Hálózatok és rendszerek képletgyűjtemény

Háre1 (Fincsi, mi?)

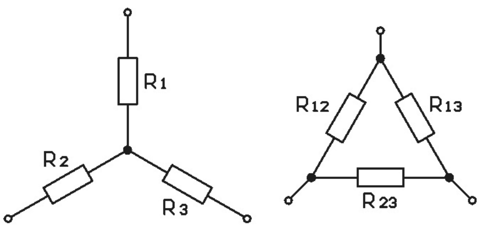
Rezisztív hálózatok

Feszültség-, és áramosztók

$$u_1 = u_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad i_1 = i_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\left(u_1 = u_0 \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)$$

Csillag-delta átalakítások



- Csillagból deltába:

$$R_{12} = \frac{R_1\ R_2}{R_1 \times R_2 \times R_3}$$
$$R_{13} = \frac{R_1\ R_3}{R_1 \times R_2 \times R_3}$$
$$R_{23} = \frac{R_2\ R_3}{R_1 \times R_2 \times R_3}$$

- Deltából csillagba:

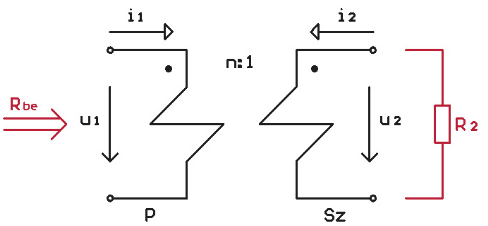
$$R_1 = \frac{R_{12}\ R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$
$$R_2 = \frac{R_{12}\ R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$
$$R_3 = \frac{R_{13}\ R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

Teljesítményillesztés

$$R_b = R_f$$
$$P_{f\,max} = \frac{u_T^2}{4\ R_b}$$

Nonenergikus elemek és vezérelt források

- Ideális transzformátor:

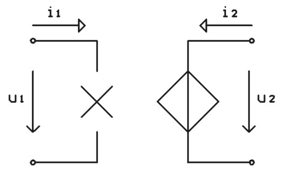


$$\boxed{\begin{aligned} u_1 &= n\, u_2 \\ i_2 &= -n\, i_1 \end{aligned}}$$

$$R_{be} = n^2\ R_2$$

$u_1\ i_1 + u_2\ i_2 = 0$ (Nonenergikus)

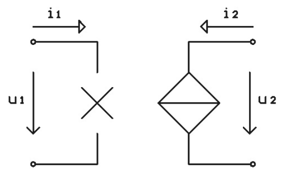
- Feszültségvezérelt feszültségforrás:



$$\boxed{\begin{aligned} i_1 &= 0 \\ u_2 &= \mu\, u_1 \end{aligned}}$$

μ: feszerősítési tényező

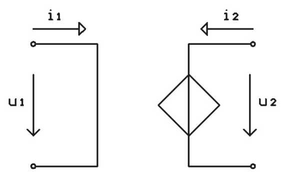
- Feszültségvezérelt áramforrás:



$$\boxed{\begin{aligned} i_1 &= 0 \\ i_2 &= g\, u_1 \end{aligned}}$$

g: vezérlő elem konduktanciája

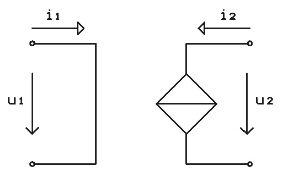
- Áramvezérelt feszültségforrás:



$$\boxed{\begin{aligned} u_1 &= 0 \\ u_2 &= r\, i_1 \end{aligned}}$$

r: vezérlő elem ellenállása

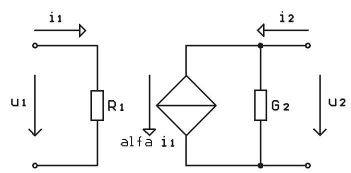
- Áramvezérelt áramforrás:



$$\boxed{\begin{aligned} u_1 &= 0 \\ i_2 &= \alpha\, i_1 \end{aligned}}$$

α: áramerősítési tényező

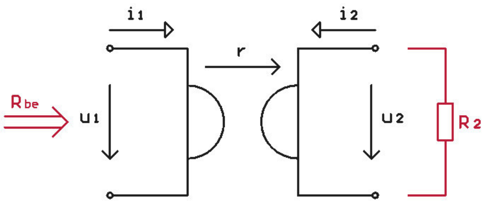
- Áramvezérelt áramgenerátor:



$$\boxed{\begin{aligned} u_1 &= R_1\ i_1 \\ i_2 &= \alpha\, i_1 + G_2\ u_2 \end{aligned}}$$

A többi generátor hasonlóképpen képezhető a forrásokból mint az áramvezérelt áramgenerátor az áramvezérelt áramforrásból.

- Girátor:



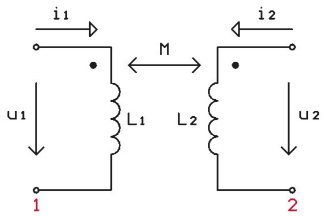
$u_1 = -r\,i_2$
$u_2 = r\,i_1$

$R_{be} = \dfrac{r^2}{R_2}$ **r : girációs tényező**

Nonenergikus !

- Csatolt tekercs:

(Ez ugyan dinamikus elem, mégis itt láttam célszerűnek szerepeltetni a karakterisztikáját.)



$u_1 = L_1\,\mathring{i}_1 + M\,\mathring{i}_2$
$u_2 = L_2\,\mathring{i}_2 + M\,\mathring{i}_1$

$$W = \frac{1}{2}\,L_1\,i_1^2 + \frac{1}{2}\,L_2\,i_2^2 + M\,i_1\,i_2$$

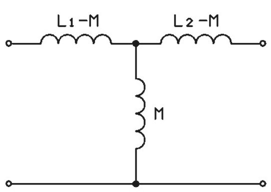
Csatolási tényező:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1\,L_2}}$$

k ~ 1: szoros csatolás
k < 1: laza csatolás
k max = 1

Helyettesítő kapcsolás:

(Csak akkor alkalmazható, ha 1 és 2 pontok ekvipotenciálisak, azaz összeköthetők!)



Rezisztív kétkapuk

- Impedanciakarakterisztika:

$u_1 = R_{11}\,i_1 + R_{12}\,i_2$
$u_2 = R_{21}\,i_1 + R_{22}\,i_2$

$[R] = \Omega$

- Admittanciakarakterisztika:

$i_1 = G_{11}\,u_1 + G_{12}\,u_2$
$i_2 = G_{21}\,u_1 + G_{22}\,u_2$

$[G] = S$

$$\underline{\underline{R}} = \underline{\underline{G}}^{-1}$$

- Hibrid karakterisztika:

$u_1 = H_{11}\,i_1 + H_{12}\,u_2$
$i_2 = H_{21}\,i_1 + H_{22}\,u_2$

$[H_{11}] = \Omega$ $[H_{22}] = S$
$[H_{12}] = [H_{21}] = 1$

- Inverz-hibrid karakterisztika:

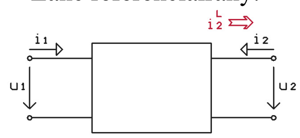
$i_1 = K_{11}\,u_1 + K_{12}\,i_2$
$u_2 = K_{21}\,u_1 + K_{22}\,i_2$

$[K_{11}] = S$ $[K_{22}] = \Omega$
$[K_{12}] = [K_{21}] = 1$

$$\underline{\underline{H}} = \underline{\underline{K}}^{-1}$$

- Lánc karakterisztika:

Lánc referenciairány:



$u_1 = A_{11}\,u_2 + A_{12}\,i_2$
$i_1 = A_{21}\,u_2 + A_{22}\,i_2$

$[A_{11}] = [A_{22}] = 1$
$[A_{12}] = \Omega$ $[A_{21}] = S$

- Inverz-lánc karakterisztika:

$u_2 = B_{11}\,u_1 + B_{12}\,i_1$
$i_2 = B_{21}\,u_1 + B_{22}\,i_1$

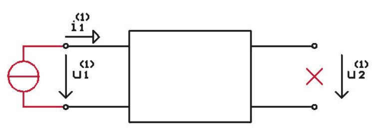
$[B_{11}] = [B_{22}] = 1$
$[B_{12}] = \Omega$ $[B_{21}] = S$

- Reciprocitás és szimmetria

Általános feltételek:

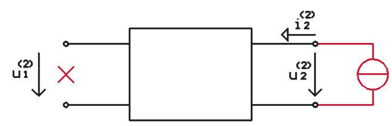
Reciprok, ha:

$$\frac{u_2^{(1)}}{i_1^{(1)}} = \frac{u_1^{(2)}}{i_2^{(2)}}$$



Szimmetrikus, ha még:

$$\frac{u_1^{(1)}}{i_1^{(1)}} = \frac{u_2^{(2)}}{i_2^{(2)}}$$



Feltételek paraméterekkel:

Reciprok, ha:	Szimmetrikus, ha még:
$R_{12} = R_{21}$	$R_{22} = R_{11}$
$G_{12} = G_{21}$	$G_{22} = G_{11}$
$H_{12} = -H_{21}$	$\Delta H = 1$
$K_{12} = -K_{21}$	$\Delta K = 1$
$\Delta A = \pm 1$	$A_{22} = \pm A_{11}$
$\Delta B = \pm 1$	$B_{22} = \pm B_{11}$

$$\Delta X = X_{11}\,X_{22} - X_{12}\,X_{21}$$

- Passzivitás

$$F_{11} > 0 \quad F_{22} > 0$$

De valamelyik lehet nulla, továbbá:

$$F_{11} F_{22} \geq \left(\frac{F_{12} + F_{21}}{2} \right)^2$$

F lehet: **R**, **G**, **H** és **K**.

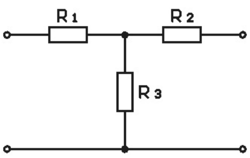
Nonenergikus, ha:

$$F_{22} = F_{11} = 0 \quad \text{és} \quad F_{12} + F_{21} = 0$$

- Helyettesítőképek

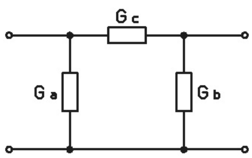
- Reciprok kétkapuk

T-tag:



$$R_1 = R_{11} - R_{12}$$
$$R_2 = R_{22} - R_{12}$$
$$R_3 = R_{12}$$

Π-tag:



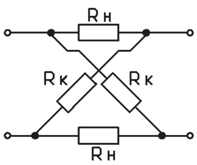
$$G_a = G_{11} + G_{12}$$
$$G_b = G_{22} + G_{12}$$
$$G_c = -G_{12}$$

Ha mindkettő létezik, akkor átalakíthatók egymásba a csillag-delta átalakítások segítségével.

