1. Feladat * (12 pont)

$$V : \begin{cases} x^2 + y^2 \le 9, \\ x \ge 0,\ y \ge 0, \\ 0 \le z \le y \end{cases} \qquad I = \iiint_V xy \, \mathrm{d}V = ?$$

2. Feladat * (12 pont)
Határozza meg a 2π szerint periodikus, $x \in (-\pi, +\pi]$ esetén az $f(x) = x - |x|$ képlettel definiált függvény Fourier-sorának első három tagját!

3. Feladat * (4+8=12 pont)
Mondja ki és bizonyítsa be az eltolt függvény Fourier-transzformáltjáról tanult tételt! ($\mathcal{F}[f(x+h)] = ?$)

---

4. Feladat (10 pont)
Határozza meg exponenciális alakban az $z^3 = \dfrac{2}{1-\mathrm{i}}$ egyenlet gyökeit!

5. Feladat (3+3+6=12 pont)

(a) Definiálja egy többváltozós függvény *totális deriváltját*!

(b) Mondja ki és bizonyítsa be a totális deriválhatóság és folytonosság kapcsolatáról tanult tételt!

6. Feladat (12 pont)

$$\int_{x=0}^{\infty} \frac{1}{(x+16)\sqrt{x+4}} \, \mathrm{d}x = ? \qquad (u = \sqrt{x+4} \text{ helyettesítéssel})$$

7. Feladat (10 pont)

$$(3x^2 + 2)y' = x^3 \operatorname{ctg}(y), \qquad x > 0,\ y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

Határoza meg a fenti differenciálegyenlet általános megoldását! (Elég az implicit alak.)

8. Feladat (8 pont)
Határozza meg a következő függvénysor összegfüggvényét $\forall x \in \mathbb{R}$ esetén!

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{5} \cdot (-5)^n}{(2n+1)!} \cdot x^{2n+4} = ?$$

9. Feladat (12 pont)

$$I = \int_{y=1}^{\mathrm{e}} \int_{x=1/\mathrm{e}}^{1/y} \sin(\ln x - x) \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y$$

Az integrálok sorrendjének felcserélésével határozza meg a fenti I integrál értékét! Készítsen ábrát az integrálási tartományról!

A $*$-al jelölt feladatokból legalább 10 pontot el kell érni!