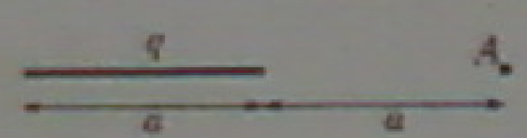
Elektromágneses terek (VIHVA204) **2010.02.02.**

Név: **Javítási példány**	Pontszám:	Javító:
NEPTUN:	**10**	**EVT**
Aláírás:		

Feladatonként 1 pont szerezhető. Csak a végeredményt írja rá a feladatlapra!

1. Levegőben álló, vékony, egyenes rúd $q = 50\,\mu\mathrm{C/m}$ vonalmenti töltéssűrűséggel van feltöltve. Határozza meg az elektromos térerősség nagyságát a rúd tengelyére illeszkedő A pontban, ha $a = 1{,}2\,\mathrm{m}$.



$$E = 187{,}2\,\mathrm{kV/m}$$

2. Egy légszigetelésű síkkondenzátor kör alakú fegyverzeteinek átmérője $d = 20\,\mathrm{cm}$. A lemezek távolsága $a = 5\,\mathrm{mm}$, közöttük lévő térben az elektromos térerősség nagysága $E = 12\,\mathrm{kV/cm}$. Határozza meg az egyik fegyverzet Q töltését!

$$Q = 333{,}8\,\mathrm{nC}$$

3. Koaxiális kábel erének sugara $r_1 = 2\,\mathrm{mm}$, köpenyének belső sugara $r_2 = 6\,\mathrm{mm}$. Mekkor a szigetelőanyag σ fajlagos vezetőképessége, ha a kábel $l = 200\,\mathrm{m}$ hosszú szakaszának szivárgási ellenállása $R = 4\,\mathrm{M\Omega}$?

$$\sigma = 2{,}186 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{S/m}$$

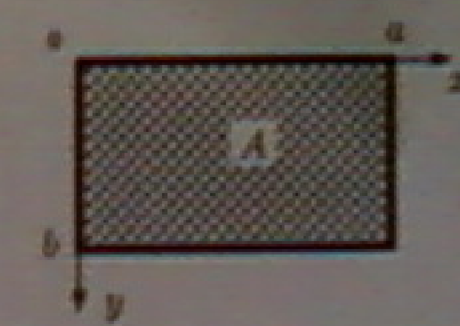
4. Toroid alakú, $\mu_r = 2000$ relatív permeabilitású vasmag keresztmetszete $A = 5\,\mathrm{cm}^2$, közepes sugara $r = 6\,\mathrm{cm}$. A vasmagra egy $N_1 = 300$ és egy $N_2 = 500$ menetes tekercs van csévélve. Határozza meg a tekercsek közötti kölcsönös induktivitás nagyságát!

$$L_{12} = 0{,}4997\,\mathrm{H}$$

5. Ideális távvezeték hossza h, hullámimpedanciája $Z_0 = 400\,\Omega$, lezárása egy $R = 800\,\Omega$ ellenállás. A vezetéken mért hullámhossz szinuszos állandósult állapotban: $\Lambda = 8h/9$. A távvezetéken szállított hatásos teljesítmény $P = 80\,\mathrm{kW}$. Adja meg az áramerősség effektív értékét a vezeték elején!

$$I_{eff} = 15{,}81\,\mathrm{A}$$

6. A téglalap alakú vékony vezetőhurok az A felületet feszíti ki. A mágneses indukció A-ra normális komponense $B(y,t) = B_0 \sin(\pi y/b)\cos(\omega t)$. Fejezze ki a vezetőhurokban indukálódó feszültség $\hat{U}$ amplitúdóját!



$$\hat{U} = \omega B_0 \frac{2ab}{\pi}$$

7. Végtelen vezető féltérben síkhullám terjed, a behatolási mélység δ. A z tengely merőleges a határfelületre, a $z > 0$ félegyenes van a vezető közegben. Az áramsűrűség nagyságának időfüggvénye a $z = \frac{3}{2}\delta$ síkban $J(z = \frac{3}{2}\delta, t) = 3\cos(\omega t + \pi/6)\ \mathrm{kA/m^2}$. Írja fel az áramsűrűség nagyságának időfüggvényét a határfelületen!

