

KÖFOP-2.1.2-VEKOP-15-2016-00001

**A jó kormányzást megalapozó közszolgálat-
fejlesztés**



Seller Rudolf

Radartechnika alapjai

Tartalomjegyzék

1	Radar mérés alapjai.....	7
1.1	Radar alapelv.....	7
1.2	Detekció.....	8
1.2.1	Neyman-Pearson hipotézisvizsgálat	8
1.3	Radar vevő modell.....	11
1.4	Radar mérés minősége.....	19
1.4.1	Mérési pontosság.....	19
1.5	Radar alapfogalmak, alapparaméterek	20
1.5.1	Maximális radiális hatótávolság.....	21
1.5.2	Egyértelműségi hatótávolság	21
1.5.3	Minimális hatótávolság	22
1.5.4	Radiális távolságmérési felbontás	23
1.5.5	Szögfelbontás δ_φ vagy δ_θ	24
1.5.6	Mérési pontosságok	24
1.5.7	Impulzus ismétlődési frekvencia.....	24
1.5.8	Radar forgási sebesség	25
1.5.9	Radar hatásos keresztmetszet.....	25
1.6	Radar elrendezések.....	26
1.7	Hatótávolság, energia mérleg	28
1.7.1	Radar alapegyenlet, monosztatikus eset.....	28
1.7.2	Radar alapegyenlet, bi- és multisztatikus eset	29
1.7.3	Jel-zaj viszony (SNR).....	30

1.7.4	Hullámcsomag terjedése	33
1.8	A hullámcsomag terjedéséből közvetlenül mérhető céltárgy paraméterek	34
2	Moduláció, impulzuskompresszió	42
2.1	Az adó átlagteljesítmény növelésének lehetőségei	43
2.2	Szubmoduláció, impulzuskompresszió	45
2.2.1	Az impulzuskompresszió ára.....	46
2.2.2	Az impulzuskompresszió előnyei.....	46
2.3	Fontosabb impulzuskompressziós technikák.....	46
2.3.2	Fázis modulációs eljárások	52
2.4	Összefoglaló megállapítások.....	61
3	Radar Cross Section (RCS).....	62
3.1	Az RCS bevezetése.....	64
3.2	Az RCS hullámhosszfüggése	66
3.3	Fluktuációs statisztikák	69
3.4	Tipikus RCS értékek	71
3.5	A radar echo folyamat jellemzése	73
3.6	Micro-Doppler jelenség.....	74
4	Illesztett szűrő, optimális radarvevő [22].....	78
4.1	Ismert jel felismerése zajban	79
4.2	Optimális szűrő fehér zajban	85
4.3	Illesztett szűrő - korrelációs vevő.....	86
4.4	Illesztett szűrő kapcsolata az impulzuskompresszióval	88

5	Antenna szerepe a radartechnikában [19,23]	89
6	Antennarendszerek alapjai	93
6.1	Térbeli folyamatok [1,2,38].....	94
6.2	Térbeli FIR szűrő	98
6.3	Íránykarakterisztika	101
6.4	Elektronikus pásztázás	106
6.5	Az analógiák összefoglalása.....	115
6.6	Adó- és vevőantenna összehasonlítása	115
6.6.1	Vevőantenna	116
6.6.2	Adóantenna zavarvédelmi szerepe	118
6.7	Vevőantenna zavarvédelmi szerepe, interferencia szűrés.....	121
6.7.1	MSINR interferencia szűrő módszer.....	122
6.7.2	Interferencia szűrés szoftver szimuláció.....	125
6.8	Adaptáció folyamata	133
6.8.1	\mathbf{R}_n mátrix mérése.....	133
6.9	Íránymérés.....	134
6.9.1	Bartlett iránymérő módszer, konvencionális.....	134
6.9.2	CAPON adaptív iránymérő módszer [1,5,66,67]	136
6.9.3	Rádió iránymérés software szimuláció	140
6.10	Radar mérhetőség összefoglalása	148
6.11	Antennarendszerek performancia analízise.....	149
6.11.1	Felbontás és dinamika függése a jel-zaj viszonytól	149
6.11.2	Bartlett becslés	150

6.11.3	MSINR (CAPON) becslés	151
6.11.4	MEM becslés	154
6.11.5	Módszerek összehasonlítása.....	156
6.11.6	Sávszélesség hatása	158
6.11.7	Software szimuláció	160
6.11.8	Szögfelbontás függése a jelek korreláltságától és szintjétől	162
6.11.9	Vevőcsatornák együtt futása.....	169
6.11.10	Együtt futás (hibavektor) mérése	171
7	Antenna topológiák	173
7.1	MRA antennák [46]	173
7.2	Antennacsoportok képzése.....	176
8	Monopulse szögmérési eljárás	179
8.1	Reflexiók monopulse mérésre gyakorolt hatása	182
9	Konvencionális spektrumbecslés [7,13,14,15,21,22].....	185
9.1	Sztochasztikus folyamat spektruma.....	185
9.2	PSD becslés véges megfigyelt intervallum alapján	186
9.3	Konvencionális, nem adaptív spektrálbecslés	187
9.4	Simított spektrum.....	189
9.5	Ablakfüggvény választás	191
9.6	Néhány általános összefoglaló megállapítás	192
9.7	Numerikus módszerek a spektrálbecslés megvalósítására	192
10	Sebesség-távolság bizonytalansági-elv	195
11	Felbontóképesség, bizonytalansági függvény.....	197

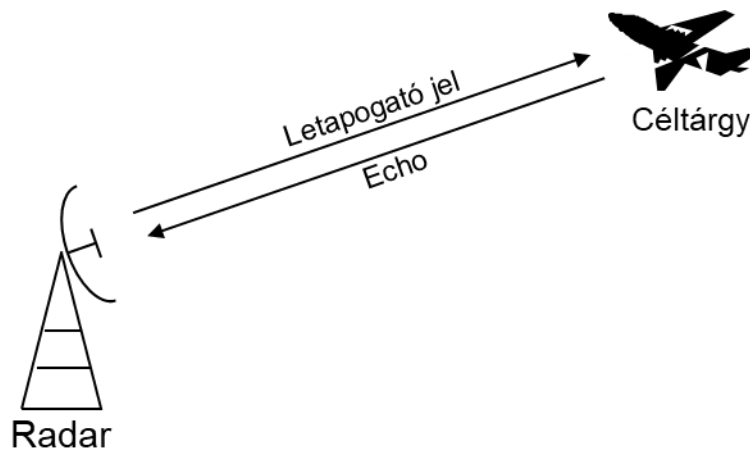
11.1	A bizonytalansági függvény néhány fontosabb tulajdonsága	200
11.2	A felbontóképesség [25]	201
11.3	Milyen az ideális és a jó bizonytalanság függvény? [25]	209
12	Együttes idő-frekvencia jelleírás, Wigner-eloszlás [41]	210
13	Rövidítések jegyzéke	217
14	Ábrajegyzék	218
15	Táblázatok jegyzéke	224
16	Irodalomjegyzék	227

1 Radarmérés alapjai

1.1 Radar alapelv

A RADAR egyaránt jelent egy mérési eljárást és magát az eszközt, ami ezt megvalósítja. A Radar egy betűszó, aminek feloldása: RAdio Detection And Ranging.

A radar alapötlete igen egyszerű: elektromágneses energiát sugároz ki és detektálja azt a különböző reflektáló objektumokról visszaverődve a radarba. A célról visszaérkező jel a kisugárzottéhoz képest számos paraméterében megváltozik.



1-1. ábra, Radar mérés alapelrendezése

Ha azonosítjuk a céltárgy okozta változásokat, akkor megkapjuk a radarral mérhető céltárgy paramétereit. A radar általánosságban a cél irányszög, radiális távolság és radiális sebesség paramétereit tudja közvetlenül mérni.

Az irányszög mérése az antenna térbeli szűrő tulajdonságán keresztül valósítható meg.

A radiális távolság és radiális sebesség mérése lehetséges ugyan apertúra antennák közelterében az antennával is (fókuszálás), azonban gyakorlati

jelentőséggel főleg a kisugárzott RF jel modulációjával megvalósított mérés bír (1-1. táblázat, 0 és 1 jelentése: méri, nem méri).

	Radiális távolság	Radiális sebesség	Oldalszög	Magassági szög
Moduláció	1	1	0	0
Antenna	0*	0*	1 ^T	1 ^T

* - apertúra típusú antennák közelterében van lehetőség radiális távolság és sebesség mérésére
T - korlátozott lehetőség van a céltárgy szögsebességének mérésére

1-1. táblázat, Mérhető paraméterek

1.2 Detekció

Mint az az elnevezéséből is kitűnik, a radar alapvetően két funkciót valósít meg:

- detekció,
- mérés.

A detekció egy döntés és így döntéseméleti probléma, a mérés minden esetben becslés és így a becslésemélet alá esik.

A döntés választást jelent, több előre ismert dolog közül. A radar detekció esetében a Neyman-Pearson hipotézisvizsgálatot alkalmazzuk. A Neyman-Pearson elnevezés az elmélet megalkotói Jerzy Neyman és Egon Pearson előtti tisztelgés.

1.2.1 Neyman-Pearson hipotézisvizsgálat

A radaros döntések hipotézisei:

H_0 : nullhipotézis

H_1 : ellenhipotézis

A H_0 nullhipotézis a következő: nincs a vizsgált térrészben céltárgy, míg H_1 az ellenhipotézis, jelentése H_0 hipotézis ellentéte, vagyis van ott céltárgy. Ennek megfelelően amennyiben H_0 hipotézis az adott valós helyzetben hamis, az egyben H_1 ellenhipotézis igazságát eredményezi.

Hipotézis vizsgálata

	<i>Elfogadjuk H_0 hipotézist</i>	<i>Elutasítjuk H_0 hipotézist</i>
<i>H_0 igaz</i>	helyes döntés	elsőfajú hiba
<i>H_0 hamis (H_1 igaz)</i>	másodfajú hiba	helyes döntés

1-2. táblázat, Általános hipotézisvizsgálati tábla I.

		Döntés	
		H_0	H_1
Valóság	H_0	Helyes döntés	Elsőfajú hiba
	H_1	Másodfajú hiba	Helyes döntés

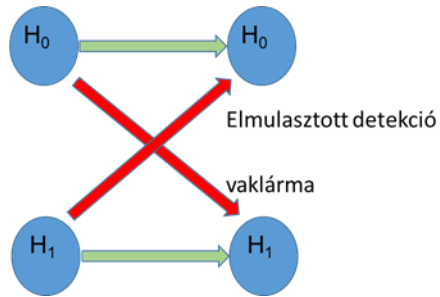
1-3. táblázat, Általános hipotézisvizsgálati tábla II.

Az elsőfajú hiba esetünkben a hamis riasztás, más kifejezéssel vaklárma, míg a másodfajú hiba a detekció elmaradása.

		Döntés	
		H_0	H_1
Valóság	H_0		Vaklárma
	H_1	Elmaradt detekció	Detekciós valószínűség

1-4. táblázat, Neyman-Pearson hipotézisvizsgálati tábla I.

A döntési folyamat egy másik ábrázolása, ahol bal oldalt a tényleges állapot, míg jobb oldalt a döntésünk látható:

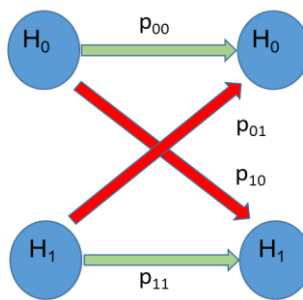


1-2. ábra, Radar detekció szemléltetése állapot átmeneti gráffal

		Döntés	
		H ₀	H ₁
Valóság	H ₀		Vaklárma
	H ₁	Elmaradt detekció	Detekciós valószínűség

1-5. táblázat, Neyman-Pearson hipotézisvizsgálati tábla I.

Amennyiben az egyes döntésekhez tudunk értelmezni valószínűségeket, a következő ábrát kapjuk.



1-3. ábra, Radar detekciós hibavalószínűségek

			Döntés	
			H ₀	H ₁

Valószínűség	H ₀	p ₀₀	p ₁₀
	H ₁	p ₀₁	p ₁₁

1-6. táblázat, Radar detekciós hibavalószínűségek

Értelemszerűen:

$$p_{00} + p_{10} = 1 = p_{11} + p_{01}$$

1-1

A radartechnikában fenti valószínűségek közül a p₁₁ és a p₁₀ használatos, jelentésük:

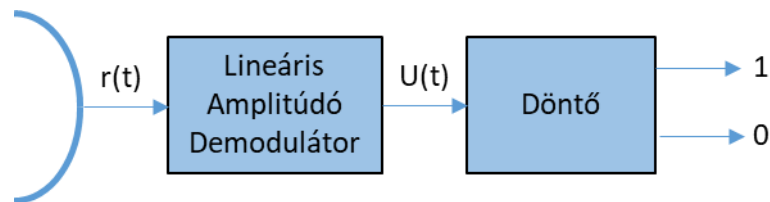
p₁₁ detekciós valószínűség,

p₁₀ vaklárma.

Jelölés technikailag a P_{fa} = p₁₀ és a P_d = p₁₁ terjedt el.

1-1 képletből adódóan a P_d detekciós valószínűség és a P_{fa} vaklárma együttesen teljes egészében leírják a döntést.

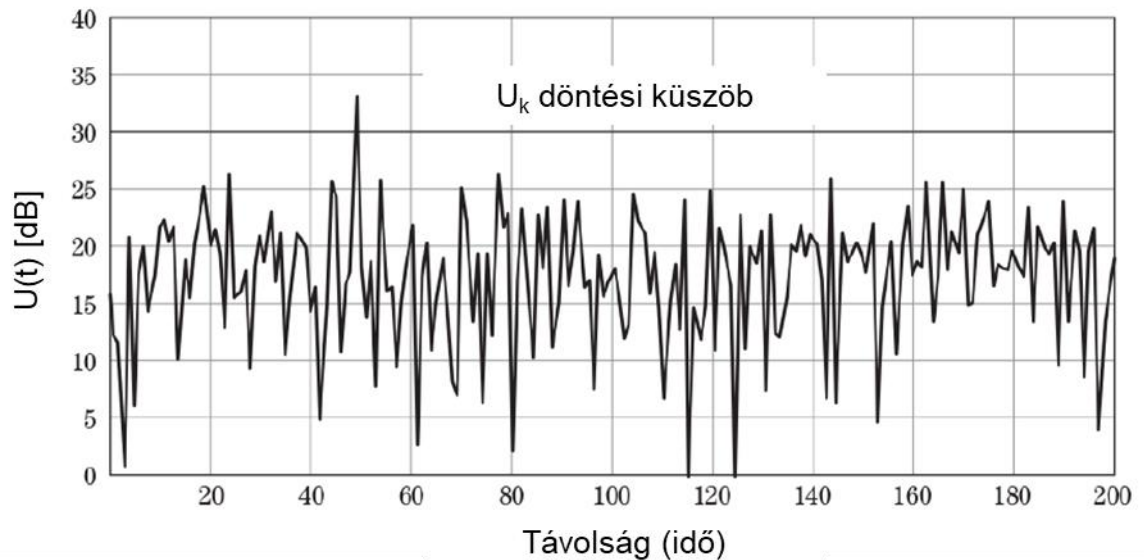
1.3 Radarvevő modell



1-4. ábra, Radar vevő általánosított modell

Modellünkben a radar az általa vett jel amplitúdóját használja fel a detekcióhoz. A vett jel ezen kívül rendelkezik még fázissal is, de ezt jelen detekciós sémában nem használjuk fel. Az amplitúdó demoduláció egyfajta abszolútérték képzés után jön létre és értelemszerűen nem vehet fel negatív értékeket. A vett r(t) jel mindig tartalmaz zajt és néha a zajhoz jel is hozzáadódik. Ez a szuperponálás igaz

lesz az amplitúdó demodulátor $u(t)$ kimenő jelére is. Abból indulunk ki, hogy statisztikailag a jel + zaj nagyobb, mint a zaj önmagában. Ennek megfelelően kijelölünk egy U_k szintet, ami felett „van cél”, míg az alatt „nincs cél” döntést hozunk. U_k elnevezése: döntési küszöb.



1-5. ábra, Amplitúdó demodulátor $u(t)$ kimeneti jele [78]

A döntés minősítésekor a következő sűrűségfüggvényeket vizsgáljuk:

Nincs cél: $p_0(u)$

Van cél: $p_1(u)$

A nincs cél esetben kizárólag a radar vevőrendszer saját zaja és a kívülről az antenna által vett zaj jelenik meg a döntést végző egység bemenetén:

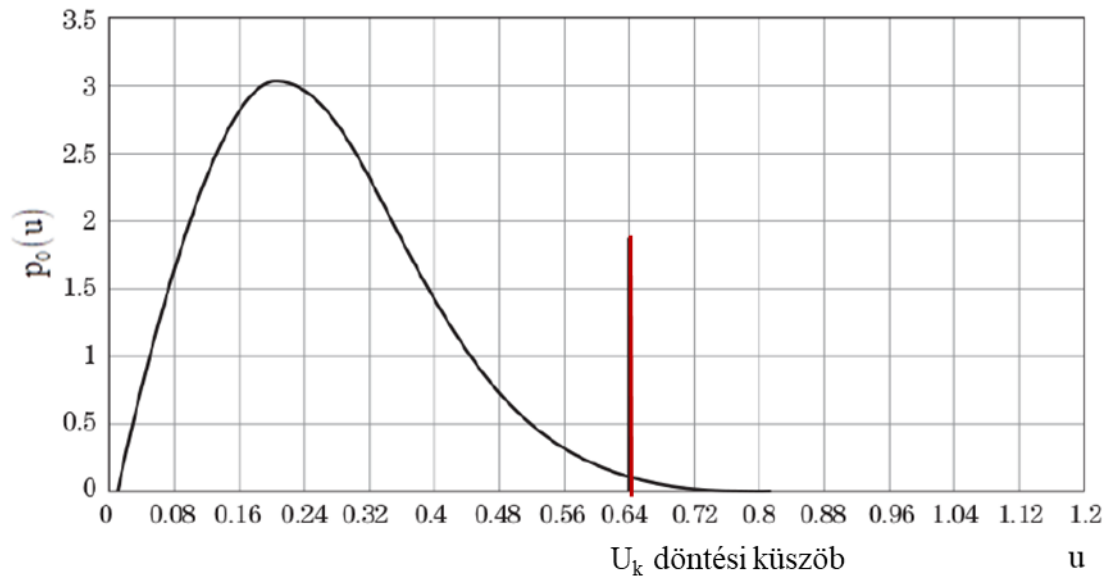
$$0 \cdot S + 1 \cdot S \rightarrow p_0(u) = p(u|H_0)$$

Amikor van reflektált jel is, akkor a fenti zaj plusz a jel jelenik meg:

$$0 \cdot S + 1 \cdot S \rightarrow p_1(u) = p(u|H_1)$$

A csak zaj esetet a Rayleigh sűrűségfüggvény írja le:

$$p_0(u) = \frac{u}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}} \quad u \geq 0$$



1-6. ábra, Zaj Rayleigh sűrűségfüggvénye [78]

Mivel a vaklárma kizárólagosan csak a zaj miatt jön létre, ezért P_{fa} vaklárma valószínűség meghatározásához $p_0(u)$ alkalmazása szükséges. Keressük azt a U_k döntési küszöböt, amely esetében a vaklárma az előírt P_{fa} :

$$P_{fa} = \int_{U_k}^{\infty} p_0(u) du = \int_{U_k}^{\infty} \frac{u}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}} du = e^{-\frac{U_k^2}{2\sigma^2}}$$

A Rayleigh sűrűségfüggvény analitikusan integrálható és ebből zárt alakban kifejezhető a U_k döntési küszöb.

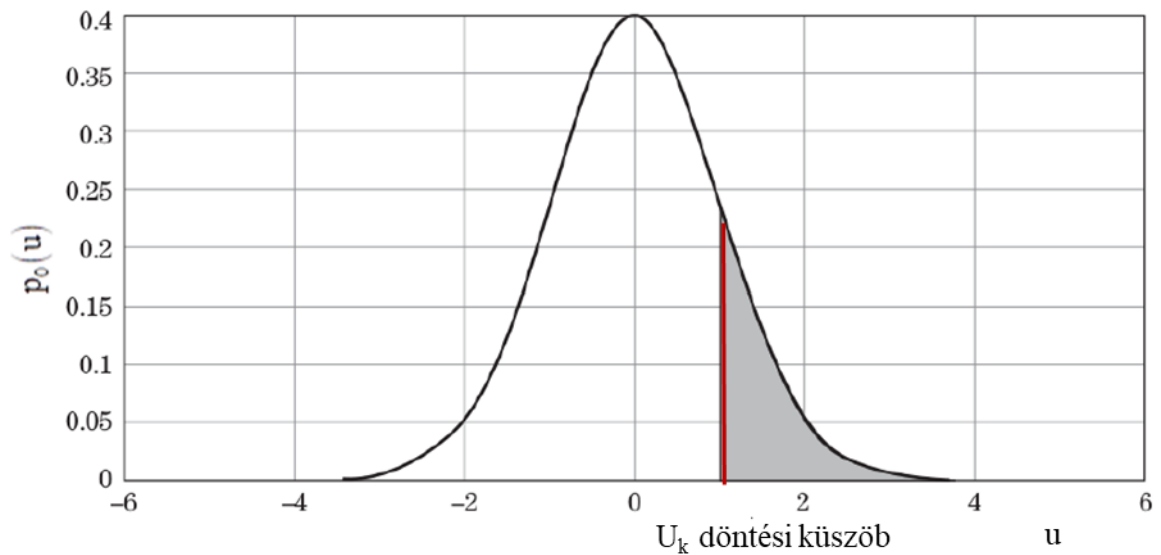
$$U_k = \sqrt{2\sigma^2 \ln(1/P_{fa})}$$

Érdemes megfigyelni, hogy U_k milyen paraméterektől függ.

$$U_k(\sigma^2, P_{fa})$$

A σ^2 a jelmentes, zaj esetben teljes mértékben jellemzi a rendszert terhelő zaj folyamatot, hiszen az Gauss zaj volt 0 várható értékkel:

$$p_{\text{Gauss}}(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}}$$



1-7. ábra, Zaj Gauss sűrűségfüggvény [78]

Ahol σ^2 szórásnégyzet a gaussi zaj átlagteljesítménye. A gaussi sűrűségfüggvényt az amplitúdó demodulátor Rayleigh sűrűségfüggvénybe transzformálja át.

Az U_k döntési küszöb ezen kívül a felhasználó előírt P_{fa} vakláma valószínűségtől függ. Ez utóbbi függés triviális.

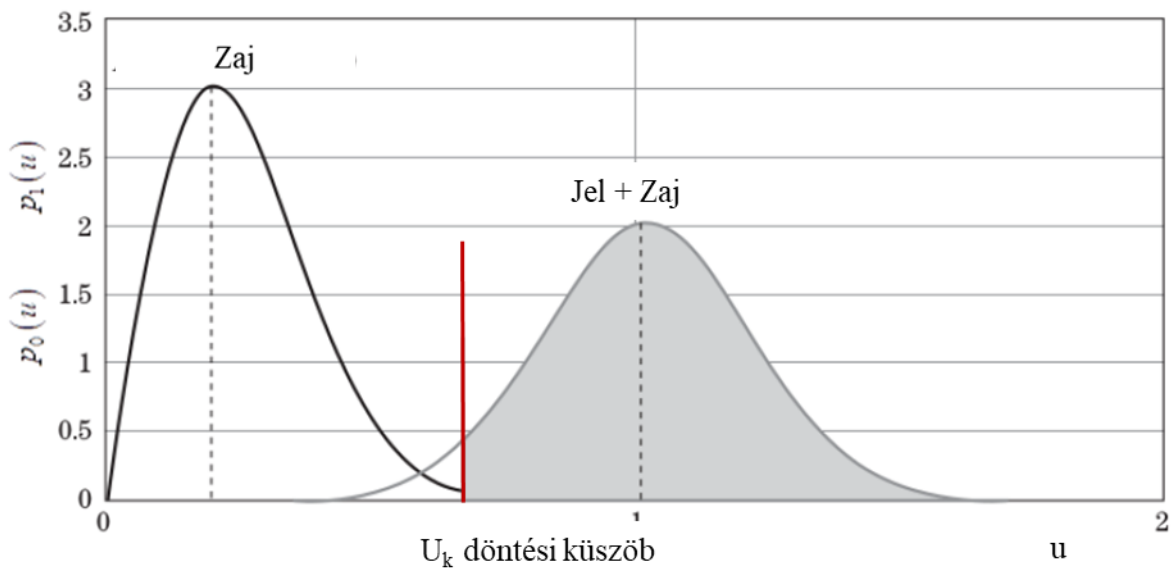
A jel + zaj (S+N) esetet a Rice sűrűségfüggvény írja le.

$$p_1(u) = \frac{u}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{u^2 + U_m^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{uU_m}{\sigma^2}\right)$$

ahol

$I_0\left(\frac{uU_m}{\sigma^2}\right)$ a nulladrendű módosított Bessel függvény,

U_m a folyamat várható értéke.

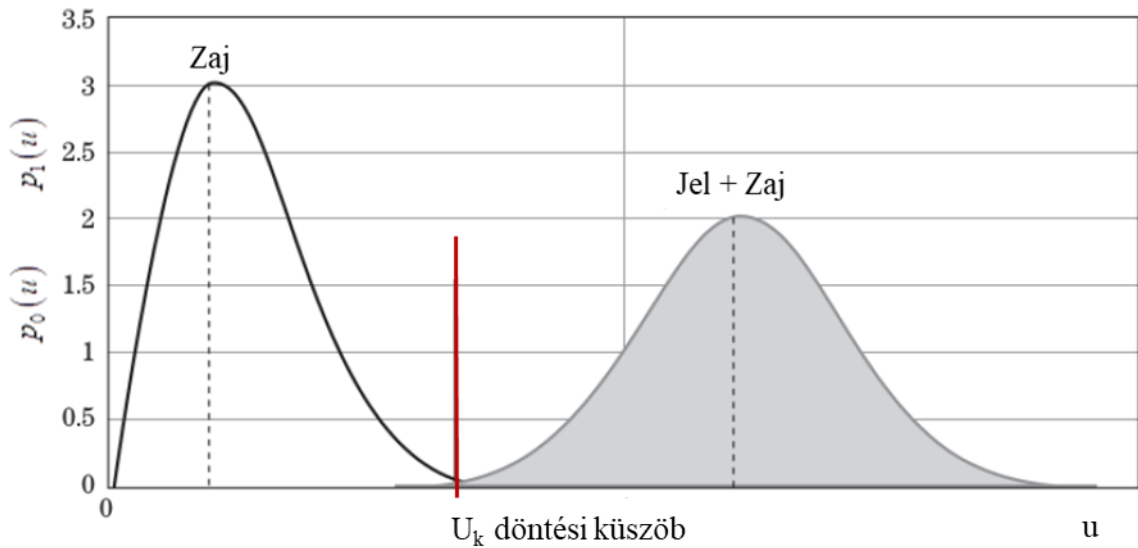


1-8. ábra, Rayleigh és Rice sűrűségfüggvények, [78]

A jel-zaj viszony (SNR) növekedtével a Rice sűrűségfüggvény a Gauss sűrűségfüggvénybe megy át. 20dB SNR-tól már jó közelítéssel gaussianak tekinthetjük.

Rice $\xrightarrow{\text{SNR} \uparrow}$ Gauss

$$p_1(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{(u-U_m)^2}{2\sigma^2}}$$



1-9. ábra, Rayleigh és \approx Gauss sűrűségfüggvények, [78]

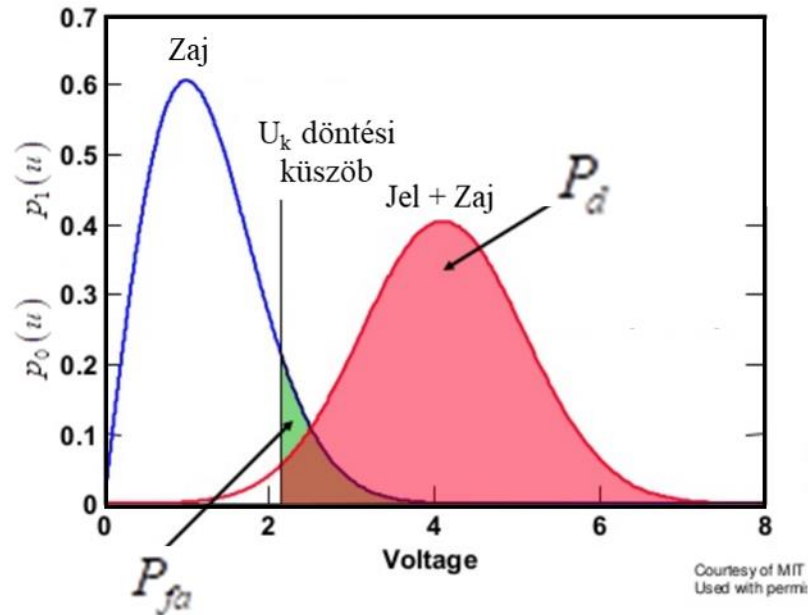
P_d detekciós valószínűség beállítása

$$P_d = \int_0^{U_k} p_1(u) du = \int_{U_k}^{\infty} \frac{u}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{u^2+U_m^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{uU_m}{\sigma^2}\right) du$$

Sajnos fenti kifejezés analitikusan nem integrálható, ezért ezt az integrált numerikusan kell kiszámolni. Az integrál kiszámítása visszavezethető az általánosan alkalmazott Marcum Q függvényre, amely numerikus megoldására pontos és hatékony eljárások léteznek.

U_k döntési küszöböt már P_{fa} követelményből beállítottuk, P_d detekciós valószínűség beállításához egy szabadságfokunk van, a jel U_m várható

értékének változtatása. U_m nagysága a radar által kisugárzott jel nagyságával áll egyenes arányban, így azt az alkalmazott adóteljesítménnyel tudjuk beállítani.



1-10. ábra, Döntési séma [78]

A $p_1(u)$ sűrűségfüggvény U_m várható értékét 20dB feletti SNR esetében tekinthetjük a jel amplitúdójának, ekkor a jel teljesítménye:

$$P_{\text{jel}} = S = \frac{U_m^2}{2}.$$

Mivel σ^2 szórásnégyzet a gaussi zaj átlagteljesítménye, ezért felírhatjuk az SNR értékét:

$$P_{\text{zaj}} = N = \sigma^2$$

$$\text{SNR} = \frac{U_m^2}{2\sigma^2}$$

Ennek következtében adott detekciós minőség eléréséhez, - amelyet P_{fa} és P_d jellemez-, minimálisan a $\frac{U_{m,min}^2}{2\sigma^2}$ jel-zaj viszony szükséges.

$$SNR_{min} = \frac{U_{m,min}^2}{2\sigma^2}$$

Ezt az adott minőségű detekcióhoz minimálisan szükséges jel-zaj viszonyt a radartechnikában detekciós tényezőnek nevezik, jelölése: D_0 .

$$D_0 = SNR_{min} = \frac{U_{m,min}^2}{2\sigma^2}$$

A 0 index arra utal, hogy a céltárgy reflexiós értéke konstans. A céltárgyak jelentősebb részében a reflexió konstans mivolta nem teljesül, ezt a jelenséget RCS fluktuációnak nevezik. Az RCS fluktuáció kompenzálására a D_0 detekciós tényezőt növelni kell, a növelés mértékét fluktuációs veszteségnek nevezik.

1.4 Radarral történő mérés minősége

A mérés minden esetben, - így a radar esetében is -, becslésnek tekintendő. A mérés valamilyen hibával határozza meg a mérendő paramétert. A fontosabb mérendő paraméter a radar esetében a céltárgy:

- radiális távolsága, jelölése: R ,
- sebességének radiális komponense, jelölése: v_r ,
- azimuth szöge, jelölése: φ ,
- elevációs szöge, jelölése: θ ,
- RCS értéke: σ .

1.4.1 Mérési pontosság

Fenti paraméterek mindegyikét valós számok írják le. A mérés minőségét a mérési hibával jellemezzük. A mérési hibát a hiba szórásával definiáljuk.

Tekintsük példaként a radiális távolság mérését. Mérjünk rá N -szer az álló céltárgyra, ekkor N darab különböző eredményt kapunk a mérést terhelő hiba miatt. A hiba alapvető oka a mérendő jelre szuperponálódó Gauss zaj.

A mért vektorunk: $\mathbf{R}^T = [R_1, R_2, R_3, \dots, R_N]$

Tételezzük fel, hogy ismerjük a tényleges távolságot, legyen ez R_0 .

Ekkor a mérési hiba szórásnégyzete:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_i - R_0)^2 \quad 1-2$$

ennek a négyzetgyökével jellemezzük a mérési hibát.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_i - R_0)^2} \quad 1-3$$

Megjegyzendő, hogy egy jól felépített radar szisztematikus hiba nélkül méri a céltárgy paramétereit, ezért R_i várható értéke a mérések átlagolásával egyre inkább tart R_0 -hoz. Mindezt matematikailag kifejezve:

N mérés várható értéke:

$$\mathcal{M}\{\mathbf{R}\} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i \quad 1-4$$

A mérésszám növelésével, $N \rightarrow \infty$

$$R_0 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i \quad 1-5$$

Bizonyítható, hogy additív Gauss zaj esetében a mérési pontosság:

$$\sigma = \frac{\delta}{\sqrt{\beta \frac{S}{N}}} \quad 1-6$$

ahol

δ az adott paraméter mérési felbontása,

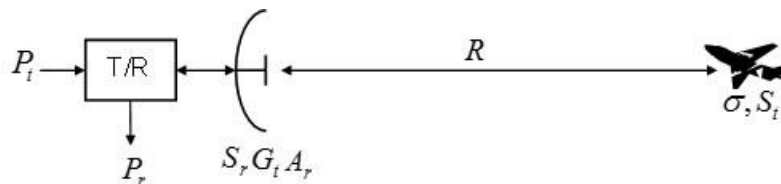
$\frac{S}{N}$ a mérés jel-zaj viszonya,

β az alkalmazott mérőjeltől függő „alaktényező”, értéke [1..2] intervallumban van.

Fenti képlet jól mutatja, hogy kisebb zajterhelés esetében jobb minőségű, azaz pontosabb mérést tudunk végezni.

1.5 Radar alapfogalmak, alapparaméterek

Radar modell



1-11. ábra, Mérési modell

Maximális radiális hatótávolság	R_{\max}
Egyértelműségi hatótávolság	R_1

Minimális hatótávolság	R_{\min}
Radiális távolságmérési felbontás	δ_R
Szögfelbontás	δ_φ vagy δ_ϑ
Radiális távolságmérési pontosság	σ_R
Szögmérési pontosság	σ_φ vagy σ_ϑ
Impulzus ismétlődési frekvencia	f_{PRF}
Radar forgási sebesség	RPM
Radar hatásos keresztmetszet	RCS, σ

1-12. ábra, Radar alapparaméterek

1.5.1 Maximális radiális hatótávolság

A radar az adott radar hatásos keresztmetszetű (RCS) céltárgyat maximum milyen távolságig képes a felhasználó által előírt P_{fa} és P_d minőséggel felderíteni.

1.5.2 Egyértelműségi hatótávolság

A radar f_{PRF} impulzus ismétlődési frekvenciával sugározza ki a mérő impulzusokat, ennek megfelelően a mérőimpulzusok ismétlődési ideje:

$T_{\text{PRF}} = \frac{1}{f_{\text{PRF}}}$. Amennyiben egy távoli céltárgyról érkező echo nem érkezik meg csak

a következő kibocsátott impulzus után, akkor nem tudjuk eldönteni, hogy egy közeli kis vagy egy távoli nagy reflexióval rendelkező céltárggyal van dolgunk. Szemléltetésül tekintsük a következő esetet:

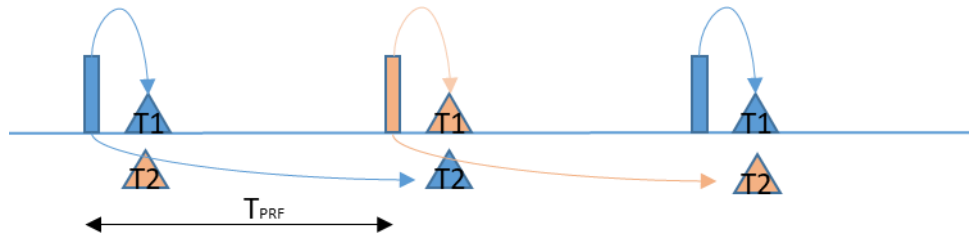
$$f_{\text{PRF}} = 1\text{kHz} \rightarrow T_{\text{PRF}} = \frac{1}{f_{\text{PRF}}} = 1\text{ms}$$

Első céltárgy távolsága: $R_1 = 15\text{km}$

$$\text{és az echo késleltetése: } \Delta t_1 = \frac{2R_1}{c} = 0,1\text{ms}$$

Második céltárgy távolsága: $R_2 = 150\text{km} + 15\text{km} = R_1 + 150\text{km}$

és az echo késleltetése: $\Delta t_2 = \frac{2R_2}{c} = \frac{2R_1 + 2 \cdot 150\text{km}}{c} = 1\text{ms} + 0,1\text{ms} = \Delta t_1 + T_{\text{PRF}}$



1-13. ábra, Egyértelműségi hatótávolság

Vagyis jelen példánkban a 15km-re és a 165km-re lévő céltárgyak reflexiói egymásra lapolódnak. Ez azt is jelenti, hogy a 165km-re lévő céltárgyat csak 15km-re lévőnek mérnénk. A jelenségből közvetlenül felírható a vonatkozó kifejezés:

$$R_1 = \frac{cT_{\text{PRF}}}{2} = \frac{c}{2f_{\text{PRF}}}$$

A radarmérésnél az a kedvező, ha az impulzus ismétlődési frekvencia minél nagyobb, ugyanakkor ebből az következik, hogy az egyértelműségi hatótávolság egyre kisebb, ami nem kívánatos jelenség. Ezt a problémát úgy lehet megoldani, hogy legalább az egymást követő impulzusokat alternáltatjuk valamelyik paraméterükben és így megkülönböztethetővé tesszük a páros és páratlan impulzusok által gerjesztett echokat. Ilyen alternáló paraméter lehet:

- T_{PRF} ,
- f_0 vivőfrekvencia,
- szubmoduláció.

1.5.3 Minimális hatótávolság

Monosztatikus mérési elrendezésnél a radar adásra és vételre ugyanazt az antennát használja. Az adás és vételi jelszintek közötti eltérés tipikusan meghaladja a 100 dB értéket. Ilyen szintű elválasztása az adó és vevő jeleknek technológiailag nem megoldható, ezért az adás ideje alatt a radar nem lát. Hosszú radar impulzusok esetében ez akár 10km-es vak zónát is jelenthet a radar körül,

ami sok esetben elfogadhatatlan. Hosszú impulzust azért használnak, mert a radar hatótávolsága a kisugárzott impulzus energiájával arányos, vagyis hosszú impulzussal távolabbra látunk. A probléma feloldása: egy rövid és egy hosszú impulzust alternálva használnak. A rövid impulzus a hosszú impulzus vak zónáját hivatott felderíteni. A rövid impulzus után a hosszú impulzus hosszával megegyező megfigyelési idő van és utána következik a hosszú impulzus, amely után az egyértelműségi követelményből kiadódó megfigyelési idő következik. A minimális hatótávolság számítási módja:

$$R_{\min} = \frac{c\tau}{2}.$$

1.5.4 Radiális távolságmérési felbontás

Egyszerű, szubmodulációval nem rendelkező radar impulzusok esetében két egymás mögött elhelyezkedő, azonos reflexióval bíró céltárgyat abban az esetben látjuk két céltárgynak, ha a róluk visszaverődő impulzusok nem lapolódnak át. Átlapolódás esetében egy céltárgynak érzékeljük, vagyis nem bontotta fel őket a mérés.

A radiális felbontásra a következő adódik:

$$\delta_R = \frac{c\tau}{2}.$$

Szubmodulációval rendelkező radar impulzusok esetében a radiális felbontás képlete:

$$\delta_R = \frac{c}{2B}.$$

Ez utóbbi képlet általános érvényű és így igaz az egyszerű szubmodulációval nem rendelkező esetre is. Egyszerű impulzusmoduláció esetében a modulált jel sávszélessége megegyezik az alkalmazott impulzus sávszélességével.

$$B = \frac{1}{\tau} \rightarrow \tau = \frac{1}{B}$$

és így a

$$\delta_R = \frac{c}{2} \frac{1}{B} = \frac{c}{2B}.$$

Szubmodulációval rendelkező impulzusok átlapolódás esetében azért különböztethetők meg, mert az átlapolódott részek más-más modulációt

tartalmazzak. A radar moduláció és a mérési felbontás kapcsolatát a Bizonytalansági függvénnyel lehet vizsgálni (részletesebben lásd 11. fejezet).

1.5.5 Szögfelbontás δ_φ vagy δ_θ

Konvencionális antennák esetében, ahol az antennának fix iránykarakterisztikája van, a szögfelbontás értéke megegyezik az antenna 3dB-es irányélességi szögével. Ezt konvencionális antennákra vonatkozó Rayleigh-limit.

$$\delta_\varphi = \Phi_{3\text{dB}}$$

$$\delta_\theta = \Theta_{3\text{dB}}$$

Teljes szabadságfokkal rendelkező antennarendszerek esetében lehetséges ennél jelentősen jobb felbontást elérni (részletesebben lásd 6.9 fejezet).

1.5.6 Mérési pontosságok

Az adott paraméter mérési hibája. A mérési hiba szórásával jellemezzük. Általánosságban additív Gauss zaj esetében:

$$\sigma = \frac{\delta}{\sqrt{\beta \frac{S}{N}}}$$

1.5.7 Impulzus ismétlődési frekvencia

A radar tipikusan periodikusan bocsátja ki a kérdező jeleit. Ennek a frekvenciája f_{PRF} . A PRF index a Pulse Repetition Frequency rövidítése. Az f_{PRF} impulzus ismétlődési frekvencia növelése következő pozitív hatásokat eredményezi:

- nagyobb hatótávolság,
- nagyobb sebességmérési tartomány.

Ugyanakkor hátránya is van:

- kisebb egyértelműségi tartomány.

