NAGYPÉLDÁK *(Az egyes nagypéldákat külön lapon, áttekinthetően dolgozza ki; a végeredményeket húzza alá.)*

1. példa. Egy folytonos idejű rendszer átviteli függvénye valamely koherens egységrendszerben $H(s) = \dfrac{2s^2 + as + b}{s^2 + 10s + 21}$ alakú, amelyben a és b paraméter. A rendszer gerjesztése $u(t) = 5e^{-2|t|}$.

a) Határozza meg $u(t)$ spektrumát! *(3 pont)*

$$U(j\omega) = \frac{5}{2 + j\omega} + \frac{5}{2 - j\omega} = \frac{20}{\omega^2 + 4} \quad \text{(3p)}$$

b) Adja meg $u(t)$ sávszélességét azzal a feltétellel, hogy a jel amplitúdóspektrumában a maximális érték 10 %-ánál kisebb összetevőket elhanyagoljuk! *(3 pont)*

$$\max_{\omega} |U(j\omega)| = |U(j0)| = 5 \quad \text{(1p)} \qquad \frac{20}{\omega^2 + 4} = 0{,}1 \cdot 5 \quad \rightarrow \quad \omega = 6 \quad \rightarrow \quad \Delta\omega = 6 - 0 = 6 \quad \text{(2p)}$$

c) Adja meg az a és b paraméterek értékét úgy, hogy a rendszer mindentáteresztő legyen, vagy indokolja, ha ez nem lehetséges! *(2 pont)*

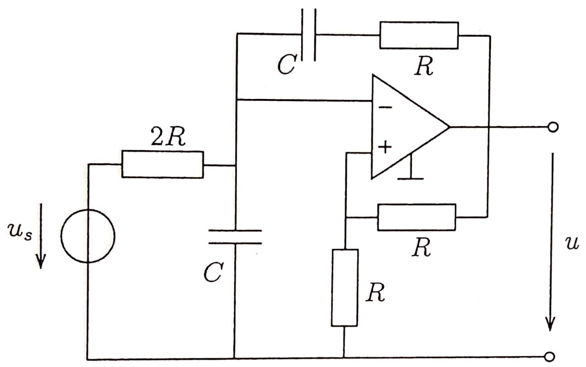
$$H(s) = \frac{2s^2 + as + b}{(s + 3)(s + 7)} \quad \text{mindentáteresztő, ha } 2s^2 + as + b = 2(s - 3)(s - 7) \quad \rightarrow \quad a = -20, \quad b = 42 \quad \text{(2p)}$$

d) Feltéve, hogy az előző részfeladatot sikeresen megoldotta, azaz $H(s)$ mindentáteresztő rendszert ír le, határozza meg az $y(t)$ válaszjel amplitúdóspektrumát, és írja fel a lehető legegyszerűbb alakban! *(2 pont)*

$$|Y(j\omega)| = \frac{40}{\omega^2 + 4}, \text{ mert } |H(j\omega)| = 2 \quad \text{(2p)}$$

Megj.: az $|Y(j\omega)| = \left| \dfrac{20}{\omega^2 + 4} \cdot \dfrac{2(j\omega)^2 + aj\omega + b}{(j\omega)^2 + 10j\omega + 21} \right|$ eredmény csak 1 pontot ér.

2. példa. Az alábbi ábrán látható, ideális erősítőt tartalmazó hálózatot olyan rendszernek tekintjük, amelynek bemenete az u_s forrásfeszültség, kimenete pedig az u feszültség.



a) Határozza meg a rendszer átviteli függvényét, és írja fel normál alakban, az R és C paraméterekkel! *(3 pont)*

Csomóponti egyenlet az invertáló bemenetre: $\dfrac{U/2 - U_s}{2R} + \dfrac{U}{2} sC + \left(-\dfrac{U}{2}\right) \cdot \dfrac{1}{R + 1/(sC)} = 0$ (1p)