$$J(z = 0, t) = 13{,}45\cos(\omega t + 2{,}024)\ \mathrm{kA/m^2}$$

(*Ha rossz a kezdőfázis, maximum 0,5 pont adható.*)

8. Síkhullám terjed homogén, ideális szigetelő közegben. Határozza meg a közeg relatív dielektromos állandóját, ha az elektromos térerősség $\mathbf{E}(x,t) = 100\cos(1{,}1t - 7{,}5x)\,\mathbf{e}_y\ \mathrm{V/m}$, ahol az időegység μs, a hosszegység km.

$$\varepsilon_r = 4{,}180$$

9. Hertz-dipólus sugárzási ellenállása $R_S = 3\,\Omega$. A dipólust $I_{eff} = 20\,\mathrm{A}$ effektív értékű áram táplálja. Adja meg a mágneses térerősség maximális amplitúdóját a dipól távolterében, a dipóltól $r = 600\,\mathrm{m}$ távolságban! (A Hertz-dipólus nyeresége $G = 1{,}5$.)

$$H = 1{,}454\,\mathrm{mA/m}$$

10. Légtöltésű, négyzet keresztmetszetű csőtápvonalban a legalacsonyabb határfrekvenciájú TM módus terjed, $f = 9\,\mathrm{GHz}$ frekvencián. A cső oldalszélessége $a = 5\,\mathrm{cm}$. Adja meg a csőben mért hullámhosszt!

$$\gamma^2 + \omega^2\mu\varepsilon = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \qquad \Lambda = 3{,}778\,\mathrm{cm}$$

Elektromágneses terek (VIHVA204)   2010.02.02.

Név: Javítási példány	Pontszám	Javító
NEPTUN:	10	EVT
Aláírás:		

Feladatonként 1 pont szerezhető. Csak a *végeredményt* írja rá a feladatlapra!

1. Levegőben álló, vékony, egyenes rúd $q = 50\,\mu C/m$ vonalmenti töltéssűrűséggel van feltöltve. Határozza meg az elektromos térerősség nagyságát a rúd tengelyére illeszkedő A pontban, ha $a = 1{,}2\,\mathrm{m}$.

$E = 187{,}2\,\mathrm{kV/m}$

2. Egy légszigetelésű síkkondenzátor kör alakú fegyverzeteinek átmérője $d = 20\,\mathrm{cm}$. A lemezek távolsága $a = 5\,\mathrm{mm}$, közöttük lévő térben az elektromos térerősség nagysága $E = 12\,\mathrm{kV/cm}$. Határozza meg az egyik fegyverzet Q töltését!

$Q = 333{,}8\,\mathrm{nC}$

3. Koaxiális kábel erének sugara $r_1 = 2\,\mathrm{mm}$, köpenyének belső sugara $r_2 = 6\,\mathrm{mm}$. Mekkora a szigetelőanyag σ fajlagos vezetőképessége, ha a kábel $l = 200\,\mathrm{m}$ hosszú szakaszának szivárgási ellenállása $R = 4\,\mathrm{M\Omega}$?

$\sigma = 2{,}186 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{S/m}$

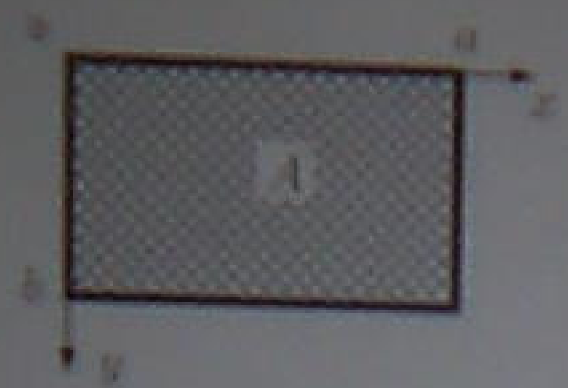
4. Toroid alakú, $\mu_r = 2000$ relatív permeabilitású vasmag keresztmetszete $A = 5\,\mathrm{cm}^2$, közepes sugara $r = 6\,\mathrm{cm}$. A vasmagra egy $N_1 = 300$ és egy $N_2 = 500$ menetes tekercs van csévélve. Határozza meg a tekercsek közötti kölcsönös induktivitás nagyságát!

