

1. ZÁRTHELYI DOLGOZAT

MATEMATIKA A3
VILLAMOSMÉRNÖK HALLGATÓKNAK

2016. október 17.
Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

Név:

Gyakvez.:

Neptun kód:

Gyak. kurzuskód:

| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | \sum | 1_I | 2_I | \sum_I |
|----|----|----|----|----|--------|-------|-------|----------|
| | | | | | | | | |

1. (7 + 8 pont)

Konvergensek vagy divergensek az alábbi numerikus sorok? Állítását indokolja!

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2n}{n^4 - n^3 + n}, \quad (b) \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2-n}.$$

2. (15 pont)

Határozza meg a

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n3^{n-1}}$$

hatványsor konvergenciatartományát és összefüggvényét!

3. (20 pont)

Adja meg

$$\int_0^{\frac{1}{10}} \frac{1}{\sqrt{1+x^3}} dx$$

értékét 2 tizedesjegy pontossággal!

4. (15 + 15 pont)

Oldja meg a következő differenciálegyenleteket! ($y = y(x)$)

(a)

$$3x^2 + 2y \operatorname{sh} x + (2 \operatorname{ch} x)y' = 0, \quad y(0) = 2,$$

(b)

$$x^2 y' = xy + y^2 e^{-\frac{x}{y}}.$$

5. (20 pont)

Adja meg az

$$x^2 y'(x) + y(x) = (x^2 + 1)e^x$$

differenciálegyenlet azon megoldását, melyre $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$!

IMSc példák

1. (15 pont)

Az EIB terembe váratlanul berepül két hógolyó, az egyik sugara éppen kétszer akkora, mint a másiké. Tudjuk, hogy az olvadás sebessége egyenesen arányos a felülettel. Mekkora lesz a nagyobbik hógolyó abban a pillanatban, amikor a kisebbik teljesen elolvad? (Feltehetjük, hogy a hógolyók szabályos gömb alakúak és homogének, azaz sűrűségük állandó.)

2. (15 pont)

Oldja meg az

$$xy' \operatorname{sh} y - \operatorname{ch} y = x^2 \operatorname{sh} x$$

differenciálegyenletet! (Útmutató: Használjon $u(x) = \operatorname{ch} y(x)$ helyettesítést!)