Ha nincs se **R**, se **G** mátrixa a kétkapunak, akkor nem létezik se T, se Π helyettesítőképe. Ez esetben ideális transzformátor lesz a helyettesítőkép.

- Szimmetrikus kétkapuk

X-tag (hídkapcsolás):



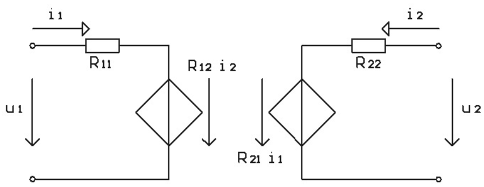
$$R_H = R_{11} + R_{21}$$
$$R_K = R_{11} - R_{21}$$

$$R_{11} = \frac{R_H + R_K}{2}$$
$$R_{21} = \frac{R_H - R_K}{2}$$

- Nem reciprok kétkapuk

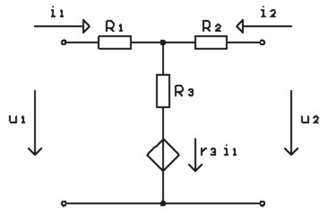
1. Természetes helyettesítőkép

Impedanciakarakterisztikából közvetlenül felrajzolva:

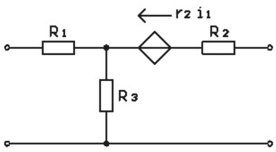


A természetes helyettesítőkép közvetlenül felrajzolható az **R**, **G**, **H** és **K** paraméterekből.

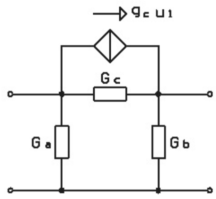
2. Hibrid T/Π helyettesítőkép



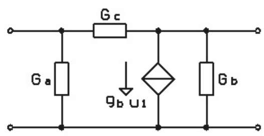
$$R_1 = R_{11} - R_{21}$$
$$R_2 = R_{22} - R_{12}$$
$$R_3 = R_{12}$$
$$r_3 = R_{21} - R_{12}$$



$$R_1 = R_{11} - R_{12}$$
$$R_2 = R_{22} - R_{12}$$
$$R_3 = R_{12}$$
$$r_2 = R_{21} - R_{12}$$

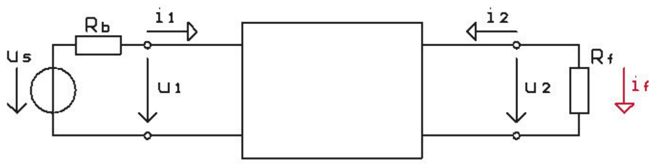


$$G_a = G_{11} + G_{21}$$
$$G_b = G_{22} + G_{12}$$
$$G_c = -G_{12}$$
$$g_c = G_{12} - G_{21}$$

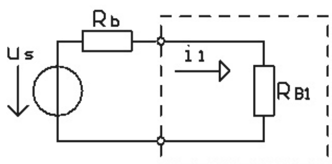


$$G_a = G_{11} + G_{12}$$
$$G_b = G_{22} + G_{12}$$
$$G_c = -G_{12}$$
$$g_b = G_{21} - G_{12}$$

- Lezárt kétkapuk

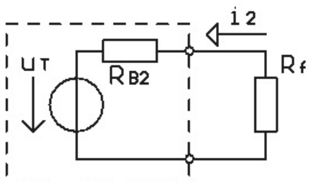


1. Generátor szempontjából vizsgálva



$$R_{B1} = R_{11} - \frac{R_{12} R_{21}}{R_{22} + R_f}$$

2. Fogyasztó szempontjából vizsgálva



$$R_{B2} = R_{22} - \frac{R_{12} R_{21}}{R_{11} + R_b}$$

$$u_T = u_s \frac{R_{21}}{R_{11} + R_b}$$

$$i_N = -i_s \frac{G_{21}}{G_{11} + G_b}$$

3. Hullámimpedancia

Az az R_0 impedancia, mellyel lezárva a kétkaput, a másik oldali bemeneti impedancia is R_0.
Csak szimmetrikus kétkapunál van értelmezve!
Másnéven karakerisztikus impedancia.

$$R_0 = \sqrt{R_{11}^2 - R_{21}^2} = \sqrt{R_H R_K} = \sqrt{R_{rz} R_{ü}}$$

$$R_{rz} = (R_{B1})_{R_f = 0} \qquad R_{ü} = (R_{B1})_{R_f = \infty}$$

4. Átviteli tényezők

- Feszültség-, és áramátviteli tényező:

$$W_u = \left(\frac{u_2}{u_1}\right)_{R_f} = \left(\frac{u_f}{u_1}\right)_{R_f} \qquad W_i = \left(-\frac{i_2}{i_1}\right)_{R_f}$$

- Átviteli konduktancia és rezisztencia:

$$G_T = \left(\frac{i_f}{u_1}\right)_{R_f} = \left(-\frac{i_2}{u_1}\right)_{R_f} \qquad R_T = \left(\frac{u_f}{i_1}\right)_{R_f}$$

- Átviteli tényezők kifejezése paraméterekből:

$$\boxed{\begin{array}{ll} W_u = \dfrac{R_{21} R_f}{R_{11} R_f + \Delta R} & W_i = \dfrac{R_{21}}{R_f + R_{22}} \\[2ex] G_T = \dfrac{R_{21}}{R_{11} R_f + \Delta R} & R_T = \dfrac{R_{21} R_f}{R_f + R_{22}} \end{array}}$$

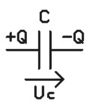
- Átviteli tényezők kifejezése egymásból:

$$\boxed{W_u = R_f G_T \qquad W_i = \frac{R_T}{R_f}}$$

Dinamikus hálózatok

Alapelemek

- Kondenzátor:



$$Q = C u_C \qquad [C] = \frac{As}{V} = F$$

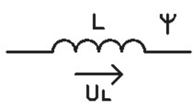
$$\boxed{i_C = C \mathring{u}_C}$$

$$u_C = u_{C(0)} + \frac{1}{C}\int_0^t i_C \, d\tau$$

$$W_C = \frac{1}{2} C u_C^2$$

$$P_C = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} C u_C^2\right)$$

- Tekercs:



$$\Psi = L i_L \qquad [L] = \frac{Vs}{A} = H$$

$$\boxed{u_L = L \mathring{i}_L}$$

$$i_L = i_{L(0)} + \frac{1}{L}\int_0^t u_L \, d\tau$$

$$W_L = \frac{1}{2} L i_L^2$$

$$P_L = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} L i_L^2\right)$$

- Csatolt tekercs:

Lásd fentebb!

Állapotváltozós leírás

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathring{\underline{x}} = \underline{\underline{A}}\,\underline{x} + \underline{\underline{B}}\,\underline{s} \\ \underline{y} = \underline{\underline{C}}^T \underline{x} + \underline{\underline{D}}\,\underline{s} \end{array}}$$

- Megoldás összetevőkre bontással

1. Szabad-, és gerjesztett összetevő:

$$\mathring{\underline{x}}_f = \underline{\underline{A}}\,\underline{x}_f \qquad \mathring{\underline{x}}_g = \underline{\underline{A}}\,\underline{x}_g + \underline{\underline{B}}\,\underline{s}$$

2. Általános megoldás kezdetiértékek figyelembevételével:

$$\underline{x} = \underline{x}_g + \underline{x}_f$$

- Megoldás elsőrendű rendszer esetén

$$x_f = M e^{\lambda t} \qquad \lambda = A$$

Aszimptotikus stabilitás feltétele: $\lambda < 0$

$u_{(t)} = u_0$ (konstans) esetén:

$$x_g = x_{g(0)} = -\frac{B}{A} u_0$$

$$x = x_g + x_f = M e^{At} - \frac{B}{A} u_0$$

$$x_{(+0)} = M - \frac{B}{A} u_0 \implies M = x_{(+0)} - x_{g(0)}$$

Tehát:

$$x_{(t)} = (x_{(+0)} - x_{g(0)})\, e^{At} + x_{g(t)}$$

$$\boxed{y_{(t)} = (y_{(+0)} - y_{g(0)})\, e^{At} + y_{g(t)}}$$

Másképp:

$$\boxed{y_{(t)} = y_{st} + (y_{(+0)} - y_{st})\, e^{\frac{-t}{\tau}}} \qquad (y_{st} = y_{(+\infty)})$$

$$\tau = -\frac{1}{\lambda} = RC = \frac{L}{R} \qquad \text{(időállandó)}$$

- Megoldás magasabb fokú rendszer esetén

- Sajátértékek és sajátvektorok meghatározása

$$\boxed{\left(\underline{\underline{A}} - \lambda \underline{\underline{1}}\right) \underline{M} = \underline{0} \qquad \mathrm{Det}\left[\underline{\underline{A}} - \lambda \underline{\underline{1}}\right] = 0}$$

$\mathrm{Det}\left[\underline{\underline{A}} - \lambda \underline{\underline{1}}\right] = 0$: **karakterisztikus egyenlet**

$\mathrm{Det}\left[\underline{\underline{A}} - \lambda \underline{\underline{1}}\right]$: **karakterisztikus polinom**

- Szabad-, és gerjesztett összetevő meghatározása

$$\underline{x}_f = \sum_{i=1}^{n} \underline{M}_i \, e^{\lambda_i t} \qquad \underline{x}_g = \underline{x}_{g\,(0)} = -\underline{\underline{A}}^{-1} B \, \underline{u}_0$$

- Végül a teljes megoldás, a kezdetiértékek (k) figyelembevételével

$$\underline{x}_{(+0)} = \sum_{i=1}^{n} k_i \, \underline{M}_i + \underline{x}_{g\,(0)}$$

$$\underline{K} = [k_1 \ldots k_n]^{-1} = \left[\underline{M}_1 \ldots \underline{M}_n\right]^{-1} \left(\underline{x}_{(+0)} - \underline{x}_{g\,(0)}\right)$$

$$\boxed{\underline{x} = \sum_{i=1}^{n} k_i \, \underline{M}_i \, e^{\lambda_i t} + \underline{x}_g}$$