$L_{12} = 0{,}4997\,\mathrm{H}$

5. Ideális távvezeték hossza h, hullámimpedanciája $Z_0 = 400\,\Omega$, lezárása egy $R = 800\,\Omega$ ellenállás. A vezetéken mért hullámhossz szinuszos állandósult állapotban $\lambda = 8h/3$. A távvezetéken szállított hatásos teljesítmény $P = 80\,\mathrm{kW}$. Adja meg az áramerősség effektív értékét a vezeték elején!

$I_{eff} = 15{,}81\,\mathrm{A}$

6. A téglalap alakú vékony vezetőhurok az A felületet feszíti ki. A mágneses indukció A-ra normális komponense $B(y,t) = B_0 \sin(\pi y/b) \cos(\omega t)$. Fejezze ki a vezetőhurokban indukálódó feszültség U amplitúdóját!



$$\hat{U} = \omega B_0 \frac{2ab}{\pi}$$

7. Végtelen vezető féltérben síkhullám terjed, a behatolási mélység δ. A z tengely merőleges a határfelületre, a $z > 0$ félegyenes van a vezető közegben. Az áramsűrűség nagyságának időfüggvénye a $z = \frac{3}{2}\delta$ síkban $J(z = \frac{3}{2}\delta, t) = 3\cos(\omega t + \pi/6)$ kA/m^2. Írja fel az áramsűrűség nagyságának időfüggvényét a határfelületen!

$$J(z = 0, t) = 13{,}45 \cos(\omega t + 2{,}024)\ \mathrm{kA/m^2}$$

(Ha rossz a kezdőfázis, maximum 0,5 pont adható.)

8. Síkhullám terjed homogén, ideális szigetelő közegben. Határozza meg a közeg relatív dielektromos állandóját, ha az elektromos térerősség $\mathbf{E}(x,t) = 100\cos(1{,}1t - 7{,}5x)\,\mathbf{e}_z$ V/m, ahol az időegység μs, a hosszegység km.

$$\varepsilon_r = 4{,}180$$

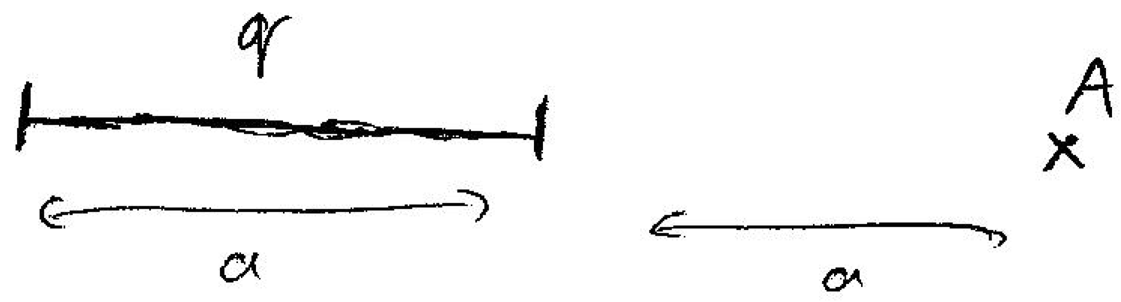
9. Hertz-dipólus sugárzási ellenállása $R_S = 3\,\Omega$. A dipólust $I_{eff} = 20\,\mathrm{A}$ effektív értékű áram táplálja. Adja meg a mágneses térerősség maximális amplitúdóját a dipól távolterében, a dipóltól $r = 600\,\mathrm{m}$ távolságban! (A Hertz-dipólus nyeresége $G = 1{,}5$.)

