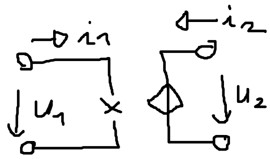
Annyira ideális hogy DC-vel is működik
SMPS-ek viszonylag jó modellje

Alkalmazás: $R' = n^2 R$ a bemeneti ellenállás a lezáró ellenállás áttranszformálása -> illesztés (hiradástechnikában)

Vezérelt források

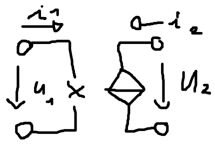
Fesz. vezérelt feszültségforrás (FF)

Szakadást nem szoktuk berajzolni
$u_2 = \mu u_1$
$i_1 = 0$
$[\mu] = 1$ feszültségerősítési tényező



Fesz. vezérelt áramforrás (FÁ)

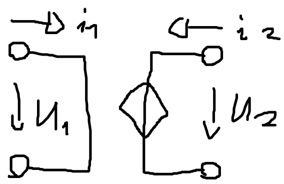
$i_2 = gu_1$
$i_1 = 0$
$[g] = S$
Átviteli konduktancia



Áramvezérelt feszületségforrás (ÁF)

$u_2 = ri_2$
$u_1 = 0$

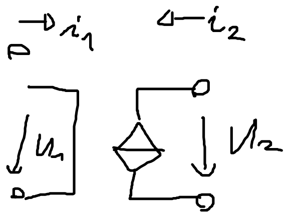
r: átviteli rezisztencia
$[r] = \Omega$



Áramvezérelt áramforrás

$i_2 = \alpha i_1$
$u_1 = 0$

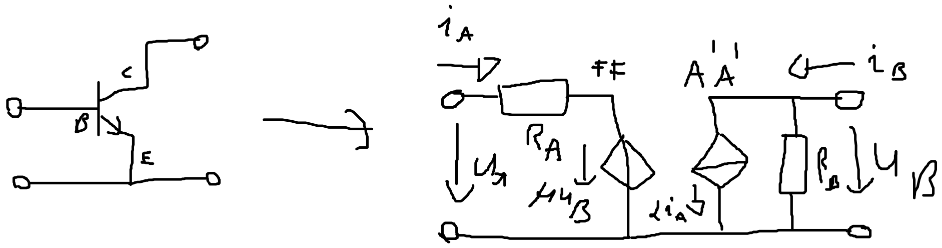
$[\alpha] = 1$
Áramerősítési tényező



Teljesítmény: $p = u_1 i_1 + u_2 i_2 = u_2 i_2$ -> AKTÍV!

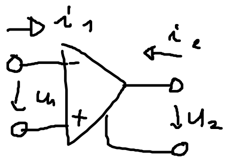
Példa: bipoláris tranzisztor kisjelű helyettesítő képe:

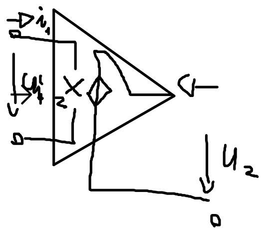
Példa: bipoláris tranzisztor kisjelű helyettesítő képe:



Ideális erősítő

$u_1 = 0$
$i_1 = 0$





Műveleti erősítő modellje

$A \to \infty$ FF

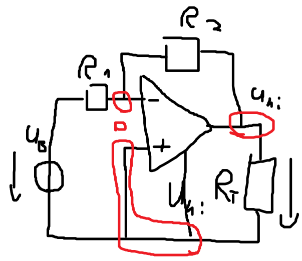
Alapkapcsolások

Invertáló

$$\frac{\varphi_P - u_B}{R_1} + \frac{\varphi_0 - u_K}{R_2} + i_1 = 0$$

$$U_K = -\frac{R_2}{R_1} u_B$$

R-től független!

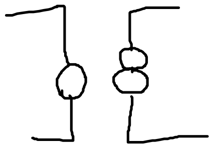


Nem invertáló

Hasonló, csak nem invertál

Aktív kétpólus!

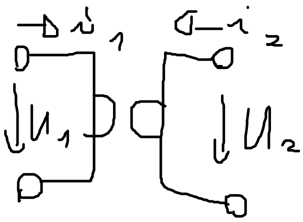
IE négypólus -> csatolt kétpóluspár
Nullátor-duátor pár
(ugyan ezen karakterisztikák)



Mivel IE közelítőleg megvalósítható műveleti erősítővel, a többi csatolt forrás is megvalósítható

Girátor

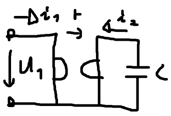
$u_2 = r i_1$
$u_1 = -r i_2$
$[r] = \Omega$ girációs rezisztencia
$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 = -r i_2 i_1 + r i_2 i_2 = 0$ nonenergikus



Alkalmazási példák

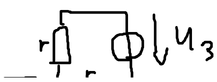
C->L

$-i_2 = C u_2'$
$u_1 = r C u_2'$
$u_1 = r^2 C i_1'$
$L = r^2 C$ tekercs



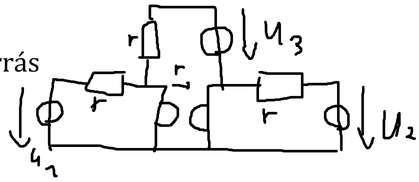
Cirkulátor

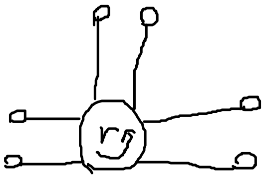
1 aktív, 2 dezaktivizált forrás

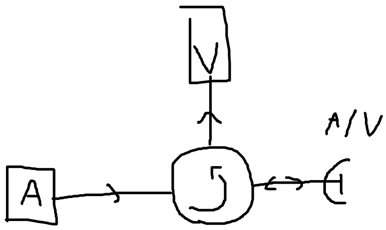


Cirkulátor

1 aktív, 2 dezaktivizált forrás
A teljesítmény a
következő "kapun"
jelenik meg
Alkalmazás: mikrohullámú technika





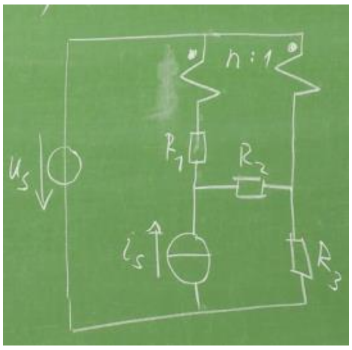


Hálózatszámítási fogások

2021. február 20., szombat 15:01

Nem szisztematikus, ad-hoc módszerek

IT kezelése



b=7, n=5
KÁT: r=4, cs.p: 3 ism
KFT: l=3 há: 2 ism

a) CS.P
   + 1 ismeretlen (egyik áram)
   + 1 egyenlet (IT karakterisztika)

b) Hurokáramok módszere
   + 1 ismereten (IT egyik feszültsége)
   + 1 egyenlet (IT karakterisztika)

Girátor kezelése

+2 ismeretlen (fesz vagy áram)
+2 egyenlet (karakterisztikák)
Paraméterek függvényében ellentmondásra vagy azonosságra vezethet
-> nem feltétlen reguláris, csak algebrai úton dönthetjük el hogy az-e

CSATOLT KÉTPÓLUST TARTALMAZÓ HÁLÓZAT REGULARITÁSA CSAK ALGEBRAI ÚTON DÖNTHETŐ EL!

Összetett kétpólusok helyettesítése

2021. február 20., szombat 14:34

Összetett hálózatrészeket helyettesíthetünk egyszerűbb hálózatokkal

Alapfogalmak

- Elemi kétpólus
  - Ellenállások, források, csatolt kétpólusok, stb
- Összetett kétpólus
  - Elemi kétpólusok összekapcsolásából létrejövő kétpólus
  - "doboz"
- Helyettesítés
  - Összetett kétpólus karakterisztikájának meghatározása

Elméleti csoportosítás

2021. február 22., hétfő 15:42

Független forrást NEM tartalmazó kp

Lineáris elemi kp. Összekapcsolása -> lineáris összetett kp.

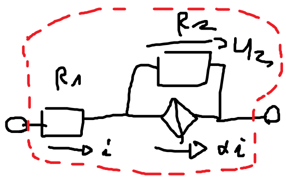
$u = R_0 i$ vagy i $= \frac{1}{R_0} u$
Homogén lin. Kifejezések
R_0 eredő ellenállás
R_0-tól függően passzív, aktív vagy nonenergikus

Példák:

- két sorosan kapcsolt ellenállás
  KFT: $u = u_1 + u_2 = (R_1 + R_2) i$
  $R_0 = R_1 + R_2$

- Vezérelt elemi kp-t tartalmazó
  $u = R_1 i + R_2(i - \alpha i) = \mathrm{i}(R_1 + R_2(1 - \alpha))$
  $R_0 = R_1 + R_2(1 - \alpha)$

  $R_1; R_2 > 0$ de $\alpha > \frac{R_1 + R_2}{R_2}$ akkor aktív



Független forrást tartalmazó kp

Lineáris karakterisztikájú de nemlineáris kétpólus
(inhomogén lin. egyenletek)
$u = U_0 + R_0 i$
$\mathrm{i} = -\frac{U_0}{R_0} + \frac{1}{R_0} u$

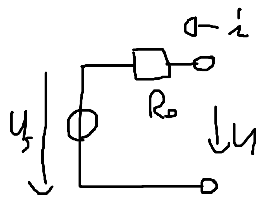
Realizáció

a) Helyettesítés $u = U_0 + R_0 i$ alapján
   THEVENIN-generátor

   Spec. Lezárás: szakadás
   - u_{sz} üresjárási/szakadási fesz. U_s

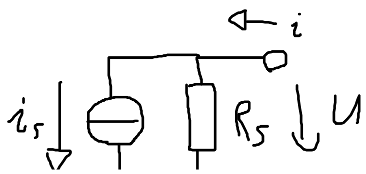
   Lezárás: rövidzár
   - i_{rz} rövidzáráram $-\frac{u_{sz}}{R_s}$

   Belső ellenállás:
   - $R_S = -\frac{u_{sz}}{i_{rz}}$

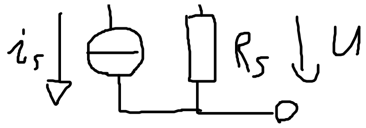


b) Helyettesítés i $= -\frac{U_0}{R_0} + \frac{1}{R_0} u$ alapján
   NORTON-generátor

   Rövidzár lezárás:



NORTON-generátor



Rövidzár lezárás:

- $i_{\mathrm{rz}} = i_s$

Szakadás lezárás:

- $u_{sz} = -R_S i_S$

Belső ellenállás:

- $R_S = -\frac{u_S}{i_S}$

Nagy ellenállás esetén célszerű Th-t, kisebb esetén Nortont

Módszerek a helyettesítő generátorok paramétereinek számításához

2021. február 22., hétfő 15:51

Két független változót kell csak meghatározni

a) u_{sz} és i_{rz} meghatározása
   Két hálózatszámítási feladat a két lezárással

b) R_S közveltlen meghatározása és u_{sz} vagy i_{rz} meghatározása
   Független forrásokat dezaktivizáljuk -> meghatároztuk R_S-t

Elfajuló összetett kétpólusok:

a) $R_S = 0$ -> csak Théenin létezik
   $i_{Rz} \to \infty$
   Pl. IE-t tartalmaz

b) $R_S \to \infty$
   Csak nortonnal lehet
   Pl. girátorral

Alkalmazás

2021. február 22., hétfő 16:25

Teljesítményillesztés

Változatlan hálózatrész (pl. erősítő)
R_t terhelő ellenállás (külső)
Mekkora R_t esetén lesz a legnagyobb a teljesítmény?

$p_t = -ui = R_t i^2$

Thévenin:
$\mathrm{i} = \frac{-u_S}{R_t + R_S}$
$P_t = u_S^2 \frac{R_t}{\left(R_t + R_S\right)^2}$
Maximumhely: $R_t = R_S$
Illesztett lezárás
$P_{max} = \frac{u_S^2}{4R_S}$
Kis hatásfok!

Kétkapuk

2021. február 22., hétfő 15:30

Alapfogalmak

Speciális módon lezárt négypólus
Lineáris rezisztív kétpólusokat tartalmaz (független forrást NEM)
Lezárás: két kétpólussal -> 2 független áram és 2 független feszültség
Bal oldal: primer kapu, jobb oldal: szekunder kapu (általában)

i1, i2, u1, u2 kapuváltozók
-> 2 egyenlet
"Tiltott" kapcsolás az amelyik átkötést tartalmaz a két oldal között (mert akkor több független változó lenne)

Kétkapu karakterisztikák

2021. február 26., péntek 11:21

$\{u_1, u_2, i_1, i_2\} \rightarrow \binom{4}{2} = 6$ *féle karakterisztika létezhet*

a) Impedanciakarakterisztika
$u_1 = R_{11}i_1 + R_{12}i_2$
$u_2 = R_{21}i_1 + R_{22}i_2$
$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$
R_{ij}*: impedancia paraméter*
$\left[R_{ij}\right] = \Omega$

R létezik ha i_1 *és* i_2 *előírható (azaz két áramforrást rákapcsolva reguláris)*
$R_{11} \triangleq \left.\frac{u_1}{i_1}\right|_{i_2=0}$ *primer oldali üresjárási bemeneti rezisztencia*
$R_{12} \triangleq \left.\frac{u_1}{i_2}\right|_{i_1=0}$

b) Admittancia-karakterisztika
$\mathrm{i}_1 = G_{11}u_1 + G_{12}u_2$
$\mathrm{i}_2 = G_{21}u_1 + G_{22}u_2$
$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$

G létezik ha a két oldali feszültségek előírhatók
$\left[G_{ij}\right] = \Omega$
$G = R^{-1}$ *ha mind2 létezik*

c) Hibrid karakterisztika
$\mathrm{u}_1 = H_{11}i_1 + H_{12}u_2$
$\mathrm{i}_2 = H_{21}i_1 + H_{22}u_2$

$[H_{11}] = \Omega$
$[H_{22}] = \mathrm{S}$
$[H_{12}] = [H_{21}] = 1$
$\begin{pmatrix} u_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} i_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$
H létezik ha i1 és u2 előírható
$H_{11} \triangleq \left.\frac{u_1}{i_1}\right|_{u_2=0}$ *primer oldali rövidzárási bemeneti rezisztencia*

d) Inverz hibrid karakterisztika
$\begin{pmatrix} i_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = K \begin{pmatrix} u_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$
Ha mindkettő létezik akkor $H = K^{-1}$

e) Lánc karakterisztika
Fordított referenciairány (áram kifelé folyik, így láncba köthetők)
$u_1 = A_{11}u_2 + A_{12}i_2$
$i_1 = A_{21}u_2 + A_{22}i_2$
$\begin{pmatrix} u_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \mathrm{A} \begin{pmatrix} \mathrm{u}_2 \\ i_2 \end{pmatrix}$
$[A_{11}] = [A_{22}] = 1$
$[A_{12}] = \Omega$

$[A_{21}] = S$

A létezése csak algebrai úton dönthető el

f) Inverz lánckarakterisztika
$\begin{pmatrix} u_2 \\ i_2 \end{pmatrix} = \mathrm{B} \begin{pmatrix} \mathrm{u}_1 \\ i_1 \end{pmatrix}$
$B = A^{-1}$

Csoportosítás:
- Hibrid típusú: R, G, G, K
- Lánc típusú: A B

Kétkapu paraméterek meghatározása

2021. február 26., péntek 12:03

a) Hálózatból számítva
(3 példa, nem is mind létezik)
Az ismeretlenek felírása ->együtthatók összegyűjtése

b) Másik paraméterrendszerből
Algebrai úton kell kapacsolatot keresni

Kétkapu tulajdonságok

2021. február 26., péntek 12:13

a) Reciprocitás
   Felcserélhetőség
   $i_1^{(1)} = i_2^{(2)} \rightarrow u_2^{(1)} = u_1^{(2)}$
   (i-k áramgenerátorral, u-k szakadással lezárva)
   Áramforrás és ideális voltmérő felcserélhető a kapu két oldalán
   Duális lezárással is definiálható (feszforrás és ideális ampermérő)

   Feltétel / eldöntési mód:
   - R alapján: $R_{12} = R_{21}$
   - További feltételek tk. 68. o.

   Reciprok kétkaput csak három független paraméter jellemzi!

   Tétel: ellenállás + IT -> reciprok kétkapu
   (ellenőrzésre is tök jó)

b) Szimmetria
   $i_1^{(1)} = i_2^{(2)} \rightarrow u_1^{(1)} = u_1^{(2)}$ és $u_1^{(1)} = u_2^{(2)}$
   Reciprocitás spec. Esete
   $R_{12} = R_{21}$ és $R_{11} = R_{22}$
   Következmény: csak két független paraméter!

c) Passzivitás, nonenergikusság
   Teljesítmény: $p = p_1 + p_2 = u_1 i_1 + u_2 i_2$

   Feltétel R alapján:
   - $R_{11} \geq 0$
   - $R_{22} \geq 0$
   - $R_{11} R_{22} \geq \left(\dfrac{R_{12} + R_{21}}{2} \right)$
   - *Egyenlőség -> nonenergikus*
   - *(tk. 70. oldal)*

Helyettesítő kapcsolások

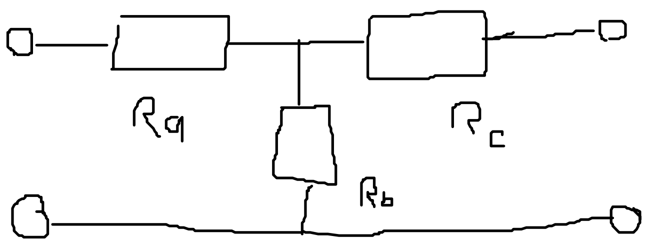
2021. március 21., vasárnap 9:21

Adott egy karakterisztika
Keresett egy egyszerű kapcsolás ami helyettesíti a kétkaput

1. Reciprok kétkapu

Csak 3 független paraméter -> 3 elem

T-tag



Pl. adott R

$u_1 = R_{11}i_1 + R_{12}i_2$
$u_2 = R_{21}i_1 + R_{22}i_2$

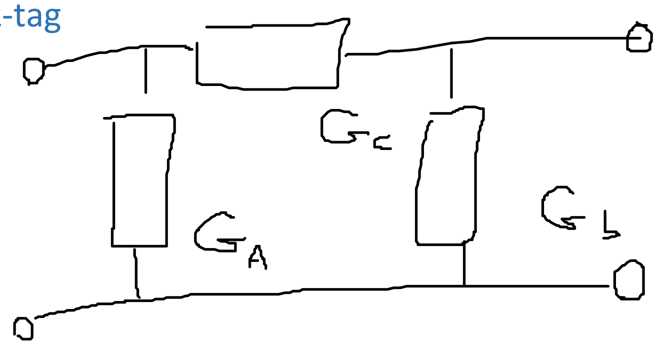
$u_1 = R_a i_1 + R_b(i_1 + i_2)$
$u_2 = R_c i_2 + R_b(i_1 + i_2)$

$u_1 = (R_a + R_b)i_1 + R_b i_2$
$u_2 = R_b i_1 + (R_c + R_b)i_2$

$R_a = R_{11} - R_{12}$
$R_b = R_{12} = R_{21}$
$R_c = R_{22} - R_{21}$

Csak akkor létezik ha létezik az impedanciakarakterisztika
(pl. távvezeték modellezése)