Gerjesztés-válasz stabilitás: $\boxed{Re\{\lambda_i\} < 0}$

Vizsgálójelek módszere

- Egységugrás

$$\varepsilon_{(t)} = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

- Impulzus

$$\delta_{(t,\tau)} = \begin{cases} 0 & 0 > t > \tau \\ \frac{1}{\tau} & 0 < t < \tau \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta_{(t,\tau)} \, dt = 1$$

$$\delta_{(t,\tau)} = [\varepsilon_{(t)} - \varepsilon_{(t-\tau)}] \, \frac{1}{\tau}$$

Ha $\tau \to 0$: $\delta_{(t,\tau)} \to \delta_{(t)}$ (Dirac impulzus)

$\int_{-\infty}^{\infty} f_{(t)} \, \delta_{(t-T)} \, dt = f_{(T)}$ (Mintavételező tulajdonság)

Ugrásválasz : $\varepsilon_{(t)}$ re adott válasz ($g_{(t)}$)

Impulzusválasz : $\delta_{(t)}$ re adott válasz ($h_{(t)}$)

$$\boxed{\begin{aligned} \varepsilon'_{(t)} &= \delta_{(t)} \\ g'_{(t)} &= h_{(t)} \end{aligned}}$$

- Kauzális rendszer válasza tetszőleges belépő gerjesztésre, konvolúció:

$$\boxed{\begin{aligned} y_{(t)} &= \int_{-0}^{t} u_{(t-\tau)} \, h_{(\tau)} \, d\tau \\ y_{(t)} &= u_{(t)} * h_{(t)} \end{aligned}}$$

Duhamel tétel:

$$g_{(t)} = \varepsilon_{(t)} \, g_{0\,(t)}$$

$$y_{(t)} = g_{0\,(+0)} \, u_{(t)} + \varepsilon_{(t)} \int_{0}^{t_0} g_{0\,(t-\tau)} \, u_{(\tau)} \, d\tau$$

- Impulzusválasz meghatározása az állapotegyenletekből

$h_{(t)}$ a válasz szabadösszetevője

$$\underline{x}_{(+0)} = \underline{B} = \sum_{i=1}^{n} k_i \, \underline{M}_i \implies \text{ebből megvan } k_i$$

$$\boxed{h_{(t)} = \underline{C}^T \sum_{i=1}^{n} k_i \, \underline{M}_i \, e^{\lambda_i t} + D \, \delta_{(t)}}$$

Másképp:

$$\boxed{h_{(t)} = D \, \delta_{(t)} + \varepsilon_{(t)} \, C^T e^{At} \, B}$$

Komplex leírásmód

- Komplex jelű függvény

$$\boxed{u_{(t)} = U \cos(\omega t + \varphi) = Re\left\{U e^{j\varphi} e^{j\omega t}\right\}}$$

Jelölések:

$\overline{U} = U e^{j\varphi}$: Komplex csúcsérték, vagy fazor

$e^{j\omega t}$: szinor

$\overline{u}_{(t)} = \overline{U} e^{j\omega t}$: Komlpex jelű függvény

$$\overline{U}_{eff} = \frac{\overline{U}}{\sqrt{2}} = U_{eff} \, e^{j\varphi}$$

- Műveletek komplex alakban

$$u_{1\,(t)} + u_{2\,(t)} = Re\left\{\left(U_1 e^{j\varphi_1} + U_2 e^{j\varphi_2}\right) e^{j\omega t}\right\}$$

$$c \, u_{(t)} = Re\left\{c \, U e^{j\varphi} e^{j\omega t}\right\}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{du_{(t)}}{dt} &= Re\left\{j \omega \, \overline{u}_{(t)}\right\} \\ \int u_{(t)} \, dt &= Re\left\{\frac{\overline{u}_{(t)}}{j \omega}\right\} \end{aligned}}$$

- Dinamikus elemek komplex leírása

1. Kondenzátor:

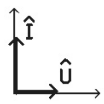
$\overline{U}_C = \overline{Z}_C \, \overline{I}_C$ $\quad \boxed{\overline{Z}_C = \frac{1}{j \omega C}}$ (kondi impedanciája)

2. Tekercs:

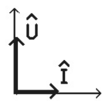
$\overline{U}_L = \overline{Z}_L \, \overline{I}_L$ $\quad \boxed{\overline{Z}_L = j \omega L}$ (tekercs impedanciája)

3. Fazorábrák:

- Kondenzátor:



- Tekercs:



- Soros rezgőkör

Ha $\omega L = \frac{1}{\omega C} \implies \overline{Z}_e = R$ (rezonancia) $\quad \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$

Paraméter átváltó táblázat

(Szimmetrikus referenciairányokra)

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6
R (Z)	**1**	R_{11}	R_{12}	R_{21}	R_{22}	ΔR
K (H^{-1})	K_{11}	**1**	$-K_{12}$	K_{21}	ΔK	K_{22}
B (A^{-1})	B_{21}	$-B_{22}$	**1**	$-\Delta B$	B_{11}	$-B_{12}$
A	A_{21}	A_{11}	$-\Delta A$	**1**	$-A_{22}$	$-A_{12}$
H	H_{22}	ΔH	H_{12}	$-H_{21}$	**1**	H_{11}
G (Y)	ΔG	G_{22}	$-G_{12}$	$-G_{21}$	G_{11}	**1**

$$\Delta X = X_{11} X_{22} - X_{12} X_{21}$$

Sorok és oszlopok arányosak. Pl.: A második sort elosztva $\mathbf{K_{11}}$-el, az első sort kapjuk. (**K** -> **R**)

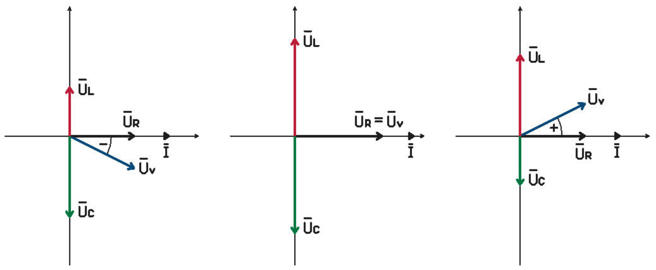
Reciprok kétkapura: $p_3 = p_4$ Szimmetrikus kétkapura: $p_3 = p_4$, $p_2 = p_5$

Tetszőleges téglalapon a csúcsok átlós szorzata egyenlő. $p_{ki}\, p_{lj} = p_{kj}\, p_{li}$

A főátlóra szimmetrikus elemek szorzata 1. Pl.: $\mathbf{A_{11}}\ \mathbf{K_{21}} = 1$

Háre2

- Rezgőkörök vizsgálata fazorábrával



$\omega < \omega_0$ $\omega = \omega_0$ $\omega > \omega_0$

- Egyszerű (elektrolitikus) középérték és effektív érték

$$\boxed{u_e = \frac{1}{T}\int_0^T u_{(t)}\,dt \qquad u_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2_{(t)}\,dt}}$$

- Teljesítmények szinuszos gerjesztésű hálózatban

A gerjesztés alakja:

$$u_{(t)} = U\cos(\omega t + \varphi)$$
$$i_{(t)} = I\cos\omega t$$
$$\varphi = \rho_u - \rho_i$$

1. Pillanatnyi teljesítmény:

$$\boxed{p_{(t)} = u_{(t)}\, i_{(t)}} \quad \text{[W]}$$

2. Hatásos teljesítmény:

$$\boxed{P = \frac{1}{T}\int_0^T p_{(t)}\,dt} \quad \text{[W]}$$

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p_{(t)}\,dt \approx P\,(t_2 - t_1)$$

3. Meddő teljesítmény:

$$\boxed{Q = \sqrt{S^2 - P^2}} \quad \text{[var]}$$

Csak reaktanciáknak van meddő teljesítménye.
Tekercsre: $Q > 0$
Kondira: $Q < 0$

Megmaradási törvény érvényes rá: $\sum Q_i = 0$

4. Látszólagos teljesítmény:

$$\boxed{S = \frac{UI}{2}} \quad \text{[VA]} \quad \text{(Csak szinuszos esetben!)}$$

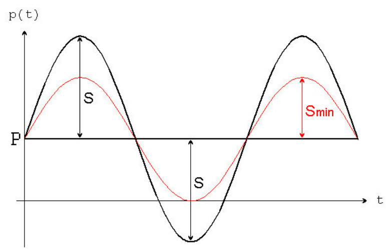
- Teljesítménytényező:

$$\lambda = \frac{P}{S}$$

$\lambda = \cos\varphi$ (Csak szinuszos esetben!)

$\lambda_{max} = 1$ $\quad P \le S \le \infty$

- P és S szemléletes jelentése:



5. Komplex teljesítmény:

$$\boxed{\bar{S} = \frac{\bar{U}\bar{I}^*}{2}} \quad \text{[VA]}$$

Teljesítmények számítási képletei

- Definíció:

$$p_{(t)} = u_{(t)}\, i_{(t)}$$
$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p_{(t)}\,dt$$
$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$$
$$S = \frac{UI}{2}$$
$$\bar{S} = \frac{\bar{U}\bar{I}^*}{2}$$

- Általános képlet:

$$p_{(t)} = P + S\cos(\omega t + \varphi)$$
$$P = \frac{UI}{2}\cos\varphi = S\cos\varphi = \mathrm{Re}\{\bar{S}\}$$
$$Q = \frac{UI}{2}\sin\varphi = S\sin\varphi = \mathrm{Im}\{\bar{S}\}$$
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = |\bar{S}|$$
$$\bar{S} = P + jQ = S e^{j\varphi}$$

- Lineáris kétpólus esetén:

$$p_{(t)} = R\,i^2_{(t)} = G\,u^2_{(t)}$$
$$P = R\,I^2_{eff} = \frac{1}{2}RI^2 = \frac{1}{2}GU^2$$
$$Q = \frac{1}{2}XI^2 = -\frac{1}{2}BU^2$$
$$S = \frac{1}{2}ZI^2 = \frac{1}{2}YU^2$$
$$\bar{S} = \frac{1}{2}\bar{Z}I^2 = \frac{1}{2}\bar{Y}^*U^2$$

- Teljesítményillesztés

$$\overline{Z}_t = \overline{Z}_b^{*} \qquad P_{max} = \frac{u_b^2}{8\,R_b}$$

$$\overline{Z}_b = R_b + j\,X_b$$

$$\overline{Z}_t = R_t + j\,X_t$$

- Átviteli tényező

$$\overline{H} = \frac{\text{Adott frekvencián a válasz komplex csúcsa}}{\text{Adott frekvencián a gerjesztés komplex csúcsa}}$$

- Alkalmazása:

$$\overline{H} = H\,e^{j\varphi} \qquad \overline{U}_2 = \overline{H}\,\overline{U}_1 = H\,e^{j\varphi}\,U_1\,e^{j\rho_1}$$

$$\Downarrow$$

$$u_{2\,(t)} = H\,U_1 \cos(\omega t + \rho_1 + \varphi)$$

- Átviteli karakterisztika

$$\boxed{\begin{array}{l} H_{(j\omega)} = \text{átviteli tényező a körfrekvencia függvényében} \\ H_{(j\omega)} = H_{(\omega)}\,e^{j\varphi(\omega)} \end{array}}$$

$H_{(\omega)}$: Amplitúdókarakterisztika ($H_{(j\omega)}$ abszolútértéke)

$\varphi_{(\omega)}$: Fáziskarakterisztika ($H_{(j\omega)}$ szöge)

$H_{(\omega)}$ és $\varphi_{(\omega)}$ log. egységekben ábrázolva : Bode diagram

($\varphi_{(\omega)}$ – nál a szög fokban!)