$$H = 1{,}454\,\mathrm{mA/m}$$

10. Légtöltésű, négyzet keresztmetszetű csőtápvonalban a legalacsonyabb határfrekvenciájú TM módus terjed, $f = 9\,\mathrm{GHz}$ frekvencián. A cső oldalszélessége $a = 5\,\mathrm{cm}$. Adja meg a csőben mért hullámhosszt!

$$\gamma^2 + \omega^2\mu\varepsilon = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \qquad \Lambda = 3{,}778\,\mathrm{cm}$$

V. 2010. 02. 02. 1.



$q = 50 \frac{\mu C}{m} = 50 \cdot 10^{-6} \frac{C}{m}$

$a = 1.2\ m$

$E(A) = ?$

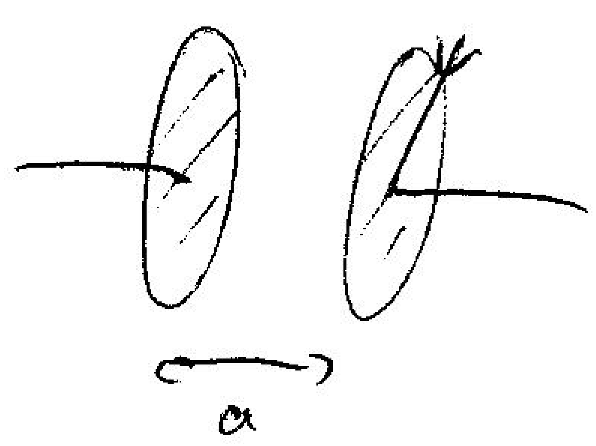
$dq = q \cdot dl$

$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{(2a-l)^2}$

$E = \int dE = \int_0^{1.2} \frac{q}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{(2a-l)^2} dl = \frac{q}{4\pi\varepsilon} \cdot \left[\left(-\frac{1}{2a-l} \right) \cdot \frac{1}{-1} \right]_0^{1.2} =$

$= \frac{q}{4\pi\varepsilon} \cdot (0.833 - 0.4167) = 187.075 \frac{kV}{m}$

V. 2010. 02. 02. 2.



$d = 0.2 m \Rightarrow r = 0.1 m \Rightarrow A = 0.1^2 \pi\ m^2$

$a = 5 mm = 0.005 m$

$E = 12 \frac{kV}{cm} = 12 \cdot 10^5 \frac{V}{m}$

$Q = ?$

$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{a}$; $Q = C \cdot U$; $E = \frac{U}{a} \Rightarrow U = E \cdot a = 6000 V$

$Q = \varepsilon \cdot \frac{A}{a} \cdot U = \varepsilon_0 \cdot \frac{0.1^2 \pi}{a} \cdot U = 3.33795 \cdot 10^{-7} C = 333.795 nC$

V. 2010. 02. 02. 3.

koax kábel

$r_1 = 2 mm = 0.002 m$

$r_2 = 6 mm = 0.006 m$

$R(200 m) = 4 M\Omega = 4 \cdot 10^6 \Omega$

$\sigma = ?$

$R' = R \cdot l = 8 \cdot 10^8 \Omega$ (mivel kisebb keresztmetszet → nagyobb ellenállás)