π-tag



$i_1 = (G_a + G_b)u_1 - G_b u_2$
$i_2 = (G_b + G_c)u_2 - G_b u_1$

$G_a = G_{11} + G_{12}$
$G_b = -G_{12} = -G_{21}$
$G_c = G_{22} + G_{21}$

Csak akkor létezik ha létezik az admittanciakrakterisztika

Példa: IT hibrid karakterisztikával fejezhető csak ki, így nincsen sem Pi, sem T helyettesítő kép

Nem reciprok kétkapuk

2021. március 21., vasárnap 9:36

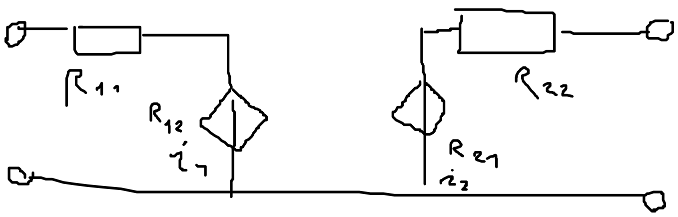
4 független paraméter -> 4 paraméter (alkatrész) a kapcsolásban

Természetes helyettesítő kép

Típustól függ

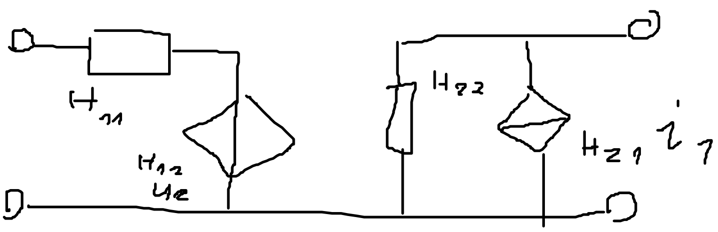
Impedanciakarakterisztika

$u_1 = R_{11}i_1 + R_{12}i_2$
$u_2 = R_{21}i_1 + R_{22}i_2$



Hibrid karakterisztika

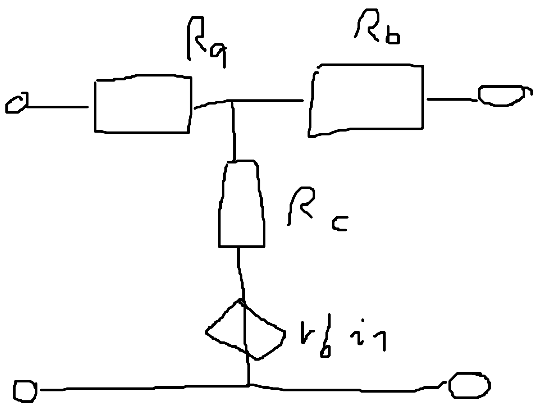
$u_1 = H_{11}i_1 + H_{12}u_2$
$i_2 = H_{21}i_1 + H_{22}u_2$



Láncot nehezebb

Hibrid T tag

(több típus, a vezérelt forrás rakható máshova)



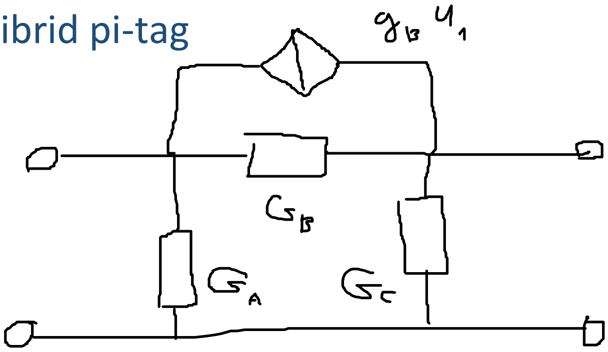
$R_a = R_{11} - R_{21}$
$R_b = R_{12}$

$R_c = R_{22} - R_{12}$
$r_b = R_{21} - R_{12}$

Előnyök
- Csak egy vezérelt forrás
- Ha mégis reciprok, átmegy T-tagba

Hátrány:
- Csak impedanciamátrix létezésének esetén létezik

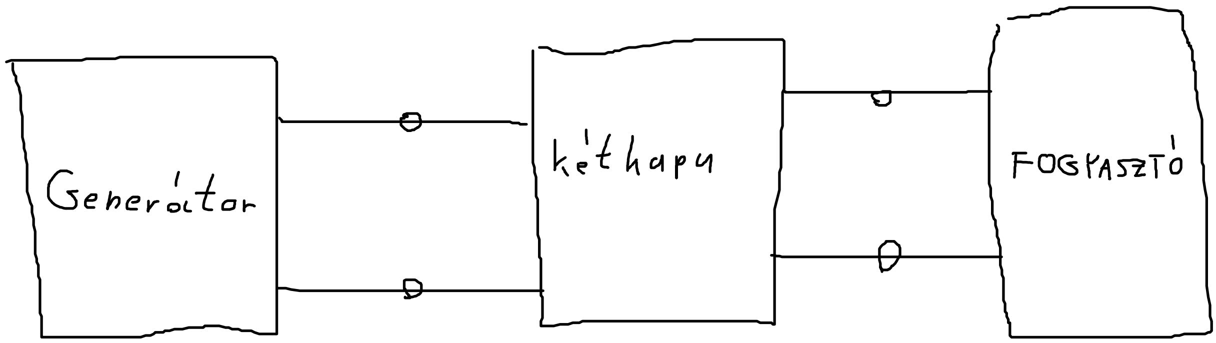
Hibrid pi-tag



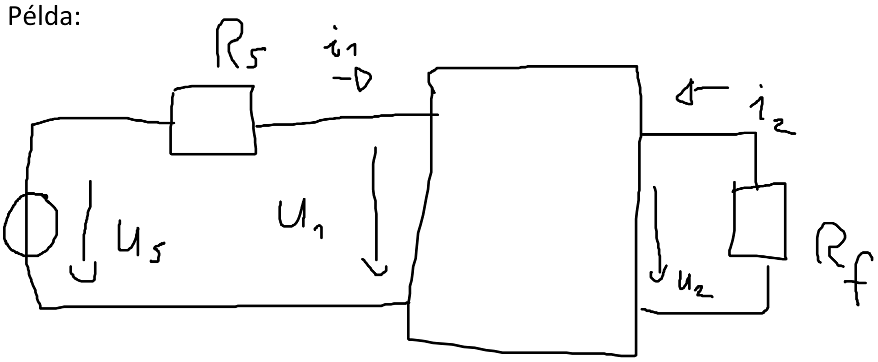
Előnyök és hátrányok megegyeznek
Létezés feltétele az admittanciakarakterisztika

Lezárt kétkapu

2021. március 21., vasárnap 9:49



Példa:



Hálózatszámítás:

$u_1, u_2, i_1, i_2 \rightarrow$ 4 egyenlet

1. Generátorkarakterisztika
   $u_1 = u_s - R_s i_1$
2. Fogyasztó
   $u_2 = -R_f i_2$

3-4. kétkapu egyenletei

-> jó esetben megoldható, egyébként nem reguláris

Bemeneti rezisztenciák

- Primer oldali bemeneti rezisztencia (R_f lezárással)
  $$R_{B1} = \left(\frac{u_1}{i_1}\right)_{R_f}$$
- Szekunder oldali bemeneti rezisztencia (gen. Lezárással)
  $R_{B2} = \left(\frac{u_2}{i_2}\right)_{R_s}$ (dezaktivizált generátor - teljesítményillesztéshez)

Átviteli/transzfer jellemzők

- Feszültség átviteli tényező
  $$H_u = \left(\frac{u_2}{u_1}\right)_{R_f}$$
- Áram átviteli tényező
  $$H_i = \left(\frac{i_2}{i_1}\right)_{R_f}$$
- Átviteli rezisztencia

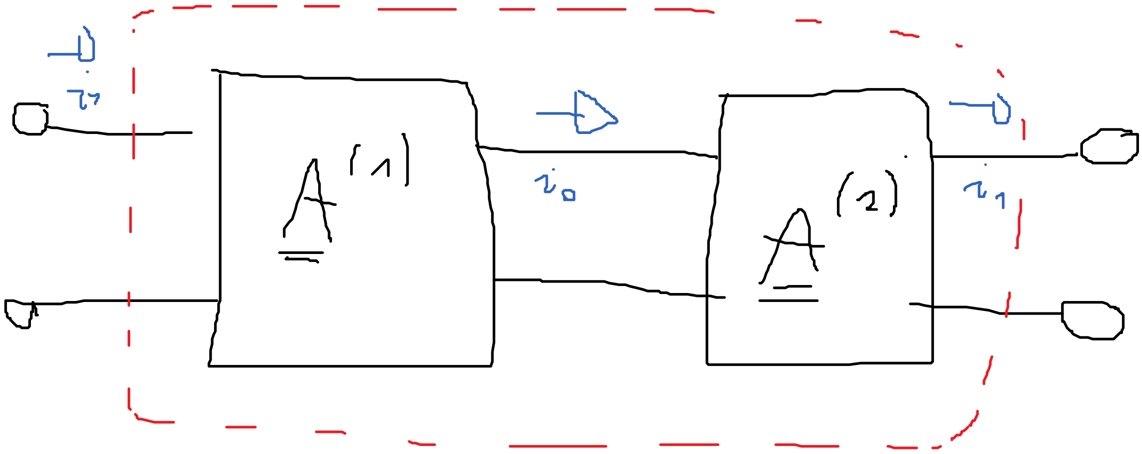
$$\mathrm{R_T} = \left(\frac{u_2}{i_1}\right)_{R_f}$$

- Átviteli konduktancia

$$\mathrm{G_T} = \left(-\frac{i_2}{u_1}\right)_{R_f}$$

Kétkapuk lánc kapcsolása

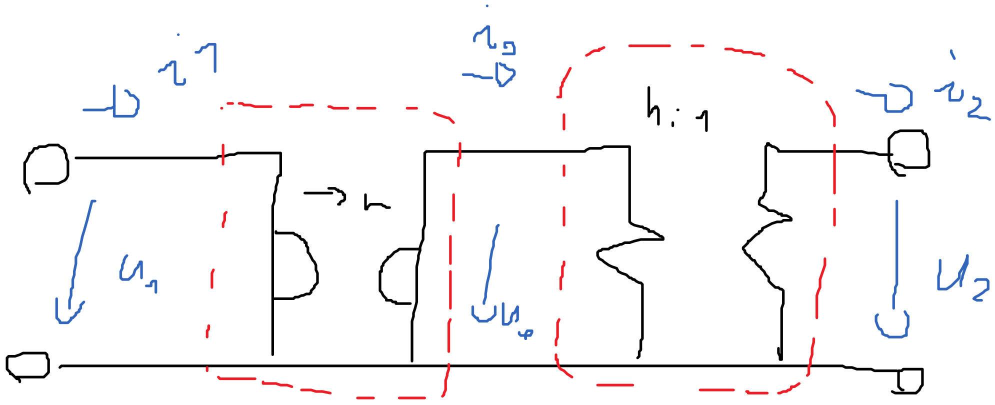
2021. március 21., vasárnap 10:03



$$\begin{pmatrix} u_0 \\ i_0 \end{pmatrix} = A^{(2)} \begin{pmatrix} u_2 \\ i_2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} u_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = A^{(1)} \begin{pmatrix} u_0 \\ i_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = A^{(1)} A^{(2)} \begin{pmatrix} u_2 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

Példa:



Girátor:

$\mathrm{u}_1 = -\mathrm{r}\mathrm{i}_0$

$\mathrm{u}_0 = \mathrm{r}\mathrm{i}_1 \rightarrow \mathrm{i}_1 = \frac{1}{\mathrm{r}}\mathrm{u}_0$

$$\mathrm{A}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & -r \\ \frac{1}{r} & 0 \end{pmatrix}$$

IT:

$\mathrm{u}_0 = \mathrm{n}\mathrm{u}_2$

$\mathrm{i}_0 = \frac{1}{\mathrm{n}}\mathrm{i}_2$

$$\mathrm{A}^{(1)} = \begin{pmatrix} n & 0 \\ 0 & -\frac{1}{n} \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{A}_{\text{eredő}} = \begin{pmatrix} 0 & r/n \\ n/r & 0 \end{pmatrix}$$

Számítástechnikai fogások

2021. március 21., vasárnap 10:17

Cél: kétkapu karakterisztika meghatározása
Nehézség: nagy hálózat
Számítógépes megoldás

Kifejezendő két változó a paraméterekből

Belső változók
$\mathrm{X} = [\mathrm{x}_1; \mathrm{x}_2; \mathrm{x}_3; \dots]$

1. Egyenletrendszer (pl. KÁT)
   $$\mathrm{S}\begin{pmatrix} u_1 \\ i_2 \\ X \\ i_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = 0$$
   S: (k+2)x(k+4)
   Kifejezendő, belső változók, paraméterek

2. Átrendezés
   $$\mathrm{M}\begin{pmatrix} u_1 \\ i_2 \\ X \end{pmatrix} + N\begin{pmatrix} i_2 \\ u_2 \end{pmatrix} = 0$$

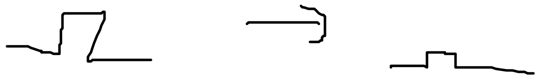
3. Megoldás
   $$\begin{pmatrix} u_1 \\ i_2 \\ X \end{pmatrix} = -M^{-1}N\begin{pmatrix} i_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$
   Első két sor: H

Dinamikus hálózatok

2021. március 22., hétfő 15:47

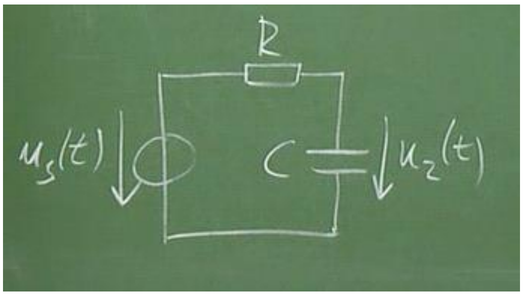
Rezisztív hálózat

Rendszer válasza a gerjesztés skalárszorosa
Nincs értelme kiírni az időfüggést "egyenáramú hálózat"
Algebrai megoldás

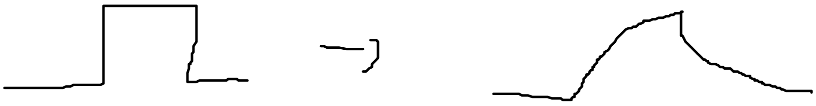


Dinamikus hálózatok

Példa



$u_s(t) = Rcu_2'(t) + u_2(t)$
Diff. Egyenlet



Általában: $y(t) = Y\{u(t)\}$ operátorral
Diff. Egyenlet megoldás

Dinamikus hálózatok analízise

2021. március 22., hétfő 15:55

Alapfogalmak

1. Din. Hálózat komponensei

a. Kondenzátor

- Elektromos energiát tárol
- $\mathrm{i_c, u_c, Q, C}$
- $\mathrm{Q = Cu_c \rightarrow u_c(t) = \frac{1}{C}}\int_{-\infty}^{t} i_c(t)dt \rightarrow i_c = Cu_c'$
- C: kapacitás, [C]=F (uF, nF, pF)
- $\mathrm{w_c(t)} = \int_{-\infty}^{t} u_C C u_c' d\tau = \frac{1}{2}Cu_c^2(t) - \frac{1}{2}Cu_c^2(-\infty) = \frac{1}{2}Cu_c^2(t)$
- $-\infty$-ben U=Q=0
- Passzív, de adott pillanatban a teljesítménye lehet bármilyen
- (és veszteségmentes)
- Csatolt kondenzátorok
    - $\mathrm{i_{c1} = C_{11}u_{c1}' + C_{12}u_{c2}'}$
    - $\mathrm{i_{c2} = C_{21}u_{c1}' + C_{22}u_{c2}'}$

b. Tekercs

- Mágneses energiát tárol
- Fluxus: $\psi = Li_L$
- $\mathrm{u_L = Li_L'}$
- L: induktivitás, [L]=H (mH, uH)
- Munkafüggvény: $w_L(t) = \frac{1}{2}Li_L^2(t)$
- Passzív, veszteségmentes
- Csatolt tekercspár (pl. transzformátor)
    - $\begin{pmatrix} u_{L1} \\ u_{L2} \end{pmatrix} = L \begin{pmatrix} i_{L1}' \\ i_{L2}' \end{pmatrix}$
    - $\mathrm{L_{12} = L_{21}}$

- Rezisztív komponensek

2. Hálózat egyenletek

n csomópont
$\mathrm{b_D}$ dinamikus kp
$\mathrm{b_R}$ rezisztív kp

Hálózati egyenletek teljes rendszere:
- KÁT: $\mathrm{r = n - 1}$
- KFT: $\mathrm{l = (b_D + b_R) - n + 1}$
- Karakterisztika: $\mathrm{b_D + b_R}$

$\mathrm{2(b_D + b_R)}$ egyenlet, ebből $\mathrm{b_D}$ diffegy

Redukáltrendszer: KÁT + KFT egyenlet

3. Alapfeladat
- Ismert
    - A hálózat
    - Az "előélet": t<0 : spec. $\mathrm{t = -0}$ kiindulási pillanat
- Meghatározandó:
    - $\mathrm{y(t)}$ válaszjel $\mathrm{t > 0}$

Állapotváltozós leírás (AVL)

2021. március 22., hétfő 16:15

Hálózati egyenletek egy ***<u>célszerű</u>*** alakja

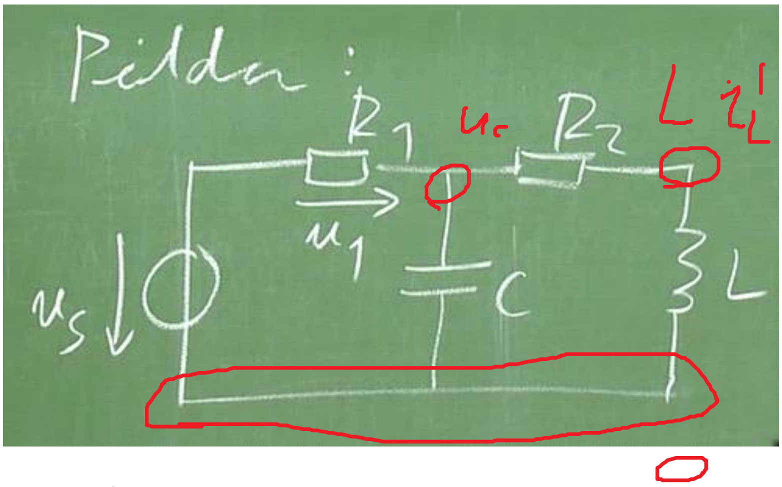
Rendszer belső változói: állapotváltozók
Belső változókat vezetünk be, és ezekkel írjuk fel az egyenletrendszer

1. Állapotváltozók (ÁV)
    - A hálózat változóinak olyan **<u>minimális</u>** halmaza amely
        1) Evoluciós módon kezelhető, azaz ha ismerem az értéküket egy pillanatban, és ismerem a gerjesztést, akkor meg tudom határozni a jövőbeni értéküket
        2) Belőlük és a gerjesztésből meghatározható a válasz
    - Nem egyértelműek
    - ÁV-k száma a rendszer által meghatározott, N: rendszám
    - Állapotvektor: $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots]^T$(oszlopvektor)
2. Állapotváltozós leírás normálalakja (ÁVLNA)
    - Változók deriváltjainak kifejezése a változók és a gerjesztésből "állapotegyenlet"
    - Válasz kifejezése a változókból és a gerjesztésből "válasz kifejezése"
    - $X' = AX + Bu$
    - $y = C^T X + Du$
    - A: rendszermátrix
    - B: gerjesztés együtthatói
    - Általánosítás MIMO-ra: vektor helyett mátrix