Nyquist diagram : $H_{(j\omega)}$ komplex része ábrázolva valós részének függvényében.

Periodikus gerjesztésű hálózatok

- Fourier-sor

1. Valós alak:

$$\boxed{u_{(t)} = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty}\left(U_k^A \cos k\omega_1 t + U_k^B \sin k\omega_1 t\right)}$$

$$U_0 = \frac{1}{T}\int_0^T u_{(t)}\,dt$$

(Egyszerű középérték)

$$U_k^A = \frac{2}{T}\int_0^T u_{(t)} \cos k\omega_1 t\,dt$$

$$U_k^B = \frac{2}{T}\int_0^T u_{(t)} \sin k\omega_1 t\,dt$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$$

Páros függvény (y - tengelyre tükrös) : $U_k^B = 0$

Páratlan függvény (origóra tükrös) : $U_k^A = 0$

2. Komplex alak:

$$\boxed{u_{(t)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \overline{U}_k^C\,e^{j k\omega_1 t}}$$

$$\boxed{\overline{U}_k^C = \frac{1}{T}\int_0^T u_{(t)}\,e^{-jk\omega_1 t}\,dt}$$

A negatív frekvencia nem ad új tagot, csupán az eredmény valóssá tételét szolgálja.

3. A valós alak egy másik formája:

$$u_{(t)} = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k \cos(k\omega_1 t + \rho_k)$$

$$U_k = 2\left|\overline{U}_k^C\right| = \sqrt{(U_k^A)^2 + (U_k^B)^2}$$

$$\rho_k = \arg \overline{U}_k^C = -\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{U_k^B}{U_k^A} = \mathrm{arc\,cos}\,\frac{U_k^A}{U_k}$$

4. Összefüggések az együtthatók között:

$$\overline{U}_k^C = \begin{cases} U_0 & \text{ha } k = 0 \\ \dfrac{U_k^A - j\,U_k^B}{2} & \text{ha } k > 0 \\ \dfrac{U_k^A + j\,U_k^B}{2} & \text{ha } k < 0 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} U_0 = \overline{U}_0^C \\ U_k^A = 2\,\mathrm{Re}\{\overline{U}_k^C\} \\ U_k^B = -2\,\mathrm{Im}\{\overline{U}_k^C\} \end{array}}$$

$$\overline{U}_k^C = \frac{1}{2}\left(U_k^A - j\,U_k^B\right)$$

- Effektív érték a Fourier-sorból

$$\boxed{U_{eff} = \sqrt{U_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\left((U_k^A)^2 + (U_k^B)^2\right)} = \sqrt{U_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty} U_k^2}}$$

- Hatásos teljesítmény a Fourier-sorból

$$= U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{U_k I_k}{2} \cos(\rho_{u\,k} - \rho_{i\,k})$$

(U_k és I_k helyett vehetjük U_k^A – t és I_k^A – t, majd U_k^B – t és I_k^B – t, hasonlóan mint U_{eff} - nél.)

$$\rho_{u\,k} - \rho_{i\,k} = \varphi_{(k\omega_1)}$$

$\rho_{u1} - \rho_{i1}$ = az impedancia szöge az alapharmonikuson

$\rho_{u2} - \rho_{i2}$ = az impedancia szöge a 2. harmonikuson

- Periodikus gerjesztésű hálózatok számítása

A válasz effektív értékét is csak a válasz Fourier-során keresztül kaphatjuk meg.
A rendszer a különböző frekvenciákat különböző módon viszi át.

Példa:

$$u_{1\,(t)} = U_{10} + U_{11} \cos \omega_1 t + U_{12} \cos 2\omega_1 t$$

$$u_{2\,(t)} = H_{(0)}\,U_{10} + H_{(\omega_1)}\,U_{11} \cos(\omega_1 t + \varphi_{(\omega_1)}) + H_{(2\omega_1)}\,U_{12} \cos(2\omega_1 t + \varphi_{(2\omega_1)})$$

Rezonancia : $H_{(j\,k\omega_1)}$ nevezője valóssá válik.

Vizsgálat a frekvenciatartományban

Fourier-transzformáció

$$F_{(j\omega)} = \int_{-\infty}^{\infty} f_{(t)}\, e^{-j\omega t}\, dt$$

$$f_{(t)} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F_{(j\omega)}\, e^{j\omega t}\, d\omega$$

Feltétele, hogy $f_{(t)}$ abszolút integrálható legyen.

$$f_{(t)} = \frac{1}{2\pi}\sum_{i} F_{(\omega_i)}\, \Delta\omega\, e^{j(\omega_i t + \rho(\omega_i))}$$

Egy függvény $\mathcal{F}$-transzformáltja = a függvény spektruma.

Keskeny impulzus $\Rightarrow$ széles spektrum
Széles impulzus $\Rightarrow$ keskeny spektrum
(Időbeli és frekvenciabeli szélesség szorzata konstans.)

Időfüggvény szélessége = spektrumának szélessége.

$F_{(j\omega)} = F_{(\omega)}\, e^{j\rho(\omega)}$

$F_{(\omega)}$: Amplitúdóspektrum (sűrűségfüggvény)

$\rho_{(\omega)}$: Fázisspektrum

- A $\mathcal{F}$-transzformáció tételei:

$\mathcal{F}\{a_1 f_{1(t)} + a_2 f_{2(t)}\} = a_1 \mathcal{F}\{f_{1(t)}\} + a_2 \mathcal{F}\{f_{2(t)}\}$

(Linearitás)

$\mathcal{F}\{f_{(t-t_0)}\} = e^{-j\omega t_0} F_{(j\omega)}$ (Eltolási tétel)

$\mathcal{F}\left\{f_{(t)}\, e^{j\omega_0 t}\right\} = F_{(j(\omega-\omega_0))}$

$\mathcal{F}\left\{\frac{d f_{(t)}}{dt}\right\} = j\omega F_{(j\omega)}$

$\mathcal{F}\left\{\int f_{(t)}\, dt\right\} = \frac{F_{(j\omega)}}{j\omega} + F_{(0)}\, \delta_{(\omega)}$

$\mathcal{F}\{f_{(t)} * g_{(t)}\} = F_{(j\omega)}\, G_{(j\omega)}$ (Konvolúciós tétel)

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2_{(t)}\, dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \left|F_{(j\omega)}\right|^2 d\omega$$

$\left|F_{(j\omega)}\right|^2$ energiaspektrum

Modulációs tétel

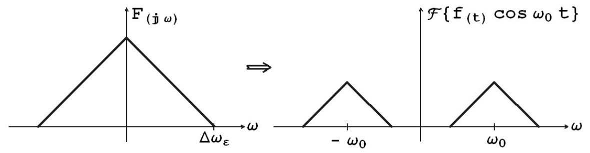
$\mathcal{F}\{f_{(t)} \cos\omega_0 t\} = \frac{1}{2} F_{(j(\omega+\omega_0))} + \frac{1}{2} F_{(j(\omega-\omega_0))}$

$\mathcal{F}\{f_{(t)} \sin\omega_0 t\} = \frac{1}{2j} F_{(j(\omega+\omega_0))} - \frac{1}{2j} F_{(j(\omega-\omega_0))}$

($\cos\omega_0 t$, $\sin\omega_0 t$: vivőjel
$f_{(t)}$: moduláló jel)

$\omega_0 \geq \Delta\omega_\varepsilon$ ($\Delta\omega_\varepsilon$ a spektrum sablonos jelölése)

A vivő ferekvenciája legyen nagyobb a moduláló jel sávszélességénél, ekkor ugyanis nem torzul a spektrum és így az időfüggvény visszaállítható.



- Néhány függvény $\mathcal{F}$-transzformáltja:

$\mathcal{F}\{\delta_{(t)}\} = 1$

$\mathcal{F}\{1\} = 2\pi\,\delta_{(\omega)}$

$\mathcal{F}\{\varepsilon_{(t)}\} = \pi\,\delta_{(\omega)} + \frac{1}{j\omega}$

$\mathcal{F}\{\varepsilon_{(t)}\, e^{-\alpha t}\} = \frac{1}{j\omega + \alpha} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + \alpha^2}}$

($F_{(j\omega)} = F_{(\omega)}$!)

$\mathcal{F}\left\{e^{-\alpha|t|}\right\} = \frac{2\alpha}{\omega^2 + \alpha^2}$

$\mathcal{F}\left\{e^{-\alpha t^2}\right\} = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}\; e^{-\frac{\omega^2}{4\alpha}}$

$\mathcal{F}\{p_{T(t)}\} = 2T\,\frac{\sin\omega T}{\omega T}$

$p_{T(t)} = \varepsilon_{(t+T)} - \varepsilon_{(t-T)}$

- Periodikus függvények spektruma:

$F_{(j\omega)} = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \overline{F}^{C}_{k}\, \delta_{(\omega - k\omega_1)}$ (impulzusokból áll)

A $\mathcal{F}$-transzformáció alkalmazása hálózatok számítására

- Karakterisztikák:

Ellenállás : $U_{(j\omega)} = R\, I_{(j\omega)}$

Tekercs : $U_{(j\omega)} = j\omega L\, I_{(j\omega)}$

Kondenzátor : $U_{(j\omega)} = \frac{1}{j\omega C}\, I_{(j\omega)}$

- Az átviteli karakterisztika legáltalánosabb definíciója:

$$H_{(j\omega)} = \frac{\text{a válasz spektruma}}{\text{a gerjesztés spektruma}}$$

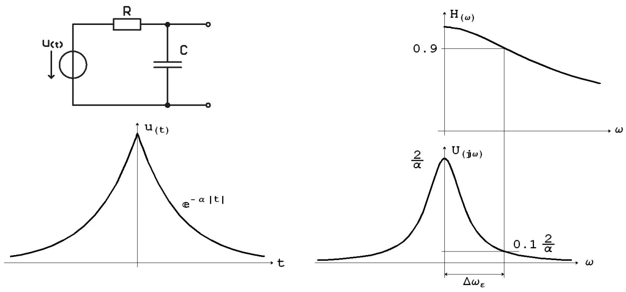
- **Sávszélességek**:

Az átviteli karakterisztika sávszélessége annak a frekvenciatartománynak a sávszélessége, melyben az amplitúdókarakterisztika nem tér el túlságosan valamely szélsőértékektől.