$U = \frac{I}{2\pi\sigma} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}$

$R' = \frac{U}{I} = \frac{\ln 3}{2\pi\sigma}$

$\sigma = \frac{\ln 3}{2\pi R'} = 2.1856 \cdot 10^{-10} \frac{S}{m}$

V. 2010. 02. 02. (4.)

$\mu_r = 2000$

$A = 5\ cm^2 = 5 \cdot 10^{-4}\ m^2$

$r = 6\ cm = 0.06 m \rightarrow l = 2\pi r = 0.37699$

$N_1 = 300$

$N_2 = 500$

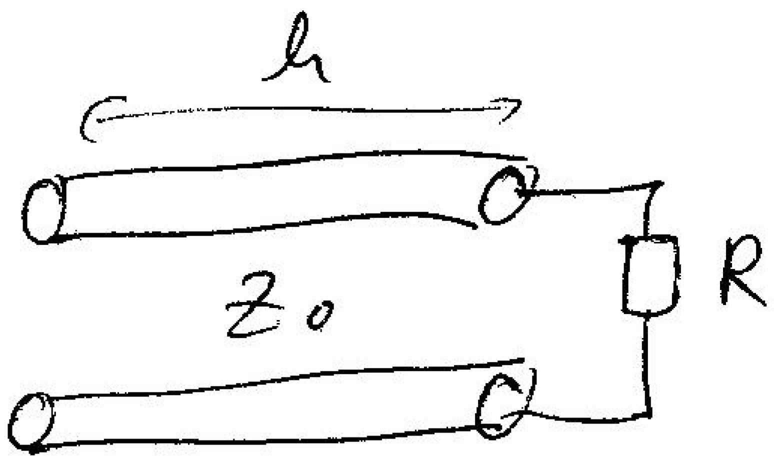
$L_{12} = ?$

$$\underline{\underline{L_{12}}} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N_1 \cdot N_2 \cdot A}{l} = \underline{\underline{0.5 H}}$$

V. 2010. 02. 02. (5.)

id. TV.

h ✓



$Z_0 = 400\ \Omega$

$R = 800\ \Omega$

$\lambda = \frac{8h}{9} \Rightarrow h = \frac{9}{8}\lambda$

$P = 80\ kW = 80 \cdot 10^3\ W$

$I_{1eff} = ?$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{9\pi}{4h}$$

$$\beta \cdot h = \frac{9}{4}\pi$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta h) & Z_0 \cdot \sin(\beta h) \\ \frac{1}{Z_0} \cdot \sin(\beta h) & \cos(\beta h) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

---

ideális TV. $\Rightarrow P_1 = P_2$

$$P_2 = \frac{1}{2} \cdot |I_2|^2 \cdot R$$

$$|I_2| = \sqrt{\frac{2 P_2}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80 \cdot 10^3}{800}} = 10\sqrt{2} = 14.14 A$$

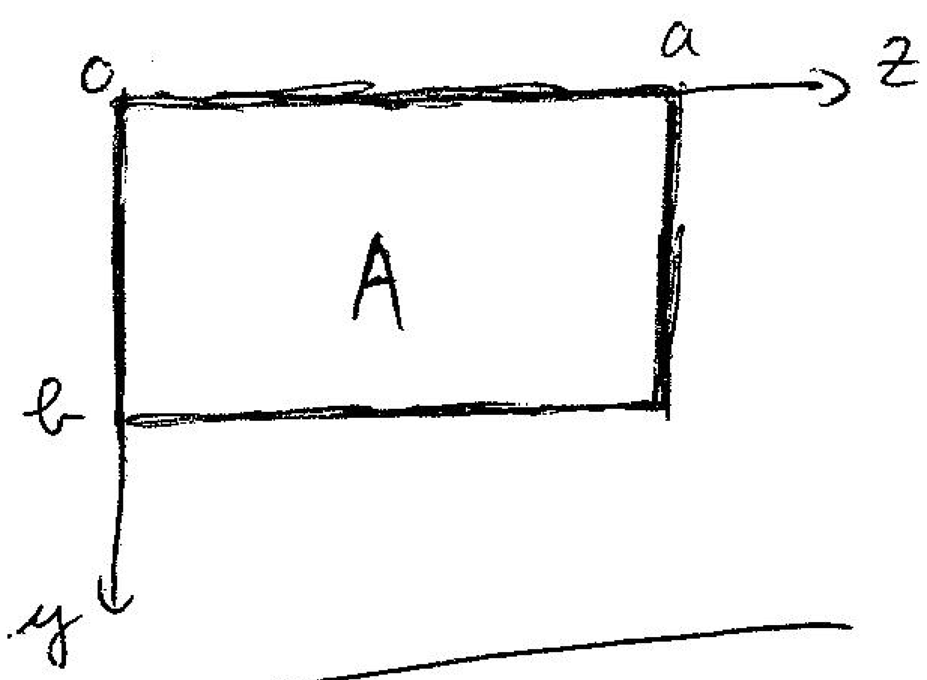
$$|U_2| = R \cdot |I_2| = 11313.7 V$$

$$I_1 = j \cdot \frac{U_2}{Z_0} \cdot \sin(\beta h) + I_2 \cdot \cos(\beta h)$$

$$I_1 = 22.36 \cdot e^{j 1.107}$$

$$\underline{\underline{I_{1eff}}} = \frac{|I_1|}{\sqrt{2}} = \frac{22.36}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{15.81 A}}$$

