1. Hozzuk a lehető legegyszerűbb alakra : $\left(\dfrac{2}{x^2-x}-\dfrac{2x}{1-x^2}\right)\cdot\dfrac{2x^2+2x}{x^3-1} = \left(\dfrac{2}{x\cdot(x-1)}-\dfrac{2x}{(1-x)\cdot(1+x)}\right)\cdot\dfrac{2x\cdot(x+1)}{(x-1)\cdot(x^2+x+1)} =$

$= \dfrac{2\cdot(x+1)+2x^2}{x\cdot(x-1)\cdot(x+1)}\cdot\dfrac{2x\cdot(x+1)}{(x-1)\cdot(x^2+x+1)} = \dfrac{2\cdot(x^2+x+1)}{(x-1)}\cdot\dfrac{2}{(x-1)\cdot(x^2+x+1)} = \boxed{\dfrac{4}{(x-1)^2}}$. (**12p**)

2. Egy téglalap oldalai $a=10$ cm , $b=20$ cm . Az a oldal hosszát 10 %-kal noveljük, a b oldal hosszát 20 %-kal csökkentjük. Hány százalékkal változik a téglalap területe ? (**12p**)

$T_{regi}=a\cdot b$, $T_{uj}=(a\cdot 1.1)\cdot(b\cdot 0.8)$ $\Rightarrow$ $\dfrac{T_{uj}}{T_{regi}}=\dfrac{(a\cdot 1.1)\cdot(b\cdot 0.8)}{a\cdot b}=0.88$ $\Rightarrow$ A terület 12 -%-kal csökken.

3. Adjuk meg az $f(x)=\ln\left(x-\frac{1}{x}\right)$ függvény értelmezési tartományát és zérushelyeit ! (**13p**)

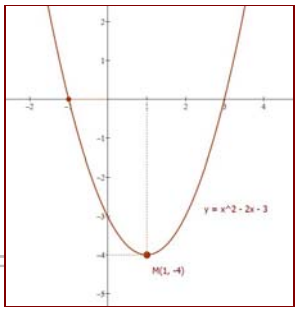
$$x-\frac{1}{x}=\frac{x^2-1}{x}>0 \quad\Leftrightarrow\quad \left.\begin{array}{ll} \text{ha } x>0,\ \text{akkor } x^2-1>0 & x>1 \\ \text{ha } x<0,\ \text{akkor } x^2-1<0 & -1<x<0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \quad\Rightarrow\quad \boxed{D_f=(-1,0)\cup(1,+\infty)}\ .$$

$f(x)=\ln\left(x-\frac{1}{x}\right)=0$ $\Leftrightarrow$ $x-\dfrac{1}{x}=1$ $\Leftrightarrow$ $x^2-x-1=0$ $\Rightarrow$ Zérushelyek : $\boxed{x_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\quad x_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}}$.

4. Az $y=x^2+b\cdot x+c$ parabola csűcspontja $M(1,-4)$. (**13p**)

A parabola és az x tengely egyik metszéspontja : -1 .
Adjuk meg b és c értéket ! Adjuk meg a parabola és az x tengely másik metszéspontját is !

$-4=1^2+b\cdot 1+c$, $0=(-1)^2+b\cdot(-1)+c$ $\Rightarrow$ $-4=2+2\cdot c$ $\Rightarrow$ $\boxed{c=-3\ ,\quad b=-2}$.



2011. április 21. Csütörtök **Pótzárthelyi II.** (45 perc) -- **Megoldások** Bev. Mat. BME

1. Oldjuk meg a $4^x-10\cdot 2^x=-2^4$ egyenletet ! $(2^x)^2-10\cdot 2^x+16=0$ $\Rightarrow$ $2^x=2$ vagy $2^x=8$ $\Rightarrow$ $\boxed{x=1,\ 3}$. (**8p**)

2. Oldjuk meg a következő egyenletet : (**12p**) $\sqrt{1-\cos^2 x}-\sin 2x=0$ $(x\in[0,2\pi])$ $\Leftrightarrow$ $|\sin x|=2\cdot\sin x\cdot\cos x$ $\Rightarrow$

I. Ha $\sin x=0$, akkor az egyenlőség teljesül (0=0) , tehát $\boxed{x=0,\ \pi,\ 2\pi}$ megoldások.

II. Ha $\sin x\neq 0$, akkor $0<x<\pi$ esetén $1=2\cdot\cos x$ $\Leftrightarrow$ $\boxed{x=\frac{\pi}{3}}$; $\pi<x<2\pi$ esetén $-1=2\cdot\cos x$ $\Leftrightarrow$ $\boxed{x=\frac{4\pi}{3}}$.

3. Legyen (a_n) mértani sorozat, $a_1+a_2+a_3=63$. Ha az első taghoz 3 -t adunk, a harmadik tagból 30 -t kivonunk, akkor egy számtani sorozat egymást követő tagjait kapjuk. Adjuk meg a mértani sorozat hányadosát, q -t ! (**17p**)

A számtani sorozatra $(a_2-d)+a_2+(a_2+d)=63+3-30$ $\Rightarrow$ $a_2=12$. A mértani sorozatra $\dfrac{a_2}{q}+a_2+a_2\cdot q=63$ $\Rightarrow$

$12+12\cdot q+12\cdot q^2=63\cdot q$ $\Leftrightarrow$ $4\cdot q^2-17\cdot q+4=0$ $\Rightarrow$ $q=\dfrac{17\pm\sqrt{17^2-8^2}}{8}=\dfrac{17\pm 3\cdot 5}{8}$ $\Rightarrow$ $\boxed{q_1=4\ ,\quad q_2=\frac{1}{4}}$.

4. Adott egy egyenes $e:\ 2y-x=4$, és a $P(-1,5)$ pont . Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely merőleges e -re, és átmegy P -n ! Adjuk meg a két egyenes metszéspontját ! (**13p**)

e egy normálvektora $(-1,2)$, erre merőleges pl. a $(2,1)$ vektor. Így a P -n átmenő merőleges :

$2x+y=-2+5$, $\boxed{2x+y=3}$. A metszéspont : $5y=11$ $\Rightarrow$ $y=2.2$, $x=2y-4=0.4$, $\Rightarrow$ $\boxed{Mp=(0.4,\ 2.2)}$.