Az időfüggvény sávszélessége:
A sávszélességnyi intervallumba essen bele a jel energiatartalmának 90%-a.

- **Sávszélesség egyeztetés**:

A spektrum-módszer egy példán keresztül:



$$\mathcal{F}\left\{e^{-\alpha|t|}\right\} = \frac{2\alpha}{\omega^2+\alpha^2} \qquad H_{(\omega)} = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2R^2C^2}} = 0.9$$

$$\frac{2\alpha}{\omega^2+\alpha^2} = 0.1\,\frac{2}{\alpha} \qquad \omega RC = 0.48$$

$$\omega^2+\alpha^2 = 10\,\alpha^2 \qquad \Downarrow$$

$$\Delta\omega_\varepsilon = 3\,\alpha \qquad \Longrightarrow \boxed{\Delta\omega = 0.48\,\frac{1}{RC} \geq 3\,\alpha}$$

Vizsgálat a komplex frekvenciatartományban

Laplace-transzformáció

$$\boxed{F_{(s)} = \int_{-0}^{\infty} f_{(t)}\, e^{-st}\, dt} \qquad s = \sigma + j\,\omega$$

$$\boxed{f_{(t)} = \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega} F_{(s)}\, e^{st}\, ds}$$

Konvergenciatartomány:

Minden $f_{(t)}$-hez tartozik egy σ_0, melynél nagyobb σ-kra a definíciós integrál konvergens.

- **A $\mathcal{L}$-transzformáció tételei:**

$$\mathcal{L}\{a_1 f_{1(t)} + a_2 f_{2(t)}\} = a_1\mathcal{L}\{f_{1(t)}\} + a_2\mathcal{L}\{f_{2(t)}\}$$
(Linearitás)

$$\mathcal{L}\{\varepsilon_{(t-T)} f_{(t-T)}\} = e^{-sT} F_{(s)} \qquad \text{(Eltolási tétel)}$$
(Ha egy $\mathcal{L}$ – transzformált e^{-sT} – vel van szorozva, akkor a hozzá tartozó időfüggvény $t < T$ – re zérus.)

$$\mathcal{L}\{f_{(t)}\, e^{-\alpha t}\} = F_{(s+\alpha)} \qquad \text{(Csillapítási tétel)}$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d f_{(t)}}{dt}\right\} = s\,F_{(s)} - f_{(-0)}$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^2 f_{(t)}}{dt^2}\right\} = s^2 F_{(s)} - s\,f_{(-0)} - f'_{(-0)}$$

$$\mathcal{L}\left\{\int f_{(t)}\, dt\right\} = \frac{1}{s}\,F_{(s)}$$

$$\mathcal{L}\{f_{(t)} * g_{(t)}\} = F_{(s)}\,G_{(s)} \qquad \text{(Konvolúciós tétel)}$$

$$\mathcal{L}\{t^n f_{(t)}\} = (-1)^n\,\frac{d^n F_{(s)}}{ds^n}$$

$$\mathcal{L}\{f_{(kt)}\} = \frac{1}{k}\,F\left(\frac{s}{k}\right)$$

$$f_{(+0)} = \lim_{s\to\infty} s\,F_{(s)} \qquad \text{(Kezdetiérték tétel)}$$

$$f_{(+\infty)} = \lim_{s\to 0} s\,F_{(s)} \qquad \text{(Végérték tétel)}$$

- **Néhány függvény $\mathcal{L}$-transzformáltja:**

$$\mathcal{L}\{\delta_{(t)}\} = 1$$

$$\mathcal{L}\{\varepsilon_{(t)}\} = \mathcal{L}\{1\} = \frac{1}{s}$$

$$\mathcal{L}\{e^{-\alpha t}\} = \mathcal{L}\{\varepsilon_{(t)}\, e^{-\alpha t}\} = \frac{1}{s+\alpha}$$

$$\mathcal{L}\{\cos\omega t\} = \frac{s}{s^2+\omega^2}$$

$$\mathcal{L}\{\sin\omega t\} = \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

$$\mathcal{L}\{t\} = \mathcal{L}\{\varepsilon_{(t)}\, t\} = \frac{1}{s^2}$$

$$\mathcal{L}\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}$$

- **Inverz transzformáció**:

Részlettörtekre bontás:

$$F_{(s)} = \frac{s \text{ polinomja}}{s \text{ polinomja}}$$

Feltételek:

- polinom/polinom alak

- nevező fokszáma legyen nagyobb a számlálóénál
- a nevező minden gyöke egyszeres legyen

Ekkor:

$$\boxed{F_{(s)} = \frac{c_1}{s-s_1} + \frac{c_2}{s-s_2} \Longrightarrow f_{(t)} = \varepsilon_{(t)}\left(c_1 e^{s_1 t} + c_2 e^{s_2 t}\right)}$$

A $\mathcal{L}$-transzformáció alkalmazása hálózatok számítására

- **Karakterisztikák:**

$$\textbf{Ellenállás:}\quad U_{(s)} = R\,I_{(s)}$$
$$\textbf{Tekercs:}\quad U_{(s)} = s\,L\,I_{(s)} - L\,i_{(-0)}$$
$$\textbf{Kondenzátor:}\quad I_{(s)} = s\,C\,U_{(s)} - C\,u_{(-0)}$$

a.) Energiamentes eset ($i_{L(-0)}=0$, $u_{C(-0)}=0$)

$$\textbf{Tekercs:}\quad U_{(s)} = s\,L\,I_{(s)}$$
$$\textbf{Kondenzátor:}\quad U_{(s)} = \frac{1}{s\,C}\,I_{(s)}$$

- Operátoros impedancia:

$$Z_{(s)} = \frac{\text{feszültség } \mathcal{L}-\text{transzformáltja}}{\text{áram } \mathcal{L}-\text{transzformáltja}}$$

- Átviteli függvény:

$$\boxed{H_{(s)} = \frac{\text{válasz } \mathcal{L}-\text{transzformáltja}}{\text{belépő gerjesztés } \mathcal{L}-\text{transzformáltja}}}$$

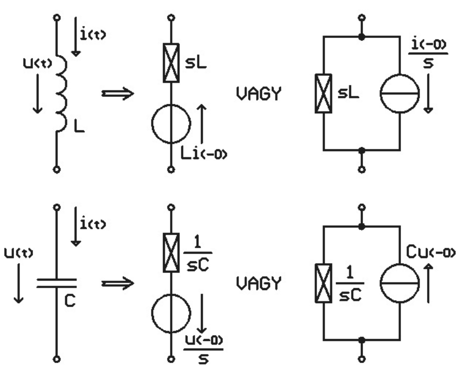
b.) Nem energiamentes eset

Tekercs:

$$U_{(s)} = s\,L\,I_{(s)} - L\,i_{(-0)}$$
$$I_{(s)} = \frac{1}{s\,L}\,U_{(s)} + \frac{i_{(-0)}}{s}$$

Kondenzátor:

$$I_{(s)} = s\,C\,U_{(s)} - C\,u_{(-0)}$$
$$U_{(s)} = \frac{1}{s\,C}\,I_{(s)} + \frac{u_{(-0)}}{s}$$



A $\mathcal{L}$- és $\mathcal{F}$-transzformált kapcsolata

$$\boxed{F_{(j\omega)} = \left(F_{(s)}\right)_{s=j\omega}}$$

Rendszerjellemző függvények

1. Időtartomány

$$\boxed{\begin{array}{ll} h_{(t)} & \textbf{Impulzusválasz} \\ y_{(t)} = u_{(t)} * h_{(t)} & \end{array}}$$

2. Frekvenciatartomány

$$\boxed{\begin{array}{ll} H_{(j\omega)} & \textbf{Átviteli karakterisztika} \\ y_{(t)} = \mathcal{F}^{-1}\{H_{(j\omega)}\,\mathcal{F}\{u_{(t)}\}\} & \end{array}}$$

3. Komplex frekvenciatartomány

$$\boxed{\begin{array}{ll} H_{(s)} & \textbf{Átviteli függvény} \\ y_{(t)} = \mathcal{L}^{-1}\{H_{(s)}\,\mathcal{L}\{u_{(t)}\}\} & \end{array}}$$

Az átviteli függvény ábrázolása:

$$H_{(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n} = b_0 \frac{(s-z_1)(s-z_2)\dots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n)}$$

Számláló gyökei: *zérusok* (z) jelölés: **o**
Nevező gyökei: *pólusok* (p) jelölés: **x**

Ezekből felrajzolható a *pólus-zérus elrendezés*.

Stabilitás:
Zérus lehet bárhol, pólus csak a **bal** félsíkon, illetve ha van az origóban is, akkor még lehet stabil, **de** nem biztosan az.

Rendszerjellemző függvények kapcsolata

$$\boxed{h_{(t)} = \mathcal{F}^{-1}\{H_{(j\omega)}\}}$$

(Feltétele mindkét irányú transzformációnál az abszolút integrálhatóság.)

$$\boxed{h_{(t)} = \mathcal{L}^{-1}\{H_{(s)}\}}$$

(Feltétele mindkét irányú transzformációnál a válasz belépő tulajdonsága.)

$$\boxed{H_{(j\omega)} = \left(H_{(s)}\right)_{s=j\omega}}$$

(Feltétele a GV stabilitás, ellenkező irányú áttérésnél pedig a válasz belépő tulajdonsága.)

Belépő függvény $\mathcal{F}$-transzformáltjának valós és képzetes része (abszolút értéke és szöge) egymást meghatározzák, egymásból kiszámíthatók.