Ellenőrzés:
1) $x(t_a + dt) = x(t_a) + x'(t_a)dt = x(t_a) + [Ax(t_a) + Bu(t_a)]dt$
2) $y = C^T x + Du$

Villamos hálózatban:
- $i_c = Cu_c' \rightarrow u_c' = \frac{1}{C} i_c$
- $u_L = Li_L' \rightarrow i_L' = \frac{1}{L} u_L$
- Kézenfekvő hogy u_C és i_L legyenek ÁV-k
- Rendszám: N=#{C}+#{L}

PÉLDA



Gerjesztés: u_S
Válasz: u_1

CSP:

$$\frac{\mathrm{u_c - u_S}}{\mathrm{R_1}} + \frac{\mathrm{u_c - Li'_L}}{\mathrm{R_2}} + \mathrm{Cu'_c} = 0$$

$$\mathrm{i_L} + \frac{\mathrm{Li'_L - u_c}}{\mathrm{R_2}} = 0$$

$$\mathrm{u'_C} = -\frac{1}{\mathrm{CR_1}}\mathrm{u_c} - \frac{1}{\mathrm{C}}\mathrm{i_L} + \frac{1}{\mathrm{CR_1}}\mathrm{u_S}$$

$$\mathrm{i'_L} = \frac{1}{\mathrm{L}}\mathrm{u_c} - \frac{\mathrm{R_2}}{\mathrm{L}}\mathrm{i_L}$$

$$\begin{bmatrix} u'_C \\ i'_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{CR_1} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{R_2}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_c \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{CR_1} \\ 0 \end{bmatrix} u_S$$

$$\mathrm{u_1 = u_S - u_c} = [-1 \quad 0] \begin{bmatrix} u_c \\ i_L \end{bmatrix} + 1u_s$$

Mindez nem kizárólagos a villamos rendszerekre

ÁVLNA előállítása

2021. március 22., hétfő 16:40

a) Egyenletek ad-hoc rendezése
   - HTR
   - CSP
   - HÁ

b) Hálózat gráfja alapján
   a. Normálfa:
      - Faágak: feszforrás, rövidzár, kondenzátor
      - Közőágak: áramforrás, szakadás, tekercs
   - C-vágatra KÁT
   - L-hurokra KFT

Kezdeti és kiindulási értékek

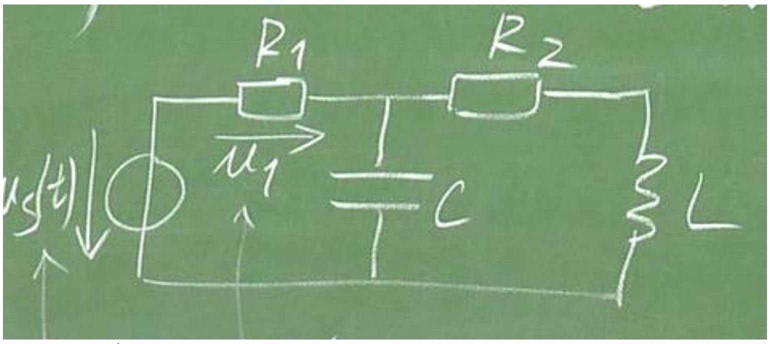
2021. március 22., hétfő 16:44

a) A hálózat előélete: t<0
-> spec. Eset: t=-1 kiindulási pillanat
$x(-0) = \lim_{t\to -0} x(t)$ kiindulási állapot

Bekapcsolási jelenség:
- u(t)=0 -> x(-0)=0

b) Az állapotváltozók folytonossága
$x' = Ax + Bu$ korlátosnak kell lennie
Csak korlátos gerjesztésű hálózatokkal foglalkozunk
(kiv. 1 kivételt)
u(t) korlátos -> x(t) folytonos
u(t) korlátos -> x(-0)=x(+0)
Diff. Egyenlet egyértelmű megoldásához kell x(0)

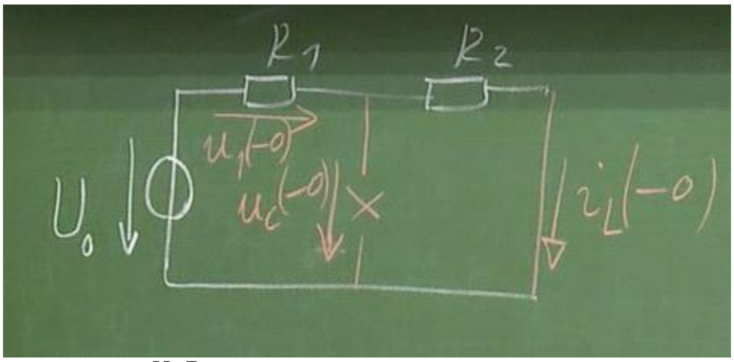
c) Kiszámítás hálózatból



$$u_S(t) = \begin{cases} U_0 \; ha\; t < 0 \\ 2U_0 \end{cases}$$

Nem bekapcsolási foly!

t<0: $u_S = \text{konst} \to \frac{d}{dt} = 0 \to$
kondenzátor és tekercs helyettesíthetők (szakadás és rövidzár)
Rezisztív helyettesítő hálózat:



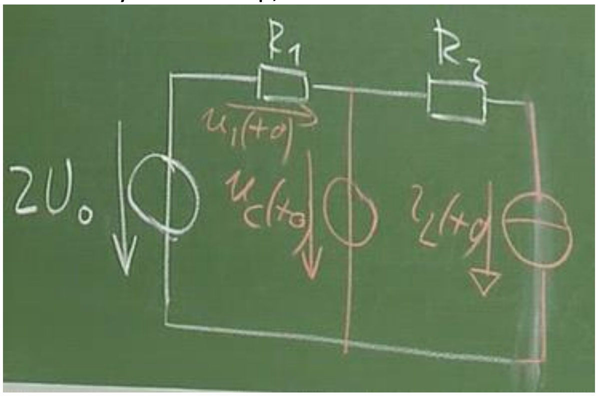
$$u_C(-0) = \frac{U_0R_2}{R_1 + R_2}$$

$$i_L(-0) = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$$

$$u_1(-0) = \frac{U_0R_1}{R_1 + R_2}$$

t=0

Másik helyettesítő kép, áram és fesz. források



Fiktív források
Rezisztív hálózat

$$u_1(+0) = 2U_0 - \frac{U_0 R_2}{R_1 + R_2}$$

5. Hálózat regularitása
   A hálózati egyenletek egyértelműen megoldhatók minden fesz-árama minden gerjesztés esetén
   Regularitás <=> ÁVLNA létezése (minden u_C és i_L ÁV)
   (lehet több energiatároló elem mint rendszám, pl. párhuzamosan kapcsolt tekercsek, sorosan kapcsolt kondenzátorok -> kváziReguláris hálózatok, kapacitív hurok és induktív ág)

Elsőrendű hálózatok analízise

2021. március 22., hétfő 17:23

N=1, 1 energiatároló elem van (kondenzátor vagy tekercs)

ÁVLNA:
- $x' = Ax + Bu$
- $y = Cx + Du$
- (skalárok, egyébként mátrix)

Közönséges elsőrendű diff. Egyenlet (DE)

Adott:
- $u(t): t > 0$
- $x(+0)$

Összetevőkre bontás módszere

Megoldás alakja:
$\mathbf{x}(\mathbf{t}) = \mathbf{x_f}(\mathbf{t}) + \mathbf{x_g}(\mathbf{t})$
x_f: szabad összetevő
x_g: gerjesztett összetevő

a) Szabad összetevő
A <u>homogén</u> DE általános megoldása
$x_f' = Ax_f$ (u=0)
"magára hagyott rendszer válasza"
$x_f = Me^{\lambda t}$
$x_f' = \lambda x_f$
λ: sajátérték, M határozatlan állandó

b) Gerjesztett összetevő
<u>Inhomogén</u> DE egy partikuláris megoldása
$x_g' = Ax_g + Bu$
Végtelen sok van (hozzáadva a szabad összetevőt)
Fiz. Tartalma: $x(t) \to x_g(t)$ ha $\lambda < 0$
x_g alakja $\sim$ u alakja
Próbafüggvény módszer: táblázat alapján keressük a hasonló függvényt
Ebben a félévben csak spec. esettel (konstans gerjesztés)
$x_g(t) = X_0$

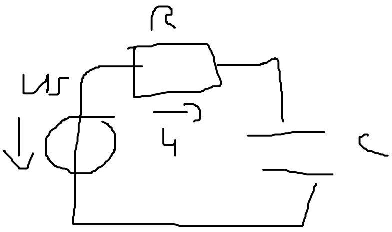
c) Kezdeti feltétel
$x(+0)$ adott
$x(+0) = x_f(+0) + x_g(+0) = Me^0 + x_g(+0)$
$M = x(+0) - x_g(+0)$

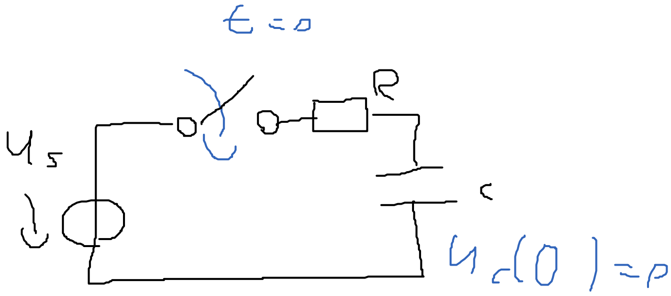
d) Válasz felírása
$y(t) = Cx(t) + Du(t)$

Példa

2021. március 22., hétfő 17:36

1. Bekapcsolási jelenség
   $u(t<0)=0 \rightarrow x(-0)=0$





$u(t)=?$

ÁVLNA (t>0):
- $u_s = Rcu_c' + u_c$
- $u_c' = -\frac{1}{RC}u_c + \frac{1}{RC}u_s$
- $u = -1u_c + 1u_s$

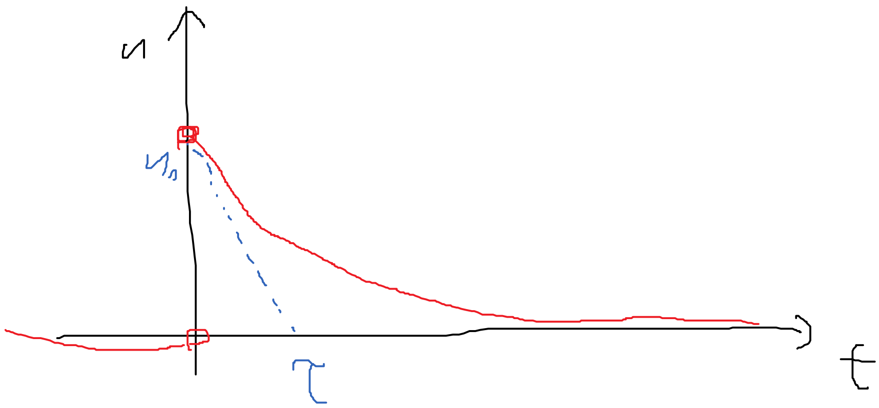
Kezdeti feltétel:
$u_c(-0) = u_C(+0) = 0$

Összetevőkre bontás:

a) Szabad összetevő

   $u_{cf}(t) = Me^{\lambda t}$
   $\lambda = A = -\frac{1}{RC} < 0$
   $\tau = -\frac{1}{\lambda}$ időállandó
   $u_{cf}(t) = Me^{-\frac{t}{\tau}}$
   3τ: ~5%, 5τ: < 1%

b) Gerjesztett összetevő
   $u_s(t) = U_0(t \geq 0) \rightarrow u_{cg}(t) = U_{cg} = ?$
   $U_{cg}' = -\frac{1}{RC}U_{cg} + \frac{1}{RC}U_0 = 0$
   $U_{cg} = U_0$



c) Kezdeti feltételek
   $u_C(+0) = 0$
   $u_c(0) = Me^0 + U_{cg} = 0$
   $M = -U_{cg}$

$u_c(t) = -U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + U_0$
$\tau = RC$

d) válasz

   $$u(t) = u_S(t) - u_c(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ u_0 e^{-\frac{t}{\tau}} & t \geq 0 \end{cases}$$

Fizikai diszkúszió:
- A töltés (i integrálja) a végtelenben $\frac{\tau U_0}{R} = RC\frac{u_0}{R} = Cu_0$

Átkapcsolási jelenségek

2021. március 27., szombat 20:44

u(t) $\neq 0$: $t < 0 \rightarrow x(-0) \neq 0$
x(+0) $\neq 0$

Konstans gerjesztés -> konstans gerjesztett összetevő

Elsőrendű hálózatban: λ sajátérték(?) az állapotváltozó deriváltjának kifejtésében az állapotváltozó együtthatója, és $\tau = -\frac{1}{\lambda}$

Elsőrendű hálózat válaszának általános formulája

2021. március 27., szombat 21:07

CSAK NAGYON SPECIÁLIS ESETBEN
- N=1
- SZAKASZONKÉNT KONSTANS GERJESZTÉS

ÁVLNA

Minden rezisztív cucc kétkapuba sűrítése
$x' = Ax + Bu$
$y = Dx + Eu$

Időállandó

Kondenzátor:
$Cu_c' = i_c = Cau_c + Cbu$
$A = \frac{1}{C}\frac{i_c}{u_c}\Big|_{u=0} = -\frac{1}{CR_{22}}$
$\lambda = A = -\frac{1}{CR_{22}} \rightarrow \tau = CR_{22}$

Tekercs:
$i_L' = Ai_L + Bu$
$Li_L' = u_L = LAi_L + LBu$
$A = \frac{1}{L}\frac{u_L}{i_L}\Big|_{u=0} = -\frac{1}{L}R_{22}$
$\tau = \frac{L}{R_{22}}$

Időfüggés:

$x(t) = x_t(t) + x_G(t) = Me^{-\frac{t}{\tau}} + x_g(t)$

$x(+0) = M + x_g(+0) \rightarrow M = x(+0) - x_g(+0)$
-> $x(t) = \left[x(+0) - x_g(+0)\right]e^{-\frac{t}{\tau}} + x_g(t)$
Ha u állandó -> $x_g(t) = X_G$
$x(t) = \left[x(+0) - X_g\right]e^{-\frac{t}{\tau}} + X_g$

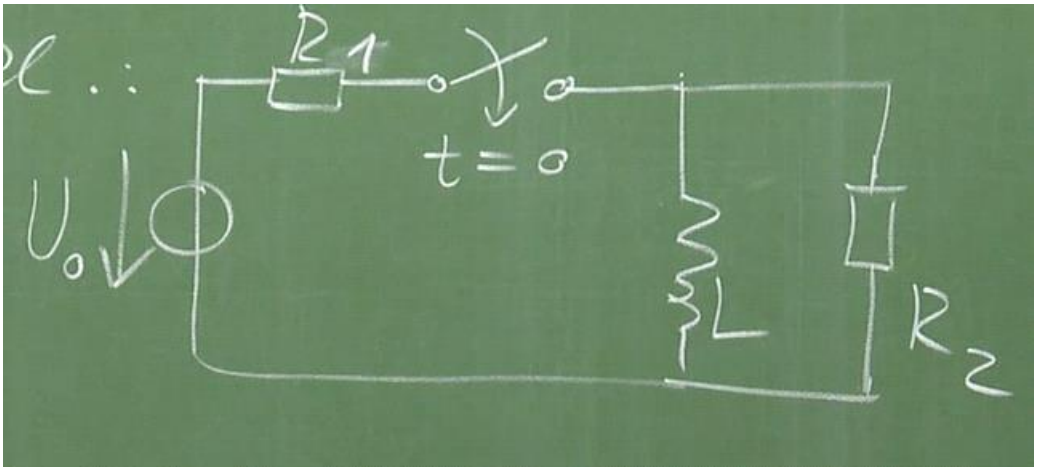
A válasz: $y(t) = Dx(t) + Du(t)$
$y(t) = D\left[x(+0) - X_g\right]e^{-\frac{t}{\tau}} + DX_g + EU_0$

$y(t) = \left[y(+0) - Y_g\right]e^{-\frac{t}{\tau}} + Y_g$

$y(+0), Y_g$ rezisztív hálózatból, míg τ az iménti módon

Példa

2021. március 27., szombat 23:39



Bekapcsolási jelenség: $\mathrm{i_L}(+0) = 0$
Válasz: $\mathrm{u_2}$ a második ellenállás (és egyben a tekercs) feszültsége

$$\mathrm{u_2}(+0) = \mathrm{U_0}\frac{\mathrm{R_2}}{R_1 + R_2}$$

(a tekercset szakadásnak tekintve)

$$\mathrm{u_2}(\mathrm{t} \to \infty) = U_{2g} = 0$$

(a tekercs rövidzár)

$$\mathrm{R_{22}} = \mathrm{R_1} \times R_2$$

$$\tau = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{R_1} \times R_2}$$

$$\mathrm{u_2}(\mathrm{t}) = \left[\mathrm{U_0}\frac{\mathrm{R_2}}{R_1 + R_2} - 0\right] e^{-\frac{t}{\tau}} + 0$$

Magasabbrendű hálózatok analízise

2021. március 27., szombat 23:52

Rendszám: N>1
ÁVLNA:
$x' = Ax + Bu$
$y = C^T x + Du$
(x, x', B oszlopvektorok, A mátrix, C sorvektor és D skalár, csak nem lehet beírni)

Elsőrendű lineáris közönséges differenciálegyenletrendszer (DER)
Adott: $u(t): t > 0$ és $x(+0)$
Keresett: y(t): t>0

Összeevőkre bontás módszere:
$x(t) = x_t(t) + x_g(t)$ (szabad/tranziens és gerjesztett összetevő)

Szabad összetevő

Homogén DER általános megoldása
$x_f' = Ax_f$
$x_f = me^{\lambda t} y$
$\left(me^{\lambda t}\right)' = Ame^{\lambda t}$
$\lambda me^{\lambda t} = Ame^{\lambda t}$
$\lambda m = Am$ *-> λ sajátérték, m sajátvektor!*
Ha több is van, akkor ezek lin. Kombinéciója

$$x_f(t) = \sum_{p=1}^{N} K_p m_p \, e^{\lambda_p t}$$

Összefoglalás

2021. április 5., hétfő 12:26

Szabad összetevő:

HOMOGÉN DER álalános megoldása

$$\vec{x_f}(t) = \sum_{p=1}^{N} K_p \overrightarrow{m_p} e^{\lambda_p t}$$

Ahol $\overrightarrow{m_p}$ és λ_p összetartozó sajátvektor és sajátértéke a mátrixnak, és nincs két egyforma sajátértéke

K_p-k meghatározása az utolsó lépésben a kezdeti feltételekből történik

Gerjesztett összetevő

$\overrightarrow{x_g}$ az INHOMOGÉN DER egy partikuláris megoldása

Alakja: $\overrightarrow{x_g}$ "hasonló" a gerjesztés alakjához (próbafüggvény-módszer)

Ha a gerjesztés konstans, $\overrightarrow{x_g}$ is konstans

Ha minden sajátérték (valós része) negatív, akkor a szabad összetevő 0-hoz tart, és $\vec{x} \to \overrightarrow{x_g}$