Innen $H(s) = \dfrac{U}{U_s} = \dfrac{RCs + 1}{R^2C^2s^2 + 0{,}5RCs + 0{,}5}$ (1p) ill. normál alakban $H(s) = \dfrac{s\frac{1}{RC} + \frac{1}{R^2C^2}}{s^2 + s\frac{1}{2RC} + \frac{1}{2R^2C^2}}$ (1p)

R és C adott értéke mellett az átviteli függvény: $H(s) = \dfrac{2s + 4}{s^2 + s + 2}$ (az idő egysége milliszekundum).
A további feladatrészekben ezzel számoljon. (R és C meghatározása nem feladat.)

c) Számítsa ki a rendszer impulzusválaszát! *(4 pont)*

$s^2 + s + 2 = 0 \quad \rightarrow \quad s_{1,2} = -0{,}5 \pm j1{,}323$ (1p)

$H(s) = \dfrac{A}{s - s_1} + \dfrac{A^*}{s - s_1^*}, \quad A = 1 - j1{,}134 = 1{,}512e^{-j0{,}85} = 1{,}512e^{-j49^\circ}$ (1p)

$h(t) = 3{,}024\varepsilon(t)e^{-0{,}5t}\cos(1{,}323t - 0{,}85)\,\frac{1}{\text{ms}}$ (2p) (megj.: a komplex alak csak 1 pontot ér)

d) Határozza meg az ugrásválasz kezdeti- ($t = +0$) és végértékét ($t \to \infty$) az átviteli függvény felhasználásával! *(2 pont)*

$$g(+0) = \lim_{s\to\infty} s\frac{1}{s}H(s) = 0 \quad \text{(1p)} \qquad g(+\infty) = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s}H(s) = 2 \quad \text{(1p)}$$

e) Határozza meg az ugrásválasz kezdeti- és végértékét a hálózatból, és vesse össze az előző pont eredményeivel! *(1 pont)*

A kondenzátorokat rövidzárral helyettesítve $u(+0) = 0$,
míg szakadással helyettesítve $u(+\infty) = 2\varepsilon(+\infty) = 2$ adódik. (1p)

KISPÉLDÁK *(Az egyes kispéldák végeredményét írja a kérdés melletti cellába. Minden példa 1 pontos.)*

1. Egy mindentáteresztő rendszer átviteli karakterisztikája $H(j\omega) = 12 \cdot e^{-j3\omega}$. Adja meg a rendszer futásidő-karakterisztikáját!	$\tau(\omega) = 3$
2. Adja meg az $x(t) = 3[\varepsilon(t+1) - \varepsilon(t-3)]$ négyszögimpulzus amplitúdóspektrumának helyettesítési értékét az $\omega = 0$ körfrekvencián!	$\lvert X(j\omega)\rvert_{\omega=0} = 12$
3. Egy folytonos idejű $x(t)$ jel spekrtrumára jellemző, hogy $X(j\omega) = 0$, ha $\lvert\omega\rvert < 2$, illetve $\lvert\omega\rvert > 5$. Jelölje ki azt a legszűkebb $[\omega_1, \omega_2]$ intervallumot, amelyen kívül az $y(t) = x(t) \cdot \cos(1t)$ modulált jel spektruma biztosan nulla, azaz $Y(j\omega) = 0$, ha $\lvert\omega\rvert < \omega_1$, illetve $\lvert\omega\rvert > \omega_2$!	$\omega_1 = 1$, és $\omega_2 = 6$
4. Egy folytonos idejű jel spektruma $X(j\omega) = \dfrac{1}{j\omega + \alpha}$. Adja meg a jel energiaspektrumát!	$\lvert X(j\omega)\rvert^2 = \dfrac{1}{\alpha^2 + \omega^2}$
5. Fogalmazza meg matematikai alakban az alakhű jelátvitel (egzakt) feltételét a folytonos idejű rendszer gerjesztés-válasz kapcsolatára vonatkozóan, az időtartományban!	$y(t) = K \cdot u(t - \tau)$