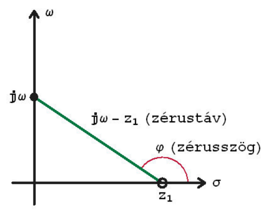
Az átviteli karakterisztika abszolút értéke és szöge (amplitúdó- és fáziskarakterisztika) egymást meghatározza, kiszámíthatók egymásból a Bode-képletekkel.

- Az amplitúdó- és fáziskarakterisztika szerkesztése a p-z elrendezésből

$$H_{(j\omega)} = b_0 \frac{(j\omega - z_1)\ (j\omega - z_2)\ ..\ (j\omega - z_m)}{(j\omega - p_1)\ (j\omega - p_2)\ ..\ (j\omega - p_n)}$$

$$H_{(\omega)} = |b_0| \frac{\text{zérustávolságok szorzata}}{\text{pólustávolságok szorzata}}$$

$$\varphi_{(\omega)} = \text{arc } b_0 + \text{zérusszögek összege} - \text{pólusszögek összege}$$



Néhány különleges rendszer

1. Mindent áteresztő

Az amplitúdókarakterisztikája konstans.
A pólusok a zérusok képzetes tengelyre vett tükörképei.
($z_i = -p_i$)

2. Minimálfázisú

A zérusok is (nem csak a pólusok) a bal félsíkon vannak.
(Zérusok valós része kisebb egyenlű nulla.)

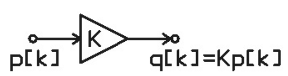
Minden átviteli karakterisztika/függvény felírható egy *mindent áteresztő* és egy *minimálfázisú* átviteli karakterisztika/függvény szorzataként.

Diszkrét idejű hálózatok

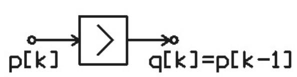
Az idő változó csak diszkrét értékekre van értelmezve.
Csak egyirányú áramfolyás lehetséges $\Longrightarrow$ *jelfolyam* típusú hálózat.

Alapelemek

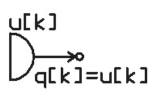
- Szorzó (erősítő):



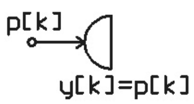
- Késleltető:



- Forrás:

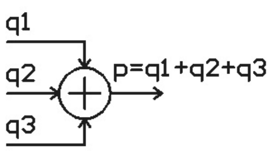


- Nyelő:

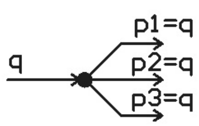


Összekapcsolási kényszerek

- Összegző:



- Szétágazó:



Állapotváltozós leírás

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{x}[k+1] &= \underline{\underline{A}}\,\underline{x}[k] + \underline{B}u[k] \\ y[k] &= \underline{C}^T \underline{x}[k] + Du[k] \end{aligned}}$$

Állapotváltozók: a késleltetők kimeneti változói.

A hálózat rendszáma: a független álapotváltozók száma.

- Megoldás fokozatos behelyettesítéssel

1. Behelyettesítünk **k**-ba nullát:

$$x_1[1] = a_{11}x_1[0] + a_{12}x_2[0] + b_1 u[0]$$
$$x_2[1] = a_{21}x_1[0] + a_{22}x_2[0] + b_2 u[0]$$
$$y[0] = c_1 x_1[0] + c_2 x_2[0] + du[0]$$

(Látszik, hogy ismernünk kell a kezdeti értékeket!)

Ebből megvannak az első ütembeli értékek, illetve a válasz a nulladik ütemben.

2. Behelyettesítünk **k**-ba egyet

3. Ezt folytatjuk a szükséges ütemszámig…

- Megoldás összetevőkre bontással

- Sajátértékek és sajátvektorok meghatározása az állapotmátrixból.

λ_i : sajátértékek

$\underline{M}_i$: sajátvektorok

- Szabadösszetevő számítása:

$$\underline{x}_f[k] = \sum_{i=1}^{n} k_i \underline{M}_i \lambda_i^k$$

Aszimptotikus stabilitás:

$$\boxed{|\lambda_i| < 1}$$

- Gerjesztett összetevő:

A gerjesztéshez hasonló alakú próbafüggvényeket veszünk fel ismeretlen együtthatókkal. Ezeket helyettesítve az állapotegyenletbe, az állandó tagok együtthatóinak egyezéséből, valamint az exponenciális tagok együtthatóinak egyezéséből meghatározhatók a konstansok, majd a konstansokat visszaírva, megkapjuk a gerjesztett összetevőket.

Pl. : $u[k] = C\gamma^k$ $(\gamma \neq \lambda_i) \Longrightarrow \underline{x}_g[k] = \underline{A}\gamma^k$

Ha $\gamma = \lambda_i$ (egyszeres sajátérték) $\Longrightarrow \underline{x}_g[k] = \underline{A}k\lambda_i^k$

- Teljes megoldás:

$$\underline{x}[k] = \underline{x}_f[k] + \underline{x}_g[k]$$

$\underline{x}[0]$ kezdeti értékek adottak

$$\Downarrow$$

$$\sum_{i=1}^{n} k_i \underline{M}_i = \underline{x}[0] - \underline{x}_g[0] \qquad \text{(ebből megvan } k_i\text{)}$$

$$\boxed{\underline{x}[k] = \sum_{i=1}^{n} k_i \underline{M}_i \lambda_i^k + \underline{x}_g[k]}$$

- Impulzusválasz meghatározása komponensekre bontással

Ha $u[k] = \delta[k]$, akkor az állapotvektort a szabadösszetevő adja. (A rendszer $\mathbf{k} \geq 1$ esetén gerjesztetlen!)

$\underline{x}[0] = \underline{0}$ figyelembevételével az

$\underline{x}[k+1] = \underline{\underline{A}}\,\underline{x}[k] + \underline{B}\,\delta[k]$ –ből $\underline{x}[1] = \underline{B}$ adódik.

Tehát:

$$\underline{x}[k] = \sum_{i=1}^{n} p_i \underline{M}_i \lambda_i^{k-1} \quad k \geq 1, \qquad \sum_{i=1}^{n} p_i \underline{M}_i = \underline{B}$$

Az impulzusválasz tehát:

$$\boxed{h[k] = D\,\delta[k] + \varepsilon[k-1]\, \underline{C}^T \sum_{i=1}^{n} p_i \underline{M}_i \lambda_i^{k-1}}$$

$$\left(h[k] = D\,\delta[k] + \varepsilon[k-1]\, \underline{C}\,\underline{\underline{A}}^{k-1} \underline{B}\right)$$

A rendszeregyenlet

- Általános alak

$$\boxed{y[k] + \sum_{i=1}^{n} a_i y[k-i] = \sum_{i=0}^{m} b_i u[k-i]}$$

$$y[k] = \sum_{i=0}^{m} b_i u[k-i] \qquad \text{(nem rekurzív)}$$

- A rendszeregyenlet megoldása komponensekre bontással

$$y[k] = y_f[k] + y_g[k] \qquad k \geq m-n$$

- Szabadösszetevő:

Meghatározzuk a rendszeregyenlet sajátértékeit (melyek megegyeznek az állapotmátrix sajátértékeivel, **de** nem biztos, hogy azok özül itt mind szerepel) a rendszeregyenletből közvetlenül felírt egyenlettel, majd ezekkel felírható a szabadösszetevő:

$$\lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + a_2 \lambda^{n-2} + \ldots + a_n = 0$$

$$y_f[k] = A_1 \lambda_1^k + A_2 \lambda_2^k + \ldots + A_n \lambda_n^k$$

A_i ismeretlen együtthatók. (n db)

- Gerjesztett összetevő:

Ha a gerjesztést egyszerű függvény írja le, akkor hozzá hasonló alakú próbafüggvényt választhatunk ismeretlen konstansokkal.
Ezen konstansokat az állapotváltozós leírásnál megismert módon számíthatjuk ki.

Mivel a rendszeregyenlet **jobb** oldala csak $\mathbf{k} \geq m$ ütemtől írható le egyszerű függvénnyel, a gerjesztett válasz is csak $\mathbf{k} \geq m$ esetén lesz helyes.
Azonban mivel a szabadösszetevő kifejezése n db ismeretlent tartalmaz, ezek alkalmas megválasztásával a gerjesztett válasz kiterjeszthető még m-et megelőző n db ütemre. Így a megoldás <u>$\mathbf{k} \geq m-n$</u> esetén lesz helyes.

- Az együtthatók meghatározása:

Az n db A_i ismeretlen az $y[m-1]$, $y[m-2]$, … $y[m-n]$ kezdeti értékek ismeretében számítható ki.
A $\mathbf{k} < 0$ ütemre esőket vehetjük nullának, a többit pedig fokozatos behelyettesítéssel kapjuk meg.
Ezek után az ismeretlenek meghatározására az alábbi egyenletrendszer adódik:

$$\sum_{i=1}^{n} A_i \lambda_i^k = y[j] - y_g[j]$$

$$(j = m-n,\ m-n+1,\ \ldots,\ m-1)$$

- Az impulzusválasz meghatározása a rendszeregyenletből

Megvizsgáljuk, hogy a rendszer mikortól gerjesztetlen, azaz a rendszeregyenlet **jobb** oldala mely ütemtől lesz nulla. Legyen $\mathbf{k} \geq j$ ütemtől nulla. Ekkor:

$$h[k] = \sum_{i=1}^{n} A_i \lambda_i^k \qquad k \geq j$$

Ezután jön a kiterjesztés:
Lépésről lépésre módszerrel kiszámítjuk $h[k]$ $j-1$, $j-2$, .. $j-n$ ütembeli értékeit, majd ezeket visszahelyettesítve $h[k]$ kifejezésébe, kapunk n db egyenletet az n db A_i együtthatóra.
A kapott megoldás <u>$\mathbf{k} \geq j-n$</u> –re lesz érvényes.

- A válasz számítása az impulzusválaszból

DI konvolúció:

$$y[k] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u[n]\, h[k-n]$$

Belépő gerjesztés és kauzális rendszer esetén:

$$\boxed{y[k] = \sum_{n=0}^{k} u[k-n]\, h[n]}$$

Szinuszos gerjesztésű hálózatok

$X[k] = X \cos(\vartheta k + \rho)$

X: csúcsérték
ϑ: DI körfrekvencia (dimenziótlan)
$\vartheta k + \rho$: fázis
ρ: kezdőfázis

Periodikusság feltétele: ϑ felírható $2\pi M/L$ alakban, ahol M/L racionális, és ekkor L a periódusidő.