Kezdeti feltételek

$\vec{x}(+0)$ adott

$\vec{x}(+0) = \vec{x_f}(+0) + \overrightarrow{x_g}(+0)$

$$\vec{x_f}(+0) = \sum_{p=1}^{N} K_p \overrightarrow{m_p} e^{\lambda_p 0} = \sum_{p=1}^{N} K_p \overrightarrow{m_p} = \vec{x}(+0) - \overrightarrow{x_g}(+0)$$

A lin. Egyenletrendszer megoldása adja az együtthatókat

(egyenletrendszer mátrixa a sajátvektorokból mint oszlopvektorokból áll)

A válasz kifejezése

$y(t) = C^T x(t) + Du(t)$

Példa

2021. április 5., hétfő 12:44

$\underline{x}' = \underline{\underline{A}}\,\underline{x} + \underline{B}u$
$\mathrm{y} = \underline{C}^T\underline{x} + Du$

$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 0.5 & -1.5 \end{bmatrix}$
$\underline{B} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$
$\underline{C}^T = \begin{bmatrix} 5 & 0 \end{bmatrix}$
$\mathrm{D} = 4$

$\underline{x}(+0) = \underline{0}$
$u(t > 0) = U_0 = 1$
$\mathrm{y}(\mathrm{t} > 0) = ?$

Szabad összetevő:

Sajátértékek:

$\begin{vmatrix} -2-\lambda & 3 \\ 0.5 & -1.5-\lambda \end{vmatrix} = (-2-\lambda)(-1.5-\lambda) - 1.5 = \lambda^2 + 3.5\lambda + 1.5 = 0$
$\lambda_1 = -0.5$
$\lambda_2 = -3$

Sajátvektorok:

$\begin{bmatrix} -1.5 & 3 \\ 0.5 & -1 \end{bmatrix}\overrightarrow{m_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\overrightarrow{m_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0.5 & 1.5 \end{bmatrix}\overrightarrow{m_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\overrightarrow{m_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

(szerintem itt az előadáson elrontotta, neki $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ és $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ jött ki, de pl. octave szerint nekem van igazam. Innen minden ami erre épít dől vele)

Gerjesztett összetevő

Konstans gerjesztés ->
$\underline{x_g}' = \underline{\underline{A}}\,\underline{x_g} + \underline{B}U_0 = \underline{0}$
$\underline{x_g} = -\underline{\underline{A}}^{-1}\,\underline{B}U_0 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$
(akár hálózatból is számítható lett volna)

Kezdeti feltétel:

$\underline{x}(t) = \underline{x_f}(t) + \underline{x_g}(t) = K_1\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}e^{-3t} + K_2\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}e^{-0.5t} + \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$
$\underline{x}(+0) = K_1\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + K_2\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.6 \\ -0.4 \end{bmatrix}$

$$\underline{x}(t) = 1.6\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}e^{-3t} - 0.4\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}e^{-0.5t} + \begin{bmatrix}-2\\-2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-2+3.2e^{-3t}-1.2e^{-0.5t}\\-2+1.6e^{-3t}+0.4e^{-0.5t}\end{bmatrix}$$

Válasz felírása

$$\mathrm{y} = \underline{C}^T\underline{x} + Du = \begin{bmatrix}-2+3.2e^{-3t}-1.2e^{-0.5t}\\-2+1.6e^{-3t}+0.4e^{-0.5t}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & 0\end{bmatrix} + 4 = -10 + 16e^{-3t} - 6e^{-0.5t} + 4$$
$$= -6 + 16e^{-3t} - 6e^{-0.5t}$$

Példák másodrendű hálózatokra

2021. április 5., hétfő 13:27

N=2, két tekercs, két kondenzátor vagy egy tekercs és egy kondenzátor
Másodfokú karakterisztikus polinom -> 2 sajátérték

- Két valós
- Egy valós kétszer
- Komplex konjugált pár

Soros rezgőkör

R-L-C elemek soros kapcsolása
$u_s(t)$ gerjesztés
Válasz (itt és most): $i_L(t)$
Állapotváltozók: $u_c(t), i_L(t)$
KFT: $-u_s + Ri_L + Li_L' + u_c = 0$
KÁT: $i_L = Cu_c'$
(először elronotta a KÁT-t, de szünet után javította)

$$\begin{bmatrix} i_L' \\ u_C' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ u_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} u_s$$

$$\mathrm{i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ u_c \end{bmatrix} + 0u_s$$

Konstans gerjesztés, bekapcsolási jelenség

Gerjesztett összetevő hálózatból (kondenzátor -> szakadás, tekercs -> rövidzár):

Szabad összerevő:

$$\lambda^2 + \frac{R}{L}\lambda + \frac{1}{LC} = 0$$

$$\lambda_{1;2} = \frac{1}{2}\left(-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC}}\right)$$

Diszkrimináns alapján:

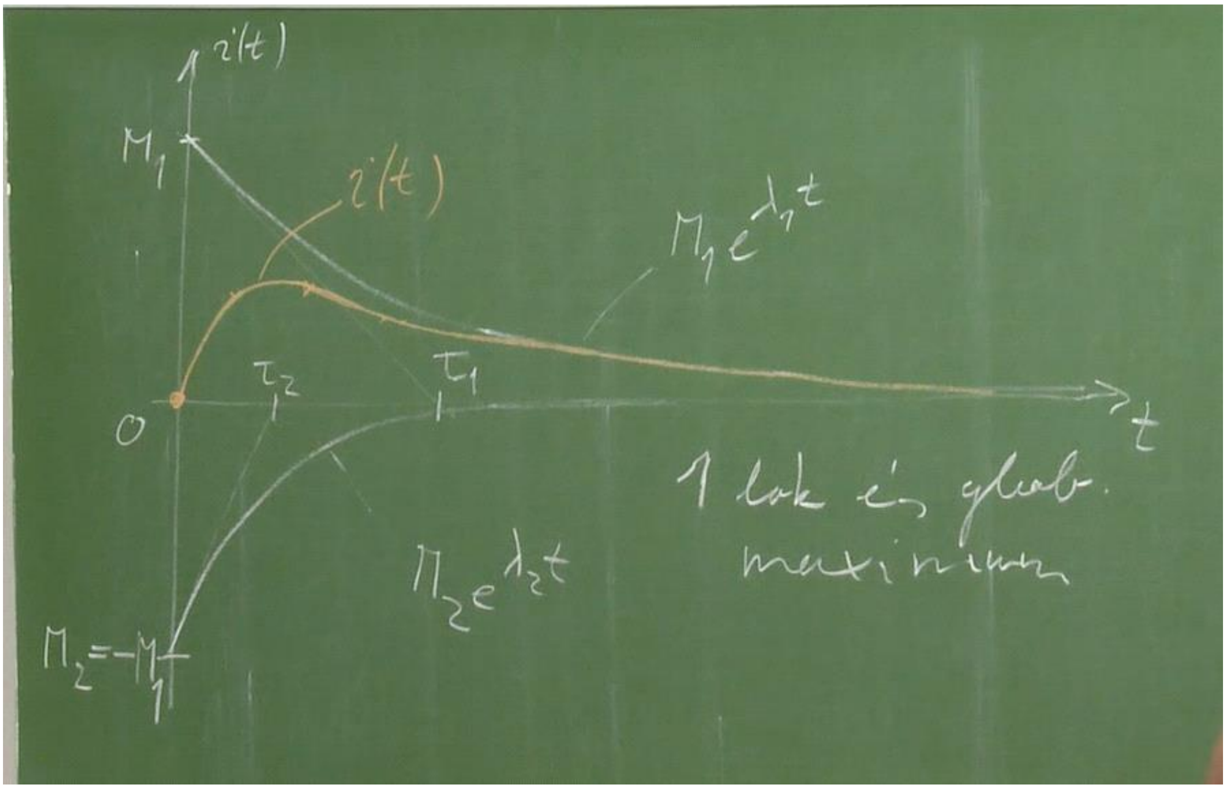
- D>0

  $$\frac{R^2}{L^2} > \frac{4}{LC}$$

  $$\mathrm{R} > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

  Két külön valós sajátérték
  Ha R, L, C pozitív valósok, a sajátértékek negatívok

  Két sajátérték -> két időállandó
  A nagyobbik a domináns időállandó
  $i_L(t) = M_1 e^{-\lambda_1 t} + M_2 e^{-\lambda_2 t}$ alakra hozható ($M_1 + M_2 = 0$ mivel bekapcsolási jelenség)



Túlcsillapított rezgőkör - nincs semmi rezgés

(Csillapítási tényező: $\delta = -\lambda$)

- Negatív diszkrimináns

$\frac{R^2}{L^2} < \frac{4}{LC}$

$\mathrm{R} < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

$\lambda_{1;2} = \frac{1}{2}\left(-\frac{R}{L} \pm j\sqrt{\frac{4}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}\right) = \sigma \pm j\omega$

$\lambda_1 = \lambda_2^* \rightarrow \overrightarrow{m_1} = \overrightarrow{m_2}^*$

Időállandó: $\tau = -\frac{1}{\sigma}$

$\mathrm{i(t)} = \mathrm{M}_1\mathrm{e}^{-\lambda_1 t} + \mathrm{M}_2\mathrm{e}^{-\lambda_2 t}$

Mivel $\lambda_1 = \lambda_2^*$ és $M_1 = M_2^*$, jó esetben valós lesz

Átalakítási lehetősége

$\mathrm{M}_{1;2} = \alpha \pm j\beta$

$\lambda_{1;2} = \sigma \pm j\omega$

$\mathrm{i(t)} = (\alpha + j\beta)e^{\sigma t + j\omega t} + (\alpha - j\beta)e^{\sigma t - j\omega t} = (\alpha + j\beta)e^{\sigma t}e^{j\omega t} + (\alpha - j\beta)e^{\sigma t}e^{-j\omega t} = e^{\sigma t}\left[\alpha\left(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}\right) + j\beta\left(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}\right)\right]$
$= e^{\sigma t}\left[\alpha 2\cos\omega t + j\beta 2j\sin\omega t\right] = 2e^{\sigma t}\left[\alpha\cos\omega t - \beta\sin\omega t\right]$

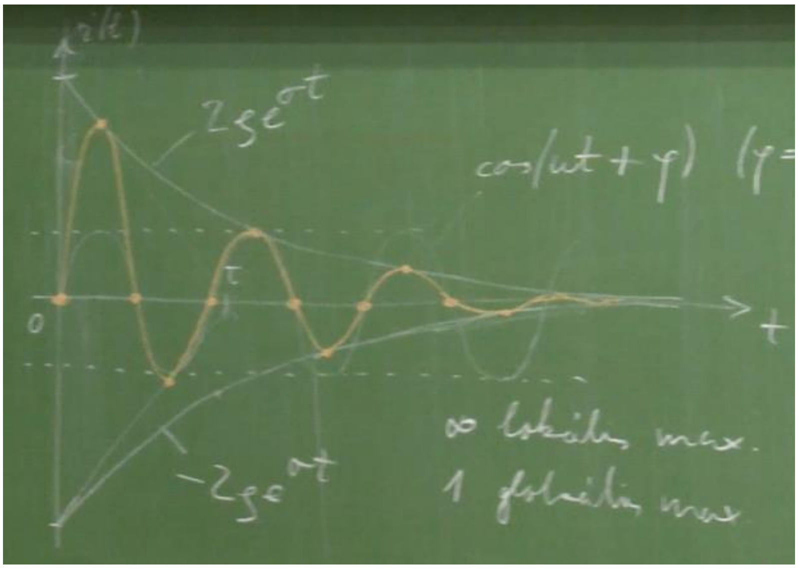
Exponenciális alakban:

$\mathrm{M}_{1;2} = \rho e^{\pm j\varphi}$

$\mathrm{i(t)} = \rho e^{\sigma t}\left(e^{j(\omega t + \varphi)} + e^{-j(\omega t + \varphi)}\right) = 2\rho e^{\sigma t}\cos(\omega t + \varphi)$

Kapcsolat: $\rho^2 = \alpha^2 + \beta^2$, $\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{\beta}{\alpha}$

Exponenciális burkológörbével rendelkező koszinusz amely a 0-hoz tart



A tekercs áramának tehetetlensége miatt túllendül a kondenzátor feszültsége
Csillapított rezgőkör, csillapított rezgést produkál
A sajátérték képzetes része határozza meg a rezgés frekvenciáját, a valós pedig a burkolót

Nagyon-nagyon speciális aleset:
R=0
$\sigma = 0$
$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
A burkológörbe kiegyenesedik, a rezgés nem cseng le, csillapítatlan rezgés jön létre
A szabad összetevő SOHA nem tűnik el
"ezzel még lesz valami tennivalónk"

- 0 diszkrimináns
  $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$
  Kétszeres sajátérték
  Teljesen más apparátus, amit nem fogunk tanulni
  $i_L(t) = \frac{U_0}{L} t e^{\lambda t}$
  $u_c(t) = U_0\left(1 - e^{\lambda t} - t\lambda e^{\lambda t}\right)$
  Tudunk csalni: hozzáadunk az egyikhez ε-t ($0 < \varepsilon < |\lambda|$), azaz pertulbáljuk a sajátértékrendszert
  A valóságban ilyen azért nem nagyon van, mert egészen lehetetlen hogy előforduljon hogy pont egyenlő

Előző előadás összefoglalása

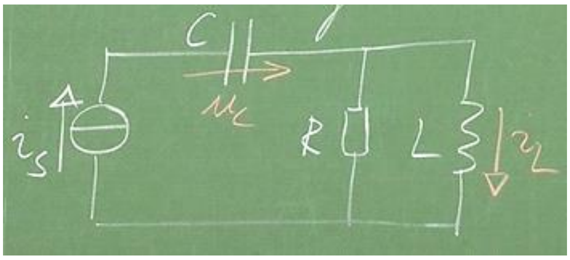
2021. április 18., vasárnap 22:25

Soros rezgőkör

1) $\lambda_1 \neq \lambda_2$ valósak ->$\{e^{\lambda_1 t};\ e^{\lambda_2 t}\}$ (túlcsillapított)
2) $\lambda_1 = \lambda_2^*$ komplexek -> $\{e^{\sigma t} \cos \omega t\,;\ e^{\sigma t} \sin \omega t\}$ csillapított
3) $\lambda_1 = \lambda_2$ valós -> $e^{\lambda_1 t};\ te^{\lambda_1 t}$

Zérus sajátérték

Patologikus eset mint a kettős sajátérték



$$\begin{pmatrix} u_C' \\ i_L' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -R/L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_C \\ i_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/C \\ R/L \end{pmatrix} i_S$$

Szinguláris rendszermátrix -> 0 sajátérték

Konstans gerjesztés + bekapcsolási jelenség

Szabad öt:

$\lambda_1 = -\frac{R}{L}$

$\lambda_2 = 0$

$x_f = K_1 m_1 e^{\lambda_1 t} + K_2 m_2 e^{\lambda_2 t}$

A második tag konstans -> a szabad összetevő nem tart 0-hoz!

Gerjesztett öt:

$\lambda_2 = 0 \to x_g(t) = X_0 + tX_1$

$u_c(t) = \frac{I_0}{C} t \to \infty$ nem stabilis

$i_L(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$

Állapotegyenlet megoldása mátrixfüggvényekkel

2021. április 18., vasárnap 22:46

$$\mathrm{x}'(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$\mathrm{x}(t) = e^{At}x(+t) + e^{At}\int_{-0}^{t} e^{-A\tau}Bu(\tau)d\tau$$

Node mátrix van a kitevőben!

$$\mathrm{e}^{\mathrm{At}} \triangleq I + At + \frac{A^2t^2}{2} + \frac{A^3t^3}{3!} + \cdots$$

Tulajdonságok:

$$\mathrm{e}^{A\cdot 0} = I$$
$$\left(\mathrm{e}^{At}\right)' = Ae^{At}$$
$$\mathrm{e}^{At}\mathrm{e}^{-A\tau} = \mathrm{e}^{A(t-\tau)}$$
$$\left(\mathrm{e}^{At}\right)^{-1} = \mathrm{e}^{-At}$$

Mátrixszorzással e^{At} kiszámítása lassú -> Lagrange-mátrixpolinom

Lagrange-mátrixpolinom:

- Olyan mátrixpolinom, amely eredményét (A-ban) olyan mátrixot kapunk, amely egy kiválasztot sajátvektort önmagába képez, minden mást 0-ba

Minden mátrixra létezik HA EGYSZERES SAJÁTLRTLJEJ VABBAJ

$$\mathrm{L_k} = \mathrm{L_k}(A) = \prod_{i=1;i\neq k}^{N} \frac{A - \lambda_i I}{\lambda_k - \lambda_i}$$

Ez alapján

$$\mathrm{A^m} = \sum_{k=1}^{N} L_k \lambda_k^m$$

És

$$\mathrm{e}^{At} = \sum_{k=1}^{N} L_k e^{\lambda_k t}$$

Ha van többszörös sajátérték, akkor Hermite-mátrixokkal lehet kiszámítani

Vizsgálójelek módszere

2021. április 18., vasárnap 23:05

Motiváció:

- Nem szeretnénk diff. Egyenleteket megoldani

Eddig:

- ÁVLNA + gerjesztés + kezd. Feltételek
- Diff. Egye megoldása
- x(t)
- y(t)

Most:
Explicit kapcsolat keresése u(t) és y(t)
Speciális elemi gerjesztésre analizáljuk
Egy diff. Egyenlet megoldása szükséges, de utána bármilyen gerjesztésre megoldható diffegy nélkül

Lin. Invariáns rendszer esetén elem gerjesztésre adott válasz alapján tettszőleges u(t)-re kiszámítható
KELL HOGY LINEÁRIS ÉS INVARIÁNS LEGYEN!

Lin. inv következménye: tettszőleges gerjesztés előállítható elemi gerjesztések időbeli eltoltjainak súlyozott összegeként
-> a válasz az elemi gerjesztésre adott válasz eltoltjainak lin. Kombinációja lesz

Feltétel a vizsgálójelre:

- Legyen egyszerű, hogy könnyű legyen vele számolni
- Könnyű legyen tettszőleges gerjesztést szétdarabolni

Egységugrás (heaviside-függvény)

2021. április 18., vasárnap 23:10

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 1 \; ha \; t > 0 \\ 0 \; ha \; t < 0 \end{cases}$$

ε(0) nem definiált
(na ez még csak nem is folytonos!)