V. 2010. 02. 02. 6.



$B(y,t) = B_0 \cdot \sin(\pi \cdot \frac{y}{b}) \cdot \cos(\omega t)$

$\hat{U} = ?$

$$U = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = \int_A \bar{B}\, d\bar{A} = a \cdot \int_0^b B(y,t)\, dy = \int_0^b a \cdot B_0 \cdot \sin(\pi \frac{y}{b}) \cdot \cos(\omega t)\, dy =$$

$$= a \cdot B_0 \cdot \cos(\omega t) \int_0^b \sin(\pi \frac{y}{b})\, dy = -a \cdot B_0 \cdot \cos(\omega t) \cdot \left[\frac{\cos(\frac{\pi}{b} y)}{\frac{\pi}{b}}\right]_0^b =$$

$$= -\frac{a \cdot b \cdot B_0 \cdot \cos(\omega t)}{\pi} \cdot \left(\overbrace{\underbrace{\cos(\pi)}_{-1} - 1}^{-2}\right) = \frac{2a \cdot b \cdot B_0}{\pi} \cdot \cos(\omega t)$$

$$-\frac{d\Phi}{dt} = -\left(\frac{-2 \cdot a \cdot b \cdot B_0 \cdot \omega}{\pi} \cdot \sin(\omega t)\right)$$

$$\hat{U} = \frac{2 \cdot a \cdot b \cdot B_0 \cdot \omega}{\pi}$$

V. 2010. 02. 02. 7.

δ ✓

$J(z = \frac{3}{2}\delta, t) = 3 \cdot \cos(\omega t + \frac{\pi}{6}) \frac{kA}{m^2}$

$J(z = 0, t) = ?$

$$J = J_0 \cdot e^{-\frac{z}{\delta}}$$

$$3 = J_0 \cdot e^{-\frac{3}{2}}$$

$$J_0 = 13.445$$

TOVÁBB?

V. 2010. 02. 02. 9.

Hertz. dip.

$Z_0 = 377\Omega$

$R_s = 3\Omega$

$I_{eff} = 20A \rightarrow I = 20\cdot\sqrt{2} = 28.28A$

$H_{max}(r = 600m) = ?$

$D = 1.5$

$P = \frac{1}{2}\cdot I^2 \cdot R_s = 1200W$

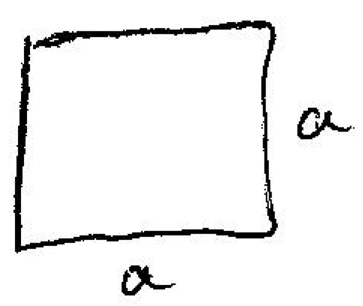
$S_{átlag} = \frac{P}{4\pi r^2} = 2.6526\cdot 10^{-4}\,\frac{W}{m^2}$

$S_{max} = D\cdot S_{átlag} = 3.99887\cdot 10^{-4}\,\frac{W}{m^2}$

$S_{max} = \frac{1}{2}\cdot Z_0 \cdot H^2$

$H = \sqrt{\frac{2\cdot S_{max}}{Z_0}} = 1.453\cdot 10^{-3}\,\frac{A}{m}$

V. 2010. 02. 02. 10.



TM_{11} $f = 9\,GHz$

$a = 5\,cm = 5\cdot 10^{-2}\,m$

$\lambda_g = ?$

$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta}$

$\beta = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \omega^2\cdot\mu\cdot\varepsilon}$

$\beta = \sqrt{2\cdot\left(\frac{\pi}{0{,}05}\right)^2 - (2\pi\cdot 9\cdot 10^9)\cdot\mu_0\cdot\varepsilon_0}$

$\beta = 166.3854$

$\frac{2\pi}{\beta} = 0.03776\,m$