Komplex leírásmód

Teljesen analóg a FI esettel.

$$\boxed{x[k] = \mathrm{Re}\left\{\overline{X} e^{j\vartheta k}\right\} \qquad \overline{X} = X e^{j\rho}}$$

- Szabályok:

$$x_1[k] + x_2[k] \Longrightarrow \overline{X}_1 + \overline{X}_2$$

$$q[k] = p[k-1] \Longrightarrow \overline{Q} = \overline{P}\, e^{-j\vartheta}$$

$$\left(\text{Egy ütemnyi késleltetés} = \text{szorzás } e^{-j\vartheta} - \text{val.}\right)$$

$$p[k] = K q[k] \Longrightarrow \overline{P} = K\overline{Q}$$

- Rendszeregyenlet megoldása komplex módszerrel:

$$\overline{Y} + \sum_{i=1}^{n} a_i\, \overline{Y} e^{-j i \vartheta} = \sum_{i=0}^{m} b_i\, \overline{U} e^{-j i \vartheta}$$

$$\overline{Y} = \frac{b_0 + b_1 e^{-j\vartheta} + \ldots + b_m e^{-j m\vartheta}}{1 + a_1 e^{-j\vartheta} + \ldots + a_n e^{-j n\vartheta}}$$

$$\overline{Y} = \overline{H}\,\overline{U} \qquad \overline{H}:\ \text{átviteli tényező}$$

$$\overline{Y} = Y e^{j\rho_Y} \qquad \overline{U} = U e^{j\rho_u} \qquad \overline{H} = K e^{j\varphi} \qquad \Longrightarrow \qquad \boxed{\begin{array}{l} Y = K U \\ \rho_y = \varphi + \rho_u \end{array}}$$

- Átviteli karakterisztika:

$H_{(e^{j\vartheta})}$ = átviteli tényező a körfrekvencia üggvényében

$$H_{(e^{j\vartheta})} = K_{(\vartheta)}\, e^{j\varphi(\vartheta)}$$

$K_{(\vartheta)}$: Amplitúdókarakterisztika

$\varphi_{(\vartheta)}$: Fáziskarakterisztika

$K_{(\vartheta)}$ és $\varphi_{(\vartheta)}$ ϑ – nak 2π szerinti periodikus függvénye

$K_{(\vartheta)}$ ϑ – nak páros függvénye

$\varphi_{(\vartheta)}$ ϑ – nak páratlan függvénye

DI Fourier-sor

1. Valós alak:

$x[k + K]$ K: ütemperiódus (páros).

$$x[k] = \sum_{i=0}^{K/2} \left(X_i^A \cos i\vartheta_1 k + X_i^B \sin i\vartheta_1 k\right) \qquad \vartheta_1 = \frac{2\pi}{K}$$

(A legnagyobb harmonikus K/2!!)

2. Komplex alak:

$$\boxed{x[k] = \sum_{i=0}^{K-1} \overline{X}_i\, e^{j i \vartheta_1 k}}$$

$$\boxed{\overline{X}_i = \frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1} x[k]\, e^{-j i \vartheta_1 k}}$$

$$x[k] = \sum_{i=-\frac{K}{2}-1}^{\frac{K}{2}-1} \overline{X}_i\, e^{j i \vartheta_1}$$

3. A valós alak egy másik formája:

$\overline{X}_i$ komplex egyötthatók ismeretében:

$$\boxed{\begin{array}{l} X_0 = \overline{X}_0 \\ X_i = 2\left|\overline{X}_i\right| \\ \xi_i = \arg \overline{X}_i \\ X_{K/2} = \overline{X}_{K/2} \end{array}}$$

$(i = 1,\ 2,\ \ldots,\ M)$

Ha K páratlan : $M = \dfrac{K-1}{2}$ és $X_{K/2} = 0$.

Ha K páros : $M = \dfrac{K}{2} - 1$.

$$\boxed{x[k] = X_0 + \sum_{i=1}^{M} X_i \cos\left(i\vartheta_1 k + \xi_i\right) + X_{K/2}\,(-1)^k}$$

4. Összefüggések az együtthatók között:

$$\overline{X}_i = \begin{cases} X_0^A & \text{ha } i = 0 \\ \dfrac{X_i^A - j\,X_i^B}{2} & \text{ha } 0 < i < \dfrac{K}{2} \\ \dfrac{X_i^A + j\,X_i^B}{2} & \text{ha } -\dfrac{K}{2} < i < 0 \\ X_{K/2}^A & \text{Ha } i = \dfrac{K}{2} \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} X_0^A = \overline{X}_0 \\ X_i^A = 2\,\mathrm{Re}\left\{\overline{X}_i\right\} \\ X_i^B = -2\,\mathrm{Im}\left\{\overline{X}_i\right\} \\ X_{K/2}^A = \overline{X}_{K/2} \end{array}}$$

$$\left(x[k] = X_0^A + \sum_{i=1}^{(K/2)-1}\left(X_i^A \cos i\vartheta_1 k + X_i^B \sin i\vartheta_1 k\right) + X_{K/2}^A \cos \frac{K}{2}\vartheta_1 k\right)$$

Vizsgálat a frekvenciatartományban

DI Fourier-transzformáció

$$\boxed{X_{(e^{j\vartheta})} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\, e^{-j\vartheta k}}$$

$$\boxed{x[k] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X_{(e^{j\vartheta})}\, e^{j\vartheta k}\, d\vartheta}$$

Feltétele az abszolút összegezhetőség.

$\vartheta_{max} = \pi$

- A DI $\mathcal{F}$-transzformáció tételei:

$$\mathcal{F}\left\{x[k - k_0]\right\} = X_{(e^{j\vartheta})}\, e^{-j\vartheta k_0}$$

$$\mathcal{F}\left\{x[k]\, e^{j\vartheta_0 k}\right\} = X_{(e^{j(\vartheta - \vartheta_0)})}$$

$$\mathcal{F}\{x[k]\cos\vartheta_0 k\} = \frac{1}{2}\left(X_{\left(e^{j(\vartheta-\vartheta_0)}\right)} + X_{\left(e^{-j(\vartheta-\vartheta_0)}\right)}\right)$$

$$\mathcal{F}\{x[k]\sin\vartheta_0 k\} = \frac{1}{2j}\left(X_{\left(e^{j(\vartheta-\vartheta_0)}\right)} - X_{\left(e^{-j(\vartheta-\vartheta_0)}\right)}\right)$$

$$\mathcal{F}\{x[k] * y[k]\} = X_{(e^{j\vartheta})}\, Y_{(e^{j\vartheta})}$$

$$E = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x^2[k] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\left(\left|X_{(e^{j\vartheta})}\right|\right)^2 d\vartheta$$

- **<u>Néhány függvény DI $\mathcal{F}$-transzformáltja</u>:**

$$\mathcal{F}\{\delta[k]\} = 1$$

$$\mathcal{F}\{\delta[k-i]\} = e^{-j i \vartheta}$$

$$\mathcal{F}\{\varepsilon[k]\, q^k\} = \frac{1}{1-q e^{-j\vartheta}} \qquad (|q| < 1)$$

$$\left(= \sum_{k=0}^{\infty} q^k e^{-j\vartheta k}\right)$$

$$\mathcal{F}\{q^{|k|}\} = \frac{1}{1-q e^{j\vartheta}} + \frac{1}{1-q e^{-j\vartheta}} - 1 \qquad (|q| < 1)$$

A rendszeregyenlet megoldása DI $\mathcal{F}$-transzformációval teljesen megegyezik a komplex módszerrel történő megoldással.

Az átviteli karakterisztika meghatározása DI $\mathcal{F}$-transzformációval teljesen analóg a FI esetben megismert módszerrel.

<u>Vizsgálat a komplex frekvenciatartományban</u>

<u>A z-transzformáció (DI Laplace)</u>

$$X_{(z)} = \sum_{k=0}^{\infty} x[k]\, z^{-k}$$

$$z = r e^{j\vartheta}$$

$$x[k] = \frac{1}{2\pi j}\oint_{|z|>r_0} X_{(z)}\, z^{k-1}\, dz$$

konvergenciasugár :

$$|z| > r_0$$

- **<u>A z-transzformáció tételei</u>:**

$$\mathcal{Z}\{\varepsilon[k-k_0]\, x[k-k_0]\} = X_{(z)}\, z^{-k_0}$$

$$\mathcal{Z}\{\varepsilon[k+1]\, x[k+1]\} = z X_{(z)} - z\, x[0]$$

$$\left(\mathcal{Z}\{x[k-k_0]\} = X_{(z)}\, z^{-k_0} + \sum_{i=0}^{k_0-1} x[i-k_0]\, z^{-i},\ k_0 \ge 1\right)$$

$$\mathcal{Z}\{q^k x[k]\} = X_{\left(\frac{z}{q}\right)}$$

$$\mathcal{Z}\left\{\frac{\partial x[k,q]}{\partial q}\right\} = \frac{\partial X_{(z,q)}}{\partial q}$$

$$\mathcal{Z}\{x[k] * y[k]\} = X_{(z)}\, Y_{(z)}$$

$$x[0] = \lim_{z\to\infty} X_{(z)}$$

$$x[+\infty] = \lim_{z\to 1}(z-1)\, X_{(z)} \qquad |z_i| < 1$$

- **<u>Néhány függvény z-transzformáltja</u>:**

$$\mathcal{Z}\{\delta[k]\} = 1$$

$$\mathcal{Z}\{\varepsilon[k]\} = \mathcal{Z}\{1\} = \frac{z}{z-1}$$

$$\mathcal{Z}\{\varepsilon[k]\, a^k\} = \mathcal{Z}\{a^k\} = \frac{z}{z-a}$$

$$\mathcal{Z}\{x[k]\, a^k\} = X_{\left(\frac{z}{a}\right)}$$

$$\mathcal{Z}\{k\, a^k\} = \frac{a z}{(z-a)^2}$$

- **<u>Inverz transzformáció</u>:**

$$X_{(z)} = \frac{z^{-1}\ \text{polinomja}}{z^{-1}\ \text{polinomja}}$$

Ha z^{-1} – ben a nevező <u>nem</u> nagyobb fokszámú a számlálónál: részlettörtekre bontás

a.) Ha lehet, emeljük ki a számlálóból z^{-1} valamely hatványát. Lehet, hogy már ezzel előáll a szükséges fokszám-különbség.

b.) Ha a.) -ra nincs lehetőség, akkor polinomosztás z^{-1} – ben. Minden lépés után vizsgáljuk meg, hogy van-e lehetőség a.) -ra.