Hát eddig sok ilyet játszottunk

Következmény:

- Belépő függvények (f($t < 0) = 0$) simán létrehozhatók ezzel való szorzással
- Ablakozott függvény (két időpont között valami, azon kívül semmi)

Ugrásválasz / átmeneti függvény
u$(t) = \varepsilon(t) \rightarrow y(t) = g(t)$
Mérni is viszonylag könnyű (dimenzióprobléma, U0 feszültségre ugrunk, de a linearitás miatt leosztunk)
Az ugrásválasz dimenziója: 1, R, G is lehet

Kiszámítása:

- Már tudjuk
- Feltételezzük hogy kauzális a rendszer
- Így a kezdeti feltétel 0
- Pl. összetevőkre bontással
- y(t)=g(t)

Dirac-impulzus

2021. április 18., vasárnap 23:29

$\delta(t) = 0 \; ha \; t \neq 0$

$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1$

Ez az izé nem függvény, csak úgy tűnik néha -> "disztribució"

Folytonos F-re:

$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t - t_0)dt = f(t_0)$

$\delta(t)$ származtatása közelítéssel

"Rövid" négyszögimpulzus (az időablak-szélesség jóval kisebb mint a rendszer időállandója)

$\delta(t, \tau)$ tau szélességű impulzus, közte $\frac{1}{\tau}$ az értéke -> integrálja 1

Más függvényből, pl. $\delta^*(t, \tau) = \frac{\tau}{\pi(t^2 + \tau^2)}$

Impulzusválasz: h(t) (régi elnevezés szerint súlyfüggvény, w(t))

Emlékeztető

2021. április 19., hétfő 13:57

Egységnyi intenzitású négyszögimpulzus

$\delta(t, \tau) = \frac{1}{\tau}\big(\varepsilon(t) - \varepsilon(t - \tau)\big)$

Ha $\tau \to \infty$

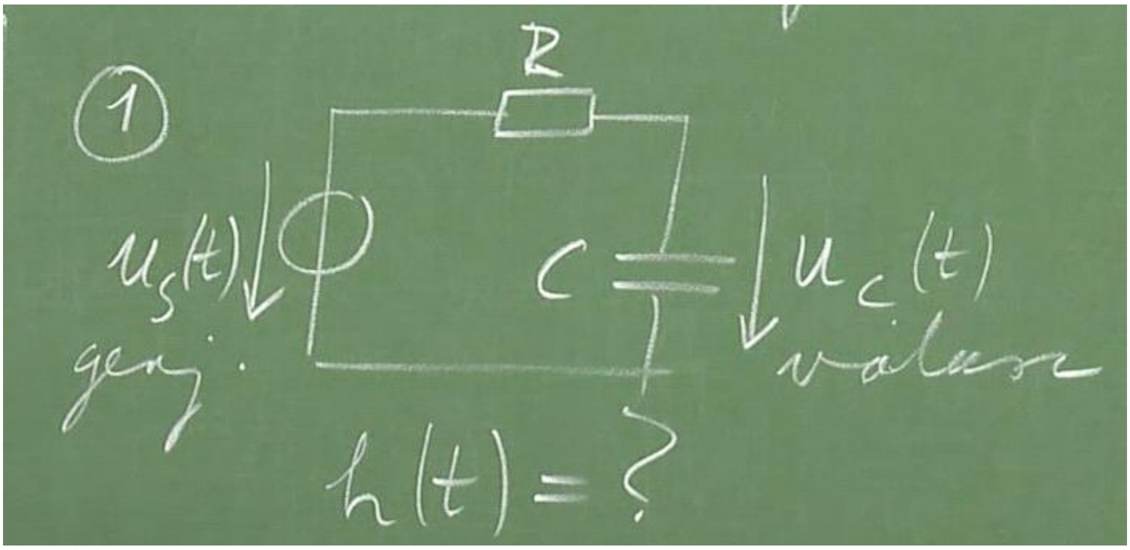
Akkor ez tart a dirac-impulzushoz AMI MÉG MINDIG NEM FÜGGVÉNY

Ha a gerjesztés a dirac-impulzus, akkor a válasz az impulzusválasz / súlyfüggvény h(t)

h(t) (közelítőleg) mérhető

h(t) "mérése"

2021. április 19., hétfő 14:09



Váltókapcsoló U_0 és föld közé, $t = 0$-ban $0 \rightarrow u_0$, τ időpillanatban $u_0 \rightarrow 0$

$u_s(t) = U_0 \tau \frac{1}{\tau}\left(\varepsilon(t) - \varepsilon(t-\tau)\right) = u_0 \tau \delta(t,\tau) \rightarrow u_0 \tau \delta(t)$

$\tau_{imp} \ll \tau_{rendszer} \rightarrow u_c(t) \approx U_0 \tau h(t)$

Impulzusválasz reciprok-idő * (ellenállás, vezetés)

h(t) "közvetlen" kiszámítása

2021. április 19., hétfő 14:21

ÁVLNA->h(t) kéne

Gerjesztés: $u(t) = \delta(t)$
Kezdeti feltétel: $x(-0) = 0$ kiindulási érték
Viszont $x(+0)$ rendesen meghülyül, nem is lesz folytonos
Kezdeti érték:

$$\Delta x = x(+0) - x(-0) = \int_{-0}^{+0} x'(t)dt = \int_{-0}^{+0} \big(Ax(t) + B\delta(t)\big)dt = \int_{-0}^{+0} Ax(t)dt + \int_{-0}^{+0} B\delta(t)dt = B$$

Mivel az első tag korlátos, az első tag 0, de a második B
Tehát az állapotváltozók ugrása B
$x(+0) = B$

Összetevőkre bontás módszerével megoldható
A gerjesztett összetevő 0, nem is kell vele foglalkozni
Egyszeres sajátértékek esetén el is tudjuk végezni jól

Együtthatók:
$x_f(+0) = B \rightarrow K = [m_1, m_2, \dots]^{-1} B$

$$h(t) = C^T x_f(t) + D\delta(t) = \varepsilon(t)\left(\sum_{p=1}^{N} K_p C^T m_p e^{\lambda_p t}\right) + D\delta(t)$$

(példamegoldás során nem az igazi, de ugráscálaszból is lehet, nagyháziban matlabbal viszont tök jó)
Mátrixfüggvényekkel:
$h(t) = \varepsilon(t) C^T e^{At} B + D\delta(t)$

Kapcsolat a vizsgálójelek között

2021. április 19., hétfő 14:35

δ(t) és ε(t) kapcsolata

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)d\tau = \begin{cases} 1\ ha\ t > 0 \\ 0\ ha\ t < 0 \end{cases} = \varepsilon(t)$$

$\varepsilon' = \delta$ (általánosíttt derivált)

Alkalmazás:szakadásos függvények általános deriváltja
Pl.

$$\mathrm{f}(t) = [\varepsilon(t) - \varepsilon(t-T)] \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right)$$

$$\mathrm{f}'(t) = [\varepsilon'(t) - \varepsilon'(t-T)] \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) + [\varepsilon(t) - \varepsilon(t-T)] \frac{\pi t}{2T} \cos\left(\frac{\pi t}{2T}\right)$$

$$= \big[\delta(t) - \delta(t-T)\big] \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) + [\varepsilon(t) - \varepsilon(t-T)] \frac{\pi t}{2T} \cos\left(\frac{\pi t}{2T}\right)$$

$$= \delta(t) \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) - \delta(t-T) \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) + [\varepsilon(t) - \varepsilon(t-T)] \frac{\pi t}{2T} \cos\left(\frac{\pi t}{2T}\right)$$

$$= -\delta(t-T)1 + [\varepsilon(t) - \varepsilon(t-T)] \frac{\pi t}{2T} \cos\left(\frac{\pi t}{2T}\right)$$

Szakadás: $\delta *$ ugrás

h(t) és g(t) kapcsolata

Intuitívan

gerjesztés	$\varepsilon(t)$	$\delta(t)$	$\frac{1}{\tau}[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-\tau)]$	→	$\delta(t)$
válasz	$g(t)$	$h(t)$	$\frac{1}{\tau}\big[g(t) - g(t-\tau)\big]$	→	$g'(t) = h(t)$

Általnosított derivált, mert 0-ban pl lehet szakadása

Formálisan

$u(t) \to y(t) = Y\{u(t)\}$

$$y(t) = Y\{\varepsilon(t)\} = Y\left\{\int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)d\tau\right\} = \int_{-\infty}^{t} Y\{\delta(\tau)\}d\tau = \int_{-\infty}^{t} h(\tau)d\tau$$

-> $h(t)$ közvetett kiszámítása: ugrásválasz általánosított deriváltja
(példa: soros RC tag, $h(t) = \varepsilon(t)\left(-\frac{1}{R^2C}e^{-\frac{t}{RC}}\right) + \frac{1}{R}\delta(t)$

Dinamikus hálózatok számítása matlabbal

2021. április 19., hétfő 16:53

Impulzusválasz alkalmazása

2021. április 23., péntek 9:08

Tettszőleges gerjesztésre adott válasz

Konvolúció

Intuitívan

Diract-impulzus -> impulzusválasz
Rövid egységimpulzus -> ~ impulzusválasz
Valami randa dolog -> szakaszonként közelíthető Dirac-al
Lineáris + invariáns -> el kell tolni és skálázni a választ
$\mathrm{h}(t-2\tau)u(2\tau)$

$$\mathrm{y}(t) \approx \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(t-k\tau)\,u(k\tau)\tau \rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)u(\tau)d\tau$$

Konvoluciós integrál
Jelölés: $\mathrm{y}(t) = h(t) * u(t)$

Formálisan

$\delta(t)$: minden folytonos függvényre igaz, hogy

$$\mathrm{u}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-\tau)u(\tau)d\tau$$

$$\mathrm{y}(t) = Y\left\{\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-\tau)u(\tau)d\tau\right\} = \int_{-\infty}^{\infty} Y\{\delta(t-\tau)u(\tau)\}d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)u(\tau)d\tau$$

Tulajdonságok

- *Kommutatív*
- *Kauzális (belépő jelekre előttük 0) -> elég -0-tól indítani az integrált (ha dirac-deltával keudenénk)*
- *Ha a válasz belépő, t+0-ig elég integrálni*

Gyakorlatban nem nagyon hsaználjuk, de ebben a félévben nincs jobb

Példa konvolucióra

2021. április 23., péntek 10:15

1

$\mathrm{u}(t) = \varepsilon(t)e^{\alpha t}$, $\mathrm{h}(t) = \varepsilon(t)e^{\lambda t}$

$$\mathrm{y}(t) = \int_{-0}^{t+0} h(t-\tau)u(\tau)d\tau =$$

$$\int_{-0}^{t+0} \varepsilon(t-\tau)e^{\lambda(t-\tau)}\varepsilon(t)e^{\alpha\tau}d\tau = \varepsilon(t)\int_{-0}^{t+0} e^{\lambda(t-\tau)}e^{\alpha\tau}d\tau = \varepsilon(t)e^{\lambda t}\int_{-0}^{t+0} e^{(\alpha-\lambda)\tau}d\tau$$

$$= \varepsilon(t)e^{\lambda t}\left[\frac{e^{(\alpha-\lambda)\tau}}{\alpha-\lambda}\right]_0^t = \frac{\varepsilon(t)}{\alpha-\lambda}\left(e^{\alpha t} - e^{\lambda t}\right)$$

Ha $\lambda = \alpha$ akkor $\mathrm{y}(t) = \varepsilon(t)te^{\lambda t}$

2,
$\mathrm{u}(t) = U_0$
$\mathrm{h}(t) = \delta(t) + \varepsilon(t)e^{\lambda t}$

$$\mathrm{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} U_0\left(\delta(\tau) + \varepsilon(\tau)e^{\lambda\tau}\right)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} U_0\delta(\tau)d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} U_0\varepsilon(\tau)e^{\lambda\tau}d\tau =$$
$$U_0 + \int_0^{\infty} U_0 e^{\lambda\tau}d\tau = U_0 + \left[\frac{U_0 e^{\lambda\tau}}{\lambda}\right]_0^{\infty} = U_0\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) \text{ ha } \lambda < 0$$

Stabilitási fogalmak

2021. április 23., péntek 22:15

A stabilitás szükséges feltétele annak hogy a modell alkalmazható legyen

Gerjesztés-válasz (GV) stabilitás

Angolul BIBO - bounded input, bounded output
Bármely korlátos gerjesztésre korlátos választ ad

Eldönthető impulzusválasszal
GV-STAB:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$$

Biz: szükségesség

Adott h -> $u(t) = \begin{cases} 1\ ha\ h(-t) > \\ -1\ ha\ h(-t) < 0 \end{cases}$

$$y(t=0) = \int_{-\infty}^{\infty} h(0-\tau)u(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} |h(-t)| dt$$

Biz: elégségesség

$$|y(t)| \leq \int_{-\infty}^{\infty} |h(t-\tau)||u(\tau)| d\tau \leq M \int_{-\infty}^{\infty} |h(t-\tau)| d\tau$$

Megjegyzés: Kirchoff hálózatokból épített rendszerek esetén általánosan

$$h(t) = D\delta(t) + \varepsilon(t) \sum_{p=1}^{P} c_p e^{\lambda_p t}$$

Következésképpen

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty \Leftrightarrow \lim_{t\to\infty} h(t) = 0$$

$$\lim e^{\lambda_p t} = \begin{cases} \infty\ ha\ \lambda > 0 \\ ??\ ha\ \lambda = 0 \\ 0\ ha\ \lambda < 0 \end{cases}$$

Aszimptotikus stabilitás

A magára hagyott rendszer minden állapotváltozója zérushoz tart bármely kezdeti állapot esetén

Tétel: aszimpt. Stabilis <-> A rendszermátrix minden sajátértéke negatív valós részű

HURWITZ-tétel: ennek feltétele (valós együtthatós polinomokra) hogy minden együttható pozitív legyen
Másodrendő rendszernél ez elégséges feltétel is, de általában nem az

Nem stabilis -> labilis
Vannak patologikus határhelyzetek is

Miért kell mind? Mivel bármely kezdeti feltételre teljesülnie kell

Kapcsolat a stabilitások között: a GV stabilitás lambdái megjelennek az aszimptotikusban, így minden aszimpt. Stabilis autmatikusan GV-stabilis
GC de nem aszimptotikus: kétséges

Szinuszos állandósult állapot

2021. április 27., kedd 3:35

Belépő szinuszos gerjesztés -> bizonyos feltétel mellett a tranziensek után szinuszos állandósult állapot amely frekvenciája megegyezik a gerjesztéssel

Fogalma

1) ÁVLNA megoldása

$\mathrm{u}(t) = \varepsilon(t) U cos(\omega t)$
$\mathrm{x}(+0) = 0$

$\mathrm{x}(t) = x_f(t) + x_g(t)$
$\mathrm{x_f}(t) = \sum_{p=1}^{N} K_p m_p e^{\lambda_p t}$
$\mathrm{x_g}(t) = X_A \cos(\omega t) + X_B \sin(\omega t)$
(becsszó, el kell hinni)
$\mathrm{x'_g}(t) = -X_A \omega \sin(\omega t) + \omega X_B \cos(\omega_t)$
$\mathrm{x'_g}(t) = -X_A \omega \sin(\omega t) + \omega X_B \cos(\omega_t) = \mathrm{AX_A} \cos(\omega t) + A X_B \sin(\omega t) + BU \cos(\omega t)$
$-\mathrm{X_a \omega = AX_B}$
$\mathrm{\omega X_B = AX_a + BU}$

$\mathrm{x}(t) = \sum_{p=1}^{N} K_p m_p e^{\lambda_p t} + X_A \cos(\omega t) + X_B \sin(\omega t)$
$\mathrm{y}(t) = \sum_{p=1}^{N} a_p m_p e^{\lambda_p t} + Y_A \cos(\omega t) + Y_B \sin(\omega t)$
Ha a rendszer aszimptotikusan stabilis:
$\mathrm{y}(t) \to Y_A \cos(\omega t) + Y_B \sin(\omega t) = Y \cos(\omega t + \varphi)$

2) Példa:

R-C kör
$\mathrm{u_s}(t) = \varepsilon(t) U_s \cos(\omega t)$
$\mathrm{u_c}(+0) = 0$
$\mathrm{u_c}(t > 0) = ?$
$\mathrm{u_{c;f} = Ke}^{\frac{t}{\tau}}$
$\tau = -\mathrm{RC}$
$\mathrm{u_{c;t} = U_A} \cos(\omega t) + U_B \sin(\omega t)$
$\mathrm{U_A = U_s} \frac{1}{(\omega \tau)^2 + 1}$
$\mathrm{U_B = U_s} \frac{\omega\tau}{(\omega \tau)^2 + 1}$
$\mathrm{U} = \sqrt{U_A^2 + U_B^2} = U_s \frac{1}{\sqrt{(\omega\tau)^2 + 1}}$
$\varphi = -\operatorname{arctg} \frac{U_B}{U_A}$
$\mathrm{t} >\approx 3\tau$ közelítőleg beáll az állandósult állapot

3) összefoglalás

Szinuszos gerjesztés, stabilis rendszer/hálózat -> szinuszos állandósult állapot lép fel
Minden változó, fesz / áram szinuszos jel lesz a gerjesztéssel megegyező frekvenciával
$\mathrm{u}(t) = U \cos(\omega t) \to y(t) = Y \cos(\omega t + \varphi)$

Jelentőség

- Gyakrolati: pl. villamos energia átvitel
- Elvi: általános időfüggvények felbonthatók szinuszos jelekre(FOURIER)

Szinuszos jelek komplex leírása

2021. április 27., kedd 4:07

Szinuszos jel: $y(t) = Y\cos(\omega t + \varphi)$

- Amplitúdó / csúcsérték: Y>0, [Y]=V vagy A villamos hálózatban
- Kezdőfázis: φ radiánban vagy fokban
- Körfrekvencia: $[\omega] = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- (frekvencia: $f = \frac{\omega}{2\pi}$, $[f] = Hz$)
- (periódusidő: $T = \frac{1}{f}$)

Omegát nincs értelme számontartani

1) Komplex amplitudó / fazor

$y(t) = Y\cos(\omega t + \varphi) \Leftrightarrow \overline{Y} = Ye^{j\varphi}$
$\left|\overline{Y}\right| = Y$
$\arg\overline{Y} = \varphi$
$e^{j\omega t}$ forgatja

$y(t) = Re\left\{\overline{Y}e^{j\omega t}\right\} = Re\left\{Ye^{j(\omega t+\varphi)}\right\} = Y\cos(\omega t + \varphi)$
$\overline{Y}e^{j\omega t}$ komplex pillanatérték

Speciálisan:
$y_A(t) = \cos(\omega t) \Leftrightarrow \overline{Y_A} = 1$
$y_B(t) = \sin(\omega t) = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \overline{Y_B} = -j$

Megjegyzés a komplex pillanatértékről
Lin. Invariáns rendszerre elképzelt komplex pillanatérték bemenetre komplex pillanatértékű kimenet
$Y\{e^{j\omega t}\} = \overline{H}e^{j\omega t}$
Y sajátfüggvénye az $e^{j\omega t}$ és sajátértéke a $\overline{H}$

2) Műveletek fazorokkal

$y_1(t) = Y_1\cos(\omega t + \varphi_1) \Leftrightarrow \overline{Y_1} = Y_1e^{j\varphi_1}$
$y_2(t) = Y_2\cos(\omega t + \varphi_2) \Leftrightarrow \overline{Y_2} = Y_2e^{j\varphi_2}$

a) Összeadás
$y_1(t) + y_2(t) = Re\{\overline{Y_1}e^{j\omega t}\} + Re\{\overline{Y_2}e^{j\omega t}\} = Re\{(\overline{Y_1} + \overline{Y_2})e^{j\omega t}\} \to \overline{Y_1} + \overline{Y_2}$

b) Skalárral való szorzás
$Ky_1(t) = KRe\{\overline{Y_1}e^{j\omega t}\} = Re\{K\overline{Y_1}e^{j\omega t}\} \to K\overline{Y_1}$

c) Idő szerinti deriválás
$v(t) = \frac{d}{dt}y_1(t) = \frac{d}{dt}Re\left\{\overline{Y_1}e^{j\omega t}\right\} = Re\left\{\frac{d}{dt}\overline{Y_1}e^{j\omega t}\right\} = Re\left\{j\omega\overline{Y_1}e^{j\omega t}\right\} \to j\omega\overline{Y_1}$
Az idő szerinti deriválás komplex számmal való szorzássá válik