1.5.8 Radar forgási sebesség

A konvencionális radarok mechanikus forgással tapogatják le a vizsgálandó szögtartományt. Oldalszögben tipikusan a teljes, azaz 360°-os letapogatást a radar antenna forgatásával valósítják meg. Ennek a forgásnak gyorsaságára vezették be az RPM fogalmát, ami azt mutatja meg, hogy 1 perc alatt az antenna hányszor fordul körbe. Az RPM a Revolution Per Minute rövidítése, ennek megfelelően a körfordulási idő másodpercben:

$$T_{\text{RPM}} = \frac{60\text{s}}{\text{RPM}}$$

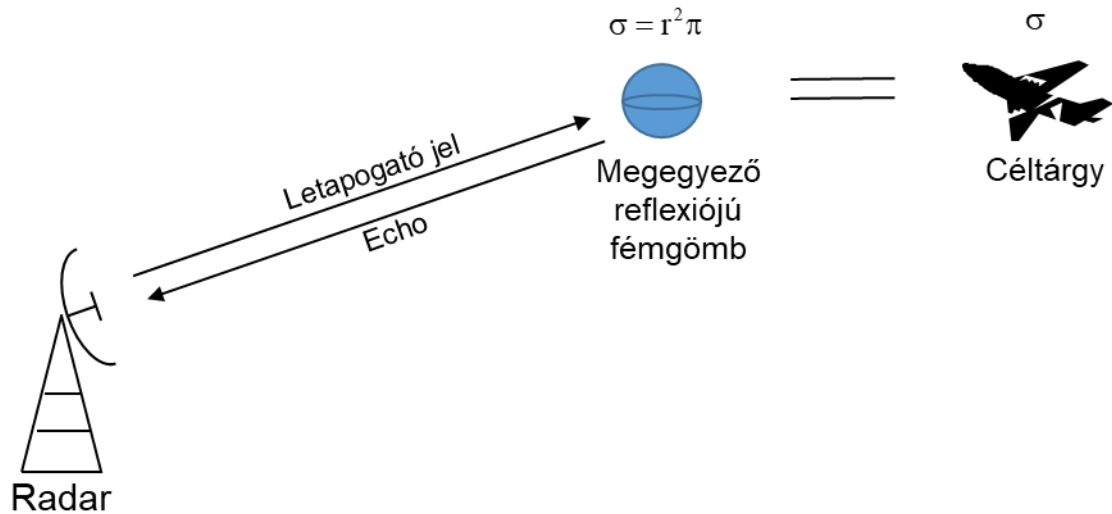
	RPM	Körfordulási idő
Távolfelderítő radar	5..6	10..12s
Közepes hatótávolságú Radar	10..12	5..6s

1-7. táblázat, RPM – körfordulási idő

1.5.9 Radar hatásos keresztmetszet

Az angol jelölése az RCS, feloldva Radar Cross Section. A céltárgy EM hullámokra vonatkozó reflexiós képességét jellemzi. Az RCS függ az alkalmazott frekvenciától, a céltárgy alakjától, anyagától és orientációjától. Az RCS dimenziója m². Adott céltárgy RCS értéke σ , akkor ennek a céltárgynak a reflexiója megegyezik egy olyan r sugarú fémgömb reflexiójával, melynek projekciós területe σ .

$$\sigma = r^2\pi$$

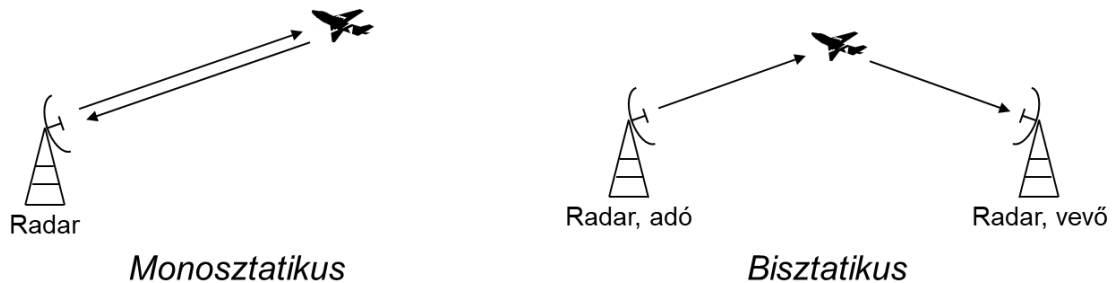


1-14. ábra, RCS ekvivalens fémgömb

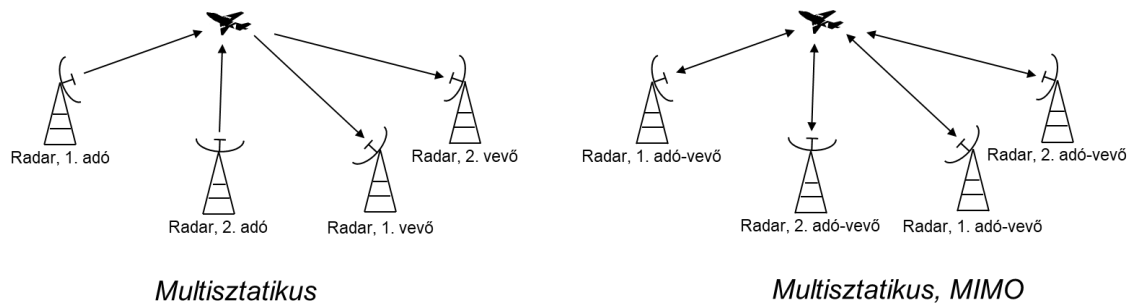
Az RCS részletesebben a 3. fejezetben kerül tárgyalásra.

1.6 Radar elrendezések

A legelterjedtebb radar elrendezés a monosztatikus, lásd 1-16. ábra bal oldalán. Ebben az esetben az adó és a vevő ugyanott helyezkedik el és ugyanazt az antennát használja adásra és vételre. Ez utóbbi nem kritériuma a monosztatikus elrendezésnek, vagyis alkalmazhatunk külön antennát is adásra és vételre, csak azok legyenek közel egymáshoz. A bisztatikus radar elrendezést az 1-16. ábra jobb felén látjuk. Ebben az esetben egy adó és egy vevő kerül alkalmazásra és azok nagy távolságra vannak egymástól.



1-15. ábra, Radar elrendezések I.



1-16. ábra, Radar elrendezések II.

Az egyszerű multisztatikus radar elrendezést az 1-16. ábra bal felén látjuk. Ebben az esetben több adó és több vevő kerül alkalmazásra és az adók és vevők nagy távolságra vannak egymástól.

Ennek a multisztatikus elrendezésnek az általánosítása látható az 1-16. ábra jobb felén. A változtatás annyi, hogy itt az egyes állomások adóként és vevőként egyaránt funkcionálnak. Megjegyzendő, hogy napjainkban a MIMO terminológia kezd az utóbbi multisztatikus esetre elterjedni. Jelen könyvben a MIMO radar kifejezést csak akkor használjuk, ha az egyes adások között kapcsolatban vannak, a vételi pontok pedig koherens módban működnek.

Az egyes elrendezések detekciós és mérési képességei eltérőek, általánosságban kijelenthető, hogy a komplexitás növekedtével javulnak, vagyis jelen esetben a javuló sorrend:

Monosztatikus → bisztatikus → multisztatikus.

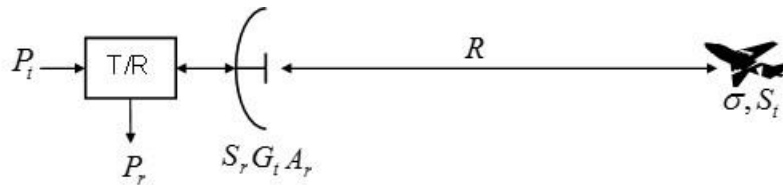
Megemlítendő, hogy napjainkban a radaros kutatások élvonalában szereplő passzív radarok esetében, - eredendően -, a monosztatikus és a MIMO elrendezések nem lehetségesek. Az 1-16. ábra bisztatikus és az 1-16. ábra normál multisztatikus esetei alkalmasak passzív radar elrendezésnek.

1.7 Hatótávolság, energia mérleg

A radarok egyik fontos paramétere a hatótávolság. A hatótávolság meghatározásához a radarmérés energia mérlegét kell megvizsgálnunk.

1.7.1 Radar alapegyenlet, monosztatikus eset

A radar alapegyenlet megmutatja számunkra, hogy adott távolságú, reflexiós képességű céltárgy esetében mekkora lesz a céltárgy által visszavert jel teljesítménye a radar vevője előtt.



1-17. ábra, Mérési modell

A beeső teljesítmény sűrűség a céltárgynál:

$$S_t = P_t \frac{G_t}{4\pi R^2} \quad 1-7$$

A céltárgyról a radar irányába reflektált teljesítmény:

$$P_x = S_t \sigma = P_t \frac{G_t}{4\pi R^2} \sigma \quad 1-8$$

A radar antennánál céltárgyról reflektált teljesítmény sűrűség:

$$S_r = \frac{P_x}{4\pi R^2} = \frac{P_t G_t \sigma}{(4\pi R^2)^2} \quad 1-9$$

A vett teljesítmény az antenna kimenetén:

$$P_r = S_r A_r = \frac{P_t G_t A_r \sigma}{(4\pi R^2)^2} \quad 1-10$$

Alkalmazzuk az antenna hatásos felülete és nyeresége között fennálló

$$A_r = G_r \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad 1-11$$

kapcsolatot, így a vett teljesítmény:

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4} \quad 1-12$$

Monosztatikus elrendezés esetében az adó- és vevőantenna megegyezik:

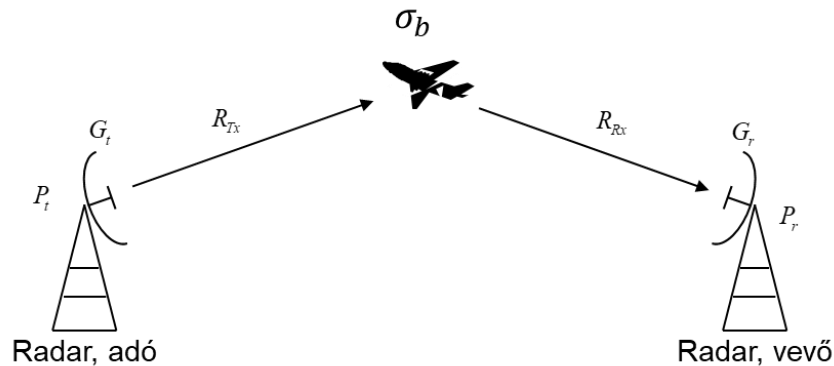
$$G_t = G_r = G \quad 1-13$$

ezért monosztatikus esetben a céltárgyról vett teljesítmény, vagyis a radar alapegyenlete a következő:

$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4} \quad 1-14$$

1.7.2 Radar alapegyenlet, bi- és multisztatikus eset

A multisztatikus eset tekinthető bisztatikus esetek uniójának, ezért külön nem szükséges a tárgyalása, a bisztatikus eredmények alkalmazhatóak rá.



1-18. ábra, Bisztatikus radar elrendezés

A monosztatikus képletünk értelemszerű módosításával kapjuk a vett teljesítményre vonatkozó képletet.

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma_b}{(4\pi)^3 R_{Tx}^2 R_{Rx}^2} \quad 1-15$$

ahol

G_t az adónak a céltárgy irányába mutatott nyeresége,

G_r a vevőnek a céltárgy irányába mutatott nyeresége,

σ_b a céltárgy bisztatikus RCS-e az adott megvilágítási és megfigyelési szögek mellett.

1.7.3 Jel-zaj viszony (SNR)

Detekciós és mérési szempontból nem csak a beeső jel teljesítménye fontos, hanem az azt terhelő zaj teljesítménye is. Ezen két paramétert együttesen a jel/zaj viszony (SNR) írja le. A detekció és a mérés minősége akkor optimális, ha az SNR maximális.

Az illesztett szűrő alkalmazása maximális SNR-t és ennek következtében optimális minőségű detekciót eredményez. Az illesztett szűrő átviteli karakterisztikája:

$$H_{opt}(\omega) = k \frac{F^*(\omega)}{S(\omega)} e^{-j\omega t_0} \quad 1-16$$

A szűrő kimenetén megjelenő maximális jel-zaj viszony:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\max, t_0} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|F(\omega)|^2}{S(\omega)} d\omega \quad 1-17$$

Fehér zajt feltételezve:

$$S(\omega) = N_0/2 \quad 1-18$$

A vett jel abszolút érték négyzetének integrálja pedig annak az energiája:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\max t_0} = \frac{2E}{N_0} \quad 1-19$$

Az impulzus üzemű esetben ez az energia a vett teljesítményszint és az impulzus hosszának szorzata:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\max} = \frac{2\tau P_r}{N_0} \quad 1-20$$

Mindezt visszahelyettesítve:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\max t_0} = \frac{2P_t G^2 \lambda^2 \sigma \tau}{(4\pi)^3 R^4 N_0} \quad 1-21$$

A fehér zaj spektrális teljesítmény sűrűsége és a rendszerek leírásában általánosan alkalmazott zajhőmérséklet között a következő kapcsolat van:

$$N_0 = kT_s$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\max t_0} = \frac{2P_t G^2 \lambda^2 \sigma \tau}{(4\pi)^3 R^4 kT_s} \quad 1-22$$

Ezt visszahelyettesítve kapjuk az SNR értékét monosztatikus esetre:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\max t_0} = \frac{2P_t G^2 \lambda^2 \sigma \tau}{(4\pi)^3 R^4 kT_s} \quad 1-23$$

Bisztatikus esetben pedig:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\max t_0} = \frac{2P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma_b \tau}{(4\pi)^3 R_{tx}^2 R_{rx}^2 k T_s} \quad 1-24$$

Bi- és multisztatikus esetben, ha a megvilágítást szolgáló adó pl. egy műsorszóró adó, a $P_t \tau$ szorzat másképpen értelmezendő:

P_t a műsorszóró adó teljesítménye,

τ a radar által egy plothoz feldolgozott szakasza az adásnak

1.7.4 Hullámcsomag terjedése

A radar nagyfrekvenciás elektromágneses energiát sugároz ki, majd azt a különböző, reflektáló objektumokról visszaverődve detektálja és méri. A célról a radarba visszaérkező jel a kisugárzotthoz képest megváltozik. Ha ezen változások egyértelműen hozzárendelhetők a céltárgy bizonyos paramétereire, akkor az adott paraméterek elvileg mérhetőek. Ahhoz, hogy a mérhetőség a gyakorlatban is kielégítő legyen, szükséges még az adott paraméterre vonatkozó mérési érzékenység megfelelő mértékére. A radar általánosságban a cél azimuth és elevációs szög, radiális távolság és radiális sebesség paramétereit tudja közvetlenül mérni. Az azimuth és elevációs szögek mérése – köszönhetően a hullámterjedés izotróp voltának - csak az antenna térbeli szűrő tulajdonságán keresztül valósítható meg. A radiális távolság és radiális sebesség mérése lehetséges ugyan apertúra antennák közelterében az antennával is (fókuszálás), azonban gyakorlati jelentőséggel főleg a kisugárzott EM jel modulációjával megvalósított mérés bír (1-8. táblázat, 0 és 1 jelentése: méri, nem méri).

	Radiális távolság	Radiális sebesség	Oldalszög	Magassági szög
Moduláció	1	1	0	0
Antenna	0*	0*	1 ^T	1 ^T

* - apertúra típusú antennák közelterében van lehetőség radiális távolság és sebesség mérésére
T - korlátozott lehetőség van a céltárgy szögsebességének mérésére

1-8. táblázat, Radar paraméterek mérhetősége

A radar mérési probléma vizsgálható klasszikus rendszerelméleti módszerrel is, ekkor a vizsgálandó rendszer a felderítendő térszegmens, a rendszer bemenete az adóantenna bemenete, a rendszer kimenete pedig a vevőantenna kimenete.

Az így definiált rendszer alaptulajdonságai:

- kauzális,
- lineáris,

- idővariáns.

Az idő invariancia nem teljesül, ennek oka az, hogy a rendszer nem statikus jellegű, benne pl. a repülőgépek folyamatos mozgásban vannak. Ennek az idővarianciának a megnyilvánulása a Doppler frekvencia eltolódás, vagyis a válasz jel frekvenciája tipikusan eltér a vizsgáló jel frekvenciájától. Ez a Doppler frekvencia csúszás megnehezíti, sokkal komplexebbé teszi a jelfeldolgozást.

Az azonban idővariáns rendszereknél is igaz, hogy a Dirac-delta, mint vizsgáló jel teljes értékű, ugyanis válaszjelével a rendszer teljesen leírható, de csak az adott mérési pillanatban. A mérések megfelelő frekvenciájú elvégzésével, mint mintavételezéssel nyomon tudjuk a rendszer idő varianciáját. A Dirac-delta egy általánosított függvény un. disztribúció, amelyet mint fizikai vizsgáló jelet nem lehetséges előállítani mivel végtelen a sáv szélessége.

$$\delta(t) \leftrightarrow 1$$

Vagyis a Dirac-delta disztribúció minden frekvencián tartalmaz komponenst, konkrétan 1 amplitúdóval.

Realizálható rendszereinkben természetesen csak véges sáv szélességekben gondolkodhatunk. Alapigazsággként kijelenthetjük, hogy az alkalmazott B sáv szélességgel egyenes arányban van a megszerezhető információ mennyisége. A sáv szélesség esetében ez a mérés felbontásában jelentkezik, kétszeres sáv szélesség fele akkora távolsági cellákat eredményez.

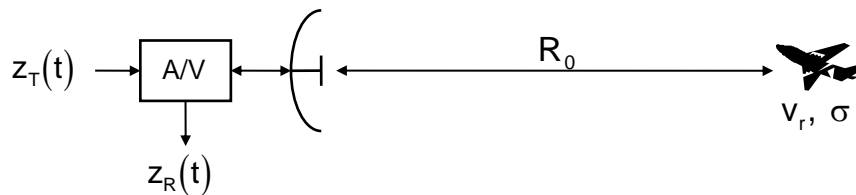
Vizsgálatunk során a komplex analitikus jelek alkalmazásával végezzük, ami nem szükségszerű, de alkalmazása könnyebbé teszi a munkát.

1.8 A hullámcsomag terjedéséből közvetlenül mérhető céltárgy paraméterek

A vizsgált elrendezést az 1-19. ábra mutatja, ahol $z_T(t)$ és $z_R(t)$ a radar által kisugárzott és a vett jelek.

Néhány, a modellre vonatkozó, egyszerűsítő megközelítés:

- nem fluktuáló céltárgy,
- a céltárgy radiális sebessége konstans,
- ideális, egyutas, nem diszperz hullámterjedés,
- a cél az antenna főirányában van.



1-19. ábra, mérési modell

A radiális távolság- és sebességmérés szempontjából a kisugárzott RF jel modulációja és terjedése a fontos. A komplex analitikus jelleírást alkalmazva a kisugárzott jel:

$$z_T(t) = z_m(t) e^{j\omega_0 t},$$

ahol $z_m(t)$ a komplex analitikus alapsávi jel,
 $e^{j\omega_0 t}$ a komplex analitikus vivő.

A $z_T(t)$ vizsgálójel relatíve keskenysávú, vagyis $B \ll f_0$. A relatív keskenysávúság kritériuma legyen: $\frac{B}{f_0} \leq 5\%$.

Feltételezve, hogy mérésünk lineárisnak tekinthető (szinte mindig teljesül), a vett jel a következő alakban jelenik meg:

$$z_R(t) = A(\omega_0) z_m(t - t_g) e^{j\omega_0(t - t_p)},$$

ahol $A(\omega_0)$ az amplitúdó csillapítás a vivőfrekvencián,

t_g a csoportfutási idő,

t_p a fázisfutási idő.

A csoport és fázis futási idők definíciói:

$$t_g = -\frac{\partial \varphi(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0}$$

$$t_p = -\frac{\varphi(\omega_0)}{\omega_0}$$

ahol $\varphi(\omega) = -\frac{R}{\lambda(\omega)} 2\pi$.

Amennyiben a terjedés nem diszperz, a csoport és fázis futási idők konstansnak és azonosnak tekinthetők:

$$t_g = t_p = \frac{R}{C}$$

Diszperz terjedésről akkor beszélünk, ha csoport és fázis futási idő frekvencia függő. Normál légköri körülményeket és relatíve keskenysávúságot feltételezve a vizsgált rendszerünket nem kell diszperznek tekinteni.

Modellünk elsőfokú mozgási modellt vizsgál, vagyis a gyorsulást már közvetlenül nem kezeli. Ez nem jelent megszorítást a mérésre vonatkozóan, hiszen a repetitív jellegű mérés kiadja a magasabb deriváltakat is, így a gyorsulás is mérhetővé válik.

Ennek megfelelően modellünkben:

$$R = R_0 - v_R t$$

és az oda-vissza út miatt mindez 2-vel szorzódik

$$2R = 2R_0 - 2v_R t$$

a fenti monosztatikus modellben a vett jel:

$$z_R(t) = A(R, \sigma, \dots) z_m \left[\left(1 + \frac{2v_r}{c} \right) t - \frac{2R_0}{c} \right] e^{j(\omega_0 t + \omega_d t - 2R_0 \beta_0)}$$

ahol $A(R, \sigma, \dots)$ az oda-vissza úthoz tartozó csillapítás, ami az R távolságon, a céltárgy σ reflexiós képességén túl még további paramétereiktől is függ,
 ω_d a doppler frekvencia,
 β_0 a hullámszám $\beta_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, f_0 vivőfrekvencián.

Vizsgáljuk meg, hogy a vett jel milyen paraméterekben tér el a kisugárzottól és ezen paraméterek a céltárgy milyen paramétereivel állnak egyértelmű kapcsolatban, felkínálván ezzel a megfelelő célparaméterek mérését.

$$z_R(t) = A(R) z_m \left[\left(1 + \frac{2v_r}{c} \right) t - \frac{2R_0}{c} \right] e^{j(\omega_0 t + \omega_d t - 2R_0 \beta_0)}$$

1. $A(R)$ az oda-vissza úthoz tartozó csillapítás

Értéke függ a céltárgy σ reflexiós képességétől, a radiális távolságtól, az antenna nyereségétől és az EM hullámterjedéstől.

$$A(R_0, \sigma, G_A, EMhullámterjedés)$$

Ez a csillapítás két céltárgyparamétertől való függést tartalmaz: R_0 és σ . Mivel mindkét céltárgyparaméter ugyanazon csillapítás értékre van hatással, ezért szeparálásuk nem lehetséges. Az A vett amplitúdó adott értékéből nem tudjuk megállapítani, hogy egy közeli kis reflexióval vagy egy távoli nagy reflexióval rendelkező céltárgyról van-e szó. Így $A(R_0, \sigma, G_A, EMhullámterjedés)$ -ből fenti modell szerint önmagában nem tudunk a távolság és az RCS kettősre egyértelmű becslést adni. Amennyiben a távolság vagy az RCS máshonnan már ismert, akkor a mérés egyértelművé válik.

Megjegyzendő, hogy fluktuáló céltárgy esetében az $A(R_0, \sigma, G_A, EMhullámterjedés)$ -ből lehet a céltárgy fluktuációs statisztikáit kinyerni, ami fontos információ a céltárgy osztályba sorolásához, azonosításához. A céltárgy reflexiós képessége $\sigma(\xi, t)$ sztochasztikus folyamat, melynek mérésünk során $\sigma(\xi_k, t)$ realizációs mintafüggvényét mérjük, amelynek megfelelő statisztikai elemzésével juthatunk a klasszifikációs információhoz.

2. $\left(1 + \frac{2v_r}{c}\right)$ az alapsávi jel nyuzsorodása

Ez láthatóan a modulációs jelforma skálázását valósítja meg. Példaképpen, ha az egyszerű impulzus modulációt tételezünk fel, akkor ez a moduláló impulzus hosszának nyúlásában vagy zsugorodásában (un. nyuzsorodás) nyilvánul meg. A gyakorlatban előforduló céltárgyak radiális sebessége kb. 5-7 nagyságrenddel kisebb a fény sebességénél, ennek megfelelően a nyuzsorodás mértéke $10^{-7} \dots 10^{-5}$ között van. Megállapítható, hogy bár a hatás egyértelmű kapcsolatban áll a radiális sebességgel, azonban mértéke oly elenyésző, hogy annak alkalmazását gyakorlati esetben nem teszi lehetővé.

Vegyük észre, hogy ez a nyuzsorodás nem más, mint az alapsávi jelre vonatkozó doppler hatás.

3. $\frac{2R_0}{c}$, az alapsávi jel időkésleltetése

Markáns, jól mérhető hatás, pl. 150km-es radiális távolságot feltételezve a késleltetési idő 1ms. Megfelelő modulációt választása (pl. rövid $1\mu\text{s}$ impulzus) a radiális távolság pontos és jó felbontású mérését teszi lehetővé. Itt fontos látni, hogy rövid impulzus (nagy sáv szélességű moduláció) ad jó minőségű radiális távolság mérési eredményt.

4. ω_d , doppler körfrekvencia

$f_d = \frac{2v_r}{\lambda_0}$ doppler frekvencia a radiális sebesség mérését teszi lehetővé

megfelelő moduláció esetében. A doppler jelenség a kisugárzott RF jel spektrumát f_d -vel elcsúsztatja pozitív vagy negatív irányban, attól függően,

hogy a céltárgy közeledik vagy távolodik. Pl. $f_0 = 3\text{GHz}$, $\lambda_0 = 0.1\text{m}$, $v_r = 150 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

esetében a doppler frekvencia: $f_d = 3\text{kHz}$. A spektrális csúszás mérése akkor egyszerű, ha mértéke jelentősen meghaladja az RF spektrum tartóját, vagyis a sáv szélességet, hasonlóan a 3. pontban leírt időcsúszás méréshez ahol az időbeli "csúszás"-nak kellett a jel időbeli tartóját jelentősen meghaladnia. Fenti példában ez azt jelenti, hogy $f_d = 3\text{kHz}$ esetében a spektrumnak igen keskenynek pl. 30Hz kellene lennie a viszonylag pontos méréshez. A keskeny sáv szélességhez viszont nagy időbeli tartó tartozik, ami a radiális távolság mérési lehetőségét rontja. A probléma alapja az, hogy az alkalmazott jelet kívánjuk minél pontosabban lokalizálni idő- és frekvenciatartományban együttesen. A vonatkozó bizonytalansági elv részletesebb leírása 11. fejezetben található.

További megjegyzés: általában doppler frekvencia eltolásról, csúszásról beszélünk, de ez csak közelítőleg igaz, ugyanis a doppler frekvencia eltolás frekvenciafüggő, azzal lineárisan arányos. Ennek megfelelően a mérőjelünk spektrumának növekvő frekvenciáin a doppler eltolás is növekszik. Ez a nyírási jelleg a relatíve keskenysávú esetben általában elhanyagolható, vagyis használhatjuk a sávközépi vivőfrekvenciára vonatkoztatott doppler frekvencia

eltolást.

5. $2R_0\beta_0$, a vivő fáziskésleltetése

Mivel normál esetben a fázist $[0..2\pi)$ tartományban tudjuk egyértelműen mérni és a cél $k2\pi + \Delta\Phi$ oda-vissza fázistávolságra van, ezért k értéke nem határozható meg, így ezt a jelenséget kihasználva közvetlenül nem lehet abszolút távolságot mérni. Mérhető azonban relatív elmozdulás, feltéve, hogy a cél nincs nagy fázistávolságra. Ha ugyanis k nagy pl. $f_0 = 3\text{GHz}$, $R_0 = 50\text{km}$: $k = 10^6$, akkor a vivő oszcillátor fáziszaja tönkre teheti a jelenséget. Ha eltekintünk a fáziszajtól, akkor pl. 1%-os fázismérési pontosságot $5 \cdot 10^{-4}\text{m}$ -es elmozdulás távolságmérési pontosságot eredményezne, ami viszont valós céltárgy esetében annak fluktuációja, térbeli mérete miatt nem valósítható meg. A jelenség radaros alkalmazása a közvetlen távolság mérésben nem számottevő, viszont van néhány kistávolságú ipari alkalmazás pl. folyadékszint változás mérése tartályban, ahol ez az elv nagy jelentőséggel bír.

Az 1-9. táblázat összefoglalva mutatja az impulzuscsomag terjedésével közvetlenül mérhető céltárgy paramétereit:

	①	②	③	④	⑤
R_0	X	0	1	0	X
v_r	0	X	0	1	0

1-9. táblázat, Impulzuscsomag által mérhető paraméterek

Egy impulzus alapján történő mérésnél radaros szempontból meghatározó a 3. és 4. jelenség, vagyis a távolságból adódó időbeli késleltetés, valamint a radiális sebesség miatt létrejövő spektrális doppler frekvencia csúszás (1-10. táblázat).

	③	④
R_0	1	0
v_r	0	1

1-10. táblázat, Radiális távolság és sebesség

2 Moduláció, impulzuskompresszió

Ez a fejezet az impulzuskompresszió és az elterjedten alkalmazott vonatkozó modulációk általános ismertetését tűzi ki célul.

A felderítő radar alapegyenlete azt mutatja, hogy a hatótávolság az adó átlagteljesítményének negyedik gyökével arányos.

$$D_0(1) = \frac{\sigma}{k4\pi} \frac{T_r}{\Psi_s R_{\max}^4} \frac{P_{av} A_{eff}}{T_\Sigma} \frac{1}{L_\Sigma} \quad 2-1$$

ahol σ a céltárgy radar hatásos keresztmetszete (RCS),

k a Boltzmann állandó, $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{W}{HzK}$

Ψ_s a letapogatott térszögtartomány

R_{\max} a maximális hatótávolság

T_r az antenna körül fordulási ideje

T_Σ a vevő bemenetére redukált rendszer zajhőmérséklet

P_{av} az adó átlagteljesítménye

A_{eff} a radar antenna hatásos felülete

L_Σ a radar összes vesztesége

$$R_{\max} = konst. \sqrt[4]{P_{av}}$$

Az alapegyenlet alapján megállapíthatjuk, hogy adott detekciós minőség mellett adott antenna esetén, melynek a körbefordulási ideje is meghatározott, a hatótávolság növelésére a következő lehetőségek vannak:

- csökkenteni a vevő bemenetére redukált rendszer zajhőmérsékletét,
- csökkenteni a radar veszteségeit,
- növelni az adó átlagteljesítményét.

Az első két módszert természetesen maximálisan figyelembe vesszük a tervezésnél, így itt további nyereség elérésére nincs mód.

2.1 Az adó átlagteljesítmény növelésének lehetőségei

- növelni az impulzus csúcsteljesítményét,
- konstans impulzus hossz mellett növelni az impulzus ismétlődési frekvenciát,
- növelni az impulzus hosszát,
- az antenna körbefordulási idejének növelése.

Félvezetős végerősítőt feltételezve az impulzus csúcsteljesítmény nagy szintjének biztosítása jelen technológiai szint mellett nem célszerű.

Az antenna körbefordulási idejének növelése csökkenti a plotok adatfrissítési idejét, ami a manőverező célok követésének igénye miatt nem megengedhető.

Ha konstans impulzus hossz mellett növeljük az impulzus ismétlődési frekvenciát, akkor az egyértelműségi hatótávolságot csökkentjük le a kívánt hatótávolság alá. Az egyértelműségi hatótávolság:

$$R_1 \leq \frac{cT_{PRF}}{2},$$

ahol c a fénysebesség,

T_{PRF} szomszédos kisugárzott impulzusok közti idő, vagyis az ismétlődési frekvencia reciproka.

Ebből következően az ismétlődési frekvencia értéke felülről korlátos:

$$f_{PRF} \leq \frac{1}{T_{PRF,\min}} = \frac{c}{2R_{\max}},$$

vagyis ezen a módon nem szabad növelni az átlagteljesítményt.

Ha az impulzus hosszát növeljük, akkor romlik a modulálatlan impulzust alkalmazó radar radiális felbontása.

$$\delta_r = \frac{c\tau_a}{2}$$

Látszólag teljesen zsákutcába kerültünk.

$\delta_r = \frac{c\tau_a}{2}$ összefüggés a két azonos, egymáshoz radiálisan közeli céltárgyról visszaverődő impulzusok átlapolódás határának felel meg. Ha az átlapolódás megvalósul, az előzetesen szeparált impulzusok egy hosszabb impulzusba olvadnak össze. Kézenfekvően adódik az ötlet, hogy amennyiben nem 100%-os az átlapolódás, akkor a kisugárzott impulzusra megfelelően "rajzolt mintázat" az átlapolódott impulzusrészben eltérő lehet (közelebbi céltárgyhoz tartozó impulzus vége lapolódik a távolabbihoz tartozó elejével), mintegy biztosítván a megkülönböztethetőség elvi alapját. A "mintázat" ez esetben nem jelenthet mást, mint az impulzuson belüli modulációt.

Ennek megfelelően vizsgáljuk a radiális felbontást és így az nem az alkalmazott impulzus hosszától, hanem az elfoglalt RF sáv szélességtől függ:

$$\delta_r = \frac{c}{2B}$$

Ez a képlet általánosan igaz, így az egyszerű impulzus modulált esetre is, hiszen

$$B = \frac{1}{\tau_a}.$$

A hosszú impulzus sáv szélességét úgy tudjuk megnövelni, hogy az impulzuson belül valamilyen szubmodulációt alkalmazunk.

2.2 Szubmoduláció, impulzuskompresszió

Az illesztett szűrőnek nyilvánvalóan a teljes jelre kell illesztettnek lennie. Az illesztett szűrő kimenetén az eredeti impulzusnál jóval rövidebb impulzus fog megjelenni, amiből egyértelműen következik a jobb radiális felbontás. Az illesztett szűrő komprimálja az eredetileg hosszú jelet a rajta lévő moduláció alapján. Ez a kompresszió a jel-zaj viszonyra javulást eredményez, amit úgy valósít meg az illesztett szűrő, hogy a jelre nézve koherens, míg a zajra nem koherens integrálást valósít meg. Ennek következtében a jel-zaj viszony a kompressziós arány (CR) szorosára növekszik.

A kompressziós arány definíciója:

$$CR = \frac{\tau_a}{\tau_c},$$

ahol τ_a a kisugárzott impulzus hossza,

τ_c a komprimált impulzus hossza.

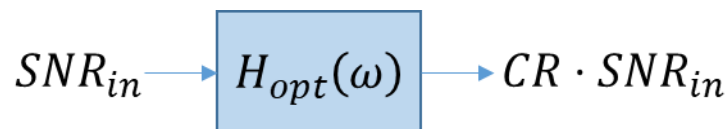
B sávszélesség esetén a komprimált impulzus hossza:

$$\tau_c = \frac{1}{B},$$

és így a kompressziós arány:

$$CR = \frac{\tau_a}{\tau_c} = \tau_a B.$$

A kompresszióval megvalósított jel-zaj viszony javulás:



2-1. ábra, Kompressziós nyereség

$$\frac{SNR_{out}}{SNR_{in}} = \frac{\tau_a}{\tau_c} = CR.$$

Megállapíthatjuk, hogy hosszú impulzusokkal kis adó csúcsteljesítmény esetén is növelhetjük a hatótávolságot, de a radiális felbontásnak megfelelő sáv szélességű szubmodulációt kell alkalmaznunk.

2.2.1 Az impulzuskompresszió ára

- összetett modulátor,
- összetett illesztett szűrő,
- koherens jelfeldolgozás,
- fokozott érzékenység a Doppler-eltolásra,
- a minimális felderítési távolság romlása.

2.2.2 Az impulzuskompresszió előnyei

- redukált csúcsteljesítmény,
- jó távolsági felbontás,
- erős védelem aktív zavarok ellen,
- flexibilis felbontás.

2.3 Fontosabb impulzuskompressziós technikák

Mint korábban megállapítottuk a kisugárzott jel energiája alapvetően meghatározza a radar hatótávolságát. Ez a modulációra vonatkozóan azt jelenti, hogy az impulzus amplitúdójának modulációja nem célszerű, hiszen ez esetben a konstans maximális értékhez képest az energia csökkenne. Ezen megfontolásból következik, hogy szögmodulációt célszerű alkalmazni. A szögmodulációt – szemléletlapon - két további kategóriára osztjuk, úgymint:

- fázismoduláció, és
- frekvenciamoduláció.

Frekvencia moduláció

- lineáris frekvencia moduláció, LFM
- nemlineáris frekvencia moduláció, NLFM

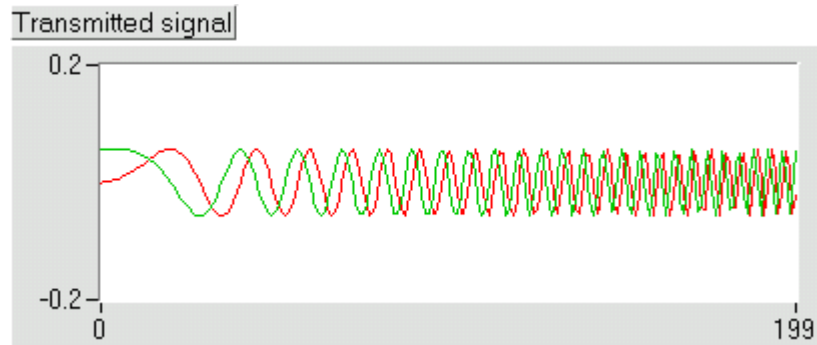
Fázis moduláció

- BiPhase moduláció
- PolyPhase moduláció

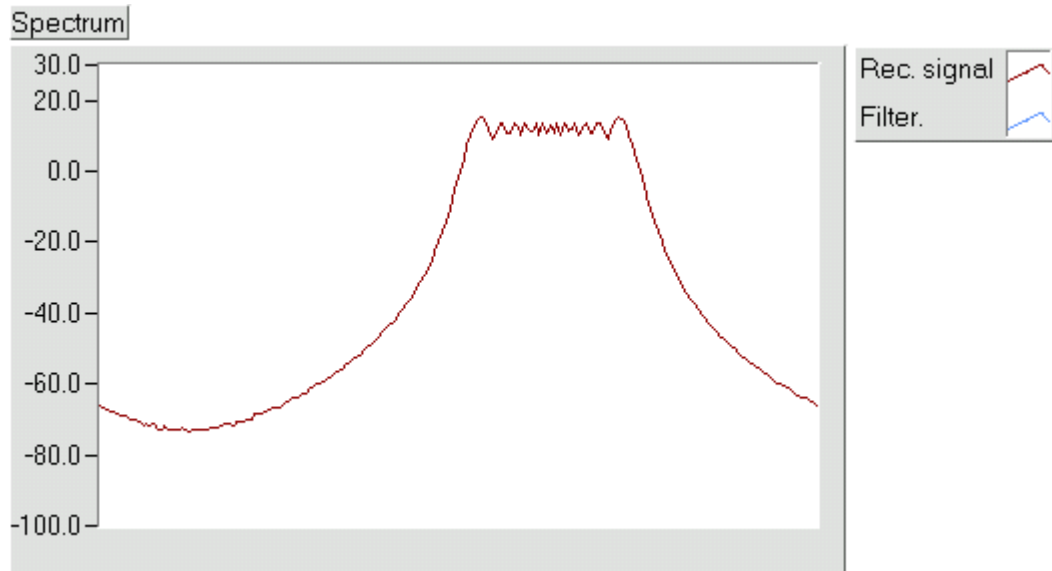
2.3.1.1 Lineáris frekvencia moduláció, LFM

A legkönnyebben előállítható kompressziós moduláció. Nagy előnye, hogy megfelelő vételi szűrő esetében alig érzékeny a Doppler-eltolásra, de ez egyben a nagy hátránya is, mivel a Doppler-csúszás távolságmérési eltolódást eredményez.

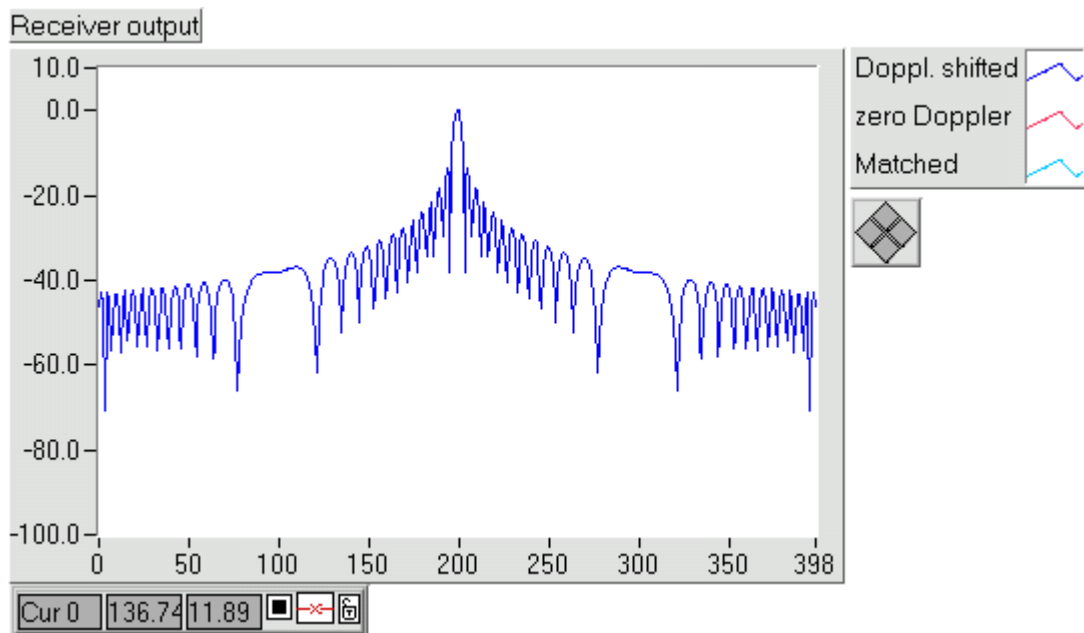
Az impulzus ideje alatt lineáris frekvencia modulációt (chirp) alkalmazó radar kisugárzásra kerülő jele (TB=50, 2-2. ábra), a spektruma (2-3. ábra) és végül a vevő kimenetén megjelenő komprimált jelek (2-4. ábra) láthatóak.



2-2. ábra, Chirp jel



2-3. ábra, Chirp jel spektruma



2-4. ábra, Komprimált chirp

Szembetűnő a komprimált LFM jel magas időbeli melléknyalábjai, melyek csökkentik a mérés dinamikáját.

Védekezési módok a magas időbeli melléknyalábok ellen:

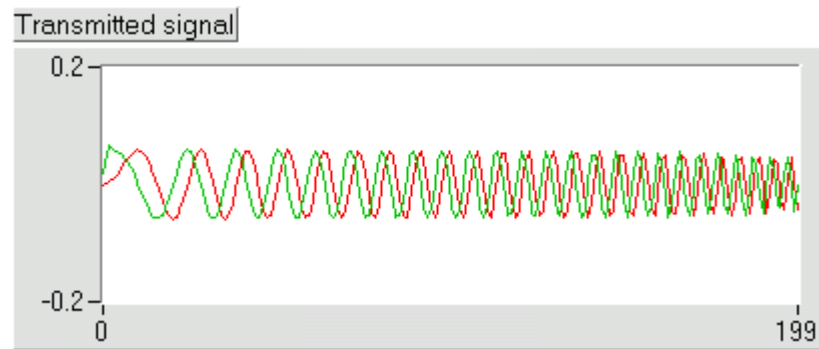
- ablakfüggvény alkalmazása a vett jelen,
- nemlineáris FM.

2.3.1.2 Ablakfüggvény alkalmazása a melléknyaláb elnyomás növelésére

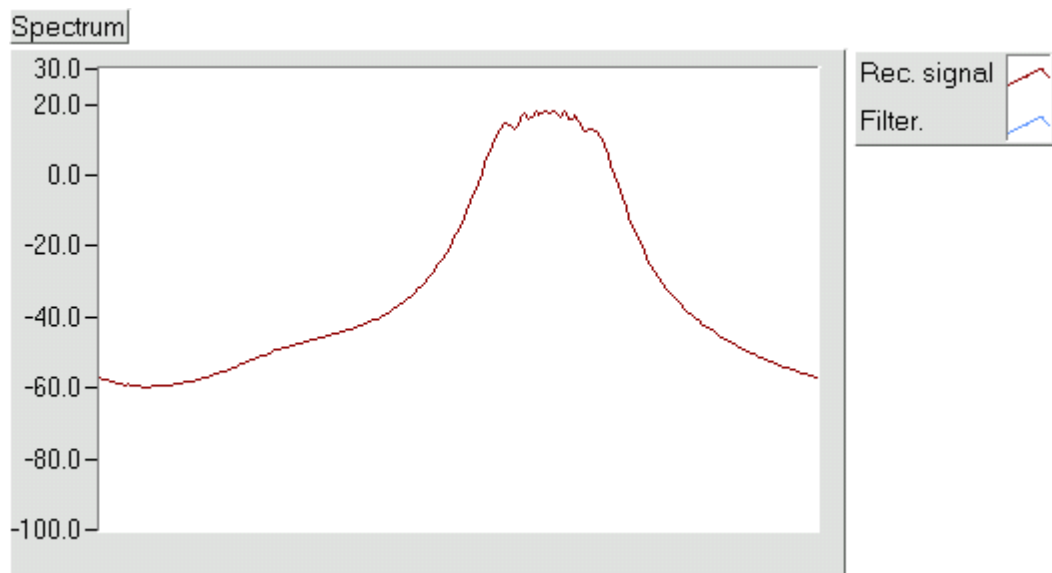
Ha a kisugárzott impulzus burkolója alapvetően meghatározza az időbeli melléknyalábok nagyságát. A jelfeldolgozásból jól ismert ablakfüggvények ez esetben is jól alkalmazhatók. Az így realizált nagyobb mérési dinamika ára a komprimált impulzus időbeli kiszélesedése, vagyis a felbontóképesség romlása. További hátránya ezen módszernek, hogy a jel-zaj viszonyban is romlást okoz, ami a hatótávolság csökkenését eredményezi.