Ha nevező fokszám > számláló fokszám, akkor áttérünk z pozitív hatványaira, majd:

$$X_{(z)} = \frac{M_{(z)}}{N_{(z)}} = z\,\frac{M_{1(z)}}{N_{(z)}} = z\left(\frac{c_1}{z-z_1} + \frac{c_2}{z-z_2} + \ldots\right)$$

$$\Downarrow$$

$$x[k] = \varepsilon[k]\left(c_1 z_1^k + c_2 z_2^k + \ldots\right)$$

- <u>**Átviteli függvény**</u>:

$$H_{(z)} = \frac{\text{a válasz z-transzformáltja}}{\text{a belépő gerjesztés z-transzformáltja}}$$

A rendszeregyenletből, vagy az állapotegyenletekből az átviteli karakterisztikánál megismert módon számítható.

A DI $\mathcal{F}$- és z-transzformált kapcsolata

$$\boxed{X_{(e^{j\vartheta})} = (X_{(z)})_{z=e^{j\vartheta}}}$$

Rendszerjellemző függvények

1. Időtartomány

$$h[k] \quad \text{Impulzusválasz}$$
$$y[k] = u[k] * h[k]$$

2. Frekvenciatartomány

$$H_{(e^{j\vartheta})} \quad \text{Átviteli karakterisztika}$$
$$y[k] = \mathcal{F}^{-1}\left\{H_{(e^{j\vartheta})}\, \mathcal{F}\{u[k]\}\right\}$$

3. Komplex frekvenciatartomány

$$H_{(z)} \quad \text{Átviteli függvény}$$
$$y[k] = \mathcal{Z}^{-1}\{H_{(z)}\, \mathcal{Z}\{u[k]\}\}$$

Az átviteli függvény ábrázolása:

$$H_{(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_n z^{-n}}$$
$$= z^{-m+n} \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \ldots + b_m}{z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n}$$
$$= b_0 z^{-m+n} \frac{(z-q_1)(z-q_2)\ldots(z-q_m)}{(z-p_1)(z-p_2)\ldots(z-p_n)}$$

q: zérus, p: pólus

A p-z elrendezésbe be szokás rajzolni az egységkört.

Stabilitás:
Ha a pólusok az egységkörön belül vannak, akkor stabil a rendszer.

Rendszerjellemző függvények kapcsolata

$$\boxed{h[k] = \mathcal{F}^{-1}\left\{H_{(e^{j\vartheta})}\right\}}$$

(Feltétele mindkét irányú transzformációnál az abszolút összegezhetőség.)

$$\boxed{h[k] = \mathcal{Z}^{-1}\{H_{(z)}\}}$$

(Feltétele mindkét irányú transzformációnál a válasz belépő tulajdonsága.)

$$\boxed{H_{(e^{j\vartheta})} = (H_{(z)})_{z=e^{j\vartheta}}}$$

(Feltétele a GV stabilitás és a válasz belépő tulajdonsága.)

Néhány különleges rendszer

1. Véges impulzusválaszú rendszer

Véges ütemszámú az impulzusválasza. (Finite Impulse Response)
Lényeges tulajdonsága, hogy biztosan GV stabil!

2. Mindent áteresztő

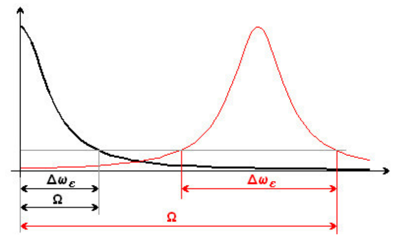
Amplitúdókarakterisztikája állandó.

Minden zérus valamely nem nulla pólus reciproka, azaz tükörképe az *egységsugarú körre*.

3. Minimálfázisú

Egyetlen zérusa sincs az egységsugarú körön kívül.

Sávkorlát



Mintavételi tétel:

$$\boxed{T \le \frac{\pi}{\Omega_{rad}}}$$

$\Delta\omega_\varepsilon$: sávszélesség

Ω : sávkorlát (mindig $\omega = 0$ - nál kezdődik)

FI rendszerek DI közelítése

- Szimulátor meghatározása időtartományban

Impulzusválasz egyeztetés:

$$h_{(t)} = A\delta_{(t)} + \varepsilon_{(t)}\, f_{(t)}$$
$$h[k] = A\delta[k] + T\varepsilon[k-1]\, f_{(kT)}$$

T : mintavételi időköz

$f_{(kT)} = f[k]$

h[k]-t z-transzformáljuk, amiből felírható a rendszeregyenlet, abból pedig felrajzolható a DI hálózat.

- Szimulátor meghatározás a komplex frekvenciatartományban

FI átviteli függvényben s helyére mindenhol:

a. \ $\frac{1}{T}\left(1 - z^{-1}\right)$ - t írunk (hátralépő Euler integrátor)

b. \ $\frac{T}{2}\,\frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}$ - t írunk (Crank - Nicholson integrátor)

c. \ $\frac{2}{T}\,\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ - t írunk (Crank - Nicholson derivátor)

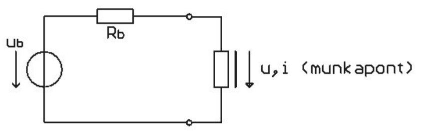
FI nemlineáris hálózatok

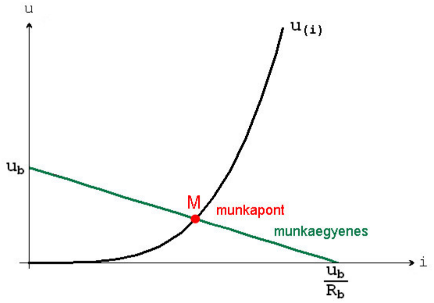
Legalább egy olyan elem van a hálózatban, melynek feszültség - áram karakterisztikáj **nem** lineáris.

Munkapont

A hálózatba ágyazott nemlineáris elemen létrejövő feszültség - áram párost *munkapontnak* nevezzük.

Ha egy nemlineáris elem van, akkor annak kapcsaira nézve Thevenin-helyettesítőképet határozunk meg:





Ha több munkapont jön ki a számításoknál, akkor csak azt kell figyelembe venni, amely eleget tesz a nemlineáris elem karakterisztikájának.
Ha van köztük olyan, melyet komplex szám jellemez, akkor az **nem** stabil munkapont.

Ha több lehetséges munkapont is van, akkor az, hogy melyikbe fog a rendszer beállni, a dinamikus elemek bekapcsolási viselkedésétől és a hálózat előéletétől függ. Ennek megállapítása dinamikus hálózatanalízissel lehetséges.

A hálózat számítása

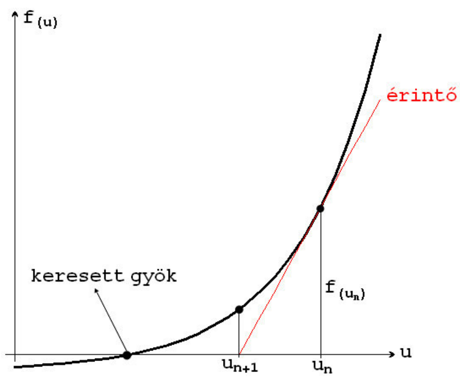
Kirchhoff – egyenletek és karakterisztikák.
Redukált alak: a lineáris elemek ármát és feszültségét kiküszöböljük.

Ha a karakterisztikák kifejezhetők a feszültségre ($u_1(i_1)$, $u_2(i_2)$), akkor nemlineáris egyenletrendszert kapunk.
Más esetben iterációval kell megoldani:

<u>Newton-módszer</u>

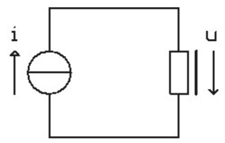
$$\text{pl.}: \; f_{(u)} = R_b I_s \left(e^{\frac{u}{u_T}} - 1 \right) + u - u_b = 0$$

$$u_T = \frac{kT}{q} \quad \text{(termikus feszültség, szobahőn 26 mV)}$$



$$\boxed{u_{n+1} = u_n - \frac{f_{(u_n)}}{f'_{(u_n)}}}$$

Munkaponti linearitás



$i = \bar{i} + \tilde{i}$

$\bar{i}$: egyen

$\tilde{i}$: váltó

Munkaponti *dinamikus ellenállás*, illetve statikus ellenállás:

$$\boxed{\left(\frac{du}{di}\right)_M = (R_d)_M} \qquad \frac{u_{(i)}}{i} = R_s$$

A váltakozó komponensek közti kapcsolat olyan, mint egy **R_d** nagyságú <u>lineáris</u> ellenállás.

A váltakozó komponens hatására a feszültség átlagértéke nem egyezik a munkapont értékével. Munkaponti linearitásnál az eltérést elhanyagolhatónak vehetjük.

Nemlineáris elemre jutó hatásos teljesítmény

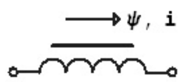
<u>Áramérzékenység</u>:

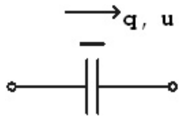
$$P = \frac{U^2}{2} f^{(1)}$$

$$p_{(t)} = U \cos\omega t \; U f^{(1)} \cos\omega t$$

$$\boxed{\frac{\Delta i}{P} = \frac{f^{(2)}}{2 f^{(1)}}}$$

Nemlineáris dinamikus elemek





$$\boxed{u = \frac{d\psi}{dt}} \qquad \boxed{i = \frac{dq}{dt}}$$

<u>Linearizálásuk</u>:

$$\boxed{\begin{gathered}\left(\frac{d\psi}{di}\right)_{\bar{i}} = (L_d)_{\bar{i}} \\ \tilde{u} = L_d \frac{d\tilde{i}}{dt}\end{gathered}} \qquad \boxed{\begin{gathered}\left(\frac{dq}{du}\right)_{\bar{u}} = (C_d)_{\bar{u}} \\ \tilde{i} = C_d \frac{d\tilde{u}}{dt}\end{gathered}}$$

1. Munkapont meghatározása

Nemlin rezisztív hálózatra jutunk (konstans gerjesztésnél nemlin tekercs rövidzár, nemlin kondi szakadás).

2. Munkaponti dinamikus elemek meghatározása

R_d , L_d és C_d .

3. Linearizált hálózat számítása

(Gerjesztésnél csak a váltakozót tüntetjük fel!)

$\tilde{u}$ szinuszos : komplex számítási módszer

$\tilde{u}$ periodikus : $\mathcal{F}$ – sor + komplex számítási módszer

$\tilde{u}$ nem periodikus (pl. impulzus) : $\mathcal{L}$ – transzformáció