A hálózati egyenletek komplex alakja

2021. április 27., kedd 10:32

1) Elemi kétpólusok karakterisztikája

a) Ellenállás
$u(t) = Ri(t)$
$\overline{U} = R \cdot \overline{I}$
Impedancia:
$\overline{Z_R} \triangleq \frac{\overline{U}}{\overline{I}} = R$
Ellenállás impedanciája valós

b) Kondenzátor
$i_c(t) = Cu_c'(t) \rightarrow \overline{I} = j\omega C\overline{U}$
$\overline{Z_C} = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C}$
Tisztán képzetes, függ a frekvenciától
"az áram siet a feszültséghez képest"
$\arg \overline{I} = \arg \overline{U} + \frac{\pi}{2}$

c) tekercs
$u_L(t) = Li_L'(t) \rightarrow \overline{U} = L\omega j\overline{I}$
$\overline{Z_L} = j\omega L$
Tisztán képzetes, frekvenciafüggő
"az áram késik"

d) Szakadás
$\overline{I} = 0$

e) Rövidzár
$\overline{U} = 0$

Impedancia általános rajzjele: két vonallal X áthúzott ellenállás

2) Kirchhoff-törvények

a) Áramtörvény
$\forall$vágatra $\sum_k i_k(t) = 0$
$$\sum_k Re\left\{\overline{I_k}e^{j\omega t}\right\} = Re\left\{\sum_k \overline{I_k}e^{j\omega t}\right\} = Re\left\{e^{j\omega t}\sum_k \overline{I_k}\right\} = 0$$
Mindne t-re -> $\sum_k \overline{I_k} = 0$

b) Feszültségtörvény
Hasonlóan:
$$\sum_k \overline{U_k} = 0$$

HTR-el meg is lehet oldani szépen mindent

3) Hálózatszámítási módszerek

HTR felírható és megoldható szépen oszt kész

Algebrai egyenletek -> rezisztív hálózatok számítástechnikája is alkalmazható

a) Eredő impedancia
   Összetett kétpólus helyettesítése egyetlen impedanciával
   Pl. soros eredő: $\overline{Z} = \overline{Z_1} + \overline{Z_2}$
   Párhuzamos eredő: $\overline{Z} = \left(\sum \overline{Z_k}^{-1}\right)^{-1}$

   Az impedancia általános alakja
   $\overline{Z} = R + jX = Ze^{j\varphi}$
   $\mathrm{R} = \mathrm{Re}\left\{\overline{Z}\right\}$: rezisztencia / ohmos ellenállás
   $\mathrm{X} = \mathrm{Im}\left\{\overline{Z}\right\}$: reaktancia
   X>0: induktív
   X<0: kapacitív
   $\mathrm{Z} = \left|\overline{Z}\right|$: látszólagos ellenállás (a műszer által mért értékekkel)
   $\varphi = \arg \overline{Z}$: argumentum

b) Csomóponti potenciálok, hurokáramok módszere
   Illene megvizsgálni a hálózat stabilitását
   Nem-passzív eszköz esetén nem olyan biztos

4) Fazorábrák

A hálózat feszültségei és áramai közös komplex síkon

- Eredmények vizualizálása
- Kvalitatív megoldás

A frekvenciafüggés vizsgálata

2021. április 27., kedd 11:14

1) Átviteli együttható

Lineáris invariáns stabilis rendszer

$\mathrm{u}(t) = U\cos(\omega t + \rho)$

$\mathrm{y}(t) = Y\cos(\omega t + \rho + \varphi)$

$\overline{H} \triangleq \frac{\overline{Y}}{\overline{U}} = \frac{Y}{U}e^{j\varphi}$

Átviteli együttható

Frekvenciafüggő!

Emlékeztető

2021. április 27., kedd 11:14

Átviteli együttható / tényező:

$$\overline{Z} = \frac{\overline{U}}{\overline{I}}$$

Csak egy adott frekvencián érvényes

Átviteli karakterisztika

2021. május 1., szombat 23:23

Átviteli tényező mint frekvencia függvénye

Definíció

$\mathrm{H}(j\omega) \triangleq \overline{H}\Big|_{\omega}$

Amplitúdókarakterisztika

$\mathrm{K}(\omega) \triangleq \left|H(j\omega)\right|$

Fáziskarakterisztika

$\varphi(\omega) \triangleq \arg\{H(j\omega)\}$

H(jω) általános alakja

Villamos hálózattal reprezentált rendszerben
RACIONÁLIS TÖRTFÜGGVÉNY

$$\mathrm{H}(j\omega) = \frac{b_0 + b_1(j\omega) + b_2(j\omega)^2 + b_3(j\omega)^3 + \cdots + b_m(j\omega)^m}{a_0 + a_1(j\omega) + a_2(j\omega)^2 + a_3(j\omega)^3 + \cdots + a_n(j\omega)^n}$$

$\mathrm{n} \geq \mathrm{m}$
^ normálalak

Miért: elemi kp-k karakterisztikáiban racionális törtfgv, KÁT, KFT lineárisak
+ rac. törtfgv-k TESTET ALKOTNAK

Elvi okokból (pl. jelek 2) értelmezhető negatív frekvenciákra is
$\mathrm{H}^*(j\omega) \equiv H(-j\omega)$
$\mathrm{K}(\omega)$ páros, $\varphi(\omega)$ páratlan

Van más definíciója is

Átviteli karakterisztika meghatározása

2021. május 1., szombat 23:35

Hálózatból

- ugyanúgy mint átviteli tényezőt

DE!
stabilitást ellenőrizni kell

- Stabilitásvizsgálat
- Impedanciák
- Hálózati egyenletek -> $\overline{H} \rightarrow \mathrm{H}(j\omega)$

Példa: soros rezgőkör

Elemek passzivitása miatt a hálózat stabilis
Tekercs: $\overline{\mathrm{Z_L}} = \mathrm{j\omega L}$
Kondenzátor: $\overline{Z_C} = \frac{1}{j\omega C}$
Ellenállat: $\overline{Z_R} = R$

$$\mathrm{H}(j\omega) = \frac{R}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC + LC(j\omega)^2}$$

ÁVLNA normálalakjából

(nem nagyon fogunk ilyet csinálni)

$$\mathrm{x}'(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$\mathrm{y}(t) = C^T x(t) + Du(t)$$

Komplex amplitudó rendelhető a gerjesztéshez, válaszhoz és állapotvektorhoz
$\mathrm{x}'(t) \rightarrow j\omega\underline{\overline{X}}$

$$\mathrm{j\omega}\underline{\overline{X}} = \underline{\underline{A}}\,\underline{\overline{X}} + \underline{B}\,\overline{U}$$
$$\overline{Y} = \underline{C}^T\underline{\overline{X}} + D\overline{U}$$

$$\left(j\omega\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{A}}\right)\underline{\overline{X}} = \underline{B}\,\overline{U}$$
$$\underline{\overline{X}} = \left(j\omega\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{A}}\right)^{-1}\underline{B}\,\overline{U}$$

$$\overline{Y} = \underline{C}^T\left(j\omega\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{A}}\right)^{-1}\underline{B}\,\overline{U} + D\overline{U} = \left(\underline{C}^T\left(j\omega\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{A}}\right)^{-1}\underline{B} + D\right)\overline{U}$$
$$\mathrm{H}(j\omega) = \underline{C}^T\left(j\omega\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{A}}\right)^{-1}\underline{B} + D$$

Sajnos szimbolikusan kéne hozzá mátrixot invertálni, ami nem túl kellemes dolog
De ezt a formát lehet alakítani úgy hogy látszódjon hogy a törtfüggvény nevezője mindig legalább akkora fokszámú mint a számlálója

A stabilitást azért meg kell itt is vizsgálni

Átviteli karakterisztika ábrázolása

2021. május 1., szombat 23:52

Komplex értékű függvényt nem túl egyszerű -> valósakra kell bontani

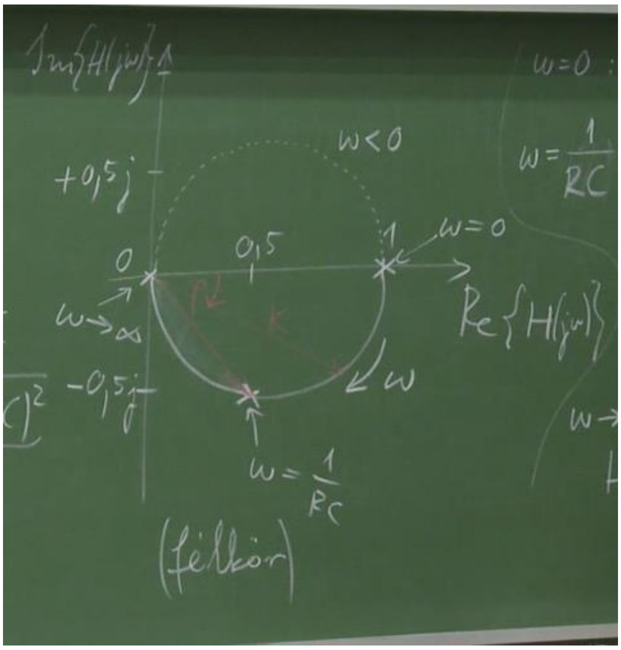
Algebrai alak: valós és képzetes rész
Exponenciális: Amplitúdó és fáziskarakterisztika

NYQUIST diagram

$\mathrm{H}(j\omega)$ képzetes része a valós rész függvényében

Példa: soros RC kör

$$\mathrm{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + \omega^2 (RC)^2} + j\frac{-\omega RC}{1 + \omega^2 (RC)^2}$$
$$\omega = 0 \rightarrow \mathrm{H}(j\omega) = 1$$
$$\omega = \frac{1}{\mathrm{RC}} \rightarrow \mathrm{H}(j\omega) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}j$$
$$\omega \rightarrow \infty \rightarrow \mathrm{H}(j\omega) \rightarrow 0$$



Kvalitatív tájékozódás, rápillantva lehet látni róla dolgokat
Szabályozástechnikában (stabilitást említette)

Ampltúdó és fáziskarakterisztika

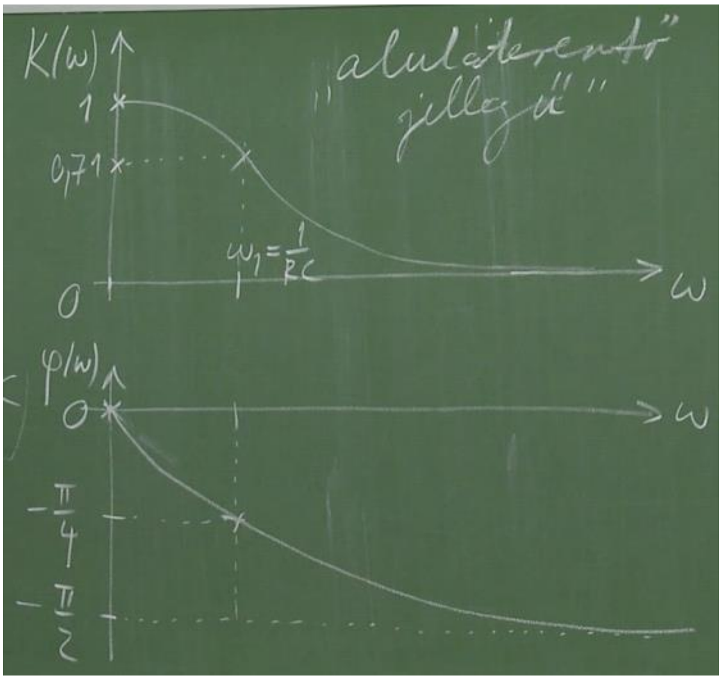
Pl. RC

$$\mathrm{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 (RC)^2}} e^{j\varphi(\omega)}$$
$$\mathrm{K}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 (RC)^2}}$$
$$\varphi(\omega) = -\mathrm{arctg}(\omega RC)$$
$$\mathrm{K}(0) = 1$$

$K(\omega \to \infty) \to 0$
$K\left(\omega = \frac{1}{RC}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\varphi(0) = 0$
$\varphi(\omega \to \infty) \to -\frac{\pi}{2}$
$\varphi\left(\omega = \frac{1}{RC}\right) = -\frac{\pi}{4}$

Jelek 2: aluláteresztő szűrő



Bonyolultabb esetekben ez sem mindig alkalmas, pl ha túl széles frekvenciatartományokkal

BODE-diagram

Mint az előző, de
- K: logaritmikus egység lineáris Léptékben
- φ-t természetes egység, lineáris léptékben
- ω: természetes egység, logaritmikus léptékben

Logaritmikus egység: decibel(dB)

$K > 0$ (dimenziótlan) -> $k \triangleq 20 \lg K$ dB-ben
Példák

K	k(dB)
0.01	-40
0.1	-20
1	0
10	20
100	40

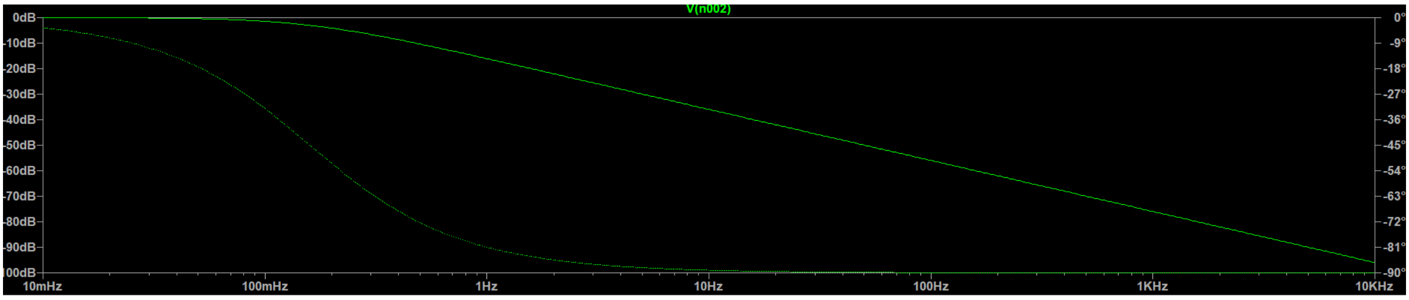
Szorzás, osztás -> összeadás és kivonás

Logaritmikus lépték

- Azonos távolság -> azonos hányados
- Dekád: távolság ha a hányados 10 (nem szabványos jelölés: D)
- Oktáv: távolság ha a hányados 2

Példa: RC ismét
$\mathrm{k}(\omega) = 20 \lg K(\omega) = -10 \lg\left(1 + \omega^2 (RC)^2\right)$
Ha ω kicsi (ωRC ≪ 1): $\mathrm{k}(\omega) \approx 0$
Ha ω nagy (ωRC ≫ 1): $\mathrm{k}(\omega) \approx -20 \lg(\omega RC)$
Ha $\omega = \frac{1}{\mathrm{RC}}$: $\mathrm{k}(\omega) \approx -10 \lg(2) \approx -3\ dB$

Mivel ω a logaritmus argumentumában van, nem olyan nehéz ez
De a fázist már inkább



JR2: Bode-diagramok szerkesztéséről sok szó lesz "törtvonalas közelítés", kézzel meg lehet rajzolni
Elektronikából a Bode-diagram szintén fontos lesz

Teljesítmények szinuszos állandósult állapotban

2021. április 27., kedd 11:14

Pillanatnyi teljesítmény

$p(t) = u(t)i(t)$
$[p(t)] = W$

$i(t) = I\cos(\omega t + \rho)$
$u(t) = U\cos(\omega t + \rho + \varphi)$
$p(t) = u(t)i(t) = UI\cos(\omega t + \rho)\cos(\omega t + \rho + \varphi) = \frac{1}{2}UI\cos(\varphi) + \frac{1}{2}UI\cos(2\omega t + 2\backslash ro + \varphi)$
Állandó és időfüggő
$p_{\text{átlag}} \pm \frac{1}{2}UI$ a két csúcs
Felváltva energiát fogyaszt és energiát termel, $\frac{T}{2}$ periódusidővel váltva

Felvett energia (végzett munka)
$W(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt$
$t_2 - t_1 \gg T \to W(t_1, t_2) = (t_2 - t_1)\cdot p_{átlag}$ baromi jó közelítéssel

Hatásos teljesítmény

$P \triangleq \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = p_{átlag}$
Szinuszos esetben:
$P = \frac{1}{2}UI\cos\varphi$

Effektív érték

$U_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}}U_{\text{csúcs}}$
$I_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}}I_{csúcs}$

Pl. ~325V csúcsérték -> 230V effektív

$P = U_{\text{eff}}I_{\text{eff}}\cos\varphi$

$\varphi < 90° \to \cos\varphi > 0 \to P > 0$ fogyasztói állapot
$\varphi > 90° \to \cos\varphi < 0 \to P < 0$ termelői állapot

Passzív kp csak fogyasztói állapotban lehet

Látszólagos teljesítmény

$S = \frac{1}{2}UI = U_{\text{eff}}I_{\text{eff}}$
$[S] = VA$

Teljesítménytényező

$\lambda \triangleq \frac{P}{S} = \cos\varphi$

Meddő teljesítmény

$\mathrm{p}(t) = \frac{1}{2} UI \cos(\varphi) + \frac{1}{2} UI \cos(2\omega t + 2\rho + \varphi)$
$= \frac{1}{2} UI \cos(\varphi) + \frac{1}{2} \mathrm{UI} \cos(2\omega t + 2\rho) \cos(\varphi) - \frac{1}{2} \mathrm{UI} \sin(2\omega t + 2\rho) \sin(\varphi)$
$= \frac{1}{2} UI \cos(\varphi) \left(1 + \cos(2\omega t + 2\rho)\right) - \frac{1}{2} \mathrm{UI} \sin(2\omega t + 2\rho) \sin(\varphi)$
Első rész "szükséges lengés", a második "járulékos lengés"

Meddő teljesítmény: $\mathrm{Q} = \frac{1}{2} \mathrm{UI} \sin(\varphi) = U_{eff} I_{eff} \sin\varphi$
$[\mathrm{Q}] = \mathrm{VAR}$ volt-amper-reaktív

Komplex teljesítmény

$\overline{I} = I e^{j\rho}$
$\overline{U} = U e^{j(\rho+\varphi)}$
$\overline{S} = \frac{1}{2} \overline{U I}^{*}$
A valós része a hatásos, a képzetes a meddő, az abszolutértéke a látszólagos teljesítmény

Tellegen tétele érvényes ezekre is
-> a hatásos és meddőre is
De a látszólagos nem éppen

Elemi kétpólusok teljesítménye

2021. május 4., kedd 16:16

a) Ellenállás

$\overline{S} = \frac{1}{2}\overline{UI}^* = \frac{1}{2}RI^2$

$\mathrm{P_R} = \frac{1}{2}\mathrm{RI}^2$

$\mathrm{Q_R} = 0$

b) Kondenzátor

$\overline{Z_c} = \frac{1}{j\omega C} = jX_C$

$\overline{S_c} = \frac{1}{2}\overline{Z_C}I^2 = j\frac{1}{2}X_cI^2$

$\mathrm{Q_c} = \frac{1}{2}\mathrm{X}_C I^2 \leq 0$

$\mathrm{P_C} = 0$

Reaktáns kétpólus

"meddőt termel"

c) Tekercs

$\overline{S_L} = \frac{1}{2}\overline{UI}^* = j\frac{1}{2}X_LI^2$

$\mathrm{P_L} = 0$

$\mathrm{Q_L} = \frac{1}{2}\mathrm{X_L I}^2$

Reaktáns

"meddőt fogyaszt"

Teljesítményillesztés

2021. május 4., kedd 16:28

$\overline{Z} = \overline{Z_0^*}$

(Deriválni köll oszt csá, konkrétan ezt kaptam szóbelin szóval tényleg nem vészes)

Periodikus állandósult állapot vizsgálata

2021. május 10., hétfő 12:47

Periodikus jelek felbonthatók szinuszos jelek összegére -> lineáris hálózatokra használható hálózatszámításra

Periodikus jel fogalma és jellemzői

$\mathrm{u}(t) \equiv u(t+T)\ \forall t; T > 0$

$\min T > 0$ a periódusidő

Alap körfrekvencia: $\omega = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$

Példa: négyszögjel, háromszögjel, stb

Jellemzők:

- Szélsőértékei
  - $\mathrm{u}_{min} = \min u\,, u_{max} = \max u$
- Egyszerű középérték
  - $\mathrm{U}_0 = \frac{1}{\mathrm{T}} \int_0^T u(t)dt$
  - $\mathrm{Pl.\ Q} \approx \mathrm{I}_0(\Delta t)$
- Abszolút középérték
  - $\mathrm{U_a} = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)|dt$
  - Pl. egyenirányítás
- Négyzetes középérték
  - $\mathrm{U_{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t)\, dt}$
  - $\mathrm{W}(0, T) = \int_0^T p(t)dt = \frac{T}{R} \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t)\, dt$

Prezentáció: négyszögjelet közelít szinusszal

Periodikus jel közelítése szinuszos jelek összegeként

2021. május 10., hétfő 13:16

FOURIER-polinom

u(t) periodikus, ω alak körfrek

u$(t) \approx u_N(t)$

$= U_0 + U_1^A \cos\omega t + U_1^B \sin\omega t + U_2^A \cos 2\omega t + U_2^B \sin 2\omega t + \cdots + U_N^A \cos N\omega t + U_N^B \sin N\omega t$

N-ed rendő fourier-polinom

Nade mik legyenek a szorzók?

