# A2$X$ VIZSGA

2010. JANUÁR 4.

| Feladat | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | $\sum$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| max. pontszám | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 50 |
| elért pontszám | [redacted] | | | | | |

NÉV [redacted]

NEPT[redacted]

1.) Legyen

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Határozzuk meg $A$ sajátértékeit és sajátvektorait. (Segítség: a sajátértékek egész számok.)

2.) Legyen $f(u,v) := \sin(uv)$, $u(x,y,t) := t\sin(x) + \cos(y)$, $v(x,y,t,s) := s\tan(x) + y^2 + ts$, $z := f(u,v)$. Határozzuk meg $\frac{\partial z}{\partial t}$ (5p) és $\frac{\partial z}{\partial x}$ (5p) kifejezéseket.

3.) Határozzuk meg $y'$ értékét az $\left(1, \frac{\pi}{2}\right)$ pontban (6p), ha

$$x\sin(y) - \cos(y) + \cos(2y) = 0.$$

Írjuk fel, hogy az általánosabb, $F(x,y) = 0$ egyenletből hogyan lehet meghatározni $y'$ értékét. (4p)

1.) Legyen

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix},$$

Határozzuk meg $A$ sajátértékeit és sajátvektorait. (Segítség: a sajátértékek egész számok.)

2.) Legyen $f(u,v) := \sin(uv)$, $u(x,y,t) := t\sin(x) + \cos(y)$, $v(x,y,t,s) := s\tan(x) + y^2 + ts$, $z := f(u,v)$. Határozzuk meg $\frac{\partial z}{\partial t}$ (5p) és $\frac{\partial z}{\partial s}$ (5p) kifejezéseket.

3.) Határozzuk meg $y'$ értékét az $\left(1, \frac{\pi}{2}\right)$ pontban (6p), ha

$$x\sin(y) - \cos(y) + \cos(2y) = 0.$$

Írjuk fel, hogy az általánosabb, $F(x,y) = 0$ egyenletből hogyan lehet meghatározni $y'$ értékét. (4p)

4.) Legyen

$$\frac{xy^2}{x^2+y^2}$$

$$f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}, \quad f(x,y) := \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^2}, & \text{ha } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{ha } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Határozzuk meg az origóban a tetszőleges irányban vett iránymenti deriváltat, ha létezik. Ha nem létezik, akkor ezt számolással igazoljuk. Deriválható-e $f$ az origóban?

5.) Legyen

$$\frac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}$$

$$f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}, \quad f(x,y) := \begin{cases} \frac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}, & \text{ha } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{ha } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Határozzuk meg $D_2D_1f(0,0)$ és $D_1D_2f(0,0)$ értékét.