2.3.1.3 Nemlineáris FM

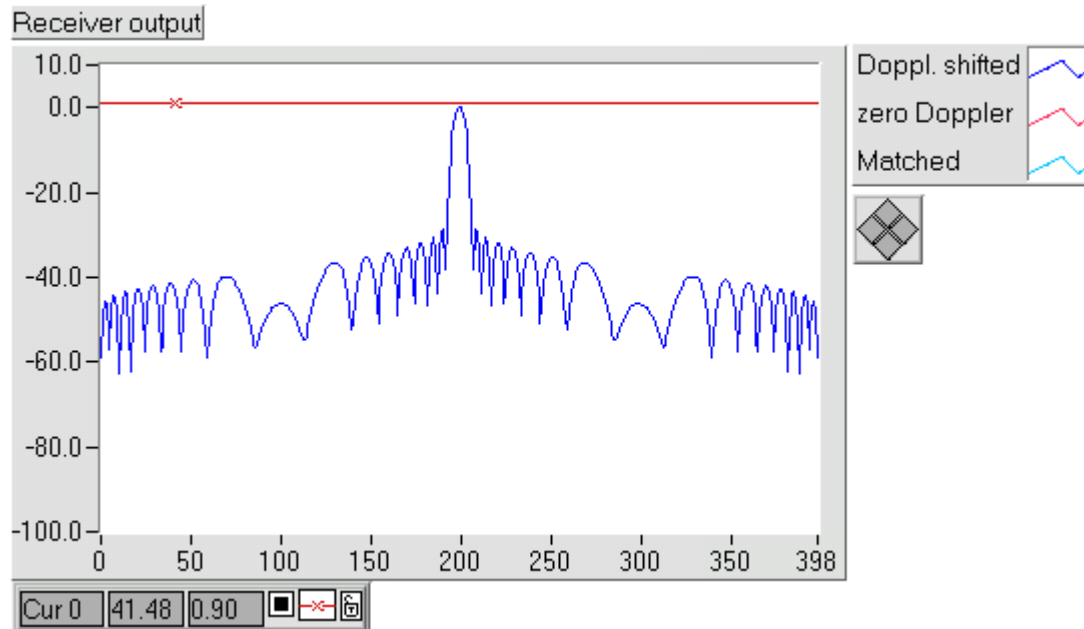
Másik lehetőség az időbeli melléknyalábok nagyságának csökkentésére konstans burkoló mellett a frekvencia modulációt nem lineárisan megvalósítani. A 2-5. ábrán egy NLFM impulzus jelalak ($T_B=50$), az 2-6. ábrán a spektruma és végül a 2-7. ábrán a vevő kimenetén megjelenő komprimált jelek láthatóak.



2-5. ábra, NLFM chirp jel



2-6. ábra, NLFM chirp spektruma



2-7. ábra, Komprimált NLFM chirp

Láthatóan a NLFM moduláció alkalmazása igen előnyös a

- spektrális összefogottság,
- maximális dinamika (legnagyobb melléknyaláb elnyomás),
- maximális energia

követelményrendszer együttes optimalizálására.

A NLFM nagy szabadságfoka lehetővé teszi a Doppler-érzékenység szempontjából is kedvező jelalak létezését is.

A NLFM modulált impulzus előállítása DDS alkalmazásával célszerű, KF frekvencián.

A NLFM legkritikusabb pontja az illesztett vevőszűrő, vagy radar terminológiával élve a kompressziós szűrő realizálása. A digitális szűrők sebessége és integráltsági foka napjainkban már lehetővé teszik ezen probléma megoldását az általánosan hozzáférhető FPGA, DSP hardver és szoftver alapokon.

2.3.2 Fázis modulációs eljárások

A fázis modulált impulzusok előállítása és komprimálása jól kézben tartható hardver feladatok. Az impulzus expanderben az alkalmazott fáziskód digitális úton igen flexibilisen vezérelhető. Az egyes kódokat akár impulzusról-impulzusra cserélni lehet, és ez nagyban növeli a radar zavarvédelmét, ugyanakkor nem befolyásolja a koherens jelfeldolgozást. Általánosan kijelenthető, hogy a fázis modulációs eljárások

- spektrális összefogottság,
 - Doppler-érzékenység,
 - dinamika
- vonatkozásokban rosszabbak, mint a NLFM.

ECCM szempontból azonban tág és egyszerűen realizálható lehetőségeket nyújtanak.

2.3.2.1 A fontosabb fázis modulációs eljárások és kódok

BiPhase kódok

- Barker
- MPS (Minimum Peak Sidelobe)
- Pseudorandom
- Combined Barker Codes

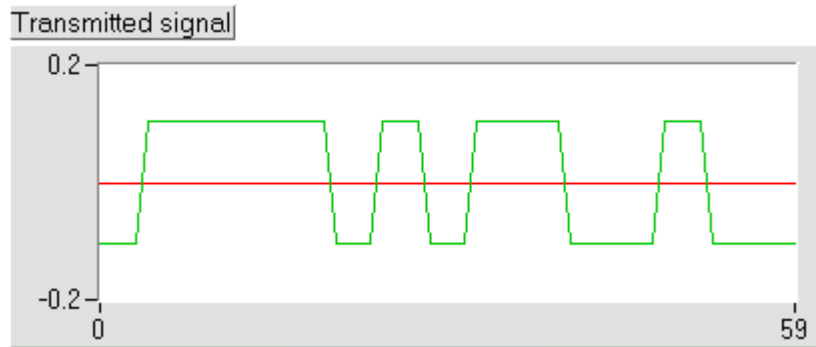
PolyPhase kódok

- Frank
- P4
- Welton

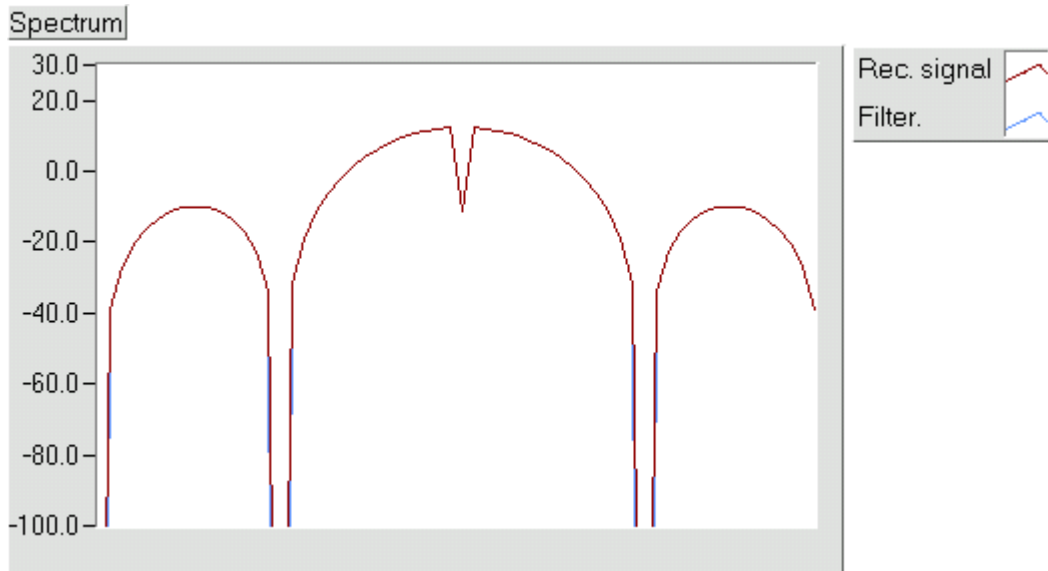
A fázisállapotok növelése által kiadódó szabadságfok növekedés a moduláció optimalizációja során kedvezőbb tulajdonságú kódokra vezet. A kedvezőbb tulajdonság a

- spektrális összefogottság,
 - a Doppler-érzékenység
 - és a dinamika
- paramétereket jelenti.

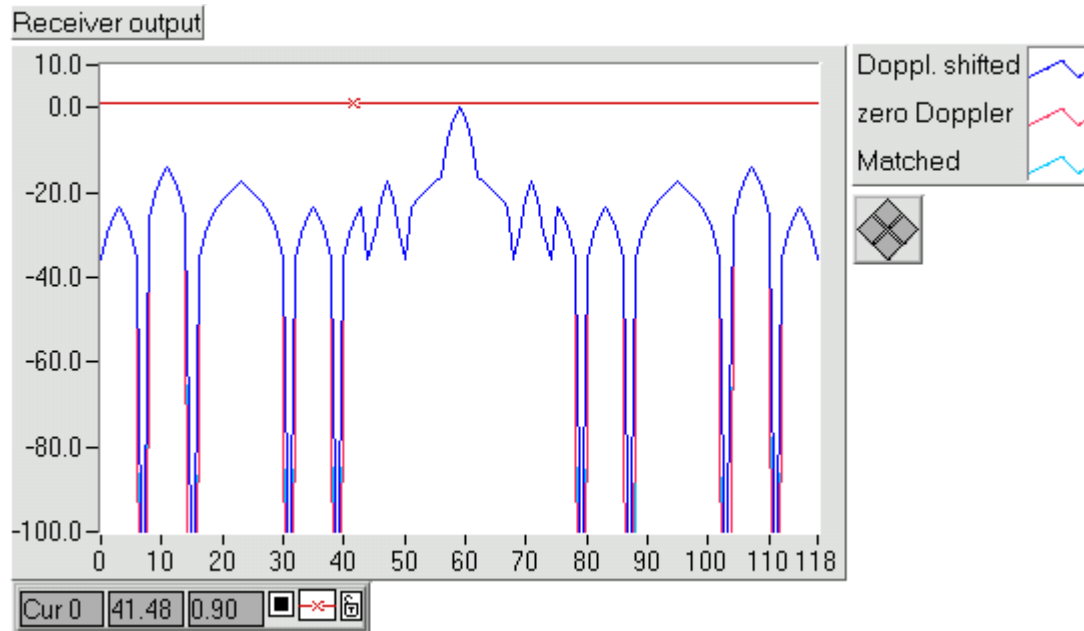
BiPhase moduláció esetén a kisugárzott impulzust N szubimpulzusra osztjuk. Az egyes szubimpulzusok fázisát $0/180^\circ$ közül állítjuk be. A 2-8. ábrán az MLS15 BPSK impulzus képe látható. A 2-9. ábraán a vonatkozó spektrum és végül a 2-10. ábrán a vételi oldalon az illesztett szűrő kimenetén megjelenő komprimált impulzus képe látható.



2-8. ábra, MLS15 BPSK impulzus



2-9. ábra, MLS15 BPSK impulzus spektruma



2-10. ábra, Komprimált MLS15 BPSK impulzus

Fenti ábrákon jól látszik a kedvezőtlen dinamika és spektrális összefogottság.

2.3.2.2 Barker kódok

A Barker kódok speciális tulajdonságai

- az impulzuskompresszió mértéke megegyezik a kód hosszával,
- egyenletes melléknyaláb hullámzás,
- a melléknyaláb szintje a Barker kód hosszától függetlenül egy elemi impulzus szintjének felel meg.

Sajnos a leghosszabb ismert Barker kód hossza csak 13.

A

2-1. táblázatban az ismert Barker kódok találhatóak. A + jel 0° , a - jel 180° fázistolást jelent a kisugárzott RF jelben.

N	$\{c_n\}$	kiemelés [dB]	PSL	ISL [dB]
2	++	6.0	1	3.0
2	--	6.0	1	3.0
3	++-	9.5	1	6.5
4	++++	12.0	1	12.0
4	+++-	12.0	1	12.0
5	+++++	14.0	1	14.0
7	++++--	16.9	1	16.9
11	+++++--	20.8	1	20.8
13	++++++--	22.3	1	22.3

2-1. táblázat, Barker kódok

ahol

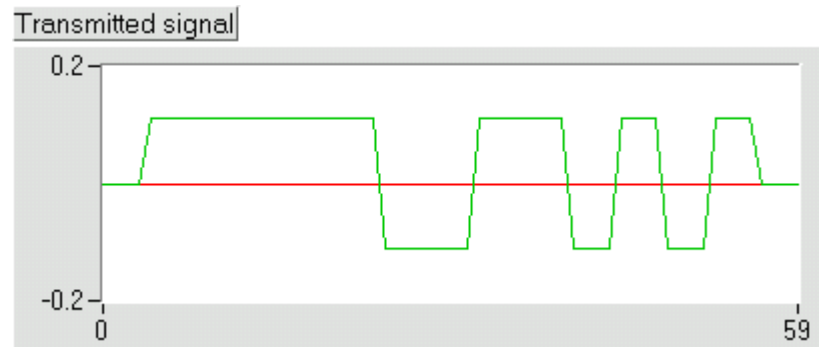
PSL: (Peak Sidelobe Level), a legmagasabb melléknyaláb amplitúdója, az elemi impulzus amplitúdójára normálva,

PSL [dB]: $20\lg(\text{PSL})$

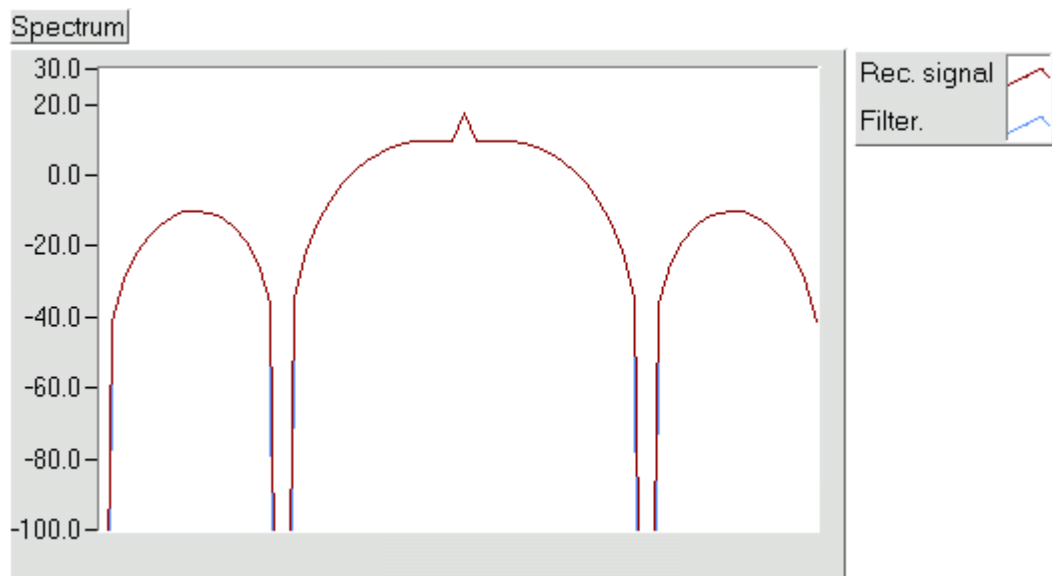
ISL¹ [dB]: $20\lg(\text{A főnyaláb energia} / \text{a melléknyaláb energia})$

A 2-11. ábra, a 2-12. ábra és a 2-13. ábrakon az N=13 Barker kód jelalakja, spektruma és komprimált alakjai láthatóak.

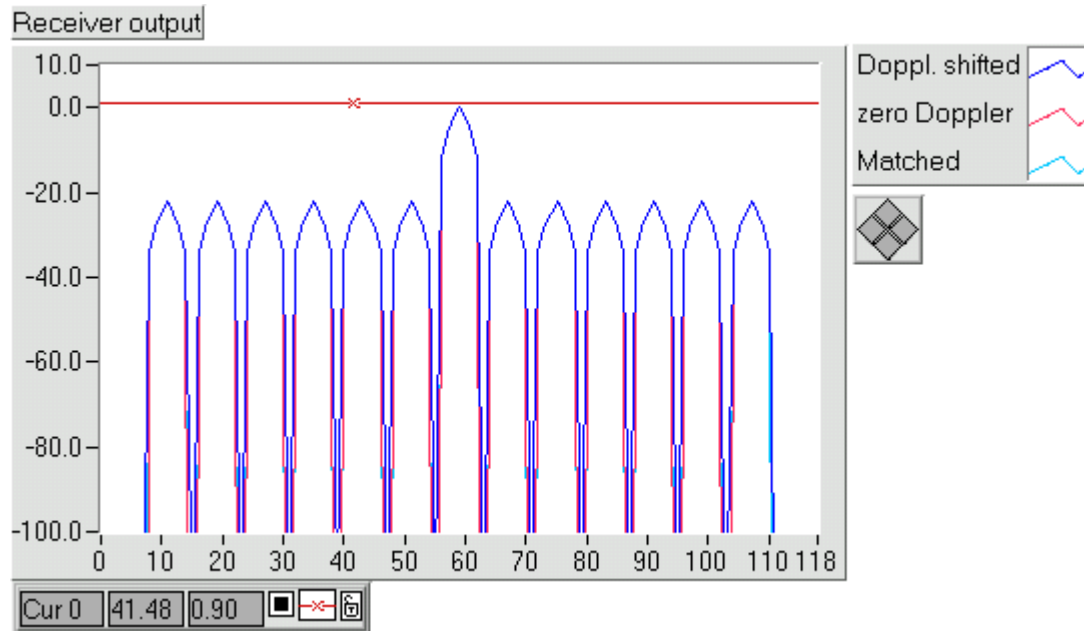
¹ ISL Integrated Sidelobe Level



2-11. ábra, Barker13 jel



2-12. ábra, Barker13 spektruma



2-13. ábra, Barker13 komprimált jele

Sajnos a spektrális tulajdonság itt sem kedvező.

2.3.2.3 MPS (Minimum Peak Sidelobe) kódok

Adott hosszúságú biphasz kódok közül keressük azt vagy azokat, melyek melléknyaláb szintje (PSL) a legalacsonyabb.

Természetesen minden Barker kód egyben MPS kód is.

2.3.2.4 Pseudo random codes (árvéletlen kódok)

Az egyszerű előállításuk miatt érdekesek. A kódgenerátor egy lineáris visszacsatolással rendelkező shift regiszter. A kiléptetés indítása előtt inicializálni kell a shift regisztert, vagyis teljes hosszába be kell írni egy megfelelő bináris számot.

2.3.2.5 Optimális BiPhase kódok

A

2-2. táblázatban összefoglaljuk az optimális BiPhase kódokat.

Kódhossz	PSL	PSL [dB]	Megjegyzés
13	1	-22.3	*,+,o
28	2	-22.9	o,+
31	4	-17.8	**
29-48	3	[-19.7,-24.1]	o
51	3	-24.6	+
63	6	-20.4	+
69	4	-24.7	+
88	5	-24.9	**
101	6	-24.5	+
127	9	-23.0	**
127	7	-25.2	+
255	13	-25.9	**
317	12	-28.4	+
511	19	-28.6	**
577	17	-30.6	**+
1019	24	-32.6	+
1023	29	-30.9	**

2-2. táblázat, Optimális biphase kódok

- * Barker
- + A leghosszabb kód az adott magasságú oldalnyalábbal
- o MPS kód
- ** Maximális hosszúságú álvéletlen kód

2.3.2.6 Combined Barker Codes (M sorozatú Barker kód)

A kombinált Barker kód alapötlete egy adott Barker kód egymás utáni alkalmazása egy másik Barker kóddal súlyozva.

N=5 Barker kód: **+++++**

N=4 Barker kód: **+++**

5x4 Barker kód: **+++** **+++** **+++** **---** **+++**
+ + + - +

2-3. táblázat, 5x4 kombinált Barker kód

Az ötletet tovább folytatva az így kialakított N2xN1-es csomagot is lehet egy további Barker kóddal modulálni, stb.

A kombinált Barker kód alkalmazása esetén lehetőség van a teljes impulzus hossz által meghatározott minimális mérési távolság zsugorítására.

A kombinált Barker kód főbb paraméterei:

- $CR=N1*N2*N3$
- $PSL=Max\{PSL(Ni)\}$
- $ISL=\sum ISL(Ni)$, (dB)

A kombinált Barker kód előnyei:

- egyszerű kompressziós szűrő,
- közeli mérési lehetőség.

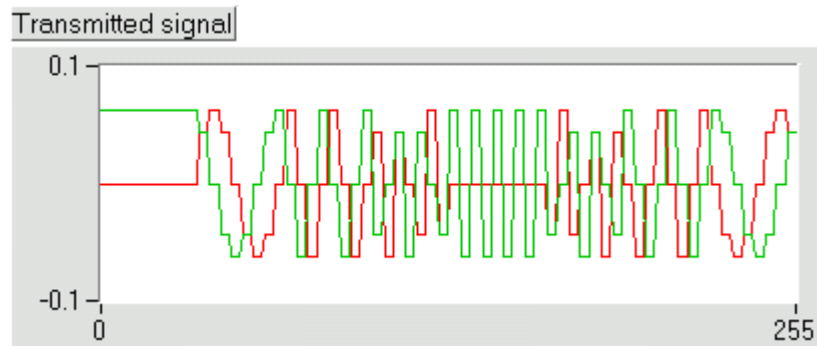
2.3.2.7 QPSK moduláció

A fázisállapotok növelése lehetővé teszi kedvezőbb tulajdonságú

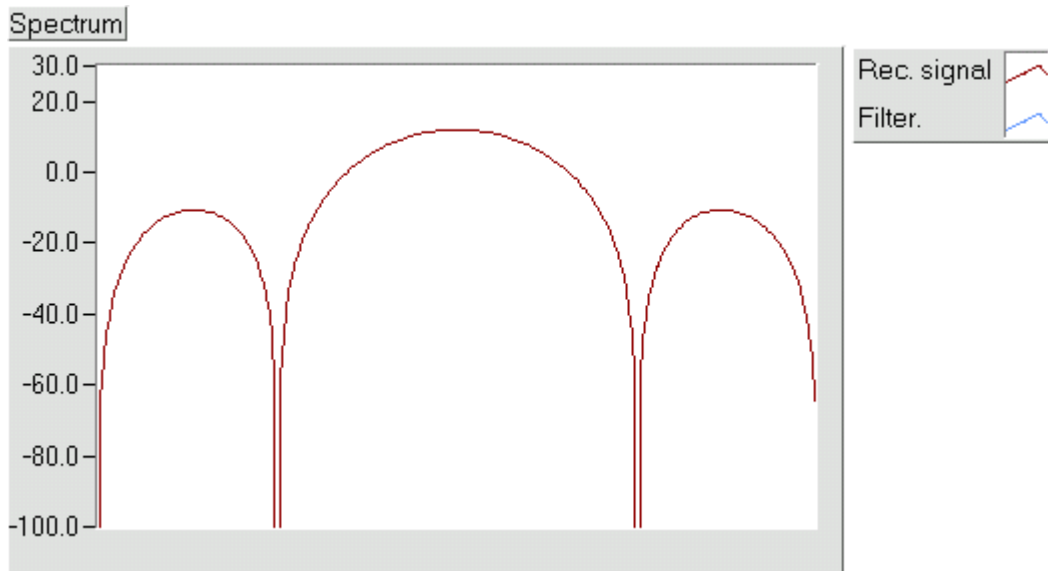
- dinamika,
- Doppler-érzékenység,

- spektrális összefogottság, moduláció kialakítását. Példaként tekintsük a FRANK64 QPSK jelet.

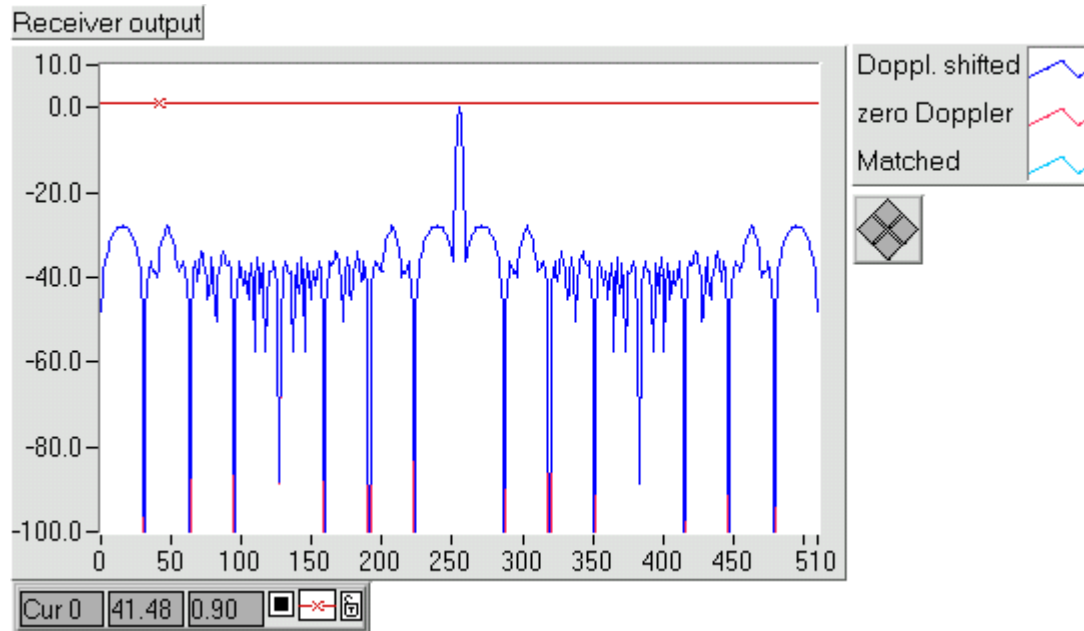
2-14. ábra, 2-15. ábra és 2-16. ábrakon ezen moduláció időbeli, frekvenciatartománybeli és komprimált alakjai láthatóak.



2-14. ábra, FRANK64 QPSK jel



2-15. ábra, FRANK64 QPSK jel spektruma



2-16. ábra, Komprimált FRANK64 QPSK jel

2.4 Összefoglaló megállapítások

A felsorolt lehetőségek közül a nemlineáris FM és a PolyPhase modulációval megvalósított impulzuskompressziós eljárások emelkednek ki. A nemlineáris FM megoldás nehezebben kezelhető hardvert követel meg, mint a fázis kód modulációs. További nagy előnye a fázis kód módszernek, hogy könnyen lehet kódot váltani, ami nagymértékben növeli a zavarás elleni védelmet. Sajnos a fázis kód modulációk - hosszú kódok esetén - erősen érzékenyek a Doppler eltolásra, ezért sokcsatornás Doppler feldolgozást igényelnek.

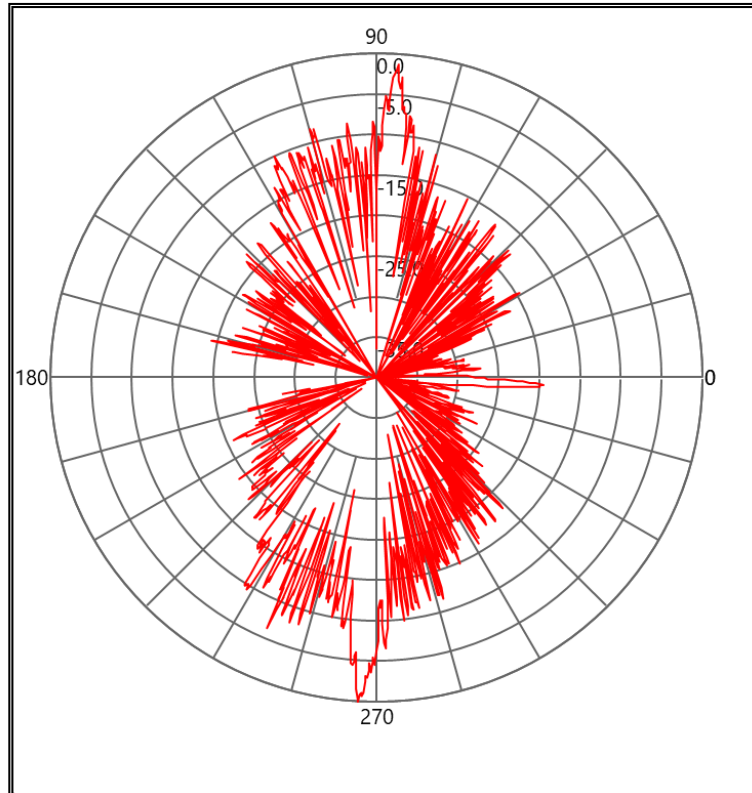
3 Radar Cross Section (RCS)

A mikrohullámú távérzékelés és ezen belül a primer radarok célja, hogy közvetlen érintkezés nélkül elektromágneses hullámok által az adott objektumról információt gyűjtsön. A vizsgált objektum kölcsönhatásba lép a radar által kisugárzott jellel és ennek eredményeképpen szórt EM tér jön létre. Az így kialakult eredő elektromágneses teret mintavételezve következtetéseket lehet tenni az objektum jellemzőire.

Ha egy tárgy széles szögtartományban eloszlatja a ráeső elektromágneses energiát, akkor a jelenséget szórásnak, a tárgyat pedig szórónak hívjuk. Inverz szórásnak hívjuk azt a jelenséget, amikor a szórt jelet ismerjük - például mérések alapján - és ez alapján akarunk következtetni a szóró test alakjára.

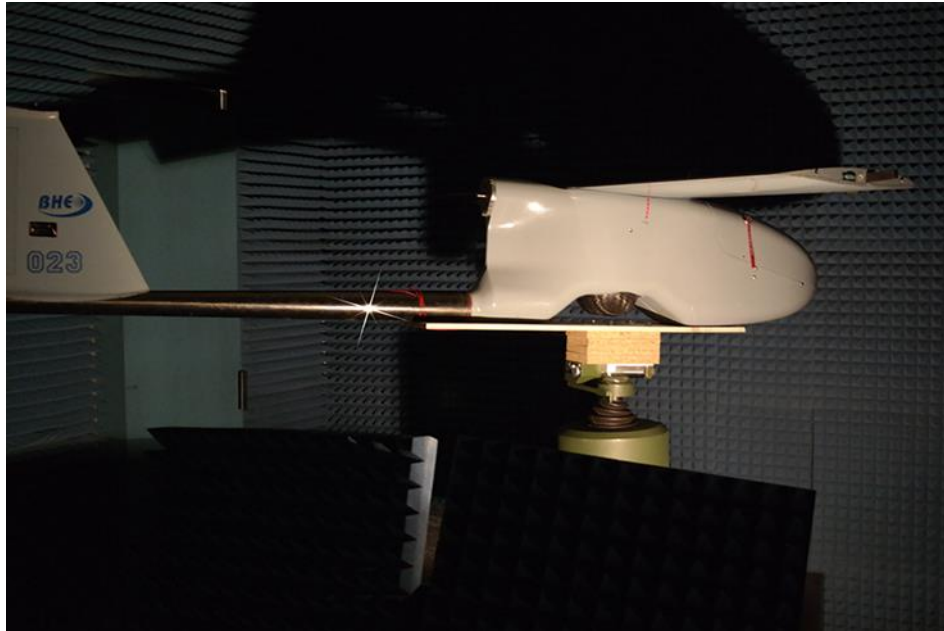
A vett jel a szóró tárgy számos paraméterétől függ, így a méretétől, alakjától, orientációjától, anyagától, az alkalmazott frekvenciától, polarizációtól, stb. Ezért szükséges a szórás kialakulásában résztvevő paraméterek helyett, egy általános és leegyszerűsített mérőszám. Ez nem más, mint egy effektív felületet, amit RCS-nek, radar hatásos keresztmetszetnek hívunk.

dB- characteristic



3-1. ábra XAP15 drón RCS karakterisztikája 24GHz frekvencián

Az 3-1. ábra a XAP15 hazai fejlesztésű pilóta nélküli repülőgép RCS értékeit mutatja a vízszintes síkban a rá mérési szög függvényében. Az ábráról leolvasható, hogy az RCS kis szöghelyzet változásra is nagy 20-30dB-es dinamikával változik. Általában az RCS diagram annál változékonyabb, minél összetettebb a tárgy és minél kisebb a hullámhossz.

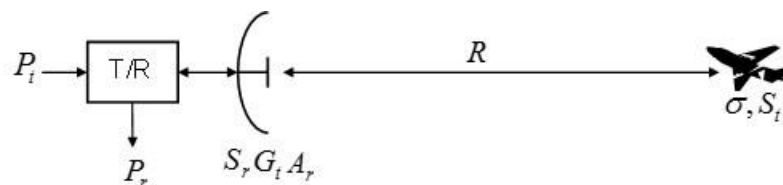


3-2. ábra, BXAP15 RCS mérése²

Az RCS csak az objektumot, a mérési frekvenciát és polarizációt jellemzi, ezért nem szabad, hogy függjön az adóteljesítménytől, a radar és a tárgy távolságától, a vevő érzékenységétől, stb.

3.1 Az RCS bevezetése

A feltételezett elrendezést a 3-3. ábra mutatja, látható hogy feltételeztük, hogy a vevő- és az adóantenna azonos, nemcsak jellemzőit de helyét tekintve is (monosztatikus elrendezés).



3-3. ábra, Monosztatikus RCS mérési elrendezés

² <http://bhe-mw.eu/product/20140516/bxap15-unmanned-aerial-vehicle-uav>

Sugározzon a radar P_t teljesítménnyel, ekkor a radar által előállított teljesítménysűrűség a céltárgynál:

$$S_t = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2}.$$

A teljes beeső teljesítmény arányos a hatásos keresztmetszettel σ -val, ezért a kölcsönható teljesítmény $P_{be} = S_{be} \sigma$. Ezt a teljesítményt azután részben elnyeli (hővé alakul), részben pedig szétsugározza, mint szórt teljesítményt. Ha feltesszük, hogy a tárgy a teljes beeső energiát kisugározza és minden irányban egyenlő teljesítményt sugároz, akkor adott távolságra (a távotérben) a teljesítmény sűrűség:

$$S_v = \frac{P_{be}}{4\pi R^2} = \frac{S_{be} \sigma}{4\pi R^2} = \frac{P_t G_t \sigma}{(4\pi R^2)^2}$$

ebből kifejezve σ -t, az RCS definícióját kapjuk, vagyis

$$\sigma = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \frac{S_v}{S_{be}} \quad R \rightarrow \infty \text{ hogy a beeső hullám síkhullám legyen}$$

S_{be} a radar által előállított teljesítménysűrűség tőle R távolságra (a tárgynál) és S_v a reflektált teljesítménysűrűség, vagyis a tárgy által létrehozott teljesítménysűrűség.

A σ dimenziója így négyzetméter.

Az RCS tehát a vevő felé visszaszórt teljesítménynek és a tárgyra eső teljesítménynek a hányadosa, illetve precízebben: az egységnyi térszögben egy adott irányban kisugárzott teljesítmény, osztva egy meghatározott irányból egységnyi területen beeső teljesítménnyel. Összegezve tehát azt mondhatjuk, hogy az RCS a tárgy szórás erősségét adja meg egy adott irányból vizsgálva.

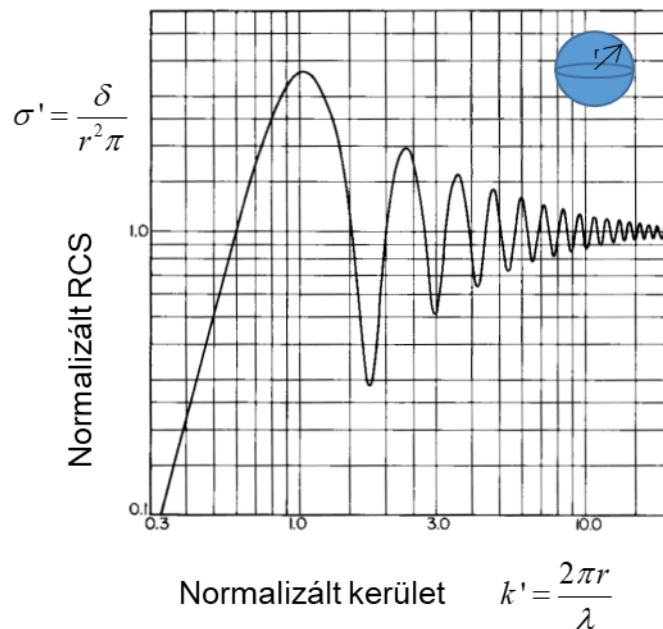
Ebből következik, hogy az RCS függ a megvilágítás irányától és a vétel irányától, így mérési elrendezés szempontjából három esetet különböztethetünk meg:

- a. Monosztatikus vagy visszaszóró elrendezéssel történő reflexiós keresztmetszet mérésnél, a sugárzó és a mérő rendszer azonos helyen van. (Ez a leggyakoribb mérési elrendezés.)

- b. Előreszóró keresztmetszet mérésnél, a sugárzó és mérőrendszer szemben van egymással, a szórt tér 180 fokos fázistolást szenved és így kioltja, de legalábbis csökkenti a beeső hullámot. Ezek eredőjeként az objektum mögött egy árnyékolt terület alakul ki.
- c. Bisztatikus (multisztatikus) elrendezés esetén, a megvilágító- és vevőantenna nem esik egybe. Analitikus RCS mérésnél célszerű ezt az elrendezést használni, úgy hogy a megvilágító antenna és a tárgy mozdulatlan, és a vevő antenna mozog az objektum körül.

3.2 Az RCS hullámhosszfüggése

Az a tárgy amelyik irányfüggetlen reflexiót képvisel, minden irányból ugyanannyi teljesítményt sugároz vissza, az izotróp felület. Teljes térbeli szimmetriájából adódóan ilyen alakzat a gömb. Első látásra ebből tehát az következne, hogy egy vezető gömb keresztmetszete és reflexiója egyenesen arányos. Ez így is van, ha a tárgy mérete jelentősen nagyobb, mint a hullámhossz.











3-4. ábra, RCS hullámhossz függése [23]

A 3-4. ábra egy vezető gömb projekciós keresztmetszetre normalizált RCS értékei láthatóak. A vízszintes tengely a kerület hullámhosszra normalizált értéke. A

szóró gömb, – de általánosítva is igaz –, relatív méretét a hullámhosszhoz viszonyítva három tartományra szokás osztani. Ha a hullámhossz sokkal nagyobb mint a tárgy (Rayleigh tartomány), akkor az RCS arányos a frekvencia negyedik hatványával, gömb esetén a sugár hatodik hatványával. Radaros szempontból általában ebbe a relatív mérettartományba kerül az esőcsepp és ez az oka annak, hogy a köd optikailag jóval nagyobb csillapítást mutat, mint mikrohullámú szempontból. Az ilyen tartományba eső egyszerű testek RCS értéke arányos a test térfogatának négyzetével. Általános alakú testre igaz ebben a tartományban, hogy a gerjesztett mozgó dipólusok okozzák a szóródást. Mivel a beeső hullám mérete sokkal nagyobb, mint a test, ezért az egész testre közelítőleg ugyanolyan irányú elektromos tér hat egy adott pillanatban. Így a jelenség elektrosztatikával modellezhető. Ennek alapján az elektromos tér töltés szétválasztást hoz létre. Ha a tér iránya változik akkor a testben a töltéseloszlás is változik. A reflektált jel nagysága tehát függ a test méretétől és a polarizációtól, de kisebb függ a test alakjától. Analitikus számítása integrálegyenletek megoldásával történhet.

A középső a rezonáns (vagy Mie) tartomány és bár nincs éles határ a tartományok között, az elfogadott érték a $1 < k' = \frac{2\pi r}{\lambda} < 10$. Ha tehát a tárgy kerülete 1 és 10 hullámhossz között van, akkor az RCS oszcillációt mutat, amit a homlok felületről visszaverődő (térhullám) és a tárgyat megkerülő hullámok (felületi hullámok) interferenciája okoz. (A felületi hullám nagysága nem függ a beesés szögétől.)

Végül a $k' = \frac{2\pi r}{\lambda} > 10$ tartományt optikai tartománynak nevezzük, mivel itt a tárgyra a „tükrözés” jellemző. A hullám egyre kevésbé „tapad” a felülethez (a felületi hullámú összetevő csökken), vagyis a hullám egyre kevésbé képes megkerülni a tárgyat. Így egyre inkább csak az optikailag látható felületelemek dominálnak. Az optikai tartományban az RCS valamilyen módon arányos a keresztmetszet méretével, gömb esetén ez frekvenciafüggetlen: $\sigma = r^2\pi$. Ebben a tartományban lévő tárgyak RCS-e sok esetben optikai analógiák alapján is jól becsülhető.

<p>Gömb</p>  $\sigma_{\max} = \pi r^2$	<p>Sarokreflektorok</p>  $\sigma_{\max} = \frac{8\pi w^2 h^2}{\lambda^2}$ <p>2 síkú sarok-reflektor</p>
<p>Henger</p>  $\sigma_{\max} = \frac{2\pi r h^2}{\lambda}$	$\sigma_{\max} = \frac{4\pi L^4}{3\lambda^2}$ 
<p>Síkmező</p>  $\sigma_{\max} = \frac{2\pi w^2 h^2}{\lambda^2}$	$\sigma_{\max} = \frac{12\pi L^4}{\lambda^2}$ 
<p>Elbillentett síkmező, 0 reflexió</p> 	$\sigma_{\max} = \frac{15,6\pi L^4}{3\lambda^2}$  <p>3 síkú sarok-reflektor</p>

3-5. ábra, Egyszerű alakzatok RCS meghatározása [23]

A 3-5. ábra néhány egyszerű alakzatnak mutatja az RCS értékét. Érdekes megfigyelnéni a síkmező vagy az abból épített sarokreflektorok RCS értékének hullámhossz, vagy másfelől nézve frekvenciafüggését. Láthatjuk, hogy a jelleg a következő:

$$\sigma \sim A^2 f^2$$

Vagyis ugyanaz a sarokreflektor tízszeres frekvencián százszoros RCS értéket mutat. Ennek megfelelően arasznyi sarokreflektor a gépjármű radarok által alkalmazott 78GHz körüli frekvencián már $\approx 100\text{m}^2$ reflexiót mutat. A sarokreflektorokról még érdemes megemlíteni, hogy un. retrodirektív tulajdonsággal bírnak, vagyis abba az irányba verik vissza a sugárzást, ahonnan az beesett. Ezen tulajdonságuk miatt terjedtek el a gyakorlatban, pl. a hajózásban a bójákra sarokreflektort tesznek, hogy a hajóradarok azt kiemelve lássák, mint markert.

Egy dielektromos test reflexiója sokkal komplikáltabb, mint egy vezető anyagból készülté. Ez esetben ugyanis az energia belép a dielektrikumba, belül különféle visszaverődéseket szenved, majd kilép és interferál.

A megelőzőkből következik, hogy egy összetett alakú tárgy, - például egy repülőgép -, szórt hullámképében a frekvencia növelésével egyre inkább megjelennek a tárgy alakjának részletei. Tehát ahogy a hullámhossz csökken úgy nő a test alakjára vonatkozó letapogatás felbontása. Így tehát egyre több felületelem reflexiójának komplex összege adja egy adott irányban a szórás intenzitását. Mivel tehát a szórás intenzitását egy vektoriális összeg adja, ezért egy kis szöghelyzet változás hatására a fáziseltérések jelentős változása következtében az RCS ingadozása is nagy lesz.



A reflexió mértéke függ az EM jel polarizációjától is, például a vízcsepp zuhanás közben ellapul és így a horizontális mérete (szélessége) nagyobb a vertikális méretéhez képest. Ennek megfelelően horizontális polarizáció esetében nagyobb reflexiót képvisel. Ezért van az, hogy a meteorológiai radarok, -melyek a vízcseppeket akarják mérni-, a horizontális polarizációt, míg a légtérfelderítő radarok esetében, -ahol a eső reflexiója zavaró visszaverődésnek, azaz clutternek minősül-, a vertikális polarizációt alkalmazzák.

