

1.) Legyen  $v : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $v(\mathbf{r}) := x^3 y \mathbf{i} + \frac{x}{2+y} \mathbf{j} + xz \mathbf{k}$ ,  $y \neq -2$ ,  $L := \{\mathbf{r} \mid \mathbf{r} = \mathbf{i} + \cos t \mathbf{j} + \sin t \mathbf{k}, 0 \leq t \leq 2\pi\}$ .

$$\int_L \mathbf{v} d\mathbf{r} = ?$$

2.) Legyen  $F := \{\mathbf{r} \mid \mathbf{r} = (\cosh t + 2u)\mathbf{i} + (\sinh t + 4u)\mathbf{j} + 5uk, 0 \leq t \leq 1, 0 \leq u \leq 1\}$ ,  $v : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $v(\mathbf{r}) := zy \mathbf{i} + zx \mathbf{j} + z^2 \mathbf{k}$ . Számítsuk ki az alábbi felületi integrált

$$\int_F \mathbf{v} df.$$

3.) Legyen  $f : \mathbb{R}^3 \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $f(\mathbf{r}) := \mathbf{r} \ln \|\mathbf{r}\|$ .

$$(\operatorname{div} f)(\mathbf{r}) = ?$$

4.) Legyen  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $f(z) := i \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z$ . Hol deriválható  $f$ ?

5.) Legyen  $\Gamma := \{(x, y) \mid x = y^3, -1 \leq x \leq 1\}$ . Számítsuk ki az alábbi görbementi integrált

$$\int_{\Gamma} (y^2 dx + x dy).$$