Hibamérték

$$\mathrm{E}_\mathrm{N}^2 = \frac{1}{\mathrm{T}}\int_0^T \left(u(t) - u_N(t)\right)^2 dt$$

(energia norma)

Cél: En minimális legyen

Formulát nem bizonyítjuk, de optimális választás:

$$\mathrm{U}_0 = \frac{1}{\mathrm{T}}\int_0^T u(t)dt$$

$$\mathrm{U}_\mathrm{k}^\mathrm{A} = \frac{2}{\mathrm{T}}\int_0^T u(t)\cos(k\omega t)\, dt$$

$$\mathrm{U}_\mathrm{k}^\mathrm{B} = \frac{2}{\mathrm{T}}\int_0^T u(t)\sin(k\omega t)\, dt$$

Megjegyzések:

- Nem muszáj 0-T, lehet $\mathrm{t}_0 - \mathrm{t}_0 + \mathrm{T}$, néha például $-\frac{\mathrm{T}}{2} \to \frac{\mathrm{T}}{2}$
- u(t) páros, akkor $\mathrm{U}_\mathrm{k}^\mathrm{B} = 0$, páratlan: $\mathrm{U}_\mathrm{k}^\mathrm{A} = 0$

Példa: négyszögjel 0 körül, ± 1 között, 50% kitöltés

$$\omega = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$$

Páratlan jel -> csak szinuszos

$\mathrm{U}_0 = 0$

$$\mathrm{U}_\mathrm{k}^\mathrm{B} = \frac{2}{\mathrm{T}}\int_0^T u(t)\sin k\omega t\, dt = \frac{2}{\mathrm{T}}\left(\int_0^{T/2} u(t)\sin k\omega t\, dt + \int_{T/2}^T u(t)\sin k\omega t\, dt\right)$$

$$= \frac{2}{\mathrm{T}}\left(\int_0^{T/2} \sin k\omega t\, dt - \int_{T/2}^T \sin k\omega t\, dt\right) = \frac{2}{T}\left(\left[\frac{-1}{k\omega}\cos k\omega t\right]_0^{T/2} - \left[\frac{-1}{k\omega}\cos k\omega t\right]_{T/2}^T\right)$$

$$= \frac{2}{T}\left(\frac{-1}{k\omega}\cos\frac{k\omega T}{2} + \frac{1}{k\omega} - \frac{-1}{k\omega}\cos k\omega T + \frac{-1}{k\omega}\cos k\omega T/2\right)$$

$$= \frac{2}{T}\left(\frac{-1}{k\omega}\cos k\pi + \frac{1}{k\omega} - \frac{-1}{k\omega}\cos k2\pi + \frac{-1}{k\omega}\cos k\pi\right) = \frac{2}{T}\left(\frac{2}{k\omega} - \frac{2}{k\omega}\cos k\pi\right)$$

HA k páros, akkor 0

Ha k páratlan, akkor $\frac{2}{T}\frac{4}{k\omega} = \frac{8}{2k\pi} = \frac{4}{k\pi}$

Fourier-sor

$\mathrm{N} \to \infty$

A fourier-poliom -> fourier-sor

$\mathrm{E}_\mathrm{N}^2 \to 0$

(elégséges feltétel: Dirichlet-feltételek)

- Minden periódus felbontható véges számú monoton szakaszokra

- Minden pontban van bal és jobb oldali határérték

(neten mondjuk mást írnak de mind1)

Tömör jelölés:

$$\mathrm{u}(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(U_k^A \cos k\omega t + U_k^B \sin k\omega t\right)$$

"matematikai valós alak"

U_0: állandó összetevő

$\mathrm{U}_1^\mathrm{A}, \mathrm{U}_1^\mathrm{B}$ alapharmonikus

$\mathrm{U}_\mathrm{k}^\mathrm{A}, \mathrm{U}_\mathrm{k}^\mathrm{B}$ felharmonikusok

Fourier-sor további alakjai

Komplex alak

$$\mathrm{e}^{jk\omega t} = \cos k\omega t + jsin\, k\omega t$$

$$\mathrm{u}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} U_k^C e^{jk\omega t}$$

$$\mathrm{U}_\mathrm{k}^\mathrm{C} = \frac{1}{\mathrm{T}} \int_0^T u(t) e^{-jk\omega t} dt$$

$$\mathrm{U}_\mathrm{k}^\mathrm{C} = \frac{1}{\mathrm{T}} \int_0^T u(t) \cos k\omega t \;\, dt - j \frac{1}{\mathrm{T}} \int_0^T u(t) \sin k\omega t \;\, dt$$

$$\mathrm{U}_\mathrm{k}^\mathrm{C} = \frac{1}{2} \mathrm{U}_\mathrm{k}^\mathrm{A} - \mathrm{j} \frac{1}{2} \mathrm{U}_\mathrm{k}^\mathrm{B}$$

$$\mathrm{U}_\mathrm{k}^\mathrm{C} = \left(U_{-k}^C\right)^*$$

Mérnöki valós alak

$$\cos\left(k\omega t + \rho\right) = \cos\rho \cos(k\omega t) - \sin\rho \sin(k\omega t)$$

$$\mathrm{u}(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k \cos\left(k\omega t + \rho_k\right)$$

$$\mathrm{U}_\mathrm{k}^2 = \mathrm{U}_\mathrm{K}^{\mathrm{A}^2} + \mathrm{U}_\mathrm{K}^{\mathrm{B}^2} = 2\left|U_k^C\right|$$

$$\mathrm{tg}\, \rho_k = -\frac{U_k^A}{U_k^B}$$

Periodikus jel jellemzői a Fourier-sor alapján

2021. május 10., hétfő 13:53

Maximumokat és minimumokat sajnos nem tudjuk jól

Egyszerű közép: U_0
Effektív érték:

$$U_{eff}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T \left[U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k \cos(k\omega t + \rho_k)\right]^2 dt$$

Általános tagok: $U_0 U_k \cos(k\omega t + \rho_k) \rightarrow \int_0^t = 0$

$$U_k \cos(k\omega t + \rho_k) U_l \cos(l\omega t + \rho_l) \rightarrow \int_0^T dt = \begin{cases} 0 \; ha \; k! = l \\ \frac{T}{2} ha \; k = l \end{cases}$$

$$U_{eff}^2 = \frac{1}{T}\left(TU_0^2 + \frac{T}{2}\sum_{k=1}^{\infty} U_k^2\right) = U_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty} U_k^2$$

Ehhez kell konvergencia-tulajdonság is, amiről sokkal később fogunk

MOST

Nem sok tennivaló, csak a tisztánlátás végett

Fourier-sor konvergenciatulajdonságai

2021. május 10., hétfő 14:03

Négyzetes középhiba értelemben konvergens

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T [u(t)-u_N(t)]^2\,dt = 0$$

Pontonkénti konvergencia

Ha u(t) folytonos, akkor

$$\lim_{N\to\infty} u_N(t) = u(t)$$

Ha nem folytonos, akkor a szakadási helyeken számtani középhez konvertál

$$\lim_{N\to\infty} u_N(t) = \frac{1}{2}[u(t-0)+u(t+0)]$$

Következmény: GIBBS-jelenség / gibbs-oszcilláció
(L. J. Gibbs ?)
Négyszögjel: átmeneteknél 0
A szakadási helyhez közeledve túllengés, a tagszám növelésével az amplitudója nem csökkenthető
Δu $\approx$ 0.09 alá, csak közelebb kerül a szakadási helyhez

Az együtthatók sorozata

(Az együtthatók négyzetes összege könverens)

Ha u(t) m-szer folytonosan differenciálható
$U_k \sim \frac{1}{k^{m+2}}$
"minél simább a függvény, annál gyorsabban lehet közelíteni"

A fourier-sor alkalmazása hálózatszámításra

2021. május 11., kedd 17:07

Alapelv:

Lineáris invariáns stabilis rendszer
Periodikus gerjesztés -> periodikus válasz
Szuperpozició-elv:

$$\mathrm{u}(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(U_k^A \cos k\omega t + U_k^B \sin k\omega t\right)$$

$$\mathrm{y}(t) = \mathrm{Y}\{u(t)\} = Y\left\{U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(U_k^A \cos k\omega t + U_k^B \sin k\omega t\right)\right\} = Y_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(Y_k \cos\left(k\omega t + \delta_k\right)\right)$$

Ezt tagonként meghatározhatjuk

$\overline{Y_k} = Y_k e^{j\delta_k}$

$\overline{U_k} = U_k e^{j\delta_k}$

$$\frac{\overline{Y_k}}{\overline{U_k}} = H(j\omega)\Big|_{\omega = k\frac{2\pi}{t}}$$

Példa

RL hálózat (mert az RL már unalmas)
$\mathrm{R} = 2, \mathrm{L} = 0.8$
$\mathrm{u_s}(t)$
(fűrészjel), $\mathrm{U} = 5, T = 0{,}8\pi$

F-sroba fejteni a gerjesztést

Matematikai valós alak

$$\mathrm{U_0} = \frac{\mathrm{U}}{2}$$

$$\mathrm{U_k^A} = \frac{2}{\mathrm{T}} \int_0^T u_s(t) \cos(k\omega t)\, dt$$

A változás páratlan függvény, így a koszinuszok kiesnek

$$\mathrm{U_k^B} = \frac{2}{\mathrm{T}} \int_0^T u_s(t) \sin(k\omega t)\, dt = \frac{U}{k\pi}$$

Elég az első 4 tag
Mérnöki valós alakban:
$\mathrm{U_k} = \mathrm{U_k^B}$ és $\rho_k = -\frac{\pi}{2}$

Hibabecslés

$$\mathrm{U_{eff}^2} = \frac{1}{\mathrm{T}} \int_0^T u_s^2(t) dt = \frac{U^2}{3}$$

$\mathrm{U_{eff}} = 2.887$

$$\mathrm{U_{eff}^2} = \mathrm{U_0^2} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N} U_k^2 \rightarrow U_{eff_4}^2 = 2.838$$

Relatív hiba: $\varepsilon_\mathrm{N} = \frac{U_{eff} - U_{eff_4}}{U_{eff}} \approx 1.7\%$

Átviteli karakterisztika

$$\mathrm{H}(j\omega) = \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R}}$$

$$\omega = 0, \frac{2\pi}{T}, 2\cdot\frac{2\pi}{T}$$

Válasz együtthatói

k	U_k	ρ_k	$\lvert\overline{H}\rvert$	$\arg\{\overline{H}\}$	Y_k	δ_k
0	2.5	0	1	0	2.5	0
1	1.59	$-\frac{\pi}{2}$	0.71	-0.785	1.13	-2.345
2	0.80	$-\frac{\pi}{2}$	0.45	-1,107	0.36	-2.678
3	0.53	$-\frac{\pi}{2}$	0.32	-1.249	0.17	-2.820
4	0.40	$-\frac{\pi}{2}$	0.24	-1.373	0.1	-2.900

A válasz
$y(t) \approx 2.5 + 1.13\cos(\omega t - 2.356) + 0.36\cos(2\omega t - 2.678) + \cdots$

Hatásos teljesítmény periodikus állandósult állapotban

2021. május 11., kedd 17:20

Feszültség és áram is F-sorba fejthető

$\mathrm{p}(t) = u(t)i(t)$ is periodikus lesz

$\mathrm{P} = \frac{1}{\mathrm{T}}\int_0^T p(t)\,dt$

Hatásos teljesítmény

A szorzatban

$\cos(k\omega t + \rho_k)\cos(l\omega t + \delta_l) = \frac{1}{2}\cos((k + l)\omega_t + \rho_k + \delta_l) + \frac{1}{2}\cos((k - l)\omega t + \rho_k - \delta_l)$
$= g_{kl}(t)$

$\int_0^T g_{kl}(t)\,dt = \begin{Bmatrix} 0\ ha\ k! = l \\ \frac{1}{2}T\cos(\rho_k - \delta_k) \end{Bmatrix}$

$\rightarrow \mathrm{P} = \mathrm{U_0 I_0} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty} U_k U_i \cos(\rho_k - \delta_k)$

Formálisan szuperponálható a teljesítmény!

Fourier-sor lin. alg értelmezése

2021. május 11., kedd 17:20

1

2021. május 14., péntek 20:03

1. Vezesse le rezisztív esetben a teljesítményillesztés kritériumát és a generátorból maximálisan kivehető teljesítmény értékét.

Két ellenállás, R_b és R_{load}, fesz. forrás E

Fesz osztó: $U = \frac{R_{load}}{R_b+R_{load}}E$

Teljesítmény: $\frac{U^2}{R_{load}} = \frac{R_{load}}{(R_b+R_{load})^2}E^2$

Maximumhely: derivált 0

$$\frac{(R_b + R_{load})^2 - 2R_{load}(R_b + R_{load})}{(R_b + R_{load})^4} = \frac{R_b + R_{load} - 2R_{load}}{(R_b + R_{load})^3} = \frac{R_b - R_{load}}{(R_b + R_{load})^3} = \rightarrow R_b = R_{load}$$

Második derivált:

$$\frac{-(R_b + R_{load})^3 + 3(R_b - R_{load})(R_b + R_{load})^2}{(R_b + R_{load})^6} = \frac{-R_b - R_{load} + 3R_b - 3R_{load}}{(R_b + R_{load})^4}$$

$$= \frac{-4R_{load} + 2R_b}{(R_b + R_{load})^4} < 0 \rightarrow lok. maximum$$

$$R_{load} = R_b \rightarrow U = \frac{1}{2}E \rightarrow P_m = \frac{E^2}{4R_b}$$

2

2021. május 24., hétfő 14:20

2. Ismertesse a csomóponti potenciálok módszerének elvét! Mutassa be egy egyszerű példán keresztül, hogy a csomóponti potenciálok módszerének használatakor Kirchhoff feszültség-törvénye automatikusan teljesül.

Potenciálok minden csomóponthoz (egyik 0)
Áramtörvények minden nem 0 pontra
Ha jelölt fesz vagy feszforrás van, akkor eleve az egyik potenciált azzal felírni
Feszforrás esetén az őt tartalmazó vágatra lehet csak felírni áramtörvényt, a csomópontokra külön nem
Minden csomópontot fel kell venni, de csak N-1-#{feszforrások száma} egyenlet kell

3

2021. május 24., hétfő 14:23

3. Ismertesse a hurokáramok módszerének elvét! Mutassa be egy egyszerű példán keresztül, hogy a hurokáramok módszerének használatakor Kirchhoff áramtörvénye automatikusan teljesül.

Hurkokat veszünk fel (szisztematiksan mindig úgy hogy legalább egy új kétpóluson átmenjen), rajtuk áramokkal
KVL-ek felírása (ügyelve az irányításra, és a többi áramra)
Ha áramforrás -> egy hurok menjen át rajta, és akkor arra nem is kell fesztörvény
B-N+1-#{áramforrások száma} törvény kell, de fel kell venni mind a B-N+1 hurkot

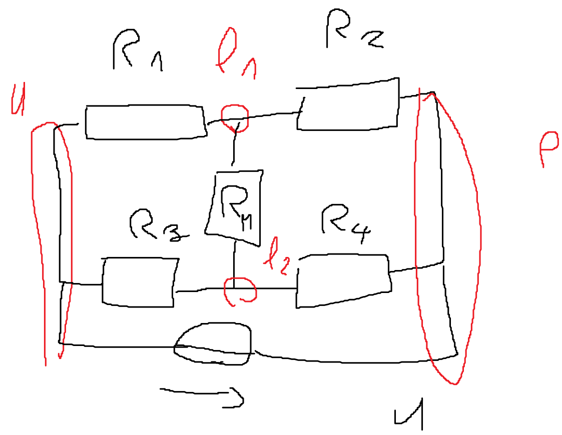
4

2021. május 24., hétfő 14:25

4. Vezesse le a Wheatstone-híd kiegyenlítésének feltételét.

$i = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = 0 \rightarrow \varphi_1 = \varphi_2$

Fesz. osztók-> $\frac{R_2}{R_1+R_2} = \frac{R_4}{R_3+R_4}$ és $\frac{R_1}{R_1+R_2} = \frac{R_3}{R_3+R_4} \rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$

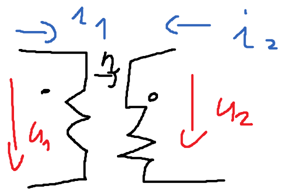


5

2021. május 24., hétfő 14:30

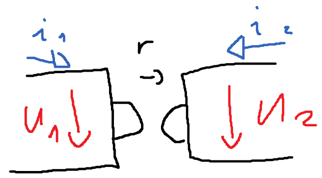
5. Mutassa meg, hogy az ideális transzformátor és a girátor nonenergikus komponensek. Vezesse le, hogy az IT milyen arányban transzformálja az impedanciát.