3.3 Fluktuációs statisztikák

A céltárgyak radar hatásos keresztmetszete a szög függvényében jelentős ingadozást mutat, amit fluktuációnak nevezünk. Vagyis, ha a tárgy mozog és így a ránézési szög változik, akkor a radar vevőjében létrejövő jel minták egy valószínűségi változóval írhatók le.

Általában az RCS fluktuáció jelenségének vizsgálatához nagy jel-zaj viszony szükséges. Swerling négy karakterisztikus statisztikai modellt állított fel, két fluktuációs gyorsaság (idő) és két statisztika (eloszlás) szerint.

Swerling az RCS eloszlásra a Khi-négyzet eloszlást alkalmazta $m=1$ és $m=2$ szabadságfokokkal.

Swerling céltárgy fluktuációs modellek			
Szórás jellege	Szórás sűrűségfüggvénye	Fluktuáció gyorsasága	
		Lassú letapogatásról-letapogatásra	Gyors impulzusról-impulzusra
Sok kicsi reflexiós gócpont 	Khi-négyzet $m=1$ $p(\sigma) = \frac{1}{\sigma_{avg}} e^{-\frac{\sigma}{\sigma_{avg}}}$	Swerling I.	Swerling II.
Sok kicsi és egy nagy reflexiós gócpont 	Khi-négyzet $m=2$ $p(\sigma) = \frac{4\sigma}{\sigma_{avg}^2} e^{-\frac{2\sigma}{\sigma_{avg}}}$	Swerling III.	Swerling IV.

3-1. táblázat, Swerling fluktuációs modellek

A 3-1. táblázatban található a Swerling modellek összefoglalása. A sűrűségfüggvény képletekben a σ_{avg} a radar hatásos keresztmetszet átlagértékét jelöli. Ezzel az átlagértékkel és a vonatkozó fluktuációval jellemzik a különböző céltárgyak radar hatásos keresztmetszetét. Érdeemes észrevenni, hogy a Swerling I.-II. modellben szereplő Khi-négyzet eloszlás $m=1$ szabadságfokkal megegyezik a Rayleigh eloszlással.

Általában a repülőgépek Swerling I. statisztikai modellnek felelnek meg. A Swerling I. modell olyan objektumok leírására használatos, amikor a vett jelet több függetlennek tekinthető szóró elem együttes reflexiója adja, amik között nincs domináns.

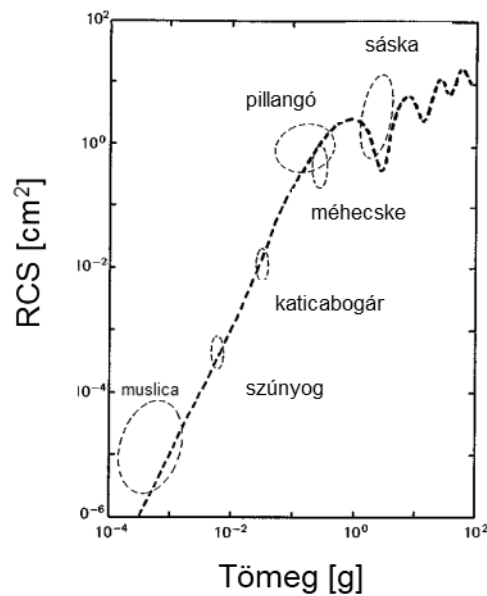
A Swerling III. modell által leírt céltárgy rendelkezik egy domináns szóró elemmel, ami túlsúlyban van a sok kis szóró elemmel szemben. Ilyen lehet például egy tűzérségi lövedék vagy egy nem túl nagy rakéta.

A Swerling II. és IV. modellek gyors, több kHz sávszélességű fluktuációt feltételeznek. Ez általában nagyobb vivőfrekvenciákon és forgó objektumok esetében teljesül.

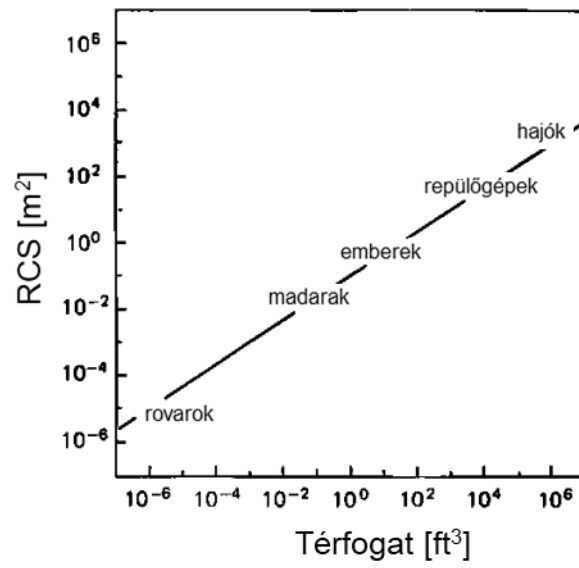
A nem fluktuáló, azaz $\sigma = \text{konstans}$ esetet Swerling 0. vagy Swerling V. esetként jelölik az irodalomban.

3.4 Tipikus RCS értékek

A tipikus értékek az RCS-re 10^{-5} m^2 –től (rovar) 10^6 m^2 –ig (nagy hajó) terjed (3-6. ábra). A nagy dinamikatartomány miatt logaritmikus léptéket használnak, ahol a referencia szint általában az 1 m^2 és így a mértékegység dBm^2 .



3-6. ábra Rovarok RCS értéke [23]



3-7. ábra Tipikus RCS értékek [23]

3.5 A radar echo folyamat jellemzése

Modell

- A vizsgált objektum pályája és orientáció változása tetszőleges,
- CW keskenysávú radar jelet alkalmazunk.

Ezen modell időben és amplitúdóban folytonos jelet eredményez. Ha a jelenséget nézzük, akkor ezen jel egy sztochasztikus folyamat:

$$\sigma(\xi, t)$$

ahol ξ az összes lehetséges realizáció halmaza, t pedig az idő.

Mi a $\sigma(\xi, t)$ sztochasztikus folyamat mintafüggvényét mérjük, legyen ez $\sigma(\xi_k, t)$.

Ha nem folytonos a mérés, akkor az egy impulzusra adott válasz valószínűségi változónak adódik: $\sigma(\xi_k, t_0)$.

Ha folyamatosan impulzus sorozat a vizsgáló jel, akkor $\sigma(\xi_k, t)$ diszkrét idejűvé válik: $\sigma(\xi_k, iT_{PRF})$, ahol T_{PRF} az kibocsátott impulzusok ismétlődési ideje. Ezen időben diszkrét esetben $\sigma(\xi_k, t)$ csak akkor állítható vissza $\sigma(\xi_k, iT_{PRF})$ mintáiból,

ha a mintavételi frekvencia $f_{PRF} = \frac{1}{T_{PRF}}$ teljesíti a Shannon mintavételi tételében előírtakat.

További probléma, hogy a felderítő radarok szögterománybeli pásztázása miatt nem folyamatos a mintavételezés, hanem T_{scan} időközönként vesz M számú mintát (tipikusan $M=10...40$ darab). Távolság egyértelműségi okból az f_{PRF} mintavételi frekvencia felderítő radaroknál általában alulmintavételezi a $\sigma(\xi_k, t)$

objektum reflexiós mintafüggvényt, továbbá erősebb manőverek esetén a

$f_{scan} \frac{1}{T_{scan}}$ a mozgási pálya függvényét.

3.6 Micro-Doppler jelenség

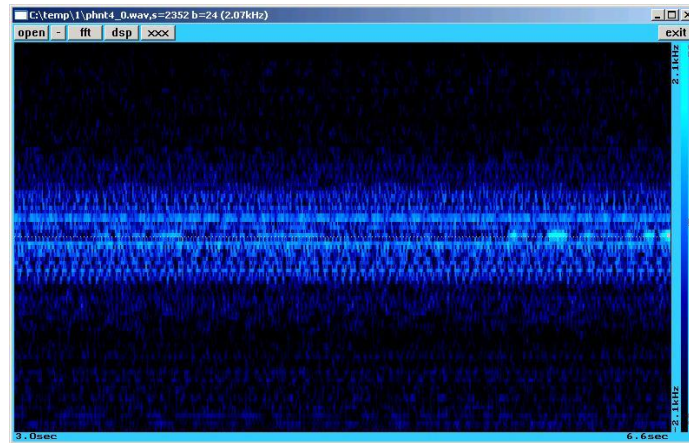
A mikro-Doppler jelenség a céltárgy mechanikai vibrációja, vagy a struktúrák belső mozgása, forgása által létrejövő Doppler folyamat. A mikro-Doppler alapvető jelentőséggel bír a céltárgy klasszifikációban.

A céltárgy, mint mozgó tömegközéppont által létrejött Doppler-frekvencia állandó, vagy lassan változó függvénye az időnek. A céltárgy belső strukturális mozgása által létrejött mikro-Doppler folyamat tipikusan nem mutat ilyen stacioner vagy kvázi stacioner jelleget.

A klasszifikációhoz (esetleg típusazonosításhoz) a repülő eszköztől származó radar echo megfelelő elemzésével jutunk.



3-8. ábra, DJI S1000 drón mérése

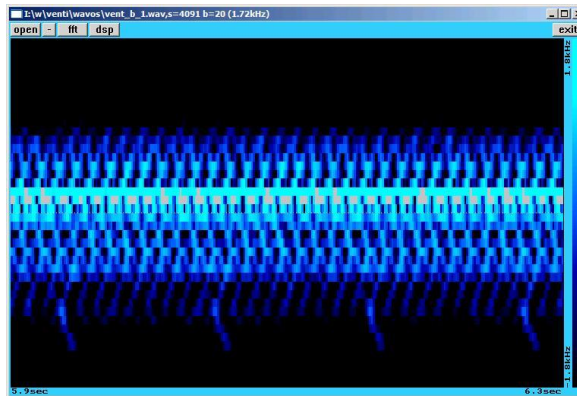


3-9. ábra, DJI S1000 drón propeller mikro-Doppler spektrogramja

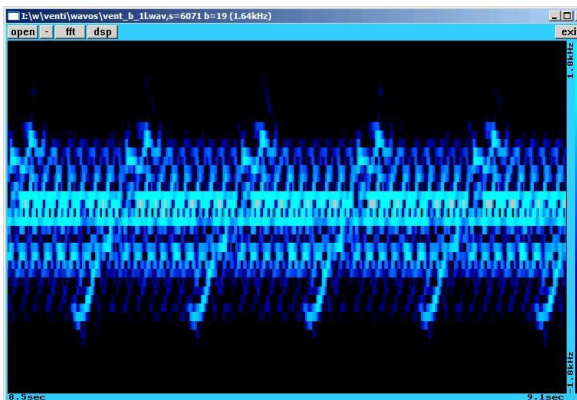
Az 3-9. ábra a DJI S1000 típusú drón $\sigma(\xi_k, t)$ reflexiós mintafüggvényének spektrogramja látható. A spektrogramon jól kivehető a forgó propellerek által okozott mikro-Doppler hatás.



3-10. ábra, ventilátor mérése



3-11. ábra, ventilátor mikro-Doppler spektogramja



3-12. ábra, preparált ventilátor mikro-Doppler spektogramja

A 3-10. ábra és 3-11. ábra, a 3-12. ábra látható 9 lapátos műanyag ventilátort vizsgáltunk. A 3-11. ábra a felső, alufólia bevonat nélküli forgó ventilátor spektogramja látható, míg a 3-12. ábra az alsó, preparált ventilátor spektogramja látható. A preparált ventilátornál a kilenc lapátból egyet alufóliával vontunk be. Az 3-11. ábra és 3-12. ábra látható spektogramokból a következő paraméterekre kapunk információt:

- periodicitás (ez persze a forgási frekvencia és a lapátok számának szorzata),
- az alufóliás esetben a spektogramon jól látható a kiemelt reflexióval rendelkező lapát hatása, ezt figyelembe véve a forgási frekvencia és a lapátok száma is pontosan meghatározható.

- a forgási frekvencia és a spektrogram spektrális szélességéből meg tudjuk határozni a lapátok méretét.

Mindezen egyszerű, általunk elvégzett mérések alapján is kijelenthető, hogy a mikro-Doppler jelenség hatékonyan alkalmazható a célfelderítéshez, osztályozáshoz és felismeréshez. Mivel $\sigma(\xi_k, t)$ reflexiós mintafüggvény időbelisége és spektrális tartalma egyaránt fontos, ezért az elemzés előkészítéseként célszerű áttérni valamilyen együttes idő-frekvencia reprezentációra, ilyenek a 3-10. ábra 3-11. ábra és 3-12. ábra látható spektrogramjaink is.

Jól alkalmazhatóak az együttes idő-frekvencia leírásra a kvadratikus idő-frekvencia reprezentációk, ilyen pld. a Wigner-eloszlás, melynek definiáló kifejezése:

$$W(t, \omega) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} f\left(t + \frac{\tau}{2}\right) f^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

ahol a transzformálandó jel az $f(t)$.

A Wigner-eloszlás és tulajdonságainak a részletesebb bemutatása az 12. fejezetben található.

4 Illesztett szűrő, optimális radarvevő [22]

A radar működésének lényege, hogy az általa kisugárzott jel a céltárgy(ak)ról visszaverődve visszakerül a vevőbe, ahol a kisugárzott jel és a vett jel eltéréseiből következtetünk a céltárgy megfelelő paramétereire.

Legyen az adójel:

$$z_T(t) = z_a(t) e^{j\omega_0 t}$$

Ekkor nem diszperz EM hullámterjedési közeget feltételezve a vett jel:

$$z_R(t) = A(R) z_a \left[\left(1 + \frac{2v_r}{c} \right) t - \frac{2R_0}{c} \right] e^{j(\omega_0 t + \omega_d t - 2R_0 \beta_0)}$$

Vagyis a vett jel időbeli és spektrális csúszást szenved. Az időbeli késleltetés oka a céltárgy távolsága, a spektrális eltolódásé pedig a radiális sebessége (Doppler-effektus). Modellünk további egyszerűsítése érdekében tételezzük fel, hogy a céltárgy radiális sebessége nulla.

$$v_r = 0$$

Ekkor a vett jel a következőképp alakul:

$$z_R(t) = A(R) z_m \left(t - \frac{2R_0}{c} \right) e^{j(\omega_0 t - 2R_0 \beta_0)}$$

vagyis spektrális eltolódás nincs, csak időbeli késleltetés. Ezen egyszerűsített modell azt sugallja, hogy a vevő akkor működik helyesen, ha csak az általa kibocsátott „formájú, mintázatú” jeleket dolgozza fel. Vagyis a modulációt illetően az adó által kisugárzott modulációra a legérzékenyebb $z_m(t)$, a vételi frekvencia pedig az adásával megegyező ω_0 . Ha pl. az adás egyszerű impulzusmodulált $\tau = 5\mu\text{s}$ impulzusszélességgel és ω_0 középfrekvenciával, akkor a $\tau = 1\mu\text{s}$ és/vagy $\omega_1 \neq \omega_0$ vett impulzust nem valószínű, hogy az adó gerjesztette, így detektálása vaklármat okozna. Az ilyen, nem az adó által gerjesztett jeleket az optimális detekció érdekében el kell nyomni.

Az eddigiekből nyilvánvalóan következik, hogy a vevőnek illeszkednie kell az adójelhez. Az illeszkedést a vevőszűrő valósítja meg. Az optimális detekció

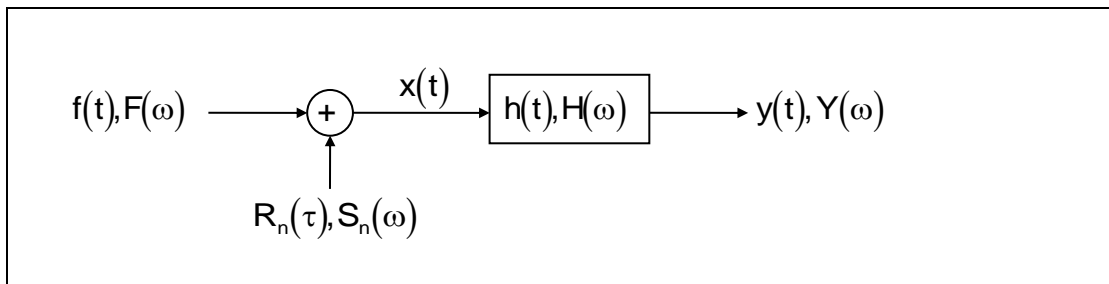
szempontjából az illeszkedés feltétele a döntés pillanatában előálló lehetséges maximum jel-zaj viszony. A jel-zaj viszony egyaránt meghatározza a detekció (detekciós és vaklármá valószínűség) és a mérés (mérési pontosság) minőségét.

4.1 Ismert jel felismerése zajban

Modell

Tekintsük a 4-1. ábra modelljét, ahol $f(t)$ a vevőbe beérkező céltárgyról reflektált jel zaj nélkül. Az additív zajt (teljes rendszerre vonatkozik) $S_n(\omega)$ teljesítmény sűrűség spektrummal jellemezzük. A vevő lineáris jelfeldolgozását a vevőszűrő végzi, melynek átviteli karakterisztikája $H(\omega)$. A szűrő kimenő $y(t)$ jele a detekció és a mérés alapja.

A detekció és a mérés optimális megvalósításának előfeltétele az alapjául szolgáló jel SNR (Signal to Noise Ratio) értékének a maximalizálása. Az SNR magyarul: Jel-zaj viszony, de a magyar szakirodalom is az SNR rövidítést szokta alkalmazni.



4-1. ábra, Vevő modell idő- és frekvenciatartományban

Feladatunk tehát annak a $H(\omega)$ átviteli karakterisztikának a megkeresése, amely alkalmazásával a döntés t_0 pillanatában maximális lesz a jel-zaj viszony.

Írjuk fel a kimeneti jelet időtartományban:

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

$$x(t) = f(t) + n(t)$$

$$y(t) = [f(t) + n(t)] * h(t)$$

Képleteinkben a * a konvolúciót jelenti. A teljesség kedvéért a konvolúciós integrál:

$$f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau)f(t-\tau)d\tau .$$

A konvolúciós integrál a realizálható rendszerek kauzalitása miatt egyszerűbb alakot vesz fel:

$$y(t) = f(t) * h(t) = \int_{-0}^{\infty} h(\tau)f(t-\tau)d\tau .$$

Levezetésünk során a továbbiakban nem fogjuk használni a konvolúciós integrált. Ennek az oka egyrészt nehézkes mivolta, másrészt pedig a rendszerek átvitelét általában frekvenciatartományban szokás jellemezni a $H(\omega)$ átviteli karakterisztikával.

A zaj időbeli jelének jelölésére $n(t)$ -t választottuk. Ez egy egyszerűsített jelölés, ugyanis a zaj sztochasztikus folyamat, melynek egyik elterjedt jelölésmódja:

$$n(\xi, t)$$

A sztochasztikus folyamat egy időfüggvény halmaza, ami tartalmazza az összes lehetséges időfüggvényt. Amikor megfigyelünk egy konkrét zajfolyamatot, akkor a sztochasztikus folyamat egy konkrét mintafüggvényét figyeljük meg, ennek jelölése:

$$n(\xi_k, t)$$

A jelölés a k. mintafüggvényt mutatja. Időtartománybeli képleteinkben ezt jelöljük egyszerűsített formában $n(t)$ -vel.

$$n(t) \stackrel{!}{=} n(\xi_k, t)$$

Térjünk vissza a kimeneti jel időtartománybeli felírására. A kimeneti jelet bontsuk fel csak a jelből és csak a zajból származó tagokra:

$$y_s(t) = f(t) * h(t)$$

$$y_n(t) = n(t) * h(t)$$

Mivel a zaj sztochasztikus folyamat, ezért $n(t)$ realizációjának csak statisztikus jellemzőit tekinthetjük ismertnek. A zajról feltesszük, hogy ergodik és legalább gyengén stacioner. Az ergodicitás azt jelenti, hogy $n(\xi, t)$ sztochasztikus folyamat halmaz és időátlagai megegyeznek. A gyengén stacionaritás jelentése: $n(\xi, t)$ folyamat első és másodrendű átlagai időfüggetlenek. Az elsőrendű átlag a folyamat várható értéke, a másodrendű átlag pedig az átlagteljesítménye.

Várható érték:

$$\eta = E\{n(\xi_k, t)\}$$

A Gauss zaj ergodik, ezért jelölésünket egyszerűsítjük:

$$n(\xi, t) \rightarrow n(t)$$

$$\eta_n = E\{n(t)\}$$

továbbá a gyengén stacionaritás is teljesül rá, így felírhatjuk az időfüggetlen autokorrelációs függvényt:

$$R_n(\tau) = E\left\{n\left(t + \frac{\tau}{2}\right)n^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)\right\}$$

Az autokorrelációs függvény a 0 helyen a folyamat átlagteljesítményét adja:

$$R_n(0) = P_{\text{avg}}$$

$R_n(\tau)$ autokorrelációs függvény Fourier transzformáltja a folyamat teljesítmény spektruma, továbbiakban PSD (Power Spectral Density), jelölése pedig: $S_n(\omega)$.

$$R_n(\tau) \stackrel{F}{\leftrightarrow} S_n(\omega)$$

A PSD dimenziója: $S_n(\omega) = \left[\frac{W}{Hz} \right]$, vagyis a zaj teljesítményének spektrális eloszlását jellemzi.

Feladatunk a jel-zaj viszony t_0 , a döntés pillanatában történő maximalizálása a $H(\omega)$ szűrő megfelelő megválasztásával. A szélsőérték problémát célszerűen frekvencia tartományban oldjuk meg.

A zaj átlagteljesítménye a szűrő bemenetén:

$$P_{Nin} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_n(\omega) d\omega$$

A zaj teljesítményének várható értéke a szűrő kimenetén:

$$P_N = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_n(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega$$

A kimeneti jel pillanatnyi amplitúdója a t_0 pillanatban:

$$y_f(t_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) H(\omega) e^{j\omega t_0} d\omega$$

és ebből a pillanatnyi teljesítmény a t_0 pillanatban:

$$P_S(t_0) = |y_f(t_0)|^2 = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \left| \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) H(\omega) e^{j\omega t_0} d\omega \right|^2$$

végül a kimeneti jel-zaj viszony:

$$\frac{P_S(t_0)}{P_N} = \frac{1}{2\pi} \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)H(\omega)e^{j\omega t_0} d\omega \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} S_n(\omega)|H(\omega)|^2 d\omega}$$

Ennek a kifejezésnek kell a maximumát keresni a $H(\omega)$ szűrő átviteli karakterisztika függvényében.

$$\text{Max}_{H(\omega)} \left\{ \frac{P_S(t_0)}{P_N} \right\}$$

Vezessük be a következő segédfüggvényeket:

$$F_0^*(\omega) \triangleq \frac{F(\omega)}{\sqrt{S_n(\omega)}} e^{j\omega t_0}$$

$$F_1(\omega) \triangleq F(\omega)\sqrt{S_n(\omega)}$$

Ekkor a jel-zaj viszonyra vonatkozó egyenletünk a következőképp alakul:

$$\frac{P_S(t_0)}{P_N} = \frac{1}{2\pi} \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} F_0^*(\omega)F_1(\omega)d\omega \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |F_1(\omega)|^2 d\omega}$$

A kifejezés maximumának megállapításához használjuk fel a Cauchy–Bunyakovszkij–Schwarz³ egyenlőtlenséget:

³ Az egyenlőtlenséget Cauchy–Bunyakovszkij–Schwarz nevek fémjelzik, így ezen nevek tetszőleges halmazának és részhalmazainak bármely permutációja előfordul az irodalomban. A Cauchy–Bunyakovszkij–Schwarz egyenlőtlenség a valós vagy komplex számtest feletti V euklideszi vektortér tetszőleges x és y elemének $\langle x, y \rangle$ skaláris szorzata abszolút értékének felső becslésére szolgál.

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} F_0^*(\omega) F_1(\omega) d\omega \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |F_0(\omega)|^2 d\omega \int_{-\infty}^{\infty} |F_1(\omega)|^2 d\omega$$

az egyenlőség akkor és csak akkor teljesül, ha

$$F_1(\omega) = k F_0(\omega).$$

Ezt figyelembe véve átalakíthatjuk egyenlőtlenségünket egyenlőséggé α segéd konstans bevezetésével.

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} F_0^*(\omega) F_1(\omega) d\omega \right|^2 = \alpha \int_{-\infty}^{\infty} |F_0(\omega)|^2 d\omega \int_{-\infty}^{\infty} |F_1(\omega)|^2 d\omega$$

helyettesítsük ezt vissza a maximalizálandó egyenletünkbe:

$$\frac{P_S(t_0)}{P_N} = \frac{1}{2\pi} \frac{\alpha \int_{-\infty}^{\infty} |F_0(\omega)|^2 d\omega \int_{-\infty}^{\infty} |F_1(\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |F_1(\omega)|^2 d\omega}$$

majd egyszerűsítsünk:

$$\frac{P_S(t_0)}{P_N} = \frac{1}{2\pi} \alpha \int_{-\infty}^{\infty} |F_0(\omega)|^2 d\omega$$

fenti egyenlet a maximumot $\alpha = 1$ esetben veszi fel.

$$\mathbf{Max}_{H(\omega)} \left\{ \frac{P_S(t_0)}{P_N} \right\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F_0(\omega)|^2 d\omega$$

$F_1(\omega)$ eredeti kifejezését visszahelyettesítve:

$$\boxed{Max_{H(\omega)} \left\{ \frac{P_S(t_0)}{P_N} \right\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|F(\omega)|^2}{S_n(\omega)} d\omega}$$

Az optimum szűrőre az

$$\alpha = 1 \Rightarrow F_1(\omega) = kF_0(\omega)$$

megkötésből következtethetünk $F_0(\omega)$ és $F_1(\omega)$ eredeti kifejezéseit visszahelyettesítve:

$$\boxed{H_{opt}(\omega) = k \frac{F^*(\omega)}{S_n(\omega)} e^{-j\alpha\omega_0}}$$

4.2 Optimális szűrő fehér zajban

Fehér zaj esetében $S_n(\omega) = N_0/2$. Az optimális szűrő átviteli karakterisztikája:

$$H_{opt}(\omega) = kF^*(\omega)e^{-j\alpha\omega_0}$$

a jel-zaj viszony maximuma pedig

$$Max_{H(\omega)} \left\{ \frac{P_S(t_0)}{P_N} \right\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|F(\omega)|^2}{S_n(\omega)} d\omega = \frac{2}{N_0} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega = \frac{2E}{N_0}$$

$$\boxed{Max_{H(\omega)} \left\{ \frac{P_S(t_0)}{P_N} \right\} = \frac{2E}{N_0}}$$

ahol E a jel energiája.

Megállapíthatjuk, hogy fehér zaj esetében a maximális jel-zaj viszony nem függ a moduláció jellegétől, csak a kisugárzott jel energiájától.

4.3 Illesztett szűrő - korrelációs vevő

$$H_{opt}(\omega) = kF^*(\omega)e^{-j\omega t_0}$$

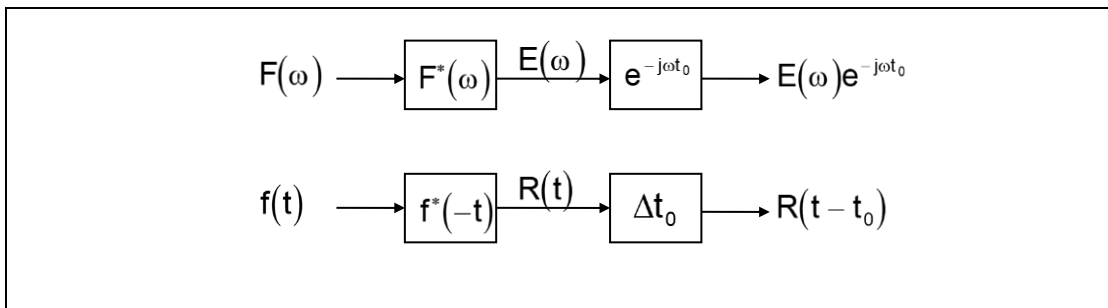
legyen $k = 1$

ugyanaz időtartományban:

$$h_{opt}(t) = f^*(-t)$$

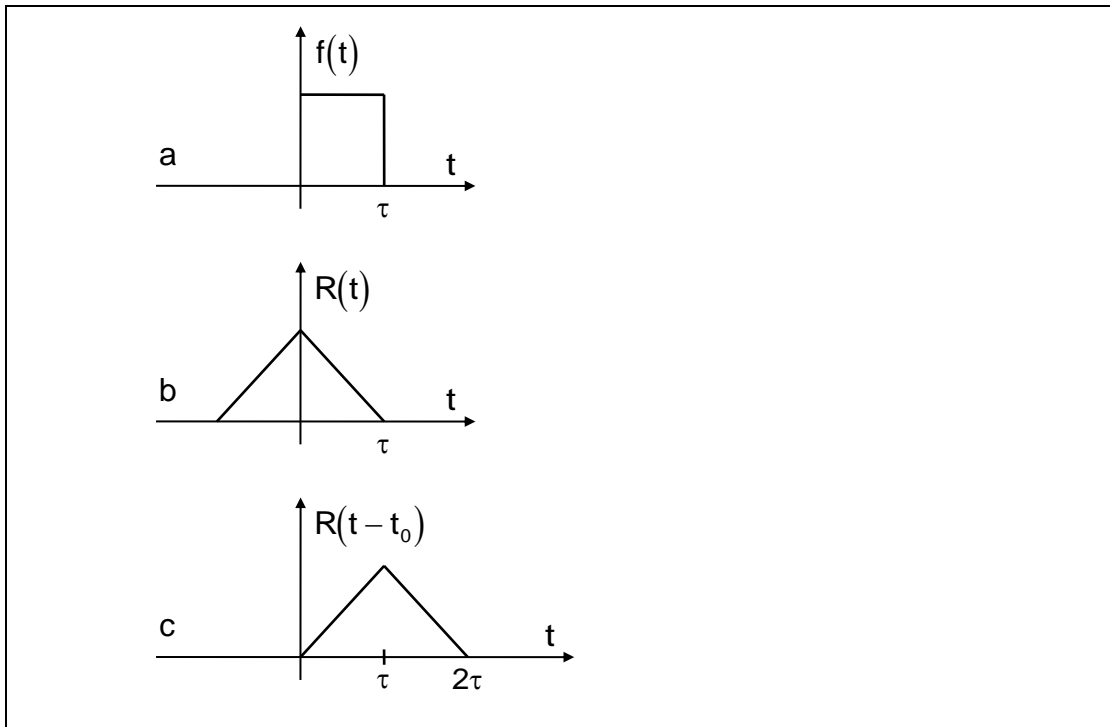
Mivel az optimális vevő átviteli karakterisztikája és súlyfüggvénye "illeszkedik" az eredeti jelhez, ezért $H_{opt}(\omega)$ szűrőt *illesztett* szűrőnek nevezzük.

A 4-2. ábra az illesztett szűrőt mutatja frekvencia- és időtartományban.



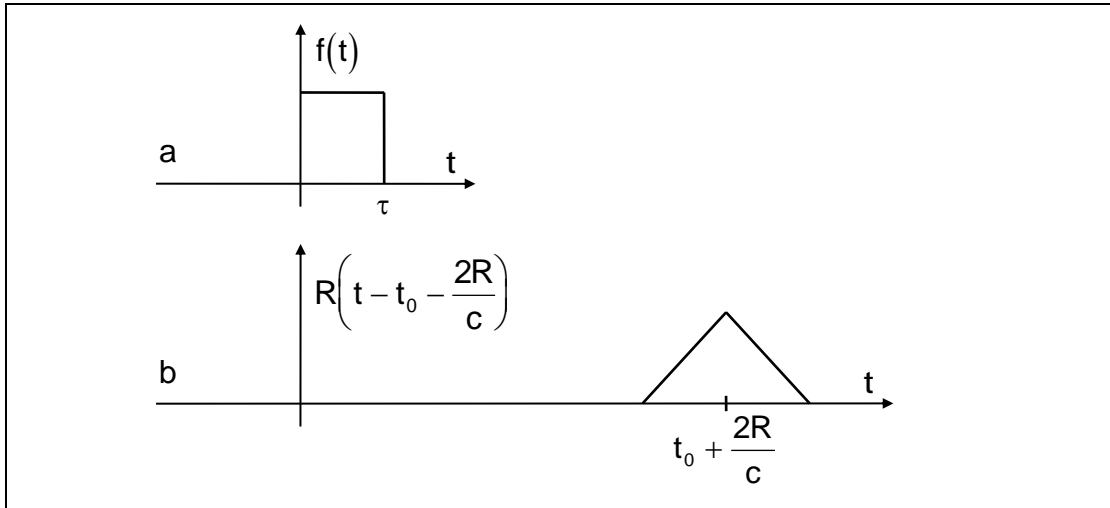
4-2. ábra, Korrelációs vevő

A szűrő időtartománybeli kimenete a jel autokorrelációs függvénye t_0 idővel eltolva. Ez magyarázza a "korrelációs vevő" elnevezést. Vizsgáljuk meg, milyen tartományban mozoghat t_0 .



4-3. ábra, Vevő korrelációs kimenete

A 4-3. ábra /a részében az $f(t)$ jel látható, ami most az egyszerű áttekinthetőség érdekében impulzus. A 4-3. ábra /b részében az $f(t)$ jel autokorrelációs függvényét $R(t)$ ábrázolja. $R(t)$ elvileg $t_0 = 0$ esetben jelenhetne meg a szűrő kimenetén. Azonban mint az a /b részben jól látható, ez esetben a szűrő kimenetén hamarabb jelenne meg a válasz, mint ahogy a bemenetén a gerjesztés. Ilyen t_0 választás esetén tehát nem lenne kauzális a rendszer. Adott példánál a kauzalitás feltétele: $t_0 \geq \tau$. A 4-3. ábra /c része a $t_0 = \tau$ esetet mutatja. Általános jelalakra t_0 nem lehet kisebb, mint a jel időbeli tartója, ami jelen esetben $t_0 = \tau$.



4-4. ábra, Időben eltoló autókorrelációs függvény

A radaros alkalmazásnál a kiadott jelhez további $\frac{2R}{c}$ késleltetés adódik, így a radar vevőszűrőjének kimenetén az $R\left(t - t_0 - \frac{2R}{c}\right)$ jelenik meg, ahol a $\frac{2R}{c}$ tag becslése jelenti számunkra a céltárgy radiális távolságának mérését (4. ábra).

4.4 Illesztett szűrő kapcsolata az impulzuskompresszióval

Az impulzus kompressziót alkalmazó radarok időben hosszú impulzust alkalmaznak, ezzel biztosítják a detekcióhoz és a méréshez szükséges energiát. Ahhoz azonban, hogy a radiális felbontóképesség ne romoljon, az impulzus spektrális kiterjesztése szükséges. A kompressziós szűrő ezen időben és spektrálisan kiterjesztett impulzust nyomja időben össze. Az illesztett szűrő levezetése teljesen általánosan végeztük, vagyis az $f(t)$ jelalak lehet kiterjesztett spektrumú is. Az illesztett szűrő az ilyen jelalakok esetében kompressziós jelleget mutat és ezért szokás kompressziós szűrőnek is nevezni. Szemléletesen: a jel időbeli tartójának csökkentése szükségszerűen növeli annak amplitúdóját és így a jel-zaj viszonyt, vagyis a maximális jel-zaj viszony és a kompresszió azonos esetben valósul meg.

5 Antenna szerepe a radartechnikában [19,23]

Amennyiben a céltárgy az antenna apertúrájának távolterében helyezkedik el, - ez a szokásos gyakorlati mérési szituáció -, akkor a céltárgy radartól való abszolút távolságát csak a kisugárzott jel RF modulálásával, a céltárgy szög adatait viszont csak az antenna segítségével tudjuk mérni. Így a radar szögfelbontása, - klasszikus esetben -, a térbeli szűrő, vagyis az antenna irányélességi szögével meghatározott. Az antenna iránykarakterisztika és az apertúra megvilágítási függvény Fourier-transzformációs kapcsolatban vannak egymással:

$$f(x, y) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} F(\vartheta, \phi)$$

Ebből következően, ha azt akarjuk, hogy kicsi legyen az irányélességi szög, akkor nagyméretű antennát kell alkalmaznunk. Az antenna fizikai mérete függőleges ϑ és vízszintes ϕ irányban a következő kapcsolatban van a megfelelő irányélességi szögekkel:

$$\Theta_{3dB} \approx \frac{\lambda_0}{L_y} \quad \Phi_{3dB} \approx \frac{\lambda_0}{L_x}$$

Látható, hogy az antenna elektromos méretének olyan a szerepe a szögmérés felbontásában, mint az RF sávszélességnek a radiális távolság felbontásában. Az antenna melléknyaláb elnyomása nagy jelentőséggel bír a céltárgy radar keresztmetszete mérésének dinamikája szempontjából. Viszonylag magas melléknyaláb szint esetében ugyanis előfordulhat, hogy egy a melléknyalábokon keresztül megsugárzott és vett nagy σ -val rendelkező céljel elnyomja a főnyaláb irányában lévő igen kis σ -val rendelkező célt, meghamisítva ezzel a mérést. Továbbá a nagy melléknyaláb elnyomás védi a radart a melléknyalábokon keresztül megvalósított zavarástól is. A megfelelően nagy melléknyaláb elnyomás érdekében az antennák megvilágítását a szélek felé megfelelő ablakfüggvény alkalmazásával csökkentik. A dinamika növekedésének ára a főnyaláb kiszélesedése. Ez a módszer lényegében megegyezik a spektrálbecslésnél

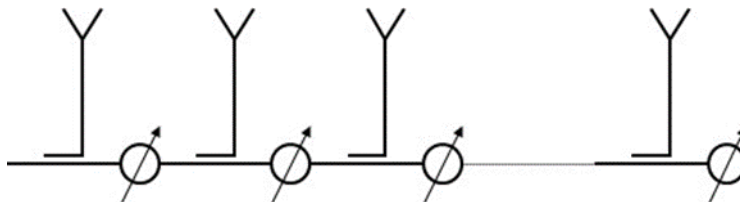
alkalmazott ablakfüggvény módszerrel, ennek oka a már említett $f(x,y) \xleftrightarrow{\mathfrak{F}} F(\vartheta,\phi)$, $x(t) \xleftrightarrow{\mathfrak{F}} X(\omega)$ analógia.

A konvencionális antennákkal megvalósított mérés lényege, hogy az antenna főnyalábjával átsöpör a cél irányán, és a reflektált jelből következtetünk a cél irányszögére. Ennek a módszernek az a fő problémája, hogy az antenna mechanikailag nem tud, (vagy nem célszerű az így kiadódó rendkívül hosszú letapogatási idő miatt) oldal és magassági szögben is egyidejűleg mozogni. (Ez az oka annak, hogy a radarok jobbra 2D-sek.) Szokásos az oldalszög és emelkedési szög mérésének két antennás szétválasztása, ami azt jelenti, hogy az egyik 2D radar (a forgó antennás) a cél oldalszögét, a másik (a bólogató antennás) az így már ismert irányában a cél emelkedési szögét méri (P37 típusú radar).

Egy másik módszer egy reflektort használ több egymás fölött lévő primer sugárázóval, és így több főnyalábot alakít ki emelkedési szögben (stacked beam).

További módszer, ha a vertikális irányú letapogatást elektronikusan valósítjuk meg, az oldalirányút pedig a szokásos forgatással. Ez esetben célszerű az oldalirányú iránydiagramot a reflektorral, a függőleges irányú iránydiagramot antenasorral megvalósítani. Ebből hengerparabola reflektor adódik (1. kép). Az antenasor elektronikus letapogatása a táplálás lineáris fázistolásának állításával valósítható meg. A letapogatás egyik legegyszerűbb elvi megvalósítását a

5-1. ábra mutatja, ahol a beépített azonos fázistolást biztosító fázistolók az egyes antennákat összekötő tápvonal szakaszok is lehetnek.



5-1. ábra, Fázisvezérlés megvalósítása frekvenciavezérléssel



1. kép, SZT-68U, https://honvedelem.hu/cikk/61988_vedoernyo

Ha tápvonalszakaszokból alakítjuk ki a fázistolókat, akkor azok fázistolása változik a frekvencia függvényében. Az így kialakított antennán különböző frekvenciájú kisugárzott jelek más-más főirányt mutatnak emelkedési szögben (Stacked-Beam). A 1. kép az SzT-68U típusú, *stacked beam* antennával rendelkező radart mutatja. A módszer hátránya, hogy a függőleges iránykarakterisztika erős frekvencia függése miatt a radar nem, vagy csak korlátozott mértékben dolgozhat frekvencia ugratásos üzemmódban, ill. a vivőfrekvencia áthangolhatósága rendkívül behatárolt. Ha az antenasort független adó-vevő modulokból alakítjuk ki, akkor megszabadulunk ettől a "keskenysávúsági" problémától, viszont N darab független, de együtt futó adó-vevő egységre van szükség. Erre láthatunk egy kiváló példát az AN/TPN-24 radar esetében: <http://www.radartutorial.eu/06.antennas/pic/stack2.big.jpg>.

Tovább növelve a radar antenna képességét, - és persze a komplexitását is -, antennasor helyett teljes szabadságfokú antennarácsot is alkalmazhatunk primersugárzónak, lehetővé téve ezzel oldalszögben a főnyaláb szélességénél pontosabb szögmérést (pl. monopulse-hoz hasonlatos módszerrel). Ha antennarácsot alkalmazunk primer sugárzónak, akkor újra a parabola antenna a megfelelő reflektor, de a primer sugárzókat nem a fókuszpontban (méretéből adódóan ez lehetetlen is) helyezzük el, hanem a fókuszpont középpontú gömb felületén. Az ARSR-4 típusú radar antennája ezt a módszert alkalmazza. A primersugárzó rács 23 sort és 34 oszlopot tartalmaz. Az antenna felépítése megtekinthető: <https://www.slideshare.net/Forward2025/radar-2009-a-9-antennas-2> (61. slide). Ennél a realizációnál a reflektor segítségével a primersugárzó méretét, vagyis a szükséges adó-vevő modulok számát tudtuk csökkenteni.

A reflektor nélküli antennarács rendelkezik a legnagyobb szabadságfokkal és ennek következtében a legjobb mérési lehetőségekkel is.

Erre példa az AN/FPS-126 (PAVE PAWS) radar (<https://science-naturalphenomena.blogspot.com/2010/11/anfps-126-pave-paws.html>

Az AN/FPS-126A radar 1792 darab adó-vevő modulból épül fel oldalanként, az oldalak 120° -os szöget zárnak be egymással. Ennek a struktúrának a hibatűrése a nagy elemszámból adódóan igen jó, néhány elem kiesése alig befolyásolja a mérést.

6 Antennarendszerek alapjai

Apertúra típusú antennák esetében az antenna geometriai mérete a hullámhossz sokszorososa. A forgásparaboloid antenna tipikus példája az apertúra antennáknak. Geometriai kialakítását úgy végezték, hogy az a merőlegesen beeső síkhullámot egy pontba, a fókuszpontba gyűjtse össze. Definiáljuk az antennánk előtt a síkot, melyen keresztül az EM energiaáramlás realizálódik. Ennek a síknak a neve az antenna apertúrája. Az antenna a vétel során az ezen a síkon áthaladó EM hullámokat összegezi a fókuszpontjában. Mivel az összegzés folytonos, ezért a vett jelet az apertúrán lévő komplex EM jelamplitúdó súlyozott integráljaként kapjuk. Felmerül a kérdés, lehetne-e ugyanezen apertúra diszkrét pontokban történő mintavételezésével, majd az egyes értékek összegzésével hasonló eredményt kapni. Elkészíthető-e a folytonos apertúra antenna diszkrét változata? Ha igen, akkor milyen megkötésekkel?

Ha továbbra is a folytonos apertúra antenna esetet tekintjük és a képzeletbeli apertúra mögött különböző főirányú, de azonos apertúra méretű antennákat alkalmazunk felváltva ugyanarra az EM környezetre, akkor azt tapasztaljuk, hogy az apertúrán lévő térerősség mező különböző feldolgoásaival eltérő eredményeket kapunk. Vagyis több információ van az apertúrán, mint amire a konkrét antenna koncentrálna (fókuszál). A forgásparaboloid antenna az apertúrán – vagyis egy kiterjedt felületen - lévő komplex jelet transzformál egydimenziós komplex jellé. Ez a dimenzióvesztés a realizációból fakad.

Mintavételezzük ugyanezen apertúrát, vagyis elemi mintavevő antennákból mintavevő rácsot alkotunk az apertúrán. Ebben az esetben az apertúrán lévő jelek összegzése integrál helyett szummává egyszerűsödik, és lehetőség van minden egyes mért érték amplitúdójának és fázisának módosítására az összegzést megelőzően. Ez a módszer is ugyanazon dimenzióvesztéssel jár, azonban az összegzés előtti amplitúdó és fázis módosítások határozzák meg az antenna térbeli szűrő karakterisztikáját, vagyis iránykarakterisztikáját. Mivel módosító értékek nem a geometriából adódnak, hanem teljes egészében mi határozzuk meg, ezért lehetőségünk van az apertúra mögé szinte bármilyen antenna létrehozására. Vagyis általános esetben a szabadságfokunk nem csökken.

Az antennarendszerek adta lehetőségek jobb megértéséhez vizsgáljuk meg annak elvi alapjait.

6.1 Térbeli folyamatok [1,2,38]

Modell [1,2]

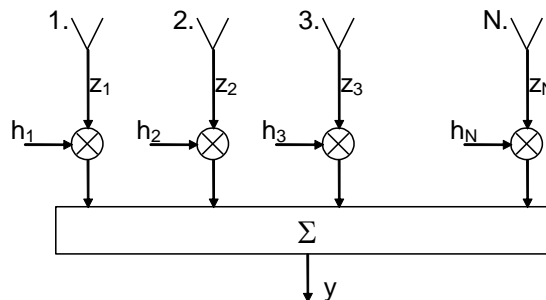
A vizsgálódásunkat az antenasorra végezzük el. Az így kapott eredmények igazak lesznek a 2 dimenziós antennarács esetében is. A közvetlen 2D tárgyalásmód olyan bonyolult egyenletekhez vezetne, melyek nagyon megnehezítenék a tématerület megismerésének útját.

Antennasor

Az elektromágneses tér mintavételezésére antenasort használunk, melyre a következő megkötéseket tesszük:

- lineáris ekvidisztáns térbeli elrendezés,
- N elemszám,
- azonos iránykarakterisztikájú elemi antennák
- azonos orientációjú elemi antennák

Az 6-1. ábra látható az antenasor funkcionális felépítése.

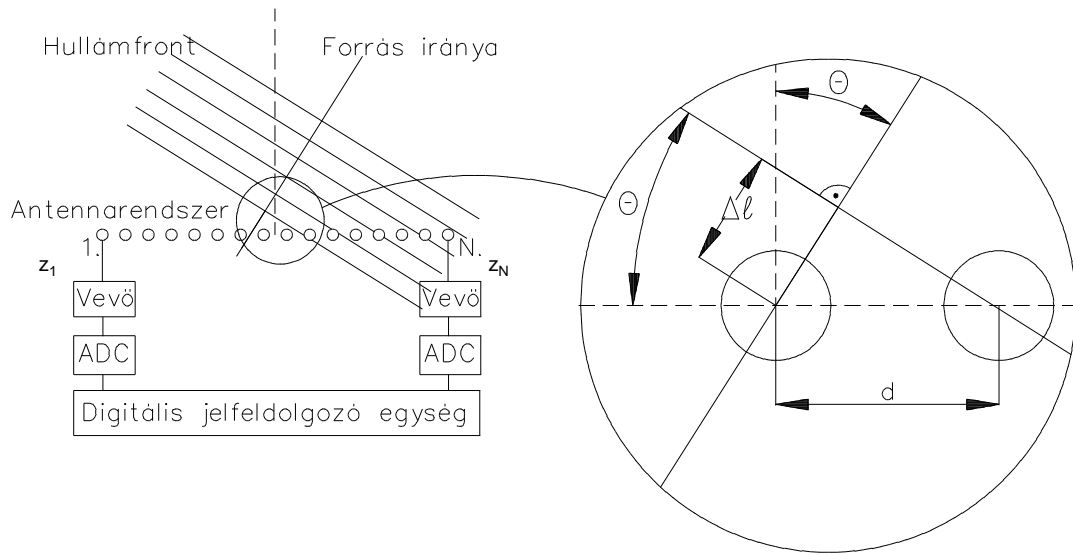


6-1. ábra, Lineáris ekvidisztáns antenasor

A feldolgozandó elektromágneses környezet:

- relatíve keskenysávú jelek, vagyis: $\frac{B}{f_0} \ll 1$.

Az antenasorra beeső elektromágneses hullámok széles spektrumot fednek le, ezért a keskenysávúság követelményét az egyes antennaelemek mögött lévő vevők keskenysávúságával lehet teljesíteni.



6-2. ábra, Antennasor modell

Tételezzük fel, hogy az N elemből álló antennarendszerünkbe ϑ irányból síkhullám esik be (6-2. ábra). A beérkező hullámfronttól adott t_μ időpillanatban az antenasor térbeli mintát vesz. Mivel síkhullám esik be az antennára, ezért a mintavételi pontokon megjelenő jelek amplitúdója jó közelítéssel megegyezik. A fázis viszont lineárisan változik.

A vett jel fázisa a k . elemen:

$$\Delta\Phi_k = k\Delta\Phi,$$

ahol $\Delta\Phi$ a két szomszédos elem közötti fáziskülönbség, melynek oka az úthosszkülönbség:

$$\Delta R = d \sin \vartheta.$$

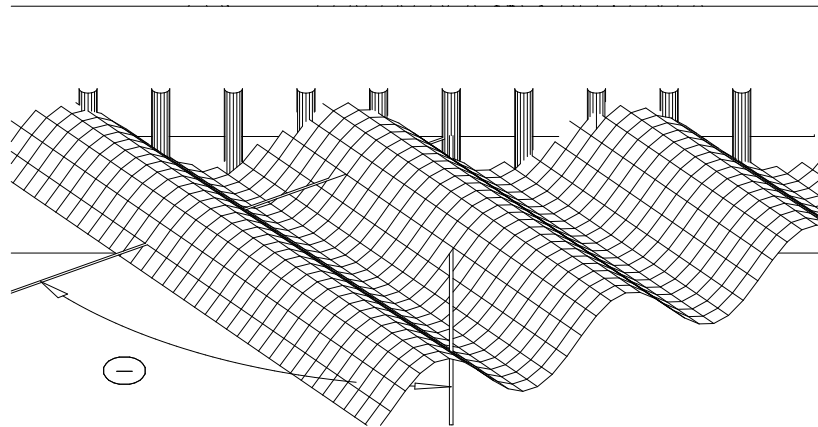
Az ennek megfelelő két szomszédos elem közötti fáziskülönbség:

$$\Delta\Phi = \Delta R\beta_0 = d\beta_0 \sin \vartheta = d \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \vartheta,$$

és végül a k. elemhez tartozó fázis:

$$\Delta\Phi_k = k\Delta\Phi = k2\pi \frac{d}{\lambda_0} \sin \vartheta.$$

Ha kissé plasztikusabban képzeljük el a beeső síkhullámot (6-3. ábra), akkor az egy szinuszos jel metszetet alkot az antenasorunkkal, ahol a szinusz frekvenciája a beesési szögtől függ.



6-3. ábra, Síkhullám beesése az antenasorra

A mintavételezés nem időben, hanem térben játszódik le. Az időbeli frekvencia, – köznapiban értelemben frekvencia - definíció szerint az időegységre eső periódusszám. Ebből kézenfekvően adódik a térbeli frekvencia definíciója: a hosszegységre eső periódusszám. Két elem között a periódusszám:

$$n = \frac{\Delta\Phi}{2\pi} = \frac{d}{\lambda_0} \sin \vartheta,$$

és a térbeli frekvencia:

$$f_d = \frac{n}{d} = \frac{1}{\lambda_0} \sin \vartheta.$$

A térbeli frekvencia értéke a beesési szögtől függ, maximális értékét

$$\vartheta = \frac{\pi}{2}$$

esetén veszi fel, ekkor

$$f_d = \frac{1}{\lambda_0}.$$

$\vartheta = 0$ esetében pedig $f_d = 0$. A térbeli frekvencia negatív is lehet.

A valós EM környezetben az antennára minden irányból esik be EM hullám, ha egyéb jel nincs, akkor a zaj, amely beeső teljesítmény szintén rendelkezhet irányfüggéssel. A tér különböző irányából beeső teljesítménysűrűséget leíró függvény a szögbéli teljesítménysűrűség (PAD: Power Angular Density).

Hasonlóan, mint időbeli jelek esetében, itt is érvényesül a mintavételi tétel, ami azt mondja ki, hogy egy alapsávi folyamatot a maximális frekvenciájú összetevőjéhez képest legalább a kétszeres sűrűséggel kell mintavételezni ahhoz, hogy az eredeti folyamat a mintáiból torzítatlanul visszaállítható legyen. A maximálisan előforduló térbeli frekvencia:

$$f_d = \frac{1}{\lambda_0},$$

és így a szükséges térbeli mintavételi frekvencia:

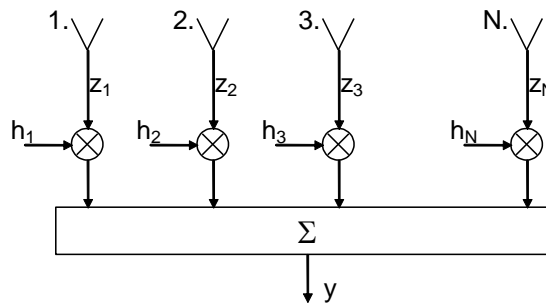
$$f_d^s \geq 2f_d = \frac{2}{\lambda_0}$$

és a mintavételi távolság:

$$d_s = \frac{1}{f_d^s} \leq \frac{\lambda_0}{2}.$$

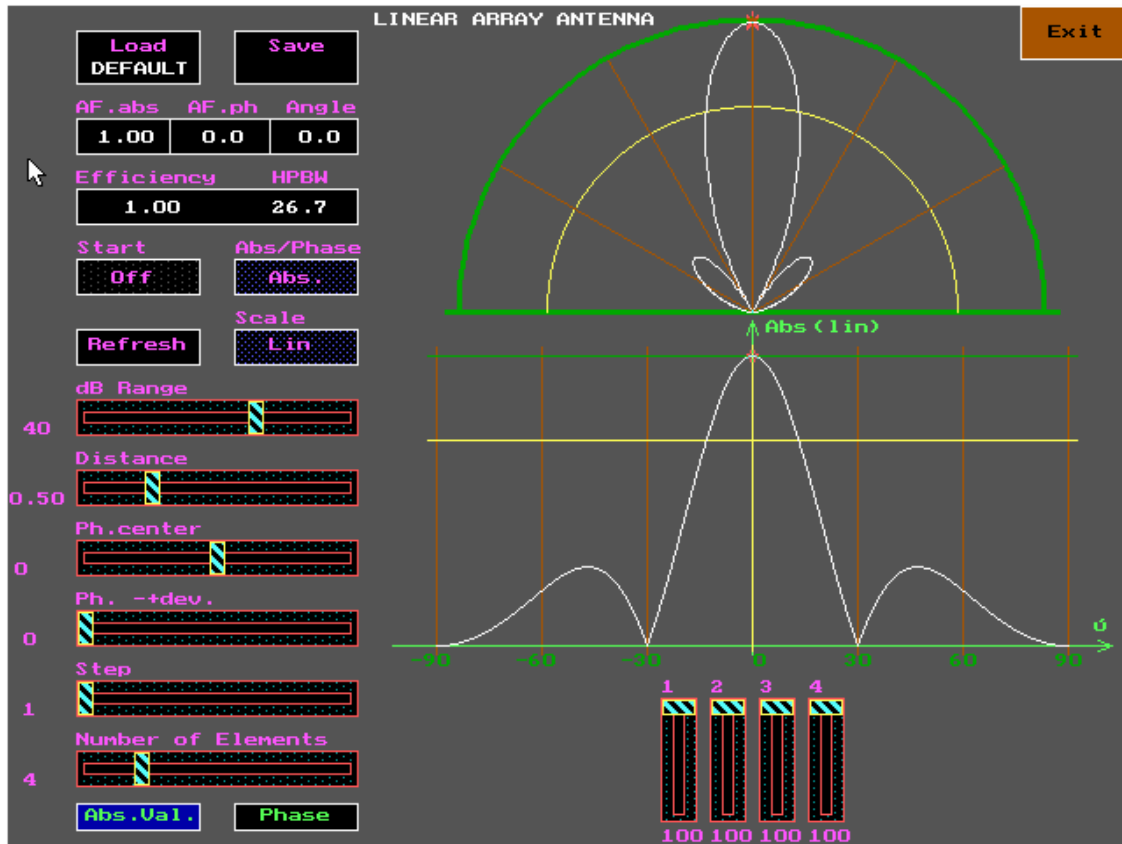
6.2 Térbeli FIR szűrő

Az 6-4. ábra a lineáris antennasorral megvalósított antenna modellje látható.



6-4. ábra, Vizsgált antenna modell

Az antennasor egyes elemein lévő jeleket megszorozzuk egy-egy komplex konstanssal, majd összegezzük az így kapott jeleket. Ha azt akarjuk, hogy az antenna főiránya az antennasorra merőleges legyen, akkor a szorzók azonosak. A merőleges irányból beeső síkhullám azonos fázisban érkezik az antennasor elemeire, így akkor kapjuk a kimeneten maximális jelszintet, ha ezeket a vektorokat fázismódosítás nélkül fázisban adjuk össze.



6-5. ábra, 4 elemű antenna iránykarakterisztikája

Minden esetben a fázishelyes összeadás adja a maximális jelet. Ezért ha a főirányunkat ki akarjuk téríteni a merőlegesből, akkor az antenasoron létrejött, a kitérítés mértékével arányos lineáris fázismenetet kell kompenzálni a komplex szorzásokkal.

Példaként forgassuk el egy 4 elemű antenna főnyalábját 30 fokkal. A $\Theta_0 = 30^\circ$ irányból beeső síkhullám a következő vett jel vektort hozza létre:

$$\mathbf{z}^T = \mathbf{s}^T(\Theta_0) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j\Delta\Phi} & e^{-j2\Delta\Phi} & e^{-j3\Delta\Phi} \end{bmatrix}$$

ahol

$$\Delta\Phi = d \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \Theta_0$$

Legyen az elemek között a távolság fél hullámhossz:

$$d = \frac{\lambda_0}{2}$$

ekkor

$$\Delta\Phi = d \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \Theta_0 = \frac{\lambda_0}{2} \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin 30^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ radián, vagyis } \Delta\Phi = 90^\circ .$$

Megállapodás szerint $s(\Theta_0)$ -vel jelöljük a Θ_0 irányból beeső síkhullám által gerjesztett vett jelektort.

Mivel a főirány Θ_0 irányba történő fordítása azt jelenti, hogy ebből az irányból érkező síkhullámra kell a maximális eredmény adódjon, vagyis az $s(\Theta_0)$ vektor elemeit kell azonos fázisba hozni és utána összeadni. Ebből az antennánk súlyvektorára a következő adódik:

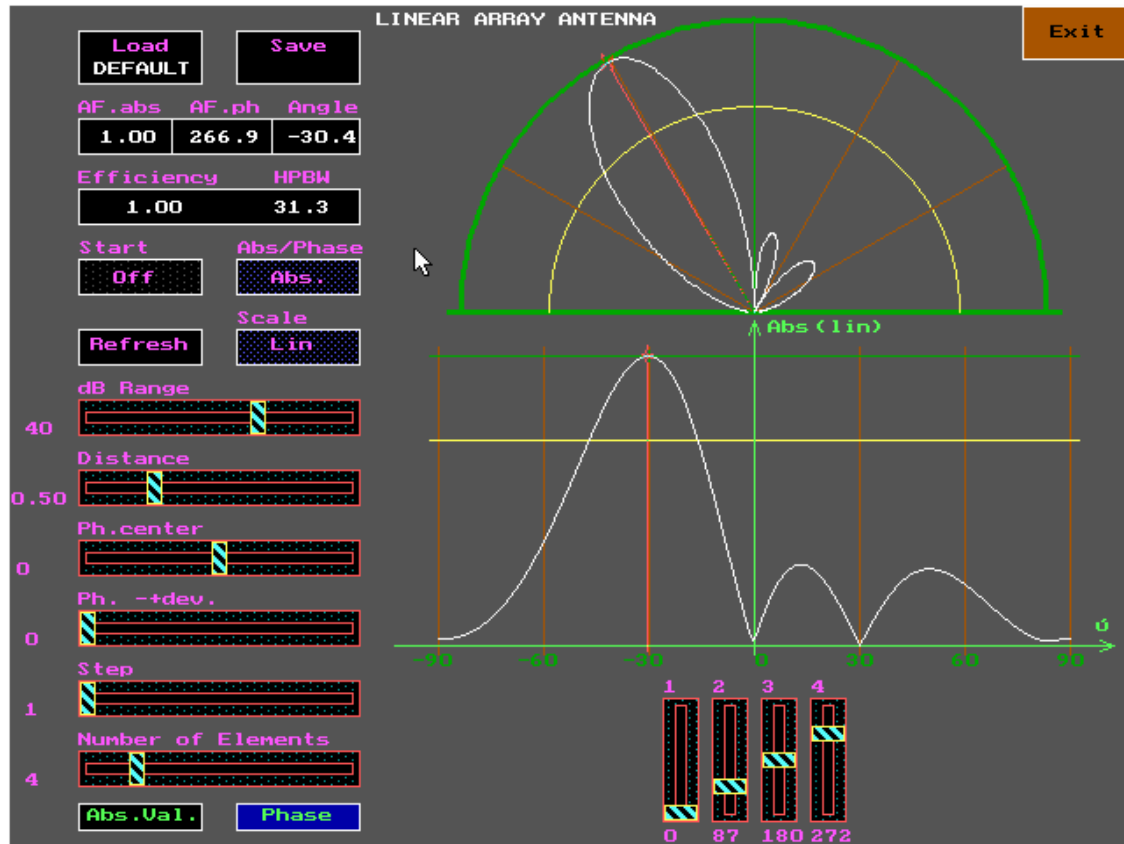
$$h(\Theta_0) = s^*(\Theta_0)$$

kifejtve:

$$\mathbf{s}^T(\Theta_0) = [1 \quad e^{-j\Delta\Phi} \quad e^{-j2\Delta\Phi} \quad e^{-j3\Delta\Phi}]$$

$$\mathbf{h}^T(\Theta_0) = [1 \quad e^{+j\Delta\Phi} \quad e^{+j2\Delta\Phi} \quad e^{+j3\Delta\Phi}]$$

A felírásból jól látható, hogy a \mathbf{h} súlyvektor elemeinek fázistolása rendre kompenzálja a Θ_0 irányból beeső síkhullám lineáris fázismenetét és így biztosítja a maximális nyereséget.



6-6. ábra, Antenna főirány elektronikus elfordítása

6.3 Iránykarakterisztika

Az 6-4. ábra tekintve az y kimenetre felírhatjuk:

$$\mathbf{y} = \mathbf{z}^T \mathbf{h} = \mathbf{h}^T \mathbf{z} = \sum_{i=1}^N h_i z_i$$

Tapogassuk le a \mathbf{h} súlyvektorral rendelkező antenna iránykarakterisztikáját. Vagyis vezessünk körbe az antennán az $s(\vartheta)$ egységnyi amplitúdójú síkhullámot.

Ekkor a nem normalizált iránykarakterisztika a következő:

$$F(\vartheta) = y(\vartheta) = \mathbf{s}^T(\vartheta) \mathbf{h} = \mathbf{h}^T \mathbf{s}(\vartheta) = \sum_{i=1}^N h_i s_i(\vartheta)$$

ahol

$$\mathbf{s}^T(\vartheta) = [1 \quad e^{-j\Delta\Phi} \quad e^{-j2\Delta\Phi} \quad e^{-j3\Delta\Phi}]$$

$$\Delta\Phi = d \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \vartheta$$

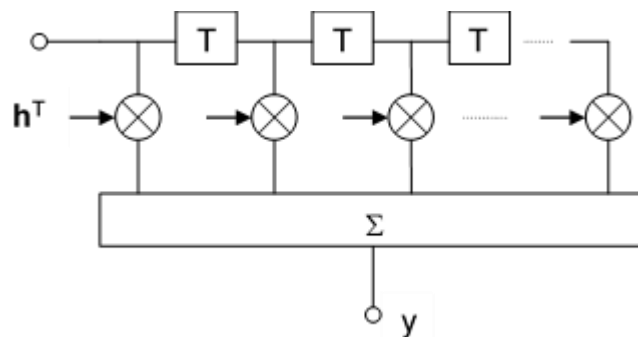
visszahelyettesítve

$$F(\vartheta) = \sum_{i=1}^N h_i e^{-j(i-1)\Delta\Phi},$$

vagyis az irányszűrő (iránykarakterisztika) a szűrőoefficiensek vektorának (súlyvektor) Fourier transzformáltjaként adódik.

$$F(\vartheta) = F\{\mathbf{h}\}$$

Az irányszűrő és a frekvencia-tartománybeli szűrő teljes analógiában vannak. Tekintsük az 6-7. ábra látható diszkrét idejű FIR szűrőt.



6-7. ábra, FIR szűrő modell

A szűrő amplitúdó átviteli karakterisztikája a szűrő súlyfüggvényének Fourier transzformáltjaként adódik.

$$H(\omega) = F\{\mathbf{h}\} = T \sum_{i=1}^N h_i e^{-ji\omega T}$$

T a mintavételezés időköze. A kitevőben lévő ωT szorzat fázis értéket jelent.

$$\Delta\Phi = \omega T$$

Ezt alkalmazva a következő formában is felírhatjuk a szűrő amplitúdó átviteli karakterisztikáját:

$$H(\omega) = T \sum_{i=1}^N h_i e^{-ji\Delta\Phi}$$

Ez utóbbi kifejezés teljes analógiában van az antennára felírt összefüggéssel.

$$F(\vartheta) = \sum_{i=1}^N h_i e^{-j(i-1)\Delta\Phi} \quad \leftrightarrow \quad H(\omega) = T \sum_{i=1}^N h_i e^{-ji\Delta\Phi}$$

Ha összevetjük a két kifejezés $\Delta\Phi$ -re vonatkozó tartalmát:

$$\Delta\Phi = \omega T \quad \leftrightarrow \quad \Delta\Phi = d \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \vartheta$$

akkor a következő megfeleltetéseket fedezhetjük fel:

$$T \leftrightarrow d$$

$$\omega \leftrightarrow 2\pi \frac{1}{\lambda_0} \sin \vartheta$$

frekvenciára felírva:

$$f \leftrightarrow \frac{1}{\lambda_0} \sin \vartheta$$

Ezzel visszajutottunk a térbeli frekvencia definiáló egyenletéhez.

Mivel antennáknál közvetlen jelentőséggel $F(\vartheta)$ iránykarakterisztika bír és nem a térbeli frekvenciás kifejezés:

$$F(f_d) = F\left(\frac{1}{\lambda_0} \sin \vartheta\right),$$

ezért analóg párként célszerű a térbeli frekvencia helyett a szöget választani

$\omega \leftrightarrow \vartheta$.

Ha tovább vizsgáljuk a térbeli körfrekvencia képletét, akkor megállapíthatjuk, hogy a szög és a térbeli frekvencia között szinuszos

$$\omega_d = 2\pi \frac{1}{\lambda_0} \sin \vartheta$$

nemlineáris kapcsolat van.

Hasonlítsuk össze a szinusz és a lineáris függvényeket.

A következők állapítható meg:

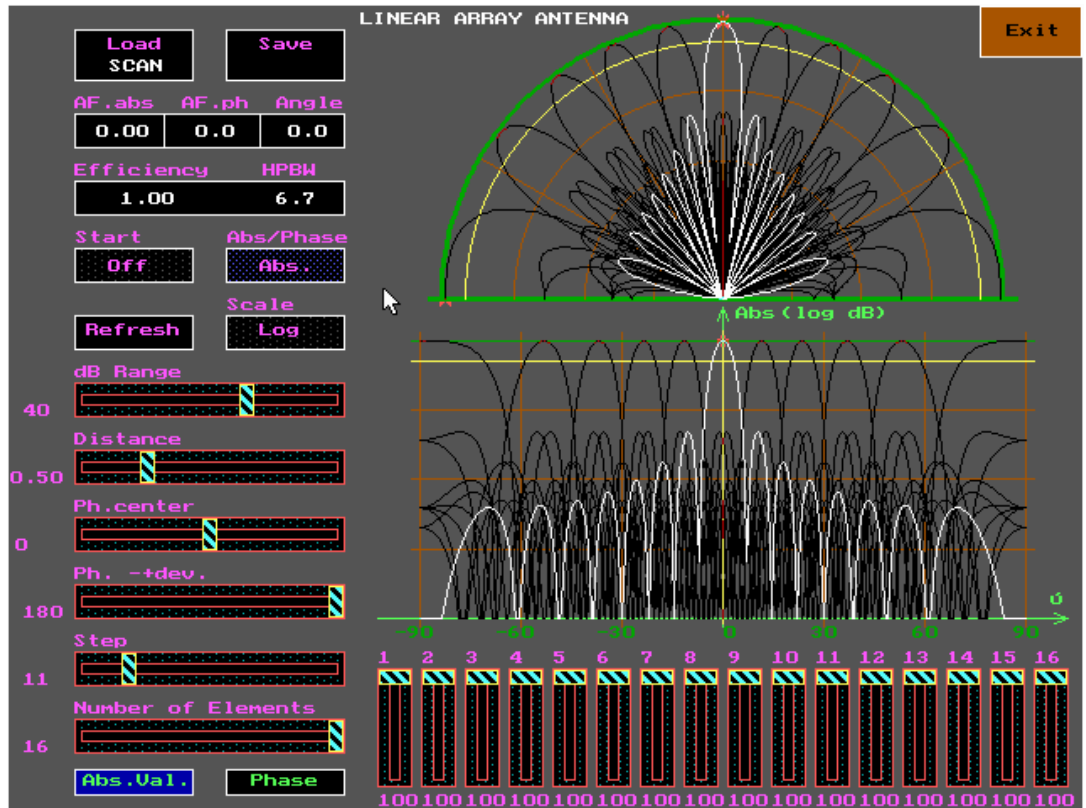
- a szinusz függvény π tartományra egyértelmű, a másik π tartományban ismétli önmagát.

Ennek következményeként $F(\vartheta)$ iránykarakterisztika π -re egyértelmű és az antenasor felett és alatt megegyezik. Ez az elrendezés szimmetriáját tekintve nyilvánvaló tulajdonság.

- Kis szögek esetében a szinusz jó közelítéssel megegyezik a lineáris függvénnyel, azonban a szög növekedtével a szinusz meredeksége csökken.

Ennek következményeként a $\pm \frac{\pi}{2}$ szögtartományban pásztázó $F(\vartheta)$

iránykarakterisztika irányélességi szöge minimális a 0 környezetében, majd a szélek felé rohamosan romlik.



6-8. ábra, Főnyaláb élességének irányfüggése

Gyakorlati alkalmazás szempontjából általában elfogadható a $\pm \frac{\pi}{3}$ tartomány alkalmazása, ami a teljes 2π letapogatása esetében három antenasor alkalmazását eredményezi egy egyenlő oldalú háromszög oldalain, vagy antenna rács esetében egy egyenlő oldalú háromszög alapú csonkagúla oldallapjain.

A nemlinearitási probléma ellenére megállapíthatjuk, hogy az

$$\text{Idő-frekvencia} \leftrightarrow \text{távolság-szög}$$

Tartományok analógiájának következtében az idő-frekvencia tartományban már kidolgozott leírási, tervezési és jelfeldolgozási módszerek a távolság-szög tartományban is alkalmazhatók. Ennek demonstrálására tekintsük az idő-frekvenciatartománybeli leírás jól ismert modulációs tételét:

$$h(t) \leftrightarrow H(\omega) \leftrightarrow h(t)e^{j\omega_0 t} \leftrightarrow H(\omega - \omega_0)$$

ugyanaz diszkrét idejű szűrőkre

$$\mathbf{h}^T = [h_1 \quad h_2 \quad \dots \quad h_N]$$

$$h_i = h(iT) \text{ és } e^{j\omega_0 iT}$$

vagyis a $h(t)e^{j\omega_0 t}$ diszkrét idejű leírásban:

$$[h_1 e^{j\omega_0 T} \quad h_2 e^{j2\omega_0 T} \quad \dots \quad h_N e^{jN\omega_0 T}]$$

$$[h_1 e^{j\Delta\Psi} \quad h_2 e^{j2\Delta\Psi} \quad \dots \quad h_N e^{jN\Delta\Psi}]$$

ahol

$$\Delta\Psi = \omega_0 T$$

Ennek a kifejezésnek a Fourier transzformáltja a szűrő amplitúdó átviteli karakterisztika, ami ugyancsak

$$H(\omega - \omega_0).$$

Megjegyzendő, hogy a mintavételezés miatt a diszkrét idejű rendszerek mindig periodicitást mutatnak a mintavételi frekvenciára, vagyis jelen szűrőnk is függetlenül attól, hogy alkalmazunk frekvencia eltolást vagy sem.

6.4 Elektronikus pásztázás

Térjünk most át az analógiában lévő antennás problémára. Az eltolás itt az antenna meglévő – \mathbf{h} vektorhoz tartozó –, iránykarakterisztikájának a szögbéli eltolását, vagyis annak elforgatását jelenti.

Az elforgatott eredeti karakterisztikához tartozó vektor most is

$$[h_1 e^{j0\Delta\Psi} \quad h_2 e^{j1\Delta\Psi} \quad \dots \quad h_N e^{j(N-1)\Delta\Psi}]$$

alakú. Figyelembe véve az analógiákat

$$\Delta\Psi = d \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \Theta_0$$

És így az elforgatott iránykarakterisztika:

$$F(\vartheta - \Theta_0).$$

Vegyük észre, hogy az antenna iránykarakterisztika alakjáért a \mathbf{h} súlyvektor felelős, míg a főirány elforgatásának szögéért az $e^{j(i-1)\Delta\Psi}$ szorzótényezők. Fogjuk össze ezen szorzótényezőket \mathbf{r} forgató vektorba.

$$\mathbf{r}^T = [e^{j0\Delta\Psi} \quad e^{j1\Delta\Psi} \quad \dots \quad e^{j(N-1)\Delta\Psi}]$$

A tervezés során először célszerű a karakterisztika alakjára optimalizált tervezést elvégezni, majd az így kapott \mathbf{h} súlyvektorra még alkalmazni az \mathbf{r} forgató vektort.

A forgatás következményeként – feltéve, hogy annak tartománya nem nagyobb mint $\pm \frac{\pi}{3}$ -, az iránykarakterisztika jó közelítéssel megőrzi alakját.

Az elmondottakra tekintsünk két példát. Mindkét esetben $N=16$ elemű ekvidisztáns antennasort vizsgálunk. Az elemek közti távolság legyen

$$d = \frac{\lambda_0}{2}$$

Az elforgatás szöge:

$$\Theta_0 = 30^\circ$$

és ennek megfelelően

$$\Delta\Psi = d \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \Theta_0 = \frac{\lambda_0}{2} \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin 30^\circ = \frac{\pi}{2}, \text{ vagyis } \Delta\Phi = 90^\circ.$$

A 6-9. ábra és a 6-11. ábra bemutatott első esetekben a \mathbf{h} vektor:

$$\mathbf{h}^T = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1],$$

míg a 6-10. ábra 6-12. ábra bemutatott esetekben a \mathbf{h} vektorra emelt koszinuszos súlyozást alkalmazunk a nagyobb melléknyaláb elnyomás érdekében.

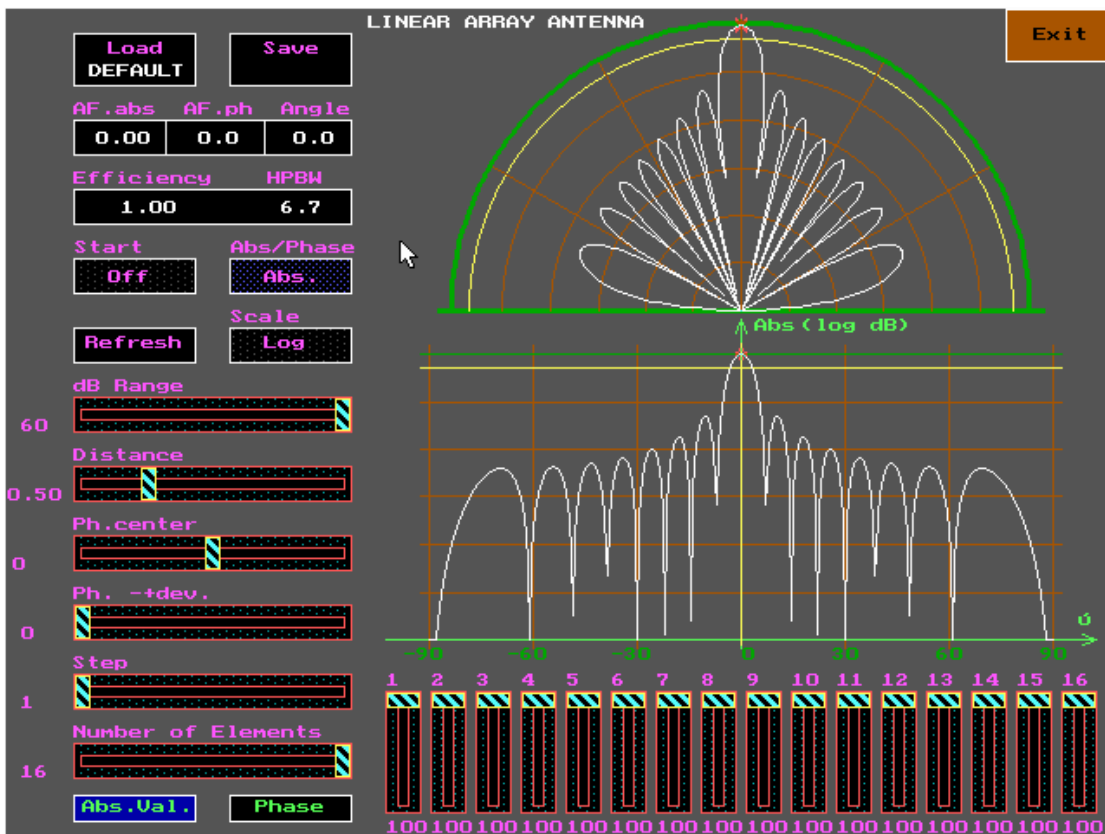
6-9. ábra 6-10. ábra esetekben

$$\mathbf{r}^T = [e^{j0} \quad e^{j10} \quad \dots \quad e^{j(N-1)0}] = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]$$

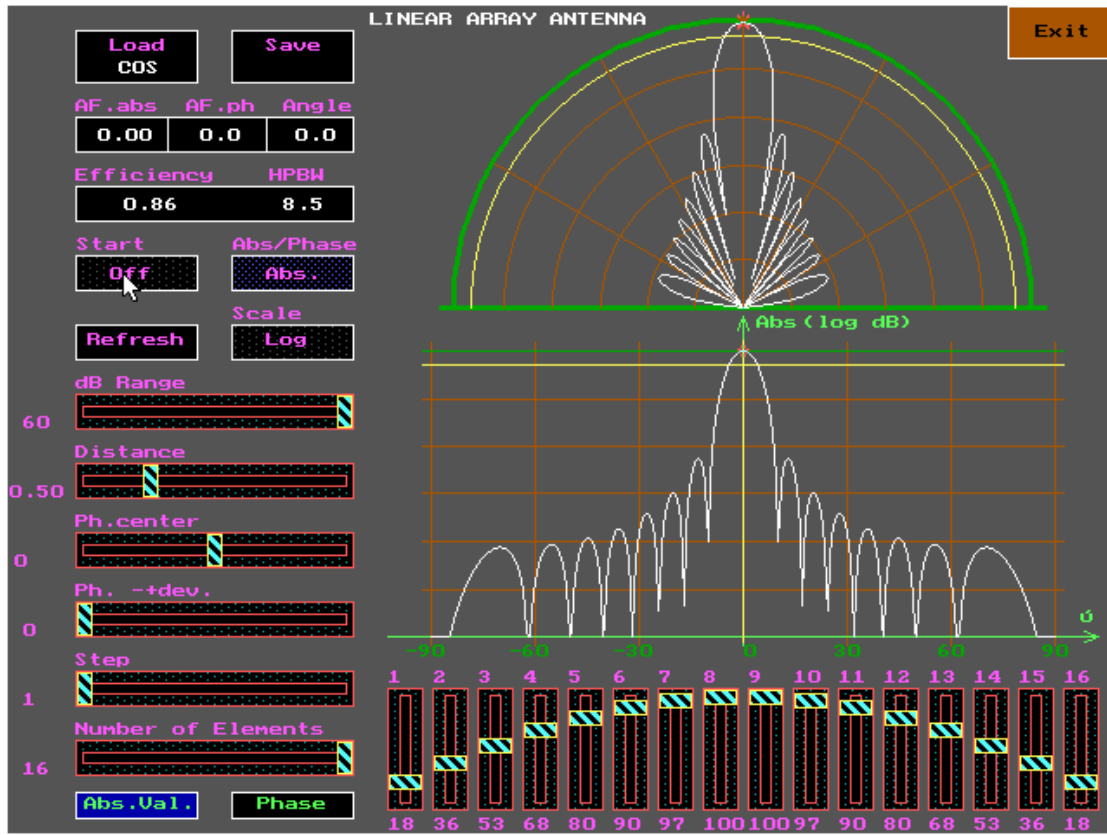
míg 6-11. ábra 6-12. ábra esetekben

$$\mathbf{r}^T = [e^{j0\Delta\psi} \quad e^{j1\Delta\psi} \quad \dots \quad e^{j(N-1)\Delta\psi}],$$

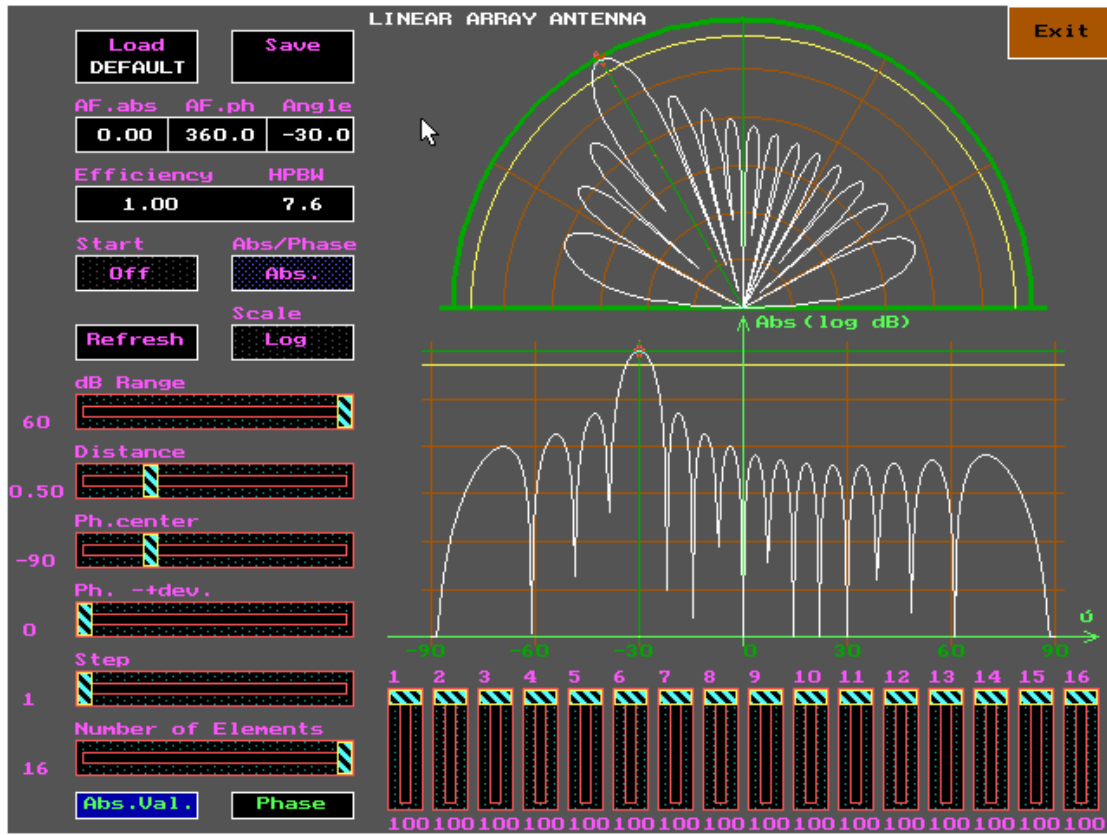
ahol $\Delta\psi = 90^\circ$.



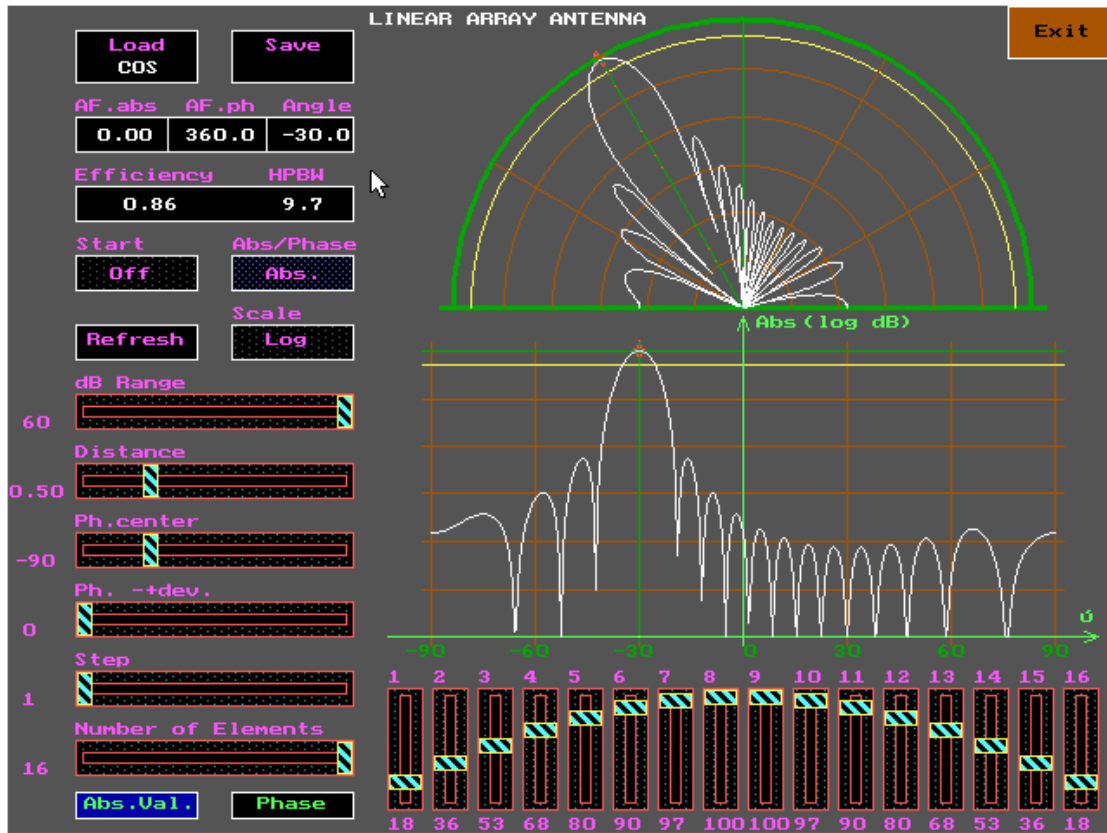
6-9. ábra, Konstans megvilágítás



6-10. ábra, Emelt koszinuszos megvilágítás

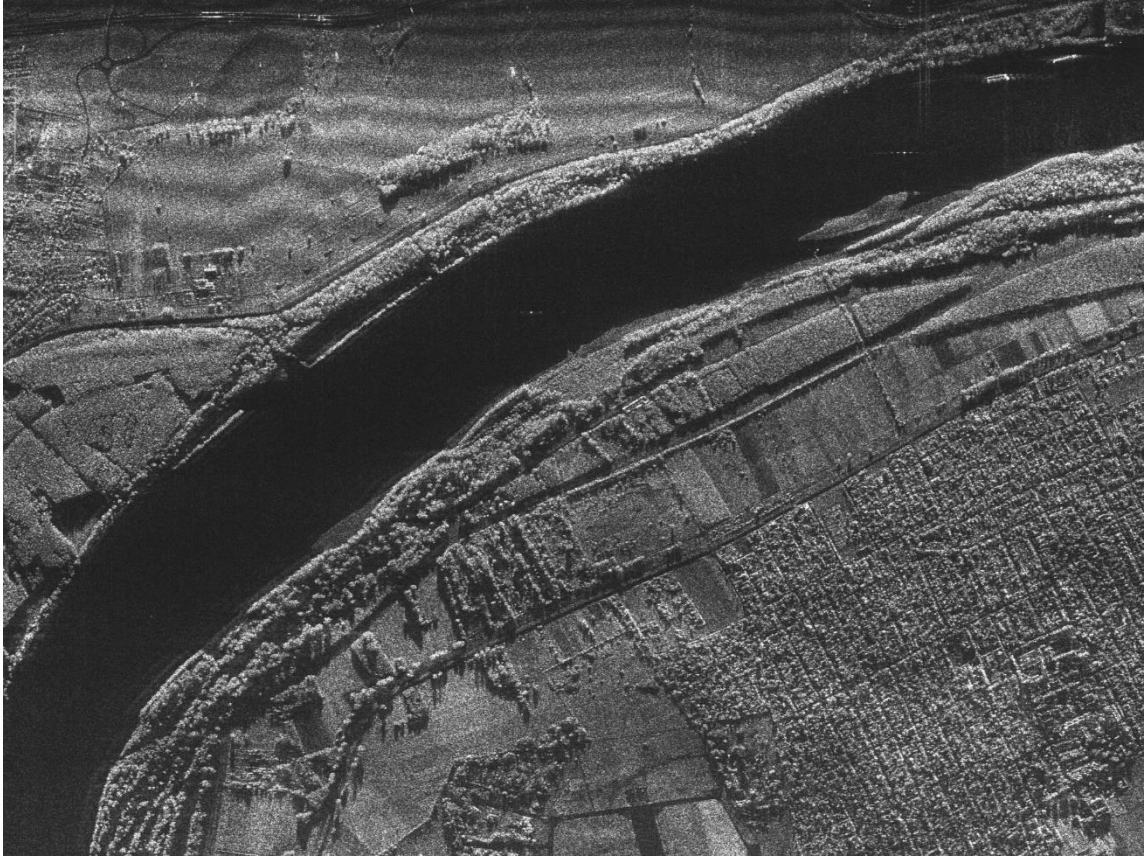


6-11. ábra, Elbillentve, konstans megvilágítás



6-12. ábra, Elbillentve, emelt koszinuszos megvilágítás

Mivel az antenna főirányának módosítása dinamikusan is elvégezhető, ezért ezen elv alkalmazásával realizálni tudunk az elektronikus iránykövetést (pl. Mobil állomás követése, műhold követése, stb.) vagy elektronikus pásztázást mely segítségével -a szkener képalkotásával analóg módon- lehetőségünk van RF spektrumban történő képalkotásra. A 6-13. ábra és 6-14. ábra képein a BHE Kft. által kifejlesztett X-sávú drón fedélzeti SAR (Synthetic Aperture Radar) képei láthatóak. A BHE SAR kifejlesztésében kutató csoportunk és közreműködött. A SAR képalkotás az apertúra antenna közterében történő elektronikus pásztázáson alapul.

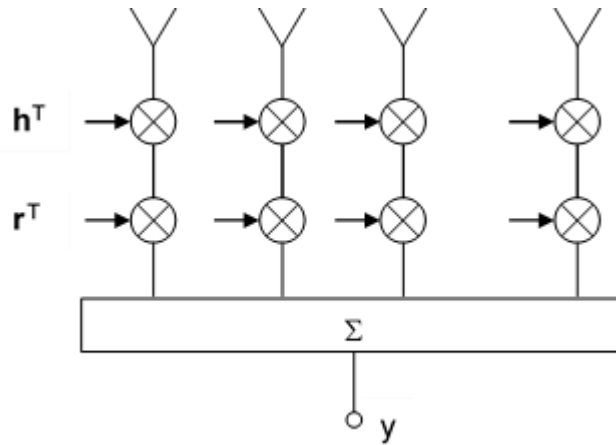


6-13. ábra, BHE X-sávú SAR kép I.



6-14. ábra, BHE X-sávú SAR kép II.

Az r forgatóvektorral módosított antenna blokséma az 1.12 ábrán látható.



6-15. ábra, Szkenelő antenna modellje

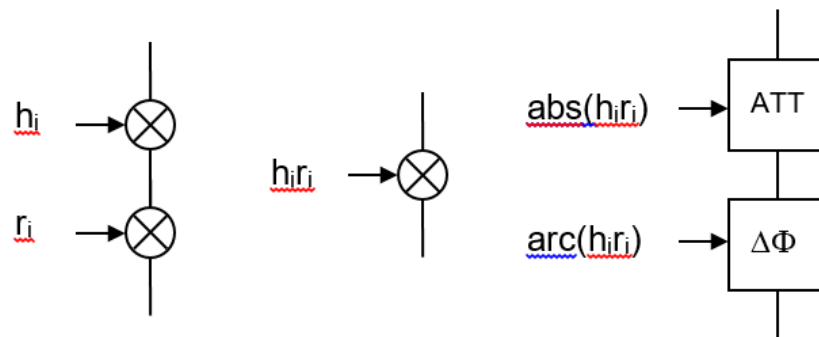
Realizációnál a két komplex szorzást kiváltható eggyel.

$$h_i^r = h_i r_i$$

Mivel

$$h_i^r = |h_i^r| e^{j \text{arc}(h_i^r)}$$

ezért hardver realizációnál a komplex szorzó megvalósításának egyik lehetséges módja egy vezérelhető csillapító és egy vezérelhető fázistoló alkalmazása.



6-16. ábra, Komlex szorzás realizációja

6.5 Az analógiák összefoglalása

Az 6-1. táblázatban néhány, a további fejezetek tárgyalását leegyszerűsítő analógia található.

Analógiák	
Idő-frekvencia	Távolság-szög
t idő	x távolság
f frekvencia	ϑ szög
T mintavételi időköz	d mintavételi időköz
f_t mintavételi frekvencia	f_s mintavételi frekvencia
$H(\omega)$ szűrő	$F(\vartheta)$ iránykarakterisztika

6-1. táblázat, Analógiák táblázata

6.6 Adó- és vevőantenna összehasonlítása

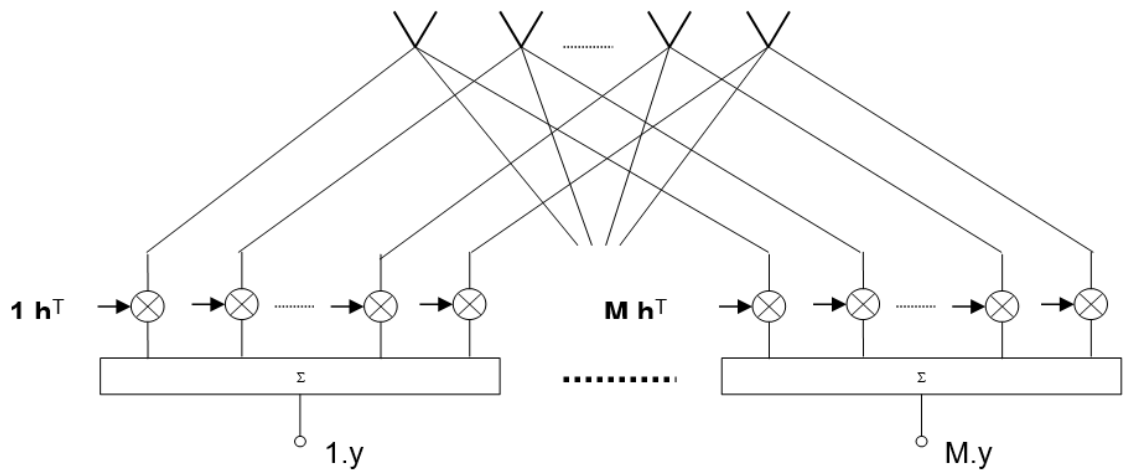
Az antennarendszer fentiekben ismertetett leírásmódja természetesen adásra és vételre egyaránt igaz, azzal a kiegészítéssel, hogy az összegző hálózat is reciprok, vagyis adáskor elosztóhálózatként viselkedik.

Ennek megfelelően az eddig tárgyalt szabadságfokunk és lehetőségeink az iránykarakterisztika kialakítására, az adásra és a vételre is egyaránt fennállnak.

Van egy fontos különbség adás és vétel között. Adáskor az antenna határozza meg a vonatkozó EM környezetet, vételkor viszont csak megfigyeli azt.

6.6.1 Vevőantenna

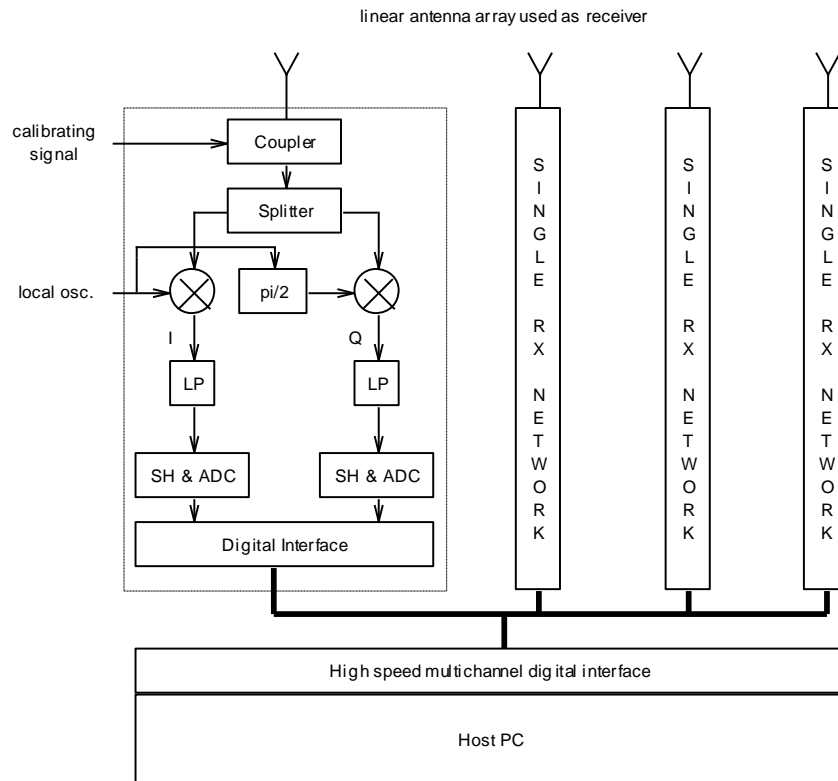
Ugyanazon megfigyelendő EM környezetben pl. különböző irányokba forgathatjuk az antenna főirányát. Bármilyen is legyen az aktuális iránykarakterisztika, azt csak a \mathbf{h} súlyvektor (forgatás is beleértve) határozza meg. A teljes vizsgált szögterületben az EM környezetet viszont a mért \mathbf{z} vektor jellemzi. A \mathbf{z} vektorban tehát megtalálható a teljes környezetre vonatkozó mérési eredmény. Az, hogy mire fókuszálunk, -vagyis melyik irányba fordítjuk az antennánk főnyalábját-, csak a konkrét \mathbf{h} vektor alkalmazásánál dől el. Ennek megfelelően, ha a mért \mathbf{z} vektort szétosztjuk M részre és az így létrejött M db az eredetivel azonos \mathbf{z} vektorok mindegyike mögé kiépítünk egy-egy \mathbf{h} vektorral szorzó és összegző hálózatot, akkor M darab különböző antennát realizálhatunk azonos időben, mely antennák ugyanabban az EM környezetben dolgoznak.



6-17. ábra, Multinyalábos vevőantenna

A realizációban az N darab elemi antenna (mintavevő eszköz) közös, azonban az utána következő szűrőhálózat többszörözötten szerepel. A szűrő darabszáma M .

Az M darab szűrőt ez esetben a jelfeldolgozás eszközeinek tekinthetjük és csak a jelfeldolgozás kapacitását kellett M -szeresére növelni. Még egyértelműbbé válik a "jelfeldolgozás" mint funkcionális rész leválasztása, ha vizsgáljuk a 6-18. ábra látható tipikus vevő struktúrát.



6-18. ábra, Antennarendszer vevőstruktúrája

Ebben az esetben az elemi antenna által vett komplex jeleit IQ vevők dolgozzák fel és digitalizálják, vagyis a \mathbf{z} komplex vektor adatként áll rendelkezésünkre. Ennek megfelelően a jelfeldolgozás digitális jelfeldolgozást jelent és a vonatkozó kapacitás is DSP kapacitás.

Vételi antenna esetében megmérjük az apertúrán a komplex térerősség függvényt, majd azt különböző szempontok szerint kiértékeljük. Az apertúrán lévő komplex térerősség viszont nem más, mint az EM környezet adott frekvenciára vonatkozó hologramja. Holografikus kiértékelést alkalmazva így akár az EM környezet 3D képét is megkaphatjuk. A holografikus kiértékelés nagy DSP kapacitást igényel, ezért kezdeti kísérletek során optikai jelfeldolgozást alkalmaztak. Az apertúra komplex térerősség függvényét az elemi antennával mérték az adott RF frekvencián, azonban az eredményt analóg módon

filmlemezre rögzítették. Ezáltal létrejött az adott frekvenciára vonatkozó hologram. Ezek után a kapott képet optikailag lekicsinyítették az alkalmazandó lézer hullámhossz és a mérési hullámhossz arányával. Az így létrejövő sík képet a léserrel megvilágítva létrejön a 3D hologram.

6.6.2 Adóantenna zavarvédelmi szerepe

Az adás során alkalmazott karakterisztika lehet egyszerűen csak a vevőre fordított főnyaláb – ez esetben a vevő irányzögének előzetes ismerete szükséges -, de lehet a vételi környezetet jobban figyelembe vevő is. Ez pl. akkor fordul elő, ha minimalizálni szeretnénk adónk zavaró hatását más vevőkre nézve. Az antenna az elnyomható zavaró hatását a zárósávjában, vagyis a melléknyalábokon kisugárzott teljesítménnyel okozza. A nyers erő módszere ez esetben a melléknyalábszint csökkentése, vagyis a melléknyaláb csillapítás növelése.

Az apertúra típusú antennákat a melléknyaláb elnyomás szerint a következő kategóriákba sorolják:

Átlagos	13-30dB
Nagy melléknyaláb elnyomású	30-40dB
Extra nagy melléknyaláb elnyomású	>40dB

6-2. táblázat, Melléknyaláb elnyomások minősítése

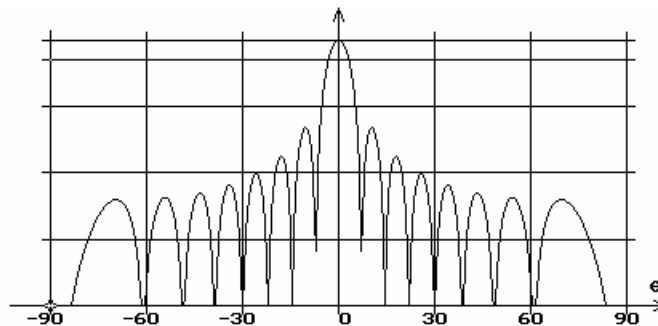
A nagy melléknyaláb elnyomást az apertúra megvilágítási függvényének megfelelő súlyozásával, un. ablakfüggvény alkalmazásával lehet elérni. A már jelfeldolgozásból jól ismert ablakfüggvények itt is alkalmazhatók, az iránykarakterisztika és a megvilágítási függvény Fourier transzformációs kapcsolata miatt. Szokványosnak tekinthető primersugárzók igen bekorlátozzák a realizálható ablakfüggvényeket. Réssugárzó sor azonban alkalmas majdnem tetszőleges megvilágítási függvény kialakítására. A réssugárzó sorral, vagy más típusú antennarendszerrel megvalósított extra nagy melléknyaláb elnyomású antennák esetében két lényeges probléma adódik:

- a sugárzó elemek kölcsönös egymásra hatása (csatolás, kölcsönös impedancia),
- a nagy gyártási pontosság.

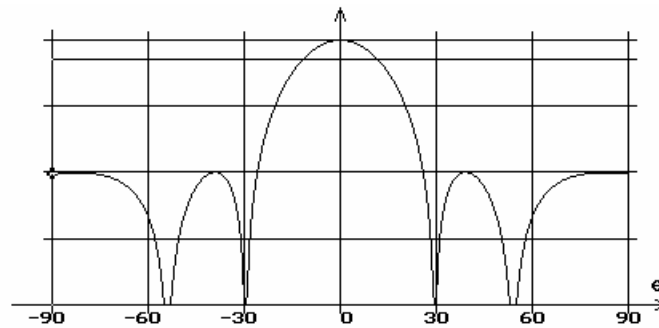
Az egymásra hatás figyelembe vétele bonyolult térelméleti modelleket és számításokat igényel. A gyártási pontosság technológiai kérdés.

Az AWACS radar S-sávú antennája réssugárzó sor rendszerű és -50dB melléknyaláb elnyomást valósít meg. Tervezésénél maximálisan figyelembe vették az elemi sugárzók közötti csatolást. A sugárzó réseket pedig speciálisan a feladatra kialakított, nagy pontosságú NC-vezérlésű géppel marták.

Az ablakfüggvény hatásának vizsgálatához és szemléltetéséhez tekintsük a 6-19. ábra és a 6-20. ábra látható szimulációs eredményeket. A 16 elemű azonos gerjesztéshez tartozó iránykarakterisztika, valamint az 5 elemű Csebisev iránykarakterisztika futtatási eredményei kerülnek bemutatásra Descartes koordináta rendszerben. Az ábrázolás logaritmusos, az osztás 10dB, de a 3dB-es vonal is felrajzolásra került.



6-19. ábra, Uniform megvilágítás



6-20. ábra, Csebisev megvilágítás

A Csebisev tervezés eredményeként a melléknyaláb elnyomás 13dB-ről 20dB-re növekszik. Jól megfigyelhető a Csebisev szűrőkre jellemző egyenletes melléknyalábszint.

A megelőzően szereplő 6-19. ábra és 6-20. ábra érdemes megfigyelni, hogy a melléknyalábok szintjének csökkenésével kiszélesedik a főnyaláb. Ez az energia-megmaradás axiómája miatt van, hiszen a melléknyalábokból hiányzó energiát valahová át kellett csoportosítani. Fent említett példák jól mutatják a melléknyaláb elnyomás növelésének elvét. A gyakorlatban ennél jóval nagyobb melléknyaláb elnyomásra is szükség lehet, ekkor a megfelelő ablakfüggvény további kutatása szükség.

Az ablakfüggvény alkalmazásánál sokkal kifinomultabb módszer a kisugárzott teljesítménynek csak azon irányokban történő elnyomása, amely irányokban a zavar szempontjából védeni kívánt vevők helyezkednek el. Amennyiben ezen szögek előzetesen ismertek, azokra az iránykarakterisztika szintézis során nullhelyeket illesztünk, a főnyalábot pedig a szándékolt vevőre irányítjuk. Megjegyzendő, hogy az N elemű antennarendszerünk iránykarakterisztikája $(N-1)$ -ed rendű komplex polinommal is leírható. Az algebra alaptételének értelmében $(N-1)$ -ed rendű polinomnak maximum $(N-1)$ gyöke lehet, vagyis a maximális nullhelyek száma $N-1$.

Ha a vevők szögbeli pozíciói nem ismertek – általában ez a helyzet -, akkor azokat meg kell határoznunk. A meghatározás alapvetően mérést jelent, melyet az antennarendszerünk vevő üzemmódjában tudjuk elvégezni. A mérési eredményeket pedig visszacsatoljuk a megfelelő karakterisztika kialakítása végett.

Megállapíthatjuk, hogy az antennarendszerünk szabadságfoka által adott adó irányú iránykarakterisztika optimalizációt kétféleképpen tudjuk elvégezni:

- az esetek kis részében, amikor a vevők elhelyezkedése ismert, ekkor ez a rendelkezésre álló adatokon alapuló szabályzást jelent,
- az esetek nagy részében, amikor a vevők elhelyezkedése nem ismert, ekkor ez mérésen alapuló szabályzást jelent.

Megjegyzendő, hogy a második eset feltételezi, hogy a zavar szempontjából védeni kívánt vevők rendelkeznek adóval is, ami lehetővé teszi a bemérésüket.

Az optimalizáció során mindkét esetben alkalmazkodik az adóantenna a környezethez (vevők elhelyezkedése), ezért az ebben a rendszerben működő adóantenna adaptív. Fontos, hogy a környezet (vevők elhelyezkedése) folyamatosan rendelkezésre álljon, és annak változását kövesse az optimalizált antennaszintézis.

6.7 Vevőantenna zavarvédelmi szerepe, interferenciaszűrés

Általában a vételi antenna célja a számunkra hasznos vételi jel minél nagyobb erősítése és a vétel minőségét zavaró interferenciák és a zaj elnyomása. Ezt egyben kifejezve a jel/(interferencia+zaj) növelése.

$$\text{Max}_h \left\{ \frac{S}{I + N} \right\}$$

Keressük azt a \mathbf{h} súlyvektort, amely esetében a jel/(interferencia+zaj) viszony maximális.

Ha az S jel, az I interferenciák és az N zaj teljesítményének szögbéli eloszlásai apriori ismertek, a szűrő szintézis elvégezhető. Általában a venni kívánt S jel szükséges paraméterei adottak. A gondot az jelenti, hogy az I interferenciák és az N zaj teljesítményének szögbéli eloszlásai apriori nem ismertek, vagyis azokat meg kell mérni. Ez a mérés elvégezhető és így ezzel együtt a vételi antenna karakterisztikájának optimalizációja is. Fontos megjegyezni, hogy sztochasztikus folyamat – szerencsés esetben stacioner - mérését kell elvégezni és ezért bármely mérés csak becslésnek tekinthető.

Természetesen ez esetben is alkalmazható a "nyers erő" a melléknyaláb növelésének a nem adaptív módszere.

6.7.1 MSINR interferencia szűrő módszer

Ebben a fejezetben egy, a vevőantennával megvalósítható interferencia-szűrési eljárással foglalkozunk. A vevőantenna célja a számunkra hasznos vételi jel minél nagyobb erősítése és a vétel minőségét zavaró interferenciák és a zaj elnyomása.

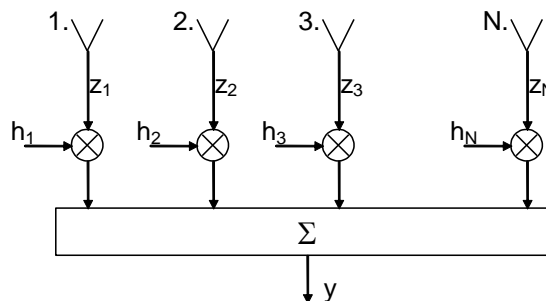
$$Max_h \left\{ \frac{S}{I + N} \right\}$$

Keressük azt a \mathbf{h} súlyvektort, amely esetében a jel/(interferencia+zaj) viszony maximális.

Legyenek a venni kívánt S jel szükséges paraméterei adottak. Az I interferenciák és az N zaj teljesítményének szögbeni eloszlásai előzetesen nem ismertek, vagyis azokat meg kell mérni.

Az optimalizáció megoldásához tekintsük a 6-21. ábra modelljét.

Modell



6-21. ábra, MSINR antenna modell

Az EM környezetre jellemző vett jel:

$$\mathbf{z} = \mathbf{s} + \mathbf{n}$$

Ahol \mathbf{s} a venni kívánt hasznos jel, \mathbf{n} pedig a zaj és az interferencia együttesen.

A kimeneti jel:

$$y = \sum_{i=1}^N \mathbf{h}_i \mathbf{z}_i = \mathbf{h}^T \mathbf{z} = \mathbf{z}^T \mathbf{h}$$

Mivel feladatunk

$$\text{Max}_h \left\{ \frac{S}{I + N} \right\}$$

optimalizáció elvégzése, ezért ki kell fejezni a jelteljesítményt, valamint a zaj+interferencia együttes teljesítményét.

$$P_s = S = |y_s|^2 = |\mathbf{h}^T \mathbf{s}|^2$$

$$P_n = N + I = M \{ |y_n|^2 \} = M \{ |\mathbf{h}^T \mathbf{n}|^2 \} = M \{ (\mathbf{h}^T \mathbf{n})(\mathbf{h}^T \mathbf{n})^* \} = M \{ (\mathbf{h}^T \mathbf{n})(\mathbf{n}^T \mathbf{h})^* \} = M \{ \mathbf{h}^T \mathbf{m} \mathbf{h}^* \}$$

A \mathbf{h} súlyvektor konstans vektor, ezért kiemelhető a várható érték képzésből.

$$P_n = N + I = \mathbf{h}^T M \{ \mathbf{m} \mathbf{h}^* \}$$

Vizsgáljuk meg az $M \{ \mathbf{m} \mathbf{h}^* \}$ jelentését.

$$M \left\{ \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1^* & n_2^* & \cdots & n_N^* \end{bmatrix} \right\} = M \left\{ \begin{bmatrix} n_1 n_1^* & n_1 n_2^* & \cdots & n_1 n_N^* \\ n_2 n_1^* & n_2 n_2^* & \cdots & n_2 n_N^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_N n_1^* & n_N n_2^* & \cdots & n_N n_N^* \end{bmatrix} \right\}$$

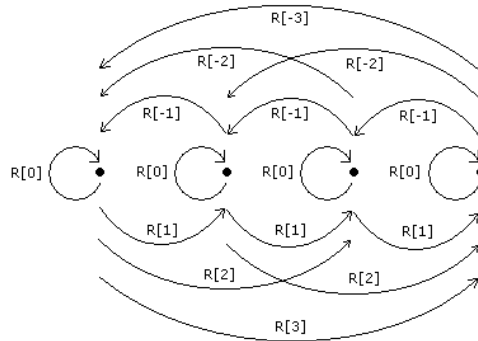
Mint ismeretes

$$M \{ n_i n_j \} = R_{j-i}$$

az i . és j . mintavételi jelek, vagyis az n_i és n_j közötti korrelációt jelenti. Ennek megfelelően az $M \{ \mathbf{nn}^H \}$ kifejezés a térbeli korrelációs mátrixot adja eredményül.

$$M \begin{Bmatrix} n_1 n_1^* & n_1 n_2^* & \cdots & n_1 n_N^* \\ n_2 n_1^* & n_2 n_2^* & \cdots & n_2 n_N^* \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ n_N n_1^* & n_N n_2^* & \cdots & n_N n_N^* \end{Bmatrix} = \mathbf{R}_n = \begin{bmatrix} R_0 & R_1 & \cdots & R_{N-1} \\ R_{-1} & R_0 & \cdots & R_{N-2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ R_{-(N-1)} & R_{-(N-2)} & \cdots & R_0 \end{bmatrix}$$

Az \mathbf{R}_n térbeli korreláció szemléltetésére $N=4$ esetre tekintsük a 6-22. ábra.



6-22. ábra, Ekvidisztáns antennasor térbeli korrelációja

\mathbf{R}_n térbeli korrelációs mátrix két dologtól függ:

- elemek közti távolság: d ,
- az antenna EM környezete.

\mathbf{R}_n jelöléssel a zaj és jel együttes teljesítménye:

$$P_n = N + I = \mathbf{h}^T \mathbf{R}_n \mathbf{h}^*$$

Ezek után felírhatjuk az optimalizációra vonatkozó egyenletünket:

$$\text{Max}_h \left\{ \frac{S}{I + N} \right\} = \text{Max}_h \left\{ \frac{|\mathbf{h}^T \mathbf{s}|^2}{\mathbf{h}^T \mathbf{R}_n \mathbf{h}} \right\}$$

A szélsőérték feladat megoldása levezetés nélkül:

$$\mathbf{h}_{opt} = \mu \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{s}^*$$

A maximális jel/(interferencia+zaj):

$$\left. \frac{S}{I + N} \right|_{\max} = \mathbf{s}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{s}$$

6.7.2 Interferencia szűrés szoftver szimuláció

Az adaptív iránykarakterisztika MSINR módszerének mélyebb megértéséhez, vizsgálatához és szemléltetéséhez kifejlesztettük az ADAPTIVE nevű, saját fejlesztésű programot. Az *Adaptive* programban a következő mérési környezet állítható be:

Antenna

- 1-16 között állítható elemszámú izotróp elemekből felépülő antennasor, $d = 0.5\lambda$ elemtávolsággal.

EM környezet

- irányfüggetlen 0 várható értékű gaussi fehér zaj állítható átlagteljesítményszinttel,
- 1 db. szinuszos jel, $\pm 90^\circ$ szögtartományban tetszőleges irányban beállítható, teljesítményszintje szintén állítható,
- 1-5 db. szinuszos interferencia jel, $\pm 90^\circ$ szögtartományban tetszőleges irányban beállíthatók, teljesítményszintjük állítható, mindegyik ki-bekapcsolható,
- a jel és az 1. interferencia korreláltsága ki- bekapcsolható,

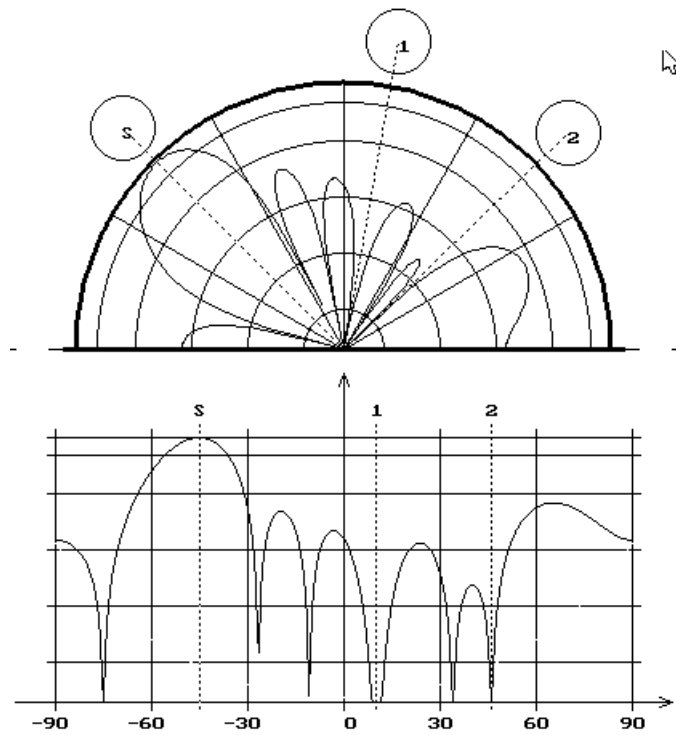
- a 2. és 3. interferenciák korreláltsága ki- bekapcsolható.

A program az adaptáció elvégzése után visszarajzolja a \mathbf{h}_{opt} vektorhoz tartozó iránykarakterisztikát polár és Descartes koordinátarendszerekben. Az ábrázolás amplitúdóban lehet lineáris vagy logaritmikus, az utóbbi állítható skálával. Az iránykarakterisztika fázisa is megjeleníthető. Mindkét koordináta rendszerben egyidejűleg mozgatható egy kurzor, amivel pontosan leolvasható az irányszög, az iránykarakterisztika abszolút értéke és fázisa.

Következőkben néhány szimulációs eredmény kerül bemutatásra. A 6-23. ábra mindkét koordináta rendszerbeli eredmény szerepel, a továbbiakban csak a Descartest. Az ábrázolás minden esetben logaritmikus lesz. Az osztás 10dB, de a 3dB-es vonal is felrajzolásra került. A 6-23. ábra által definiált környezet beállítása:

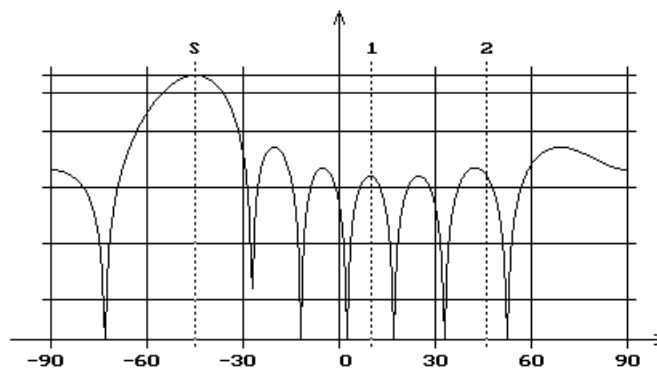
S jel	50dB, -45°
1. interferencia	50dB, $+10^\circ$
2. interferencia	50dB, $+46^\circ$
Írányfüggetlen zaj	0dB
Antenna elemszáma	8
S-I1. korreláció	kikapcsolt

6-3. táblázat, 2 interferenciás környezet definiálása



6-23. ábra, Interferenciák kiszűrése I.

Jól megfigyelhető, hogy az adaptált iránykarakterisztika nullhelyeket hoz létre a zavaró jelek irányában, ami elég kézenfekvő megoldás. Hangsúlyozzuk azonban, hogy az algoritmus az interferencia irányokat nem ismeri, csak a jel-zaj viszonyt maximalizálja. Adaptáció nélkül csak a jelre optimalizált iránykarakterisztikát a 6-24. ábra mutatja.



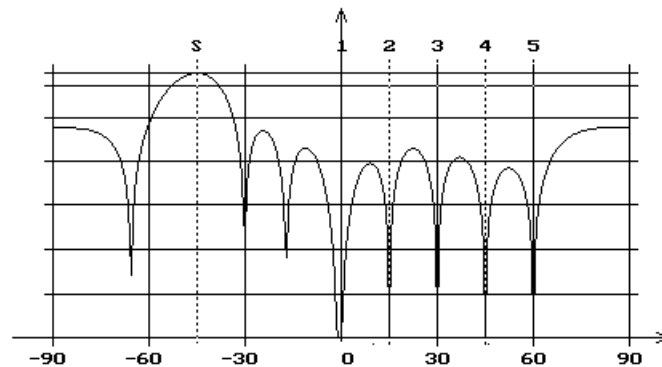
6-24. ábra, Interferenciák kiszűrése II.

Az interferenciákat a melléknyalábokon keresztül veszi az antenna, ezáltal megnő a zajsint, 44dB-lel romlik a jel-zaj viszony.

A 6-25. ábra 5 darab interferencia esetén mutatja az adaptált iránykarakterisztikát. A környezet beállítása:

S jel	50dB, -45°
1. interferencia	40dB, 0°
2. interferencia	30dB, $+15^\circ$
3. interferencia	20dB, $+30^\circ$
4. interferencia	10dB, $+45^\circ$
5. interferencia	0dB, $+60^\circ$
Irányfüggetlen zaj	0dB
Antenna elemszáma	10
S-I1. korreláció	kikapcsolt
I2-I3. korreláció	kikapcsolt

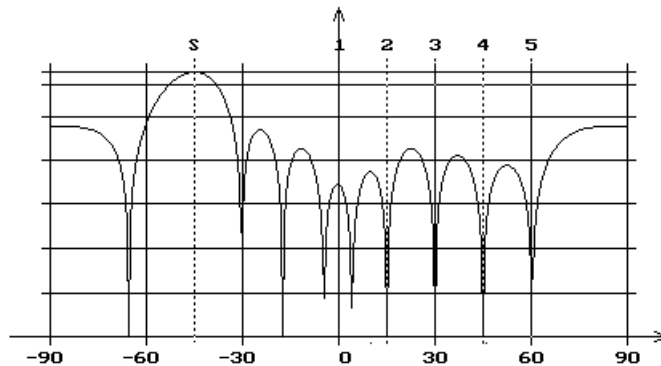
6-4. táblázat, 5 interferenciás környezet definiálása



6-25. ábra, 5 interferencia kiszűrése I.

Megállapítható, hogy lényegében az interferencia teljesítményszintjétől függetlenül nulla helyeket kerültek az interferencia irányokba. Ha azonban az interferencia szintje lényegesen a zajsint alá kerül, akkor már ez nem feltétlenül

igaz, mert az a kényszer, hogy nullhely kerüljön abba az irányba is, a főirány erősítésének, - és ebből kifolyólag a jel vett teljesítményének -, nagyobb mértékű csökkenését eredményezheti, mint amennyi jel-zaj viszony romlás bekövetkezik a kis zavaró jel vételével. Erre mutat példát a 6-26. ábra. A környezet beállítása megegyezik az előzőével, csak az 1 darab interferencia teljesítményét csökkentettem 10dB-lel a zajszint alá.



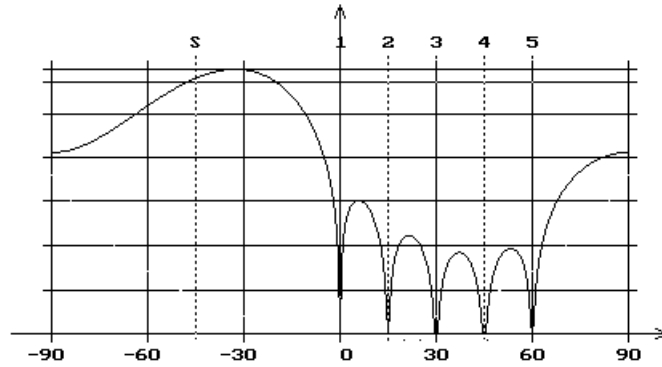
6-26. ábra, 5 interferencia kiszűrése I.

Az algebra alaptételének egyenes folyományaként az N elemű antenasornak maximum N-1 darab nullhelye lehet, vagyis maximálisan N-1 diszkrét irányú interferenciát képes a nullhely módszerrel kioltani.

A 6-27. ábra erre a határesetre mutat példát. A környezet beállítása:

S jel	50dB, -45°
1. interferencia	50dB, 0°
2. interferencia	50dB, $+15^\circ$
3. interferencia	50dB, $+30^\circ$
4. interferencia	50dB, $+45^\circ$
5. interferencia	5dB, $+60^\circ$
Irányfüggetlen zaj	0dB
Antenna elemszáma	6
S-I1. korreláció	kikapcsolt
I2-I3. korreláció	kikapcsolt

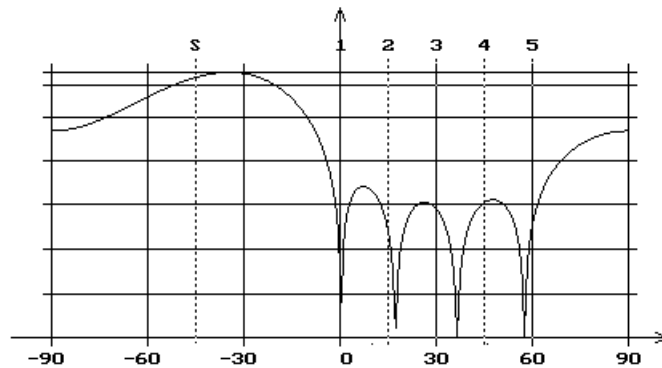
6-5. táblázat, Maximálisan kiszűrhető környezet definiálása



6-27. ábra, 5 interferencia – 5 nullhely

Az antenna főiránya már nem teljesen a hasznos jel irányába néz. Ennek oka az, hogy az interferenciák fixálták az összes nullhelyet, és ezek után nem maradt a rendszernek elégséges szabadságfoka a főirányt teljesen a jel irányába forgatni. Mivel az interferenciák nagy teljesítményűek, azért jel-zaj viszonyban jobban kifizetődő volt azokat elnyomni, mint a jel irányában maximálisan venni.

A 6-28. ábra beállítása az előzőtől csak az antenna elemszámában tér el, ami most 5, következésképp nem lehetséges minden interferenciára nullhely illesztése.



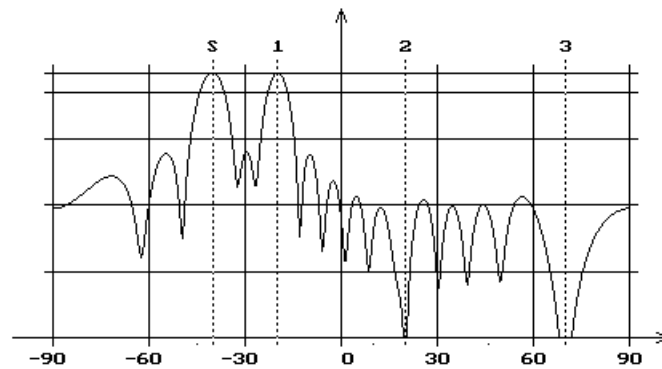
6-28. ábra, Nullhelyekkel már nem kezelhető eset

A maximális jel zaj szempontból optimális iránykarakterisztikának csak egy nullhelyében ül interferencia. Ebből is látszik, hogy az algoritmus nem a nullhelyeket illeszti az interferencia irányokra. A CR zavarelnyomási tényező ill. más terminológiában IF (Improvement Faktor) így is jelentős: 15.8dB.

A 6-29. ábra esetében a hasznos jel és az 1. interferencia teljesen korreláltak. Ez gyakorlatban akkor fordulhat elő, ha a jel keskenysávú és a terjedés kétutas. A környezet beállítása:

S jel	50dB, -40°
1. interferencia	50dB, -20°
2. interferencia	50dB, $+20^\circ$
3. interferencia	50dB, $+70^\circ$
Irányfüggetlen zaj	0dB
Antenna elemszáma	16
S-I1. korreláció	bekapcsolt
I2-I3. korreláció	kikapcsolt

6-6. táblázat, Korrelált jel és interferencia esete



6-29. ábra Optimális iránykarakterisztika korrelált jel és interferencia esetre

Ennél a környezetnél az 1. interferencia is jel, tehát ha eldobnánk, - mint az a pont-pont összeköttetés különböző *diversity* módszerei teszik -, akkor hasznos jel vételét mulasztanánk el. Helyesebb lenne azonos fázisba forgatni, majd összeadni őket.

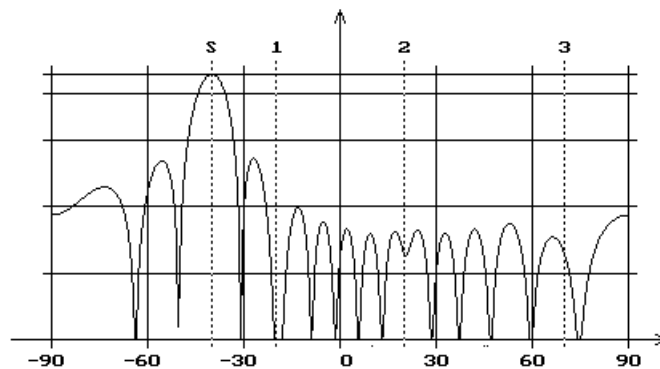
A Capon módszer \mathbf{R} korrelációs mátrixa nem tartalmazza a jelet, a jel és az 1. interferencia korreláltsága nem okoz változást. Ezen hiányosság kiküszöbölésére a maximum likelihood (ML) adaptív szűrő alkalmas. Ezért az ADAPTIVE programba beépítésre került ezt a módszer is. Az ML módszer szintén maximum jel-zaj viszonyra optimalizál.

Az adaptált iránykarakterisztika a fázisforgatáshoz az iránykarakterisztika fázisát használja ki.

A 6-30. ábra scenáriója a következőkben tér el az előzőtől:

S-I1. korreláció	kikapcsolt
I2-I3. korreláció	bekapcsolt

6-7. táblázat, Korrelált interferenciák esete



6-30. ábra, Optimalizált iránykarakterisztika korrelált interferenciák esetére

Ezt az esetet tehát mindkét (Capon és ML) módszer tudja kezelni és az eredmény is megegyezik. A 2. és 3. interferencia teljes korreláltságának hatására az antenna nem ülteti őket nullhelyekbe, hanem azonos amplitúdóval és ellenfázisban veszi, vagyis egymással oltja ki őket. Elképzelhető olyan mérési elrendezés, amikor bár a 2. és 3. interferenciák korrelált, mégis null irányokba kerülnek, mivel az algoritmus nem gondolkodik a kioltás módozataiban, csak optimalizál.

6.8 Adaptáció folyamata

- I. \mathbf{R}_n mátrix mérése
- II. $\mathbf{h}_{opt} = \mu \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{s}^*$ optimális súlyvektor számítása
- III. \mathbf{h}_{opt} optimális súlyvektor letöltése az antennába

A II. és III. pont teljesítése nem ütközik nehézségekbe, azonban az I. pont, vagyis az \mathbf{R}_n mátrix mérése igen.

6.8.1 \mathbf{R}_n mátrix mérése

Mivel sztochasztikus folyamat mérését kell elvégezni, ezért mérésünk csak becslésnek tekinthető.

A becslés elvégzéséhez induljunk ki az \mathbf{R}_n mátrixot definiáló egyenletből.

$$\mathbf{R}_n = M \{ \mathbf{n} \mathbf{n}^H \}$$

A környezetre vonatkozó vett mintavektor t_μ időpillanatban:

$$\mathbf{n}^T = [n_1(t_\mu) \quad n_2(t_\mu) \quad \cdots \quad n_N(t_\mu)]$$

A korrelációs mátrixot ergodikus folyamat esetén egzaktul meg tudjuk határozni egy realizáció időátlagából.

$$\mathbf{R}_n = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{\mu=1}^k \mathbf{n}(t_\mu, \xi_\mu) \mathbf{n}^H(t_\mu, \xi_\mu)$$

A valóságos mérés esetében azonban csak véges darabszámú mintavektor áll rendelkezésre, így a várható érték képzést csak közelíteni tudjuk, véges számú mintavételi időpontban vett mintasorozatok átlagolásával. A korrelációs mátrix ekkor a következő módon becsülhető:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{k} \sum_{\mu=1}^k \mathbf{n}(t_\mu, \xi_\mu) \mathbf{n}^H(t_\mu, \xi_\mu)$$

ahol k a vett minták száma. A gyakorlati tapasztalatok azt mutatják, hogy a korrelációs függvény mért $[-(N-1), N-1]$ szakaszának szórása $k > 100$ esetén már megfelelően kicsivé válik.

A mintavételi időpontok t_μ kijelölésénél törekedni kell arra, hogy a véletlen jellegűen kövessék egymást. Ha ugyanis a környezet valamely jele és a mintavételezés valamilyen szinkronitása állna elő, akkor az rontaná az átlagérték képzést.

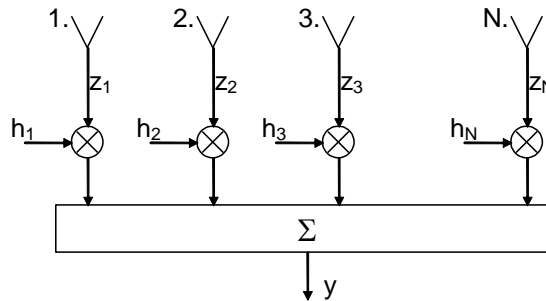
6.9 Iránymérés

6.9.1 Bartlett iránymérő módszer, konvencionális

A feladat az antennát körülvevő EM környezet mérése. Konkrétan az antennába beeső átlagteljesítmény mérése a beesési szög függvényében. Jelöljük $S(\vartheta)$ -val az antennára beeső teljesítményt a ϑ beesési szög függvényében. $S(\vartheta)$ PAD (Power Angular Density) az antennára beeső átlagteljesítmény sűrűségfüggvénye, dimenziója $\frac{W}{rad}$. Ezzel analóg az idő/frekvenciatartománybeli jelek $S(\omega)$ PSD (Power Spectral Density) függvénye, ami a jel teljesítményének frekvencia szerinti megoszlását mutatja.

Bartlett módszer

A legegyszerűbb iránymérési vagy másképp nevezve $S(\vartheta)$ *becslési* módszer, ha az antenna főnyalábjával pásztázva tapogatjuk le a vizsgálandó szögtartományt, miközben a letapogatási szög függvényében regisztráljuk az antenna kimenetén megjelenő jel átlagteljesítményét.



6-31. ábra, Antennarendszer modell Bertlett irányméréshez

Ahhoz, hogy az antennánkkal maximálisan vegyük a ϑ irányból beeső jelet, a következő súlyvektort kell alkalmaznunk:

$$h^T(\vartheta) = [1 \quad e^{+j\Delta\Phi} \quad \dots \quad e^{+j(N-1)\Delta\Phi}]$$

ahol

$$\Delta\Phi = \Delta R\beta_0 = d\beta_0 \sin \vartheta = d \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \vartheta$$

Tudjuk, hogy a ϑ irányból beeső egységnyi amplitúdójú síkhullám önmagában a következő vett vektort okozná:

$$s^T(\vartheta) = [1 \quad e^{-j\Delta\Phi} \quad \dots \quad e^{-j(N-1)\Delta\Phi}],$$

ebből következően

$$h(\vartheta) = s^*(\vartheta)$$

A kimeneti jel

$$y(\vartheta) = z^T h = h^T z = z^T s^*(\vartheta) = s^H(\vartheta) z$$

ebből a vett jel átlagteljesítménye:

$$S(\vartheta) = M \{ |y(\vartheta)|^2 \} = M \{ (s^H(\vartheta) z) (z^T s^*(\vartheta))^* \} = M \{ s^H(\vartheta) z z^H s(\vartheta) \} = s^H(\vartheta) M \{ z z^H \} s(\vartheta)$$

mivel

$$R = M \{ \mathbf{z} \mathbf{z}^H \}$$

vagyis a környezet térbeli korrelációs mátrixa, ezért $S(\vartheta)$ -ra a következő kifejezés adódik:

$$S(\vartheta) = \mathbf{s}^H(\vartheta) \mathbf{R} \mathbf{s}(\vartheta)$$

A mátrix szorzást kifejtve:

$$S(\vartheta) = \sum_{i=-(N-1)}^{N-1} q_i R_i e^{-j i \Delta \Phi}, \quad \text{ahol } q_i = \begin{cases} N - |i| & |i| < N \\ 0 & |i| \geq N \end{cases}$$

Megállapíthatjuk, hogy a teljesítmény irány szerinti megoszlása megkapható a környezet térbeli korrelációs mátrixának Fourier transzformáltjaként.

$$S(\vartheta) = F \{ R \}$$

Ezt a fajta becslés Fourier, konvencionális vagy Bartlett elnevezés alatt ismert.

6.9.2 CAPON adaptív iránymérő módszer [1,5,66,67]

Az előző alfejezetben bemutatásra került a Bartlett-féle iránymérés.

$$S(\vartheta) = \mathbf{s}^H(\vartheta) \mathbf{R} \mathbf{s}(\vartheta),$$

$$\text{ahol } \mathbf{s}^T = [1 \quad e^{-j \Delta \Phi} \quad \dots \quad e^{-j(N-1) \Delta \Phi}]$$

$$\mathbf{R} = M \{ \mathbf{z} \mathbf{z}^H \}, \text{ a környezet térbeli korrelációs mátrixa.}$$

A Bartlett becslés szerint a vizsgálandó szög tartományt a térbeli szűrőnkkel (iránykarakterisztika) végigpásztázzuk, miközben folyamatosan mérjük a vett jel teljesítményét. Az aktuálisan vizsgálandó irányba mutat a főnyaláb, biztosítván ezzel ezen irányból beeső jelek mérését. A Bartlett módszer az alkalmazott letapogató iránykarakterisztika alakja miatt két jelentős problémával küzd:

- a. a főnyaláb szélességében a bejövő jelek összemosódnak,
- b. a melléknyalábokon keresztül is szivárog be teljesítmény.

A főnyaláb szélességében a bejövő jelek összemosódása a becslés felbontását az antenna irányélességi szögére korlátozza (Rayleigh limit).

$$\delta_{\varphi} = \Phi_{3dB} \approx \frac{\lambda_0}{L_x}$$

ahol L_x az antenna x irányú mérete, amely szükségszerűen véges.

A melléknyalábokon keresztül, –ennélfogva nem főirányból - beszivárogó teljesítmény meghamisítja az aktuális irányra vonatkozó mérési eredményeket. Ablakfüggvény alkalmazásával ugyan növelhetnénk a zárósáv csillapítását, de ez egyidejűleg a főnyaláb kiszélesedését is eredményezi.

Összességében a Bartlett becslés tipikusan rossz felbontással és kis dinamikával rendelkezik, továbbá többnyire hamis, vagy csak közelítő értékeket mutat.

A Bartlett módszer alkalmazásakor a pásztázás során az iránykarakterisztika melléknyaláb struktúrája végig megegyező, nem veszi figyelembe a melléknyalábok által lefedett szögtartományban lévő jelek elhelyezkedését. Ezek a melléknyalábi irányokban lévő jelek a mérés szempontjából lényegében interferenciának tekinthetők. A főnyaláb által vett jel pedig a hasznos mérendő jelnek. Kézenfekvően adódik tehát az ötlet, hogy adott irányra Θ_0 vonatkozó $S(\Theta_0)$ mérést úgy végezzük el, hogy maximálisan emeljük ki a mérendő irányt, és maximálisan nyomjuk el a melléknyalábi irányokból bejövő jeleket. Ez az elv nem más, mint a korábbi fejezetben tárgyalt MSINR módszer.

A Capon módszer lényege, a vizsgált szögtartományon való pásztázás során az antenna minden egyes vizsgált szögre elvégzi az MSINR adaptációt, és így a minimalizálja a melléknyalábi tartományon keresztül beszivárgó teljesítményt. Ezen minimális zavaró teljesítmény miatt nevezik ezt a módszert még *minimum variancia módszernek* is. Az iránykarakteristikára ezen kívül még az a megszorítás van, hogy a vizsgálandó frekvencián egységnyi legyen az átvitele, vagyis a becsülni kívánt spektrális összetevő változtatás nélkül jusson át rajta.

A *Capon* vagy más néven *minimum variancia* PAD becslési módszer filozófiai alapjainak a megalkotása után öntsük mindezt matematikai formába.

Tekintsük az

$$\mathbf{s}^T = [1 \quad e^{-j\Delta\Phi} \quad \dots \quad e^{-j(N-1)\Delta\Phi}]$$

segéd jelet, amely egységnyi amplitúdójú a ϑ irányból beeső síkhullám. Az \mathbf{s} jel ez esetben nem valóságos, csak segédjelként használunk a megfelelő iránykarakterisztika kialakításához.

Az MSINR módszer a következő szélsőérték problémát oldotta meg:

$$\text{Max}_h \left\{ \frac{S}{I+N} \right\} = \text{Max}_h \left\{ \frac{|\mathbf{h}^T \mathbf{s}|^2}{\mathbf{h}^T \mathbf{R}_n \mathbf{h}^*} \right\}$$

A feladat megoldása:

$$\mathbf{h}_{opt} = \mu \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{s}^*$$

A maximális jel/(interferencia+zaj):

$$\left. \frac{S}{I+N} \right|_{\max} = \mathbf{s}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{s}$$

ahol

$$\mathbf{R}_n = M \{ \mathbf{nn}^H \}$$

a környezet térbeli korrelációs mátrixa az \mathbf{s} jel, – ami a mostani esetünkben fiktív -, nélkül.

A maximális jel/(interferencia+zaj) összefüggésben az S jelteljesítmény a fiktív jelünk teljesítménye, amit egységnyire választottunk.

$S=1$

$$\left. \frac{S}{I+N} \right|_{\max} = \left. \frac{1}{I+N} \right|_{\max} = \mathbf{s}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{s}$$

A nevezőben lévő $I+N$ nem más, mint az antennát körülvevő EM környezet, vagyis a mérés tárgya.

$$S(\vartheta) = I(\vartheta) + N(\vartheta)$$

és ebből a Capon iránybecslés:

$$S(\vartheta) = \frac{1}{\mathbf{s}^H(\vartheta) \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{s}(\vartheta)}$$

A becslés tehát úgy történik, hogy a fiktív \mathbf{s} jel végigsöpör a mérendő szögtartományon, annak minden egyes szögén optimalizálja az $F(\vartheta)$ iránykarakterisztikát a (fiktív jel)/(mérendő jel) maximum kritériummal. Mivel a fiktív jel teljesítménye egységnyi, ezért a kapott jel/zaj reciproka a mérendő jel szögbéli eloszlása.

A Capon PAD becslés nem ad egzakt szögbéli sűrűségfüggvényt, abban az értelemben, hogy a függvény alatti terület nem egyezik meg pontosan a letapogatott szögtartományból beérkezett összteljesítménnyel, cserébe viszont a Bartlett spektrumbecslésnél jóval nagyobb a dinamikája és a felbontása.

Összefoglalva a Capon vagy más néven minimum variancia módszer oly módon becsli a bejövő folyamat PAD-jét, hogy minden egyes szögre minimalizálja a mért folyamat varianciáját, azzal a megszorítással, hogy az éppen vizsgált szögre egységnyi legyen az átvitel. Az a követelmény, hogy a vizsgálandó szögre olyan $F(\vartheta)$ iránykarakterisztikát kell választani, amely figyelembe veszi a szögtartomány fennmaradó részét is, hiszen csak ez esetben tudja az onnan érkező zavarokat hatékonyan kiküszöbölni, azt jelenti, hogy az iránykarakterisztikát *adaptív* módon határozza meg ezen módszer. Mindezek miatt a Capon módszer *adaptív* PAD becslési módszer.

6.9.3 Rádióiránymérés szoftver szimuláció

A fix összegzőhálózattal rendelkező antennák oldal és magassági szögfelbontása és kapcsolata a geometriával:

$$\delta_{\varphi} = \Phi_{3\text{dB}} \approx \frac{\lambda_0}{L_x} \quad \delta_{\theta} = \Theta_{3\text{dB}} \approx \frac{\lambda_0}{L_y} .$$

Az ilyen antenna lehet klasszikus parabola jellegű apertúra antenna, de lehet olyan antennarendszer is, ahol az összegző hálózat fix. Ezek az antennák, ha forgatják őket, Bartlett jellegű térbeli spektrálbecslést valósítanak meg. Ha az antennánk antennarendszer, akkor a becsült térbeli autokorrelációs mátrixból kiindulva lehetőségünk van más spektrálbecslési módszer választására is. Az adaptív spektrálbecslési módszerek lényegesen jobb felbontással rendelkeznek, mint a nem adaptívak. Következőben két adaptív és egy klasszikus spektrálbecslési módszer iránymérési alkalmazhatóságát mutatom be. A módszerek: Bartlett, Capon és MEM. A bemutatást a saját fejlesztésű SUPER (angular SUPER resolution) nevű program ábráival demonstráljuk.

6.9.3.1 Szoftver szimuláció

A SUPER program célja, hogy interaktív módon adjon lehetőséget a konvencionális és az adaptív iránymérési módszerek mélyebb megértéséhez, vizsgálatához és szemléltetéséhez.

A SUPER programban a következő mérési környezet állítható be:

Az antenna

- 1-16 között állítható elemszámú izotróp elemekből felépülő antennasor, $d = 0.5\lambda$ elemtávolsággal.

Az EM környezet

- irányfüggetlen 0 várható értékű gaussi fehér zaj állítható átlagteljesítményszinttel,

- 1-5 db. szinuszos interferencia jel, $\pm 90^\circ$ szögtartományban tetszőleges irányban beállíthatók, teljesítményszintjük állítható, mindegyik ki-bekapcsolható,
- a 2. és 3. interferenciák korreláltsága ki- bekapcsolható, valamint állítható 90-100% tartományban.
- A relatív sáv szélesség 0-10% tartományban beállítható,

Algoritmusok

- Bartlett (CBF),
- Capon (MSINR),
- MEM.

A program a megfelelő algoritmus elvégzése után kirajzolja a szögbeli spektrumot, vagyis az iránybecslést, polár és Descartes koordináta rendszerekben. Az ábrázolás amplitúdóban lehet lineáris vagy logaritmikus, az utóbbi állítható skálával. Mindkét koordinátarendszerben egyidejűleg mozgatható egy kurzor, amivel pontosan leolvasható az irányszög és a becslés abszolút értéke.

Következőkben néhány szimulációs eredményt mutatunk be.

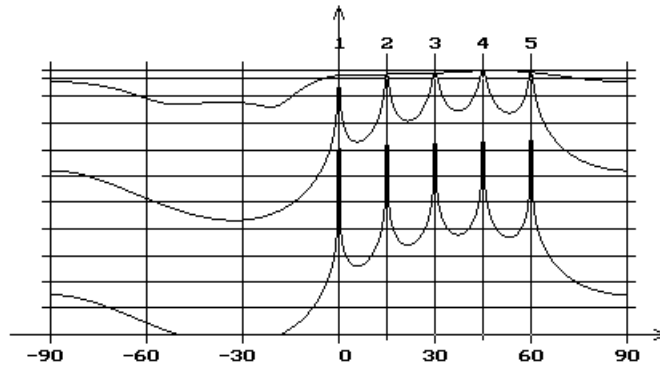
6.9.3.2 A szögfelbontás és a dinamika függése az antenna méretétől

A 6-32. ábra 5 darab egymástól 15° távolságra lévő azonos reflexiójú interferencia iránybecslése látható. Az alkalmazott antenna kis méretű, mindössze 2.5λ hosszú. A beállítást a 6-8. táblázat foglalja össze.

Módszer	Bartlett, Capon, MEM
S1 jel	50dB, 0°
S2. jel	50dB, 15°
S3. jel	50dB, 30°

S4. jel	50dB, 45°
S5. jel	50dB, 60°
Irányfüggetlen zaj	0dB
Antenna elemszáma	6

6-8. táblázat, 5 jel definiálása Bartlett, Capon és MEM iránymérésekhez



6-32. ábra, Iránymérési eredmények Bartlett, Capon és MEM módszerekre

A hullámhosszhoz képest kis méret miatt a Bartlett becslés, -melynek irányélességi szöge $\Phi_{3dB} \approx \frac{\lambda_0}{L}$ -, nem képes megkülönböztetni az interferenciákat. A Capon becslés élesen méri a interferenciák szögét és kb. 15dB dinamikával a szintjét is. A MEM módszer adja a legjobb becslést dinamikában és felbontásban is. A következő három ábrán a különböző becslések antenna elemszámtól való függését vizsgáljuk.

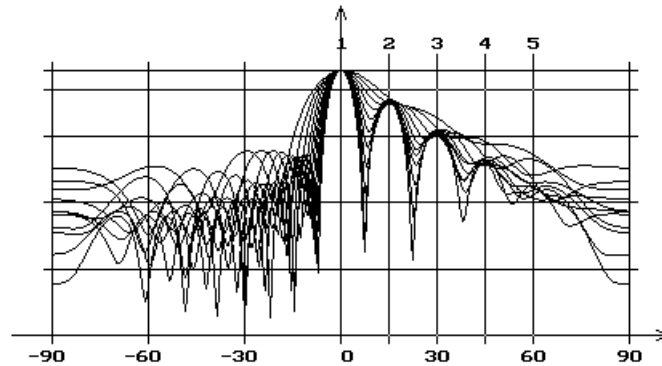
A 6-33. ábra a

6-9. táblázatnak megfelelő beállítás Bartlett becslését láthatjuk. A interferenciák 5dB-vel csökkenő intenzitásúak. Az antenna elemszámát 6-tól kezdődően növeljük 16-ig, és közben felrajzolásra kerülnek a Bartlett iránybecslések. Az ábrán jól megfigyelhető a interferenciák irányában élesedő becslés. Amikor az antenna elemszáma 16, akkor már mind az 5 interferencia megkülönböztethető, és a relatív teljesítmény viszonyok is helyesek. A 16 elemű antenna irányélességi

szöge 6.7° , a nullhelyek között értelmezett nyalábszélesség pedig ennek a kétszerese, kb. 13.4° . Ez utóbbi nyalábszélesség is jól megfigyelhető a 7.2 ábrán.

Módszer	Bartlett
S1 jel	50dB, 0°
S2. jel	45dB, 15°
S3. jel	40dB, 30°
S4. jel	35dB, 45°
S5. jel	30dB, 60°
Irányfüggetlen zaj	0dB
Antenna elemszáma	6 \rightarrow 16

6-9. táblázat, Elemszám függés táblázata, Bartlett

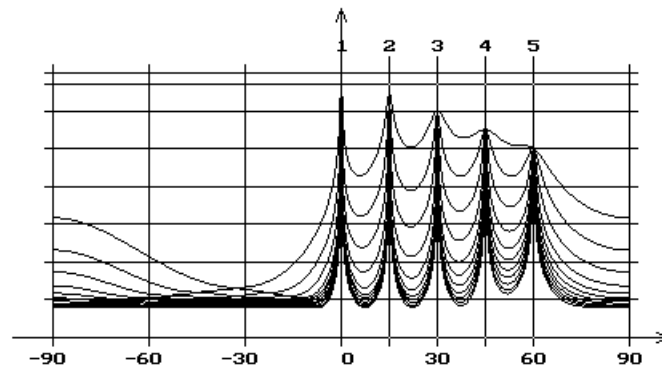


6-33. ábra, Iránymérés függése az elemszámtól, Bartlett

A 6-34. ábra látható becslés csak az alkalmazott módszerben tér el az előzőtől.

Módszer	Capon
Antenna elemszáma	6 \rightarrow 16

6-10. táblázat, Elemszám függés táblázata, Capon



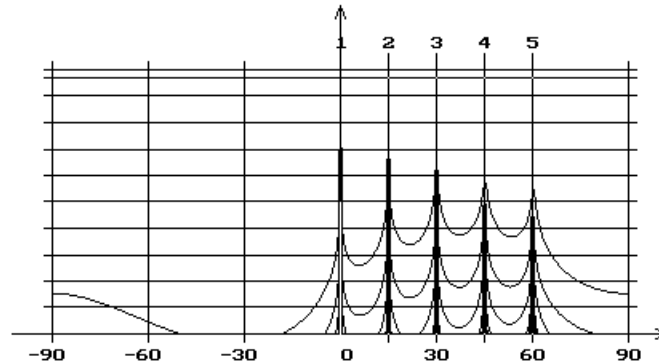
6-34. ábra, Iránymérés függése az elemszámtól, Capon

Azonnal látszik a nagy felbontás és a dinamika javulás. A mérés dinamikájának javulásán kívül az is fontos, hogy a melléknyalábok simák, nem hullámzanak, így a kis szintű interferenciákkal nem téveszthetők össze. Az interferenciák közötti irányokban az elemszám növekedtével csökken a becsült teljesítményszint, tart a $10 \lg N$ -nel csökkentett zajszinthez. A $10 \lg N$ oka az, hogy a jelet amplitúdóban, a zajt pedig teljesítményben összegezi az antennarendszer.

Végül ugyanezen interferenciák maximum entrópia becslését a 6-35. ábra mutatja.

Módszer	MEM
Antenna elemszáma	6 → 16

6-11. táblázat, Elemszám függés táblázata, MEM



6-35. ábra, Iránymérés függése az elemszámtól, MEM

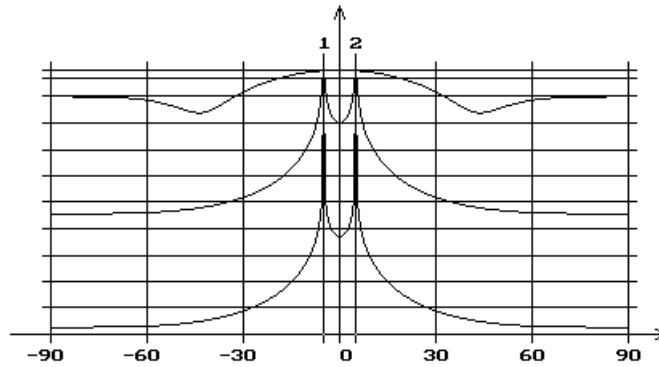
Tovább javult a felbontás és a dinamika is. A javulás az elemszám növelésével olyan nagymértékű, hogy 8 elemszám után már meghaladja 100dB dinamikát. A szögfelbontást pedig már nem tudja ábrázolni a program, mert egy vonalnyi szélességre zsugorodott. A MEM módszernél nem jelent alsó határt a zajszint.

A szögfelbontás jobb bemutatására tekintsük meg két közeli azonos interferencia szimulációját (6-12. táblázat, 6-36. ábra, 6-13. táblázat, 6-37. ábra).

A Bartlett becslés csak 14 vagy annál nagyobb elemszám mellett képes felbontani az interferenciákat, ugyanakkor a Capon és a MEM már $N = 3$ -tól.

Módszer	Bartlett, Capon, MEM
S1 jel	50dB, -5°
S2. jel	50dB, $+5^\circ$
Írányfüggetlen zaj	0dB
Antenna elemszáma	3

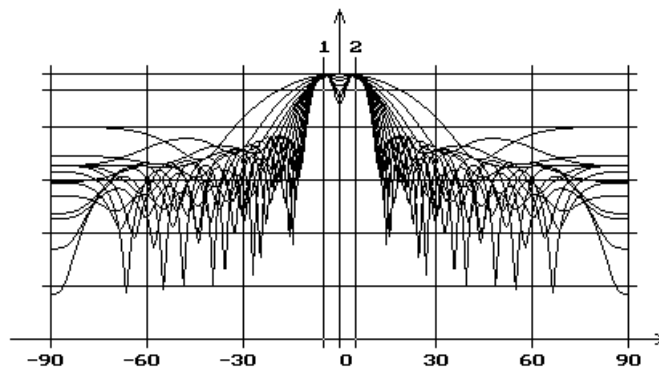
6-12. táblázat, Környezet definiálása szögfelbontáshoz, Bartlett, Capon és MEM



6-36. ábra, Iránymérési eredmények szögfelbontáshoz, Bartlett, Capon, MEM

Módszer	Bartlett
Antenna elemszáma	3 → 16

6-13. táblázat Környezet definiálása szögfelbontáshoz, Bartlett

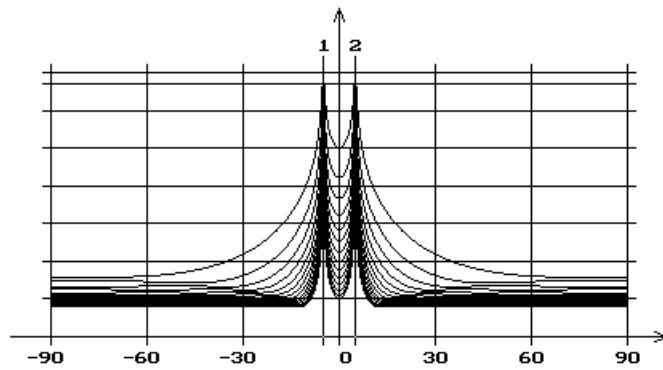


6-37. ábra, Iránymérési eredmények szögfelbontáshoz, Bartlett

Módszer	Capon
---------	-------

Antenna elemszáma	3 → 16
-------------------	--------

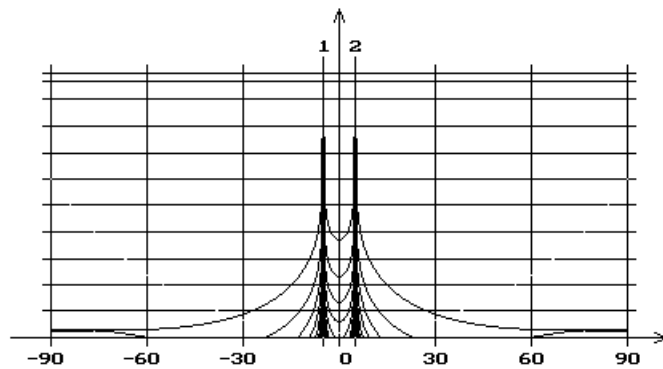
6-14. táblázat Környezet definiálása szögfelbontáshoz, Capon



6-38. ábra, Iránymérési eredmények szögfelbontáshoz, Capon

Módszer	MEM
Antenna elemszáma	3 → 16

6-15. táblázat Környezet definiálása szögfelbontáshoz, MEM



6-39. ábra, Iránymérési eredmények szögfelbontáshoz, MEM

6.10 Radar mérhetőség összefoglalása

Ez a fejezet a radarral közvetlenül mérhető céltárgy paraméterek közül a következőkkel foglalkozott:

- radiális távolság R ,
- radiális sebesség v_R ,
- oldalszög φ ,
- magassági szög ϑ ,
- Radar hatásos keresztmetszet (RCS) σ .

A 6-16. táblázat az R , v_R , φ , ϑ céltárgy paraméterek mérési felbontását δ_R , δ_{v_r} , δ_φ , δ_ϑ foglalja össze.

	δ_R	δ_{v_r}	δ_φ	δ_ϑ
Moduláció	$\frac{c}{2B}$	$\frac{Bc}{2f_0}$	–	–
Antenna, konvencionális	–	–	$\Phi_{3dB} \approx \frac{\lambda_0}{L_x}$	$\Theta_{3dB} \approx \frac{\lambda_0}{L_y}$
Antenna, adaptív	–	–	Lásd: 6-41. ábra	Lásd: 6-41. ábra

6-16. táblázat, Mérhető céltárgyparaméterek mérési felbontása

6.11 Antennarendszerek performancia analízise

6.11.1 Felbontás és dinamika függése a jel-zaj viszonytól

Modell

Antenna

- $\lambda/2$ ekvidisztáns N elemű lineáris antennasor
- izotrópikus elemek
- az elemek között elhanyagolható kölcsönös impedancia

EM környezet

Jelforrások

- inkoherens
- azonos átlagteljesítményű
- keskenysávú

Zaj

- irányfüggetlen, nulla várható értékű Gauss zaj

A minimális jel-zaj viszony meghatározásához kihasználjuk, hogy a jelekre vonatkozó független becsléseknek minimálisan 3dB dinamika tartománnyal kell rendelkeznie ahhoz, hogy azok Rayleigh értelemben felbonthatóak legyenek. Ebből az egyes becslési módszerekre levezethető a határ jel-zaj viszony.

Tekintsük a fenti modell speciális esetét:

- egy darab P_{jel} teljesítményű szinuszos jelforrás Θ_0 irányban
- σ_0^2 átlagteljesítményű, irányfüggetlen, 0 várható értékű Gauss zaj

Az autokorrelációs mátrix ebben az esetben:

$$\mathbf{R} = \sigma_0^2 \mathbf{I} + P_{\text{jel}} \mathbf{s}^*(\Theta_0) \mathbf{s}^T(\Theta_0)$$

ahol

$$\mathbf{s}^T(\Theta) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j2\pi f_d \frac{\lambda}{2}} & \dots & e^{-j2\pi f_d \frac{\lambda}{2}(N-1)} \end{bmatrix}$$

$$f_d = \frac{1}{\lambda_0} \sin \Theta$$

6.11.2 Bartlett becslés

$$S_B(\Theta) = \frac{1}{N^2} \mathbf{s}^T(\Theta) \mathbf{R} \mathbf{s}^*(\Theta)$$

Helyettesítsük be az ismert autokorrelációs mátrixot:

$$\begin{aligned} S_B(\Theta) &= \frac{1}{N^2} \left[\sigma_0^2 \mathbf{s}^T(\Theta) \mathbf{I} \mathbf{s}^*(\Theta) + P_{\text{jel}} \mathbf{s}^T(\Theta) \mathbf{s}^*(\Theta_0) \mathbf{s}^T(\Theta_0) \mathbf{s}^*(\Theta) \right] = \\ &= \frac{1}{N^2} \left[\sigma_0^2 N + P_{\text{jel}} \mathbf{s}^T(\Theta) \mathbf{s}^*(\Theta_0) \mathbf{s}^T(\Theta_0) \mathbf{s}^*(\Theta) \right] \end{aligned}$$

A kifejezés maximumát $\Theta = \Theta_0$ esetén veszi fel:

$$S_B(\Theta_0) = \frac{1}{N^2} \left[\sigma_0^2 N + P_{\text{jel}} N^2 \right]$$

A beeső jel irányában tehát a becsült átlagteljesítmény:

$$S_B(\Theta_0) = \frac{\sigma_0^2}{N} + P_{\text{jel}}$$

Ha a Θ_0 iránytól eltérünk, akkor $P_{\text{jel}} \mathbf{s}^T(\Theta) \mathbf{s}^*(\Theta_0) \mathbf{s}^T(\Theta_0) \mathbf{s}^*(\Theta)$ kifejezés értéke csökken, de a zajra vonatkozó $\frac{\sigma_0^2}{N}$ rész konstans marad. Szélsőértékként a becsült érték minimuma $\frac{\sigma_0^2}{N}$.

Vizsgáljuk meg, milyen jel-zaj viszony szükséges a 3dB-es dinamika minimumhoz.

$$\Delta_B^{3dB} = 2 = \frac{S_B(\Theta_0)}{S_{B\min}(\Theta)} = \frac{\frac{\sigma_0^2}{N} + P_{jel}}{\frac{\sigma_0^2}{N}}$$

$$\left(\frac{P_{jel}}{\sigma_0^2}\right)_{\min} = \frac{1}{N} \quad \left(\frac{P_{jel}}{\sigma_0^2}\right)_{\min}^{dB} = -10 \lg N$$

A becslés dinamikájának meghatározásához figyelembe kell venni a Bartlett becslés jellegzetes sinc(.) alakját. Tekintsük a dinamika alsó referenciájának a sinc függvény első melléknyalábjának a csúcsát. Ennek a relatív szintje:

$$\text{sinc}\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -\frac{2}{3\pi}$$

és ebből a dinamika:

$$\Delta_B = \frac{S_B(\Theta_0)}{S_B(\Theta_1)} = \frac{\frac{\sigma_0^2}{N} + P_{jel}}{\frac{\sigma_0^2}{N} + \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 P_{jel}} = \frac{\frac{1}{N} + \frac{P_{jel}}{\sigma_0^2}}{\frac{1}{N} + \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 \frac{P_{jel}}{\sigma_0^2}}$$

$$\Delta_B = \frac{\frac{1}{N} + \frac{P_{jel}}{\sigma_0^2}}{\frac{1}{N} + \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 \frac{P_{jel}}{\sigma_0^2}} \quad \Delta_B^{dB} = 10 \lg \left(\frac{\frac{1}{N} + \frac{P_{jel}}{\sigma_0^2}}{\frac{1}{N} + \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 \frac{P_{jel}}{\sigma_0^2}} \right)$$

6.11.3 MSINR (CAPON) becslés

$$S_c(\Theta) = \frac{1}{\mathbf{s}^T(\Theta)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{s}^*(\Theta)}$$

ahol

$$\mathbf{R} = \sigma_0^2 \mathbf{I} + P_{\text{jel}} \mathbf{s}^*(\Theta_0) \mathbf{s}^T(\Theta_0)$$

Invertáljuk az ismert autokorrelációs mátrixot:

$$\mathbf{R}^{-1} = \frac{1}{\sigma_0^2} \left[\mathbf{I} - P_{\text{jel}} \frac{\mathbf{s}^*(\Theta_0) \mathbf{s}^T(\Theta_0)}{\sigma_0^2 + NP_{\text{jel}}} \right]$$

Helyettesítsünk be a spektrum kifejezésének a nevezőjébe:

$$\frac{1}{S_c(\Theta)} = \mathbf{s}^T(\Theta) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}^*(\Theta) = \frac{1}{\sigma_0^2} \left[\mathbf{s}^T(\Theta) \mathbf{I} \mathbf{s}^*(\Theta) - P_{\text{jel}} \frac{\mathbf{s}^T(\Theta) \mathbf{s}^*(\Theta_0) \mathbf{s}^T(\Theta_0) \mathbf{s}^*(\Theta)}{\sigma_0^2 + NP_{\text{jel}}} \right]$$

$$\frac{1}{S_c(\Theta)} = \frac{1}{\sigma_0^2} \left[N - P_{\text{jel}} \frac{\mathbf{s}^T(\Theta) \mathbf{s}^*(\Theta_0) \mathbf{s}^T(\Theta_0) \mathbf{s}^*(\Theta)}{\sigma_0^2 + NP_{\text{jel}}} \right]$$

A kifejezés $\Theta = \Theta_0$, vagyis a beeső jel irányában:

$$\frac{1}{S_c(\Theta)} = \frac{1}{\sigma_0^2} \left[N + P_{\text{jel}} \frac{N^2}{\sigma_0^2 + NP_{\text{jel}}} \right]$$

és végül a CAPON teljesítmény becslés a jel irányában:

$$S_c(\Theta_0) = \frac{\sigma_0^2}{N} + P_{\text{jel}}$$

Ha a Θ_0 iránytól eltérünk, akkor $\mathbf{s}^T(\Theta)\mathbf{s}^*(\Theta_0)\mathbf{s}^T(\Theta_0)\mathbf{s}^*(\Theta)$ kifejezés értéke gyorsan nullázódik, de a zajra vonatkozó $\frac{\sigma_0^2}{N}$ rész konstans marad. Szélsőértékként a becsült érték minimuma $\frac{\sigma_0^2}{N}$.

Ebből a becslés dinamikája:

$$\Delta_C = \frac{S_C(\Theta_0)}{S_{C\min}(\Theta)} = \frac{\frac{\sigma_0^2}{N} + P_{\text{jel}}}{\frac{\sigma_0^2}{N}} = 1 + N \frac{P_{\text{jel}}}{\sigma_0^2}$$

$$\Delta_C = 1 + N \frac{P_{\text{jel}}}{\sigma_0^2} \quad \Delta_C^{\text{dB}} = 10 \lg \left(1 + N \frac{P_{\text{jel}}}{\sigma_0^2} \right)$$

Vizsgáljuk meg, milyen jel-zaj viszony szükséges a 3dB-es dinamika minimumhoz.

$$\Delta_B^{3\text{dB}} = 2 = \frac{S_B(\Theta_0)}{S_{B\min}(\Theta)} = \frac{\frac{\sigma_0^2}{N} + P_{\text{jel}}}{\frac{\sigma_0^2}{N}}$$

$$\left(\frac{P_{\text{jel}}}{\sigma_0^2} \right)_{\min} = \frac{1}{N} \quad \left(\frac{P_{\text{jel}}}{\sigma_0^2} \right)_{\min}^{\text{dB}} = -10 \lg N$$

6.11.4 MEM becslés

$$S_{\text{MEM}}(\Theta) = \frac{1}{N^2} \frac{1}{|\mathbf{s}^T(\Theta)\mathbf{R}^{-1}\delta|^2}$$

ahol

$$\mathbf{R} = \sigma_0^2 \mathbf{I} + P_{\text{jel}} \mathbf{s}^*(\Theta_0) \mathbf{s}^T(\Theta_0)$$

$$\delta^T = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$$

Invertáljuk az ismert autokorrelációs mátrixot:

$$\mathbf{R}^{-1} = \frac{1}{\sigma_0^2} \left[\mathbf{I} - P_{\text{jel}} \frac{\mathbf{s}^*(\Theta_0) \mathbf{s}^T(\Theta_0)}{\sigma_0^2 + NP_{\text{jel}}} \right]$$

Helyettesítsünk be a spektrum kifejezésének a nevezőjébe:

$$\mathbf{s}^T(\Theta)\mathbf{R}^{-1}\delta = \frac{1}{\sigma_0^2} \left[\mathbf{s}^T(\Theta)\delta - P_{\text{jel}} \frac{\mathbf{s}^T(\Theta) \mathbf{s}^*(\Theta_0) \mathbf{s}^T(\Theta_0)\delta}{\sigma_0^2 + NP_{\text{jel}}} \right]$$

A kifejezés $\Theta = \Theta_0$, vagyis a beeső jel irányában:

$$\mathbf{s}^T(\Theta_0)\mathbf{R}^{-1}\delta = \frac{1}{\sigma_0^2} \left[N - P_{\text{jel}} \frac{N}{\sigma_0^2 + NP_{\text{jel}}} \right] = \frac{1}{\sigma_0^2 + NP_{\text{jel}}}$$

és végül a MEM teljesítmény becslés a jel irányában:

$$S_{\text{MEM}}(\Theta_0) = \frac{1}{N^2} \frac{1}{|\mathbf{s}^T(\Theta)\mathbf{R}^{-1}\delta|^2} = \frac{|\sigma_0^2 + NP_{\text{jel}}|^2}{N^2}$$

$$S_{\text{MEM}}(\Theta_0) = \left| \frac{\sigma_0^2}{N} + P_{\text{jel}} \right|^2$$

Ha a Θ_0 iránytól eltérünk, akkor $\mathbf{s}^T(\Theta)\mathbf{s}^*(\Theta_0)\mathbf{s}^T(\Theta_0)\delta$ kifejezés értéke gyorsan nullázódik, de a zajra vonatkozó $\left|\frac{\sigma_0^2}{N}\right|^2$ rész konstans marad. Szélsőértékként a becsült érték minimuma $\left|\frac{\sigma_0^2}{N}\right|^2$.

Ebből a becslés dinamikája:

$$\Delta_{\text{MEM}} = \frac{S_{\text{MEM}}(\Theta_0)}{S_{\text{MEM}}(\Theta)} = \frac{\left[\frac{\sigma_0^2}{N} + P_{\text{jel}}\right]^2}{\left[\frac{\sigma_0^2}{N}\right]^2} = \left[1 + N \frac{P_{\text{jel}}}{\sigma_0^2}\right]^2$$

$$\Delta_{\text{MEM}} = \left[1 + N \frac{P_{\text{jel}}}{\sigma_0^2}\right]^2 \quad \Delta_{\text{MEM}} = 20 \lg \left[1 + N \frac{P_{\text{jel}}}{\sigma_0^2}\right]$$

Vizsgáljuk meg, milyen jel-zaj viszony szükséges a 3dB-es dinamika minimumhoz.

$$\Delta_{\text{MEM}}^{3\text{dB}} = 2 = \frac{S_{\text{MEM}}(\Theta_0)}{S_{\text{MEM}}(\Theta)} = \left(\frac{\frac{\sigma_0^2}{N} + P_{\text{jel}}}{\frac{\sigma_0^2}{N}}\right)^2$$

$$\left(\frac{P_{\text{jel}}}{\sigma_0^2}\right)_{\text{MEMmin}} = \frac{\sqrt{2}-1}{N} \quad \left(\frac{P_{\text{jel}}}{\sigma_0^2}\right)_{\text{MEMmin}}^{\text{dB}} = 10\lg\frac{\sqrt{2}-1}{N}$$

6.11.5 Módszerek összehasonlítása

A 6-17. táblázatban található a vizsgált spektrálbecslési módszerek esetében a felbontáshoz minimálisan szükséges jel-zaj viszony, valamint a becslés dinamikájának függése a jel-zaj viszonytól és az antenna elemszámától.

	BARTLETT	CAPON	MEM
$\left(\frac{P_{\text{jel}}}{\sigma_0^2}\right)_{\text{min}}$	$10\lg N$	$10\lg N$	$10\lg\frac{\sqrt{2}-1}{N}$
$\Delta^{3\text{dB}}$	$10\lg\left(\frac{1 + \frac{P_{\text{jel}}}{\sigma_0^2}}{\frac{1}{N} + \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 \frac{P_{\text{jel}}}{\sigma_0^2}}\right)$	$10\lg\left(1 + N\frac{P_{\text{jel}}}{\sigma_0^2}\right)$	$20\lg\left(1 + N\frac{P_{\text{jel}}}{\sigma_0^2}\right)$

6-17. táblázat, Becslés dinamikájának függése a jel-zaj viszonytól és az antenna elemszámától

A 6-40. ábra a vizsgált becslések dinamikájának a jel-zaj viszonytól való függése látható.

A 6-41. ábra a szögfelbontás jel-zaj viszonytól való függését mutatja.

A relatív szögfelbontás jelentése:

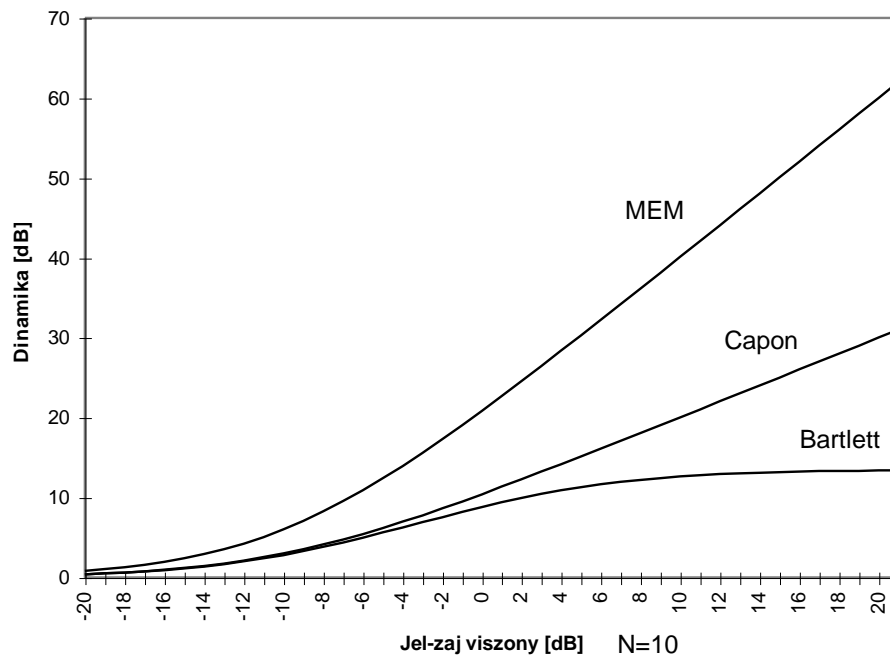
$$\frac{\Theta_{3\text{dB}}}{\Theta_{\text{Bartlett3dB}}},$$

ahol a számlálóban az aktuális módszer 3dB-es szögfelbontása, a nevezőben pedig a Bartlett módszer végtelen jel-zaj viszonyhoz tartozó szögfelbontása található.

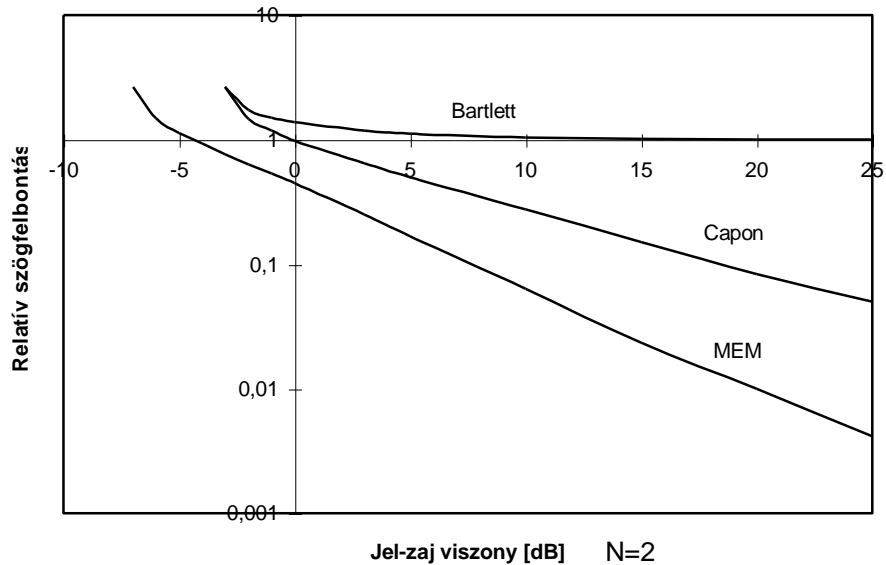
Jól megfigyelhető a Bartlett és Capon módszerek azonos minimális jel-zaj viszonya, valamint az ennél lényegesen kevesebbet igénylő MEM induló értéke.

A Bartlett módszer felbontása bizonyos jel-zaj viszonyt meghaladva független annak értékétől.

A MEM és Capon módszerek viszont lineárisan növekvő szögfelbontást mutatnak adott jel-zaj határ után. A MEM meredeksége kétszerese a Capon meredekségének. A 6-40. ábra és a 6-41. ábra jól megfigyelhető a mérés dinamikájának és a felbontásnak a közvetlen kapcsolata.



6-40. ábra, Iránymérési dinamika SNR függése



6-41. ábra, Szögfelbontás SNR függése

6.11.6 Sávszélesség hatása

Nagy relatív sávszélességű modulációról beszélünk, ha a moduláció sávszélessége eléri, vagy meghaladja a vivőfrekvencia 5%-át.

$$5\% \leq \frac{B}{f_0}$$

Ez $f_0=4.5\text{GHz}$ vivőfrekvencia esetében legalább 225MHz sávszélességű modulációt jelent.

Nem szabad összekevernünk a moduláció sávszélességét és azt a frekvencia sávot, amelyben valahol az adott sávszélességet realizálják. Például az L radarsáv

1215-1400MHz tartományt jelent. A sávban dolgozó radarok modulációs sávszélessége azonban nem szokta meghaladni a 2MHz-et. Ennek megfelelően rengeteg lehetőség van a vivőfrekvencia megadására. Ezt ki is használják ezek

a radarok a vivőfrekvencia a sávon belüli ugrálására ezúton növelvén a radar ECCM képességét.

A kis relatív sávszélesség frekvencia agilitással egybekötve nem okoz gondot az antennarendszer alkalmazásakor.

A nagyobb probléma akkor jelentkezik, ha a moduláció relatív sávszélessége a nagy.

Hogy jobban érzékelhessük a jelenséget, először vizsgáljuk az antenna paramétereinek frekvencia függését.

Az antenna geometriai méretét hullámhosszban érdemes mérni. Például az antenna irányélességi szöge

$$\Theta_{3dB} \approx \frac{\lambda}{D} = \frac{1}{D'}$$

ahol

$$\Theta_{3dB} \approx D' = \frac{D}{\lambda}$$

(Érdemes emlékezni az idő/frekvencia analógiára:

$$B \approx \frac{1}{T}$$

ahol T az impulzus időbeli hossza.)

Tételezzünk fel egy lineáris FM impulzust, amely a vivőfrekvenciához képest -5%-ról indítja a frekvenciáját és az impulzus ideje alatt egyenletesen növeli azt vivőfrekvencia +5%-ra. Ebben az esetben azt érzékeljük, hogy az antennás értelemben vett geometria az impulzus időtartama alatt zsugorodik. Következésképpen az irányélességi szög egyenletesen élesedik. A vivőfrekvenciás állapothoz képest az impulzus elején szélesebb, majd a végén ugyanannyival keskenyebb az irányélességi szög. Ezen szimmetrikus jelleg miatt jó közelítéssel azt mondhatjuk, hogy a főnyalábi viszonyok átlagában nem változnak érdemben. Más a helyzet azon paraméterek vonatkozásában, amelyek a mellényaláb nullhelyeitől függenek. Ebben az esetben ezen nullhelyek jobbra-balra elmozdulnak a vivőfrekvenciás pozícióhoz képest. Érdekes és ez esetben

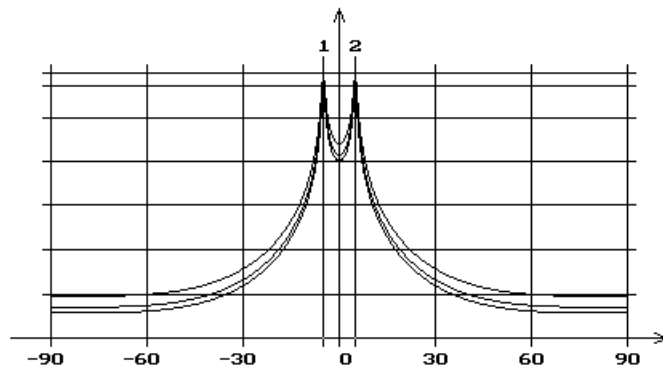
felettből hasznos módon az iránykarakterisztika nullhelyének szűk környezetében a iránykarakterisztika fázisa jó közelítéssel páratlan függvény. Ez a hatás azt eredményezi, hogy a vivőfrekvenciára szimmetrikus moduláció esetében a jelek jórészt kiejtik egymást és így marad a nullhely. Mivel azonban ezen páratlan függvény tulajdonság csak kis tartományban igaz, ezért nagyobb relatív sávszélesség esetében a performancia csökkentő hatás megjelenik.

6.11.7 Szoftver szimuláció

Az eddigi szimulációk során a beeső jelet keskenysávúnak feltételeztük. A sávszélesség az antenna elektromos méretének nyuzsorodását okozza. Így a sávszélesség növekedésével várhatóan romlani fog a felbontás. A Bartlett becslésnél a változás nem jelentős, ezért ez külön nem is kerül bemutatásra. A Capon és MEM módszereknél a jelenség jól megfigyelhető, azonban zavaró hatása még viszonylag nagy, 10%-os relatív sávszélesség esetén sem jelentős (6-42. ábra és 6-43. ábra).

Módszer	Capon
S1 jel	50dB, -5°
S2. jel	50dB, $+5^\circ$
Irányfüggetlen zaj	0dB
Antenna elemszáma	3
Relatív sávszélesség	0, 5, 10%

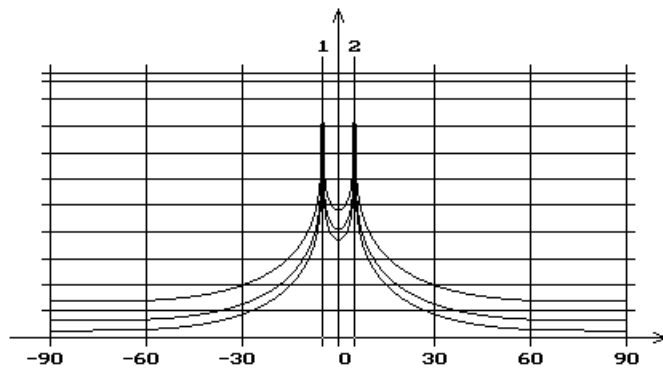
6-18. táblázat, Sávszélesség-szögfelbontás kapcsolatát vizsgáló környezet definiálása, Capon



6-42. ábra, Szögfelbontás függése a sávszélességtől, Capon

Módszer	MEM
Relatív sávszélesség	0, 5, 10%

6-19. táblázat, Sávszélesség-szögfelbontás kapcsolatot vizsgáló környezet definiálása, MEM

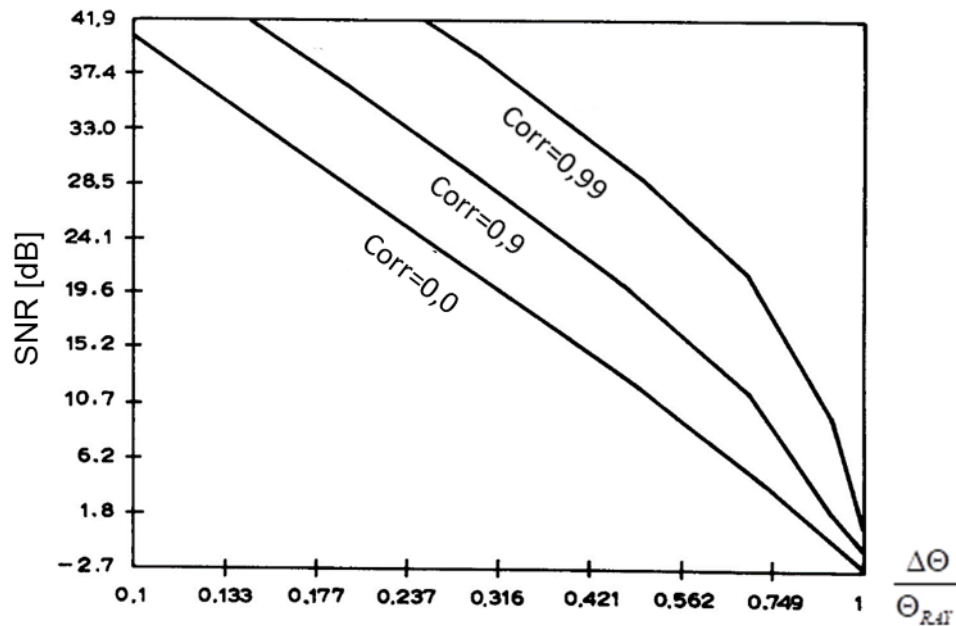


6-43. ábra, Szögfelbontás függése a sávszélességtől, MEM

6.11.8 Szögfelbontás függése a jelek korreláltságától és szintjétől

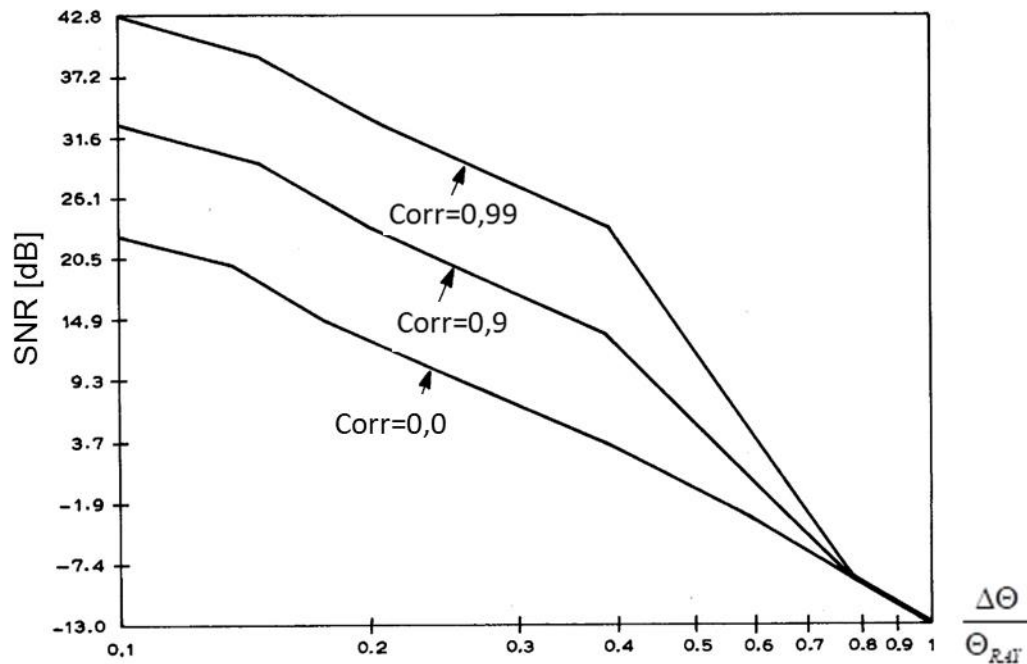
Iránymérésnél a mérendő jelek esetleges korreláltsága az alkalmazott módszertől függően rontja a becslés felbontását, esetleg téves iránymérést is okozhat. A Bartlett becslésnél ez nem jelent számottevő romlást.

A Capon becslés esetében a 6-44. ábra látható grafikon a korreláció és a jelszint felbontásra gyakorolt hatását mutatja be. Az ábra jelölésében Θ_{RAY} a Rayleigh szögfelbontásnak, míg $\Delta\Theta$ a Capon módszer szögfelbontásának felel meg. A Rayleigh szögfelbontás és a Bartlett nyálabszélesség közelítőleg azonosak.



6-44. ábra, Capon: a korreláció és a jelszint felbontásra gyakorolt hatása [1]

A 6-45. ábra a MEM módszer ugyanezen grafikonja látható.

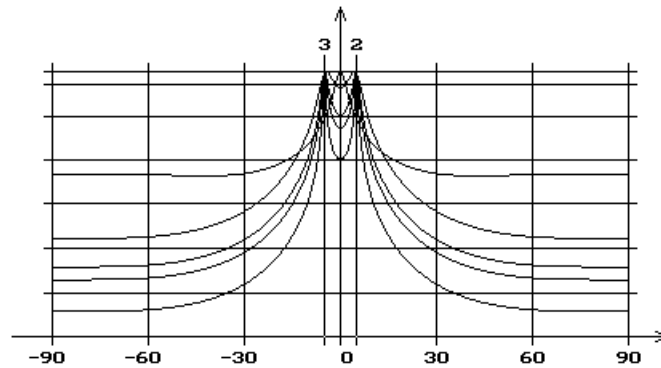


6-45. ábra, MEM: a korreláció és a jelszint felbontásra gyakorolt hatása [1]

A 6-46. ábra és a 6-47. ábra a korrelációra vonatkozó szimulációval kapott eredmények láthatóak.

Módszer	Capon
S1 jel	50dB, -5°
S2. jel	50dB, $+5^\circ$
Irányfüggetlen zaj	0dB
Antenna elemszáma	3
Korreláltság	0, 90, 95, 99, 100%

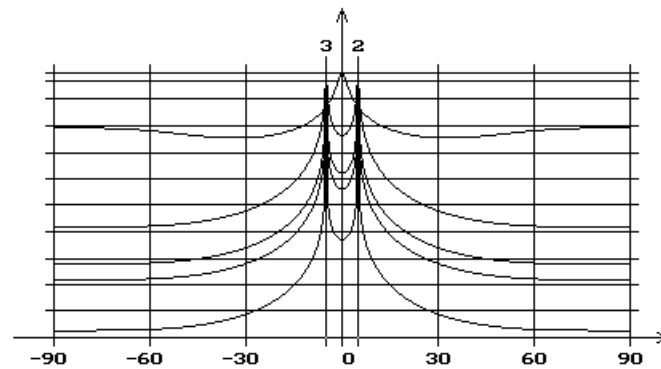
6-20. táblázat, Szögfelbontás - korreláltság kapcsolatot vizsgáló környezet definiálása, Capon



6-46. ábra, Szögfelbontás - korreláltság szimulációs eredménye, Capon

Módszer	MEM
Antenna elemszáma	3
Korreláltság	0, 90, 95, 99, 100%

6-21. táblázat, Szögfelbontás - korreláltság kapcsolatot vizsgáló környezet definiálása, MEM

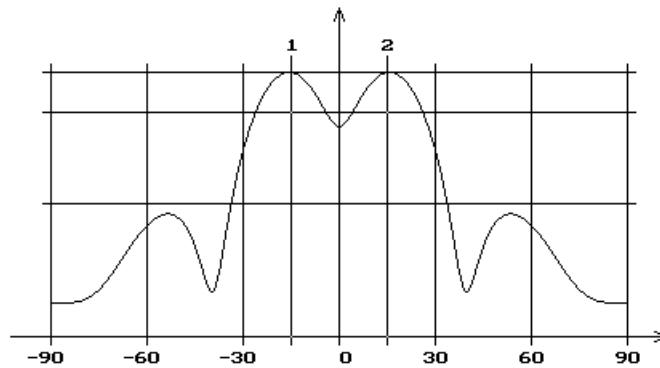


6-47. ábra, Szögfelbontás - korreláltság szimulációs eredménye, MEM

A felbontás jel-zaj viszony függését a 6-49. ábra- 6-52. ábra láthatjuk. A 6-48. ábra a Bartlett becslés látható referenciaként.

Módszer	Bartlett
S1	-15°
S2. jel	+15°
S1/N=S2/N	50dB
Antenna elemszáma	5

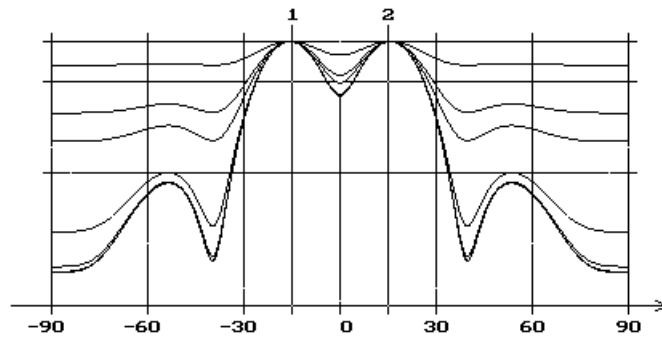
6-22. táblázat, Felbontás jel-zaj viszony függéséhez a környezeti definíció, Referencia, Bartlett



6-48. ábra, Szögfelbontás – SNR függés szimulációs eredménye, Referencia, Bartlett

Módszer	Bartlett
S1	-15°
S2. jel	+15°
S1/N=S2/N	50, 40, 30, 20, 10, 0, -3dB
Antenna elemszáma	5

6-23. táblázat, Felbontás jel-zaj viszony függéséhez a környezeti definíció, Bartlett

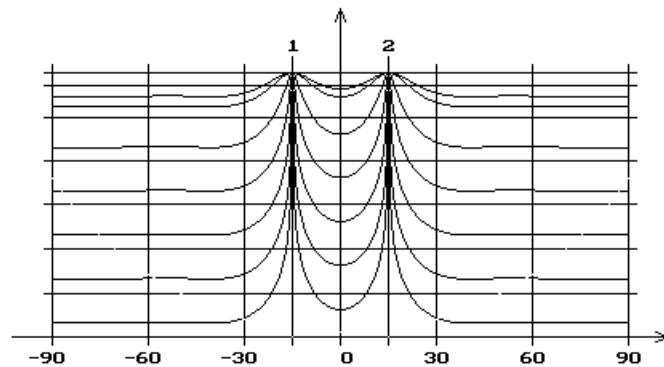


6-49. ábra, Szögfelbontás – SNR függés szimulációs eredménye, Bartlett

20dB-es jel-zaj viszony után a jel szintjének növelése alig befolyásolja a becslés alakját, ami lényegében a zajmentes esetnek megfelelő esetnek felel meg.

<i>Módszer</i>	<i>Capon</i>
S1	-15°
S2. jel	+15°
S1/N=S2/N	50, 40, 30, 20, 10, 0, -3dB
Antenna elemszáma	5

6-24. táblázat, Felbontás jel-zaj viszony függéséhez a környezeti definíció, Capon

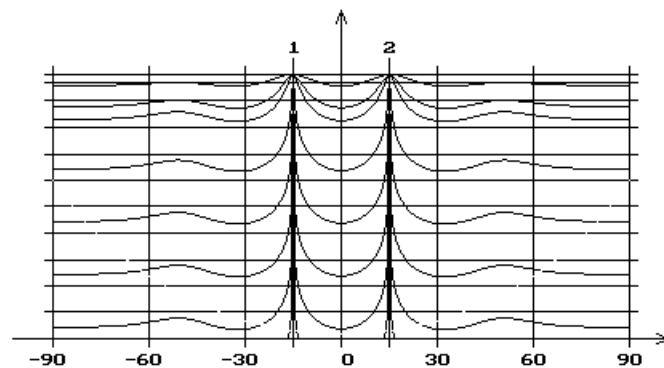


6-50. ábra, Szögfelbontás – SNR függés szimulációs eredménye, Capon

A becslés alapja annyi dB-lel emelkedik, ahány dB-lel romlik a jel-zaj viszony. Ez teljesen összhangban van azzal, hogy a Capon módszer méri a zajt is.

<i>Módszer</i>	<i>MEM</i>
S1	-15°
S2. jel	$+15^\circ$
S1/N=S2/N	50, 40, 30, 20,
Antenna elemszáma	5

6-25. táblázat, Felbontás jel-zaj viszony függéséhez a környezeti definíció, MEM

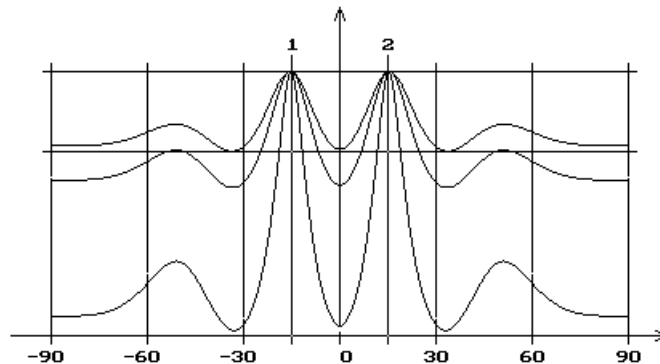


6-51. ábra, Szögfelbontás – SNR függés szimulációs eredménye, MEM

Nagyítsuk ki a negatív jel/zaj-hoz tartozó szimulációkat (6-52. ábra).

Módszer	MEM
S1	-15°
S2. jel	+15°
S1/N=S2/N	-5, -10,
Antenna elemszáma	5

6-26. táblázat, Nagyítás, felbontás jel-zaj viszony függéséhez a környezeti definíció, MEM



6-52. ábra, Nagyítás, Szögfelbontás – SNR függés szimulációs eredménye, MEM

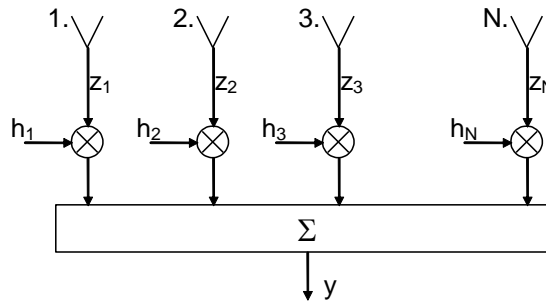
A Capon -3dB a MEM becslés -13dB jel/zaj esetében is képes a célok megkülönböztetésére.

A korreláció és a jel-zaj viszony hatását bemutató szimulációk megfelelnek a [2] irodalom által megadott 6-44. ábra és 6-45. ábragrafikonoknak.

6.11.9 Vevőcsatornák együtt futása

A vevőcsatornák együtt futása nagyon fontos a mérőrendszer megfelelő működése szempontjából.

Vizsgáljuk a 6-53. ábra szerinti elrendezést. Tételezzük fel, hogy az egyes csatornák nem azonos átvitelt képviselnek.



6-53. ábra, Vevőcsatornák együttfutása, modell

Tételezzük fel, hogy az egyes antennák fázisközéppontjai pontosan kerültek elhelyezésre az antenna tengelyvonalán egyenletes távolságközökkel. Legyen ekkor közvetlenül az antenna kimenetén a jel:

$$\mathbf{z}^T = [z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad \cdots \quad z_N]$$

\mathbf{z} vektor ez esetben hibamentesnek tekinthető. Az egyes csatornákhöz tartozó vételi lánc elemei azonban mind amplitúdóban, mind fázisban módosítják ezt a jelet. Az alkatrészek és a technológia paramétereinek szórásából az következhet, hogy az egyes csatornák átviteli karakterisztika vonatkozásban kis mértékben eltérővé válnak egymástól. Az eltérésben megfigyelhető egy markáns determinisztikus rész, ami hosszú idejű állandóságot mutat. Ennek kiküszöbölése a gyártás végén történő kihangolással történik.

Van azonban egy időben változó része is az együtt futási hibának, aminek oka az áramköri elemek paramétereinek hőmérséklet függése, valamint öregedése. Az öregedésnek feltételezhetően nem nagy az időbeli varianciája, azonban a termodinamikai hőmérséklet okozta jelenség viszonylag gyorsan is bekövetkezhet.

Tekintsük az együtt futási hibával terhelt vett jelünket:

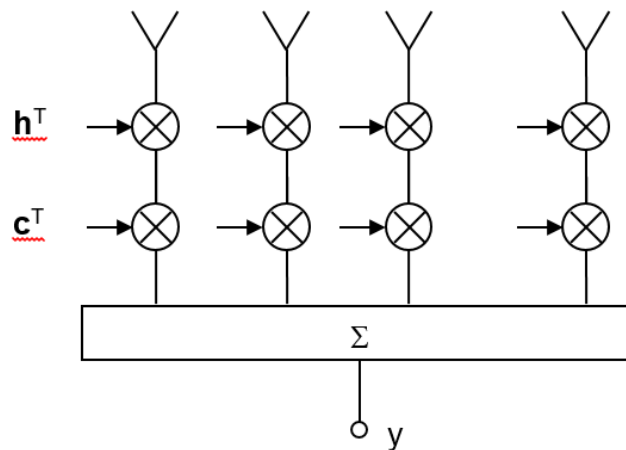
$$\mathbf{z}_e^T = [z_1 e_1 \quad z_2 e_2 \quad z_3 e_3 \quad \cdots \quad z_N e_N]$$

és ebből a hibavektor

$$\mathbf{e}^T = [e_1 \quad e_2 \quad e_3 \quad \cdots \quad e_N]$$

Valamely csatornát referenciaként kell tekinteni, ezért a hibavektor valamely eleme szükségszerűen 1.

Amennyiben a hibavektort ki tudjuk mérni, akkor kompenzálására használhatjuk az 6-54. ábra látható elvet.



6-54. ábra, Csatornák együtt futási hibájának a kompenzálása

Ahol a kompenzáló vektor

$$\mathbf{c}^T = [c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad \cdots \quad c_N]$$

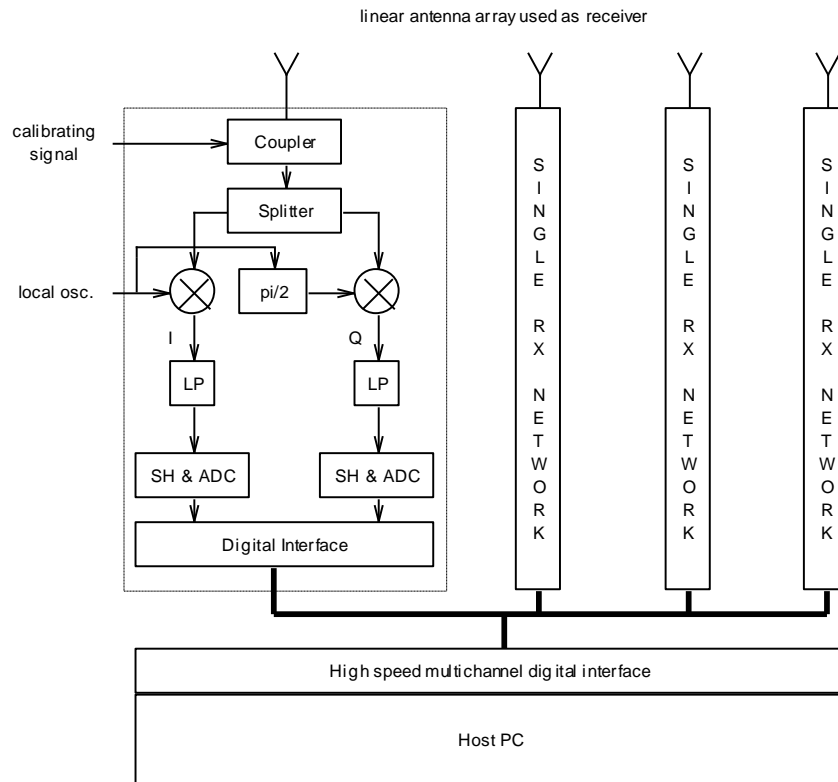
A kapcsolat a hiba- és a kompenzáló vektor között:

$$\mathbf{c} = \mathbf{e}^*$$

Realizációs szempontból a kompenzáció megvalósítása nem igényel járulékos analóg hardware beépítését, mivel azt legegyszerűbb a digitális jelfeldolgozás során megvalósítani.

6.11.10 Együtt futás (hibavektor) mérése

A hibavektor dinamikus mérése, ellenőrzése érdekében célszerű az egyes csatornákba azonos kalibrációs jel becsatolása. Ezt el lehet végezni vezetett módon iránycsatolók alkalmazásával, vagy sugárzott módon test antenna segítségével. A test antenna megfelelő elhelyezésével akár egy darab alkalmazása is elegendő. Az 6-55. ábra az iránycsatolós megoldás látható.



6-55. ábra, Együtt futás mérése

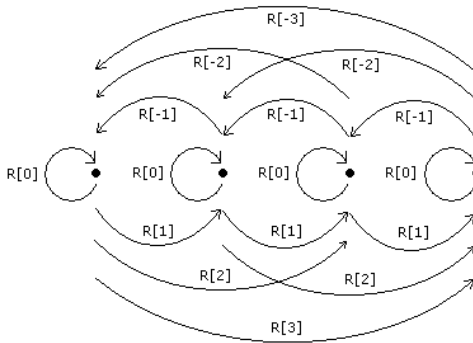
7 Antenna topológiák

7.1 MRA antennák [46]

A különböző adaptív és nem adaptív iránybecslések mind a környezet korrelációs mátrixát dolgozzák fel. Az is nyilvánvaló, hogy az antenna elemszámának növelésével több információhoz jutunk. Ez a több információt szolgáltató R mátrix dimenziójának növekedésében nyilvánul meg.

$$R = \begin{bmatrix} R_0 & R_1 & R_2 & R_3 & \dots \\ R_{-1} & R_0 & R_1 & R_2 & \dots \\ R_{-2} & R_{-1} & R_0 & R_1 & \dots \\ R_{-3} & R_{-2} & R_{-1} & R_0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

Az $N=4$ elemi antennát tartalmazó ekvidisztáns antennasor esetére a mátrix elemeinek jelentését 7-1. ábra szemlélteti.



7-1. ábra, Tejes antennasor térbeli korrelációja

Az $R_{ij}=R_{j-i}=R[j-i]$ jelentése a j . antenna által vett jel korrelációja az i . antenna által vett jellel.

Megfigyelhető, hogy a főátló elemek azonosak, mivel ezek az egyes antennák saját magukkal vett korrelációit mutatják. A nulla távolságú korreláció értéke nem más mint az elemi antenna által vett teljesítmény átlaga. Ennek megfelelően ezek az értékek egyenlők, valósak és mindig pozitívak. Mivel a térbeli folyamat kielégíti a stacionaritás feltételét, ezért az elemek közötti korreláció értéke nem függ az abszolút pozíciótól, csak a relatív távolságtól. Ennek megfelelően a mellékátlókon lévő értékek is azonosak. A korrelációt definiál

$$\mathbf{R} = M \{ \mathbf{z}\mathbf{z}^H \}$$

Kifejezés egyenes következménye, hogy

$$R_{i-j} = R_{j-i}^* \quad \Rightarrow \quad \mathbf{R} = \mathbf{R}^H$$

következésképp \mathbf{R} hermitikus továbbá Toeplitz tulajdonságokkal bír. Gyakorlati esetben amikor a vett folyamat additív gauss zajjal terhelt, a korrelációs mátrix bizonyíthatóan nem szinguláris.

Az egyenközű mintavételezés következményeként az egyes távolságokhoz tartozó korrelációs tényezőkre több eset is kiadódik és így több mérés is vonatkozik. Konkrétan az $R_{\pm i}$ tényező mérése $(N-1-i)$ -szer fordul elő. Elég lenne azt adott esetben csak egyszer megmérni és utána a szabály figyelembe vételével kitölteni az \mathbf{R} mátrixot. Ekkora redundancia csökkentés ugyan nem érhető el –gondoljunk csak az R_0 elemre-, de szuboptimum igen. Azon antennát, amely adott elemszám mellett feladván az egyenközű mintavételezést maximálisan növelni tudja az \mathbf{R} mátrix dimenzióját, ugyanakkor mátrix minden elemére vonatkozik mérés, MRA (Minimum Redundancy Arrangement) antennának nevezzük. Tekintsük példaként az 7-2. ábra látható 4 elemű MRA antennát. Megfigyelhető, hogy az R_0 elem kivételével minden más elemre csak egy mérés történt.

algoritmusok lényegükből adódóan megvalósítják-, ami csökkenti az adott korrelációs tényező hibaszórását.

Az MRA alkalmazása így performancia csökkenést jelent a redundáns antennához képest. Ez a romlás alapvetően akkor nyilvánul meg, amikor az integrálás jelentősége nagy, vagyis a kis jel/zaj viszonyú jelek mérésére nézve.

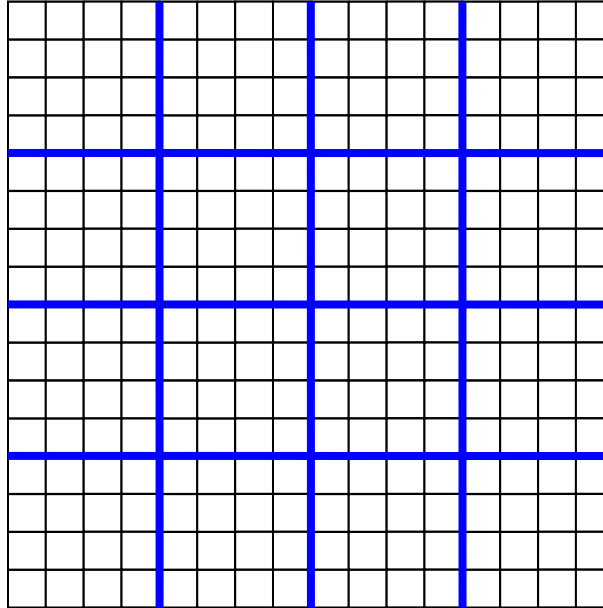
7.2 Antennacsoportok képzése

A nagy elemszámú antennarendszerek esetében a teljes szabadságfok megvalósítása igen költséges.

A problémát a következők okozzák:

- minden elemhez komplett adó-vevő egység tartozik,
- nagy kapacitású digitális csatorna szükséges a vevőelemek digitalizált mért jeleinek elhozására ill. a vezérlő digitális jelek kiadására,
- a digitális jelfeldolgozásnak a teljes elemszámra kell dolgoznia, ezért rendkívül nagy a szükséges DSP kapacitás,
- numerikus instabilitási problémák az **R** mátrix inverziójánál ill. sajátérték és sajátvektor felbontásánál.

Az alkalmazások túlnyomó részénél nincs szükség a teljes szabadságfokra, előfordul, hogy egy konkrét feladat megoldásához elégséges a $4 \times 4 = 16$ elemszám adta szabadságfok is. Azonban ha ezen kisméretű antenna nyeresége kevésnek bizonyul, akkor a geometriai méretet és így az elemszámot is tartani kell. Ebben az esetben lehetőségünk van az antennaelemek csoportokba történő összefogására. A 7-4. ábra egy 256 elemű antennarács egyik lehetséges 16 alcsoportba történő bontása látható.

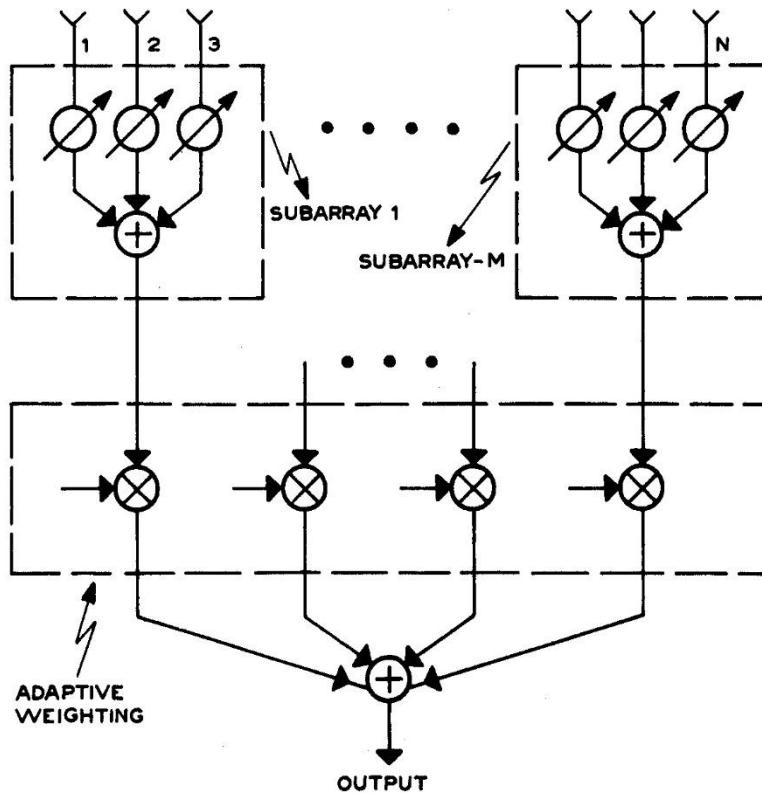


7-4. ábra, Antenna alcsoportok I.

A 16 darab antenna alcsoportot mindegyike 16 elemi antennát foglal magában. Az antenna alcsoportokon belül azonban az összegző hálózat fix, nem vezérelhető. Az egyes antennacsoportokra ugyanazon összegző hálózatot alkalmazzuk. Az összegző hálózat realizációja analóg módon az RF-en történik.

Funkcionálisan az antenna alcsoportok válnak a teljes antenna elemi antennáivá. Ebben az elrendezésben azonban az antennacsoportok távolsága túlságosan nagyra adódik, esetünkben négyszeresére mint az elemi térköz. Ez első ránézésre kiugró melléknyalábokat okozhatna. Azonban az elemi antenna méretének négyszerese az antennacsoport mérete és így az irányélességi szöge negyedére esik. Vagyis a kiugró melléknyalábokat elnyomja az antennacsoport iránykarakterisztikája. Természetesen az így kialakított antenna alkalmazhatósági térszöge lecsökken az antenna alcsoport térszögére.

A 7-5. ábra egy antenna alcsoportokból felépülő antennasort mutat.



7-5. ábra, Antenna alcsoportok II.

A radaros alkalmazások egy jelentős részénél nincs szükség az antennarendszer együttes azimuth és elevációs karakterisztikájának teljes szabadságfokú kezelésére. Felderítő radarok esetében például általában csak az elevációs karakterisztikának biztosítják a flexibilitást, de ott sem a teljes szabadságfokkal. Azimuthban a karakterisztika fix, vagyis ez esetben a 2D antennarendszer minden sora mögött fix összegző hálózat van. Az így kialakuló fix azimuth iránydiagrammal rendelkező antenasorokból mint elemi antennákból épül fel a függőleges antenna oszlop. Általában szimultán több nyalábot is képeznek, ez az un. *stacked beam* eljárás melyek segítségével becsülik a céltárgy elevációs szögét.

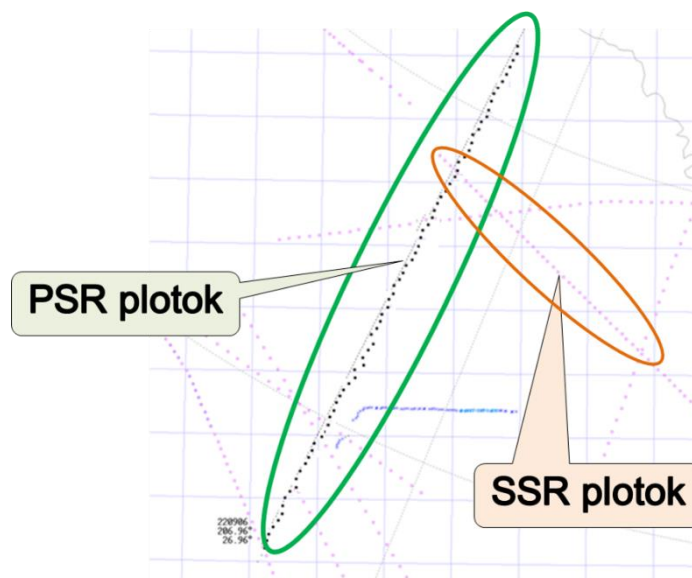
8 Monopulse szögmérési eljárás

A monopulse eljárás a céltárgy pontosabb szögparamétereinek a meghatározására szolgál, de létezik a távolsági és a radiális sebesség pontosabb mérésére