IT:



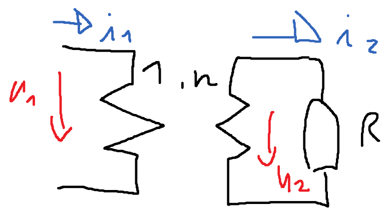
u_1, u_2, i_1, i_2
$u_2 = nu_1$
$i_1 = -ni_2$
$P = u_1 i_1 + u_2 i_2 = -nu_1 i_2 + nu_1 i_2 = 0$
Tehát nonenergikus

Girátor



$u_2 = ri_1$
$u_1 = -ri_2$
$P = u_1 i_1 + u_2 i_2 = -ri_1 i_2 + ri_1 i_2 = 0$

IT mint impedanciatranszformátor



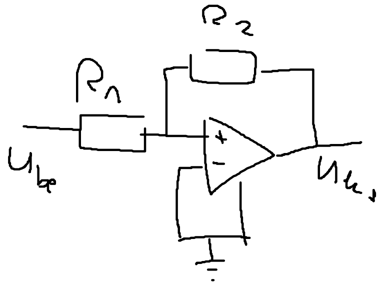
$u_2 = nu_1$
$i_1 = ni_2$
$u_2 = Ri_2 = \frac{R}{n} i_1$
$u_1 = \frac{1}{n} u_2 = \frac{R}{n^2} i_1 \rightarrow R_{eredő} = \frac{R}{n^2}$
(ha fordítva van n akkor Rn^2)

6

2021. május 24., hétfő 14:39

6. Vezesse le az invertáló és nem invertáló erősítő feszültségátviteli tényezőjét.

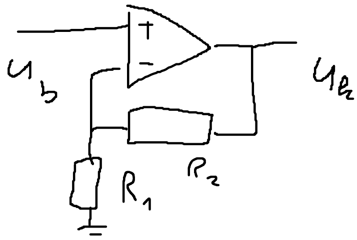
Invertáló



+ jelű csomópotra (0 potenciál)

$$\frac{\mathrm{u_{be}}}{R_1} = \frac{u_{ki}}{R_2} \to \frac{u_{ki}}{u_b} = \frac{R_2}{R_1}$$

Nem invertáló



Mínusz jelű csomópontra

$$\frac{\mathrm{u_b}}{R_1} + \frac{u_b}{R_2} - \frac{u_k}{R_2} = 0$$

$$\mathrm{u_k} = \mathrm{u_b}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$\mathrm{G} = 1 + \frac{\mathrm{R_2}}{\mathrm{R_1}}$$

7

2021. május 24., hétfő 14:50

7. Definiálja a kétkapu reciprocitásának fogalmát, és vezesse le annak kritériumát az impedanciakarakterisztika elemeivel.

Reciprok:
$i_2 = 0, i_1 = I \rightarrow u_2 = U$
$i_1 = 0, i_2 = I \rightarrow u_1 = U$
Azaz a két üresjárási feszültség megegyezik
$u_1 = R_{11}i_1 + R_{12}i_2$
$u_2 = R_{21}i_1 + R_{22}i_2$
A mi esetünkben
$R_{21}I = R_{12}I$
Azaz a mellékátlóban levő elemek megegyeznek
Mellesleg csak ellenállás, vezérelt forrás és IT-ből nem lehet nem reciprokot építeni

8

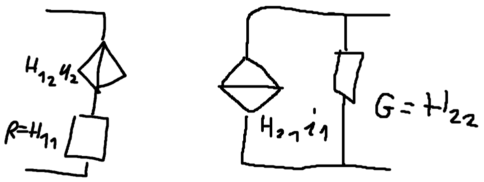
2021. május 24., hétfő 14:56

8. Mutassa be és értelmezze a hibrid- ill. inverz hibrid karakterisztikák természetes helyettesítő képét.

Hibrid:

$u_1 = H_{11} i_1 + H_{12} u_2$

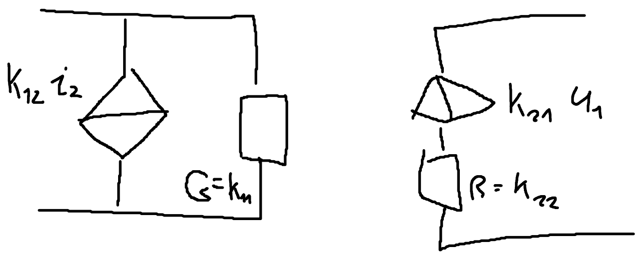
$i_2 = H_{21} i_1 + H_{22} u_2$



Inverz hibrid:

$i_1 = K_{11} u_1 + K_{12} i_2$

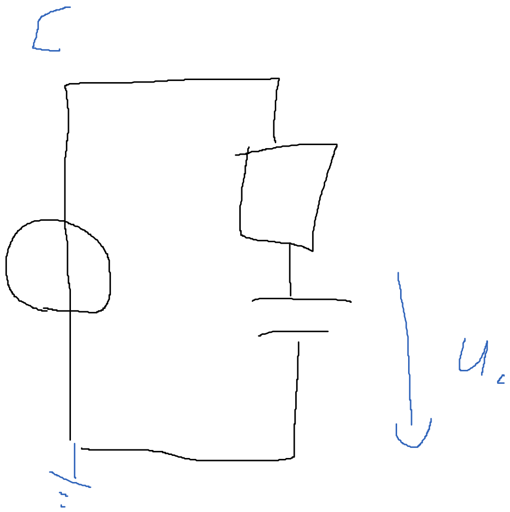
$u_2 = K_{21} u_1 + K_{22} i_2$



9

2021. május 24., hétfő 16:35

9. Vezesse le általánosan a feszültségforrással gerjesztett, kondenzátor kimenetű soros RC-tag válaszának formuláját a $2\varepsilon(t) - 1$ gerjesztésre. Mi a szabad és a gerjesztett összetevő? Definiálja az időállandó fogalmát.



Átkapcsolási jelenség, korlátos gerjesztés

- Állapotváltozó (és válasz) folytonos
- Konstans gerjesztett összetevő (hálózatból: $u_c \rightarrow 1$)
- Kezdeti feltétel: $u_c(0) = -1$

$Cu_C' + \frac{u_C}{R} - \frac{E}{R} = 0$

$Cu_C' = u_C\left(-\frac{1}{R}\right) + E\left(\frac{1}{R}\right)$

$u_C' = u_C\left(-\frac{1}{RC}\right) + E\left(\frac{1}{RC}\right)$

Szabad összetevő:

$Ke^{-\frac{1}{RC}t}$

Gerjesztett:

E

$u_c(t) = Ke^{-\frac{1}{RC}t} + E$

$\tau = RC\left(= -\frac{1}{\lambda}\right)$ *időállandó*

$\lambda = -\frac{1}{\tau}$ meredekségű érintőt kell húzni a 0 pontba a függvény ábrázolásakor

Kezdeti állapot:

$u_c(0) = K + E = -1 \rightarrow K = -1 - E = -2$

$u_c(t > 0) = \left(1 - 2e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$

$u_C(t) = \varepsilon(t)\left(1 - 2e^{-\frac{t}{\tau}}\right) - \varepsilon(-t)$

10

2021. május 24., hétfő 16:51

10. Mutassa be az impulzusválasz számítását az összetevőkre bontás módszerével (általánosan).

Mint bármilyen másik összetevőkre bontás, csak
- Gerjeszett összetevő 0
- $x(-0) \neq x(0)$ *mert nem korlátos a Dirac − impulzus*
- $x(+0) = \int_{-0}^{+0} \dot{x}(t)dt = B$ (*a gerjesztés együttható vektora*)

ÁVLNA felírása
$\dot{x} = Ax + Bu$ és $y = C^T x + Du$

$x(-0) = 0, x(+0) = B$
Sajátértékek, szabad összetevő számítása (együtthatók később)
$x_g(t) = 0$
Kezdeti feltételek érvényesítése
Válasz behelyettesítése

11

2021. május 24., hétfő 16:56

11. Adja meg az aszimptotikus stabilitás definícióját és feltételét. Igazolja, hogy a feltétel szükséges és elegendő.

Egy rendszer aszimptotikusan stabilis ha magára hagyva (0 gerjesztés) az állapotváltozók mind 0-hoz tartanak
Ennek szükséges és elégséges feltétele hogy a sajátértékek valós részei mind negatívak legyenek

Szükséges: ha nem mind negatív, az ahhoz tartozó exp. tag nem tart 0-hoz, így egy vagy több állapotváltozó nem tart 0-hoz
Elégséges: ha mind negatív, akkor a szabad összetevő 0-hoz tart, így az állapotváltozók is 0-hoz tartanak
(vannak patologikus határhelyzetek, de azokkal nem foglalkozunk)

12

2021. május 24., hétfő 17:06

12. Adja meg a gerjesztés-válasz stabilitás definícióját és feltételét. Igazolja, hogy a feltétel szükséges és elegendő.

Egy rendszer GV-stabilis ha korlátos gerjesztésre korlátos választ ad
Itt is vannak határhelyzetek, pl. integráló vagy deriváló rendszer határhelyzetben van
Elégséges (de nem szükséges): aszimpt.stabilis

$$\mathrm{GV-stab} \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty \rightarrow \lim_{t \to \infty} h(t) = 0$$

Azaz az impulzusválasz abszolút integrálható
Biz: konvolució

$$\mathrm{y}(t)7 \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)u(t-\tau)d\tau$$

Korlátos gerjesztés: $\mathrm{u}(t) < M$

$$|y(t)| \leq \int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau)||u(t-\tau)|d\tau \leq M \int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau)| d\tau$$

Tehát tényleg elégséges

Szükséges:
Legyen $\mathrm{u}(t) = \mathrm{sgn}\, h(t)$
Ekkor konvolucióval $\mathrm{y}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)u(\tau)\, d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau)|\, d\tau$
Ha nem abszolút integrálható, ez nem korlátos, tehát nem GV stabilis

13

2021. május 24., hétfő 17:19

13. Igazolja, hogy lineáris, invariáns rendszer válasza a konvolúciós integrállal számítható.

Dirac-delta tulajdonsága:

$$\mathrm{f}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\delta(x-\tau)d\tau$$

$$\mathrm{y}(t) = Y\{u(t)\} = Y\left\{\int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\delta(x-\tau)d\tau\right\} = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)Y\{\delta(t-\tau)\}\,d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)h(t-\tau)\,d\tau$$

14

2021. május 24., hétfő 17:22

14. Mutassa be, hogy a konvolúciós integrál hogyan írható fel kauzális rendszer, ill. belépő gerjesztés esetén.

Kauzális rendszer: $\mathrm{h}(t<0)=0$

$$\mathrm{h}*\mathrm{u}=\int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)u(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{t-0} h(t-\tau)u(\tau)d\tau+\int_{t+0}^{\infty} h(t-\tau)u(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{t-0} h(t-\tau)u(\tau)d\tau$$

$$\mathrm{u}*\mathrm{h}=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)u(t-\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{-0} h(\tau)u(t-\tau)d\tau+\int_{+0}^{\infty} h(\tau)u(t-\tau)d\tau=\int_{+0}^{\infty} h(\tau)u(t-\tau)d\tau$$

Belépő gerjesztés: $\mathrm{u}(t<0)=0$

$$\mathrm{h}*\mathrm{u}=\int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)u(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{-0} h(t-\tau)u(\tau)d\tau+\int_{+0}^{\infty} h(t-\tau)u(\tau)d\tau=\int_{+0}^{\infty} h(t-\tau)u(\tau)d\tau$$

15

2021. május 24., hétfő 18:27

15. Igazolja az impulzusválasz és az ugrásválasz közötti kapcsolatot.

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-\tau)\varepsilon(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-\tau)\varepsilon(\tau)d\tau = \int_{0}^{t} \delta(t-\tau)d\tau = \int_{0}^{t} \delta(\tau)d\tau$$

Azaz $\varepsilon(t)$ a dirac-delta integrálfüggvénye

$$g(t) = Y\{\varepsilon(t)\} = Y\left\{\int_{0}^{t} \delta(\tau)d\tau\right\} = \int_{0}^{t} Y\{\delta(\tau)\}d\tau = \int_{0}^{t} h(\tau)d\tau$$

16

2021. május 24., hétfő 18:44

16. Mi a kapcsolat egy szinuszos jel időfüggvénye és komplex amplitúdója (fazorja) között? Vezesse le a derivált jel fazorjának kifejezését.

$U_0 \cos(\omega t + \varphi) \rightarrow U_0 e^{j(\omega t+\varphi)} \rightarrow \overline{U} = U_0 e^{j\varphi}$
$u(t) = Re\,\overline{U} e^{j\omega t}$

$$u(t) = Re\left(\overline{U} e^{j\omega t}\right) \rightarrow u'(t) = Re\left(\overline{U} e^{j\omega t}\right)' = Re\left(\left(\overline{U} e^{j\omega t}\right)'\right) = Re\left(j\omega \overline{U} e^{j\omega t}\right) \rightarrow \overline{U'} = j\omega \overline{U}$$

17

2021. május 24., hétfő 18:48

17. Vezesse le az ellenállás, a kondenzátor és a tekercs impedanciájának formuláját.

Ellenállás:

$$\mathrm{u} = \mathrm{Ri} \rightarrow \overline{Z} = \frac{\overline{U}}{\overline{I}} = R$$

Tekercs:

$$\mathrm{u_L} = \mathrm{Li'_L} \rightarrow \overline{Z} = \frac{Lj\omega\overline{I}}{\overline{I}} = j\omega L$$

Kondenzátor:

$$\mathrm{i_C} = \mathrm{Cu'_C} \rightarrow \overline{Z} = \frac{\overline{U}}{Cj\omega\overline{U}} = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C}$$

18

2021. május 24., hétfő 18:51

18. Vezesse le szinuszos állandósult állapotban a pillanatnyi teljesítmény és a hatásos teljesítmény formuláját.

$$\mathrm{p}(t) = u(t)i(t) = U_0\cos(\omega t + \varphi_1)\,\mathrm{I}_0\cos(\omega t + \varphi_2)$$
$$= \mathrm{U}_0\mathrm{I}_0\frac{e^{j\omega t + j\varphi_1} + e^{-j\omega t - j\varphi_1}}{2} \cdot \frac{e^{j\omega t + j\varphi_2} + e^{-j\omega t - j\varphi_2}}{2}$$
$$= \frac{1}{4}U_0 I_0\left(e^{j\omega t + j\varphi_1} + e^{-j\omega t - j\varphi_1}\right)\left(e^{j\omega t + j\varphi_2} + e^{-j\omega t - j\varphi_2}\right)$$
$$= \frac{1}{4}U_0 I_0\left(e^{j2\omega t + j\varphi_1 + j\varphi_2} + e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} + e^{j(\varphi_2 - \varphi_1)} + e^{-j2\omega t - j(\varphi_1 + \varphi_2)}\right)$$
$$= \frac{1}{2}U_0 I_0\cos(2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2) + \frac{1}{2}\mathrm{U}_0\mathrm{I}_0\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Hatásos:
$$\mathrm{P} = \frac{1}{\mathrm{T}}\int_0^T p(t)dt = \frac{1}{2}U_0 I_0\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

19

2021. május 24., hétfő 19:02

19. Definiálja a komplex teljesítményt, és igazolja ennek kapcsolatát a hatásos, meddő és látszólagos teljesítménnyel. Fejezze ki ezeket egy lineáris kétpólus impedanciájával.

$\overline{S} = \frac{1}{2}\overline{U} \cdot \overline{I}^* = \frac{1}{2}U_0 I_0 e^{j\omega t+j\rho} e^{-j\omega t-j\rho-j\varphi} = \frac{1}{2}U_0 I_0 e^{-j\varphi}$

Valós rész: $\frac{1}{2}\mathrm{U_0 I_0}\cos(-\varphi) = \frac{1}{2}\mathrm{U_0 I_0}\cos(\varphi) \rightarrow hatásos\ \ teljesítmény$

Képzetes: $\frac{1}{2}\mathrm{U_0 I_0}\sin(-\varphi) \rightarrow meddő\ teljesítmény$

Absz. Érték: $\frac{1}{2}U_0 I_0 \rightarrow látszólagos\ teljesítémy$

$\overline{U} = \overline{I} \cdot \overline{Z}$

$\overline{S} = \frac{1}{2}\overline{Z} \cdot \overline{I} \cdot \overline{I}^* = \frac{1}{2}\overline{Z} \cdot I_0^2$

$\rightarrow \mathrm{Q} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{Im}\,\overline{Z} \cdot I_0^2$

$\rightarrow \mathrm{P} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{Re}\,\overline{Z} \cdot I_0^2$

$\rightarrow \mathrm{s} = \frac{1}{2}\left|\overline{Z}\right| \cdot I_0^2$

$\mathrm{U - ra\ Re\ vagy\ Im}\frac{1}{\overline{Z}} \rightarrow \frac{Z^*}{|Z|^2}\ valós\ és\ képzetes\ része$

20

2021. május 24., hétfő 19:14

20. Vezesse le szinuszos állandósult állapotban a teljesítményillesztés kritériumát.

Komplex csúcsértékekkel ugyan úgy működik a fesz. osztó

$$\overline{P} = Re\, Z_{load} \cdot U^2 \frac{1}{\left(Z_b + Z_{load}\right)^2} = R_{load} \cdot U^2 \cdot \frac{1}{\left(R_{load} + R_b\right)^2 + \left(X_b + X_{load}\right)^2}$$

Minimumhely: derivált 0

Két irányból kell

Képzetes rész (X_{load} szerint deriválva)

$$\frac{\mathrm{R}_{\mathrm{load}}}{\left(R_{load} + R_b\right)^2 + \left(X_b + X_{load}\right)^2} \rightarrow \frac{-2\mathrm{R}_{\mathrm{load}}\left(X_b + X_{load}\right)}{\left(\left(R_{load} + R_b\right)^2 + \left(X_b + X_{load}\right)^2\right)^2} = 0 \rightarrow X_b - X_{load} = 0$$

Valós rész:

$$\frac{\mathrm{R}_{\mathrm{load}}}{\left(R_{load} + R_b\right)^2} \rightarrow \frac{\left(R_{load} + R_b\right)^2 - 2\left(R_{load} + R_b\right)R_{load}}{\left(R_{load} + R_b\right)^4} = \frac{R_{load} + R_b - 2R_{load}}{\left(R_{load} + R_b\right)^3} = \frac{R_b - R_{load}}{\left(R_{load} + R_b\right)^3}$$

$\rightarrow R_{load} = R_B$

Azaz komplex konjugált-párt kell alkotniuk

21

2021. május 24., hétfő 19:26

21. Vezesse le és értelmezze a kondenzátor kimenetű soros RC-tag átviteli karakterisztikáját (amplitúdó- és fáziskarakterisztikát is). Vázolja a fazorábrát $\omega = 1/RC$ körfrekvencián.

Feszosztó:

$$\frac{\overline{U_{ki}}}{\overline{U_{be}}} = \frac{Z_C}{Z_c + Z_R} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + R} = \frac{1}{1 + j\omega CR}$$

Amplitudó: $\omega \to \infty$ szerint $\mathrm{H} \to 0, \omega = 0 \to \mathrm{H} = 1, -3\mathrm{dB}$ pont a $\omega = \frac{1}{\mathrm{RC}}$

Fázis:$\omega = 0 \to \varphi = 0, \omega = \frac{1}{\mathrm{RC}} \to \varphi = -45°, \omega \to \infty\ \varphi \to -90°$

$$\omega = \frac{1}{\mathrm{RC}} \to \mathrm{H}(j\omega) = \frac{1}{1+j} = \frac{1-j}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}j$$

22

2021. május 24., hétfő 19:39

22. Definiálja a soros rezgőkör jósági tényezőjét. Vezesse le és értelmezze a kondenzátor kimenetű soros rezgőkör átviteli karakterisztikáját (amplitúdó- és fáziskarakterisztikát is). Vázolja a fazorábrát a rezonanciafrekvencián.

Meddő és hatásos teljesítmény aránya. Frekvenciafüggő mennyiség, általában a rezonanciagrekvencián szokták megadni

$$\mathrm{H}(j\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R} = \frac{1}{(j\omega)^2 LC + j\omega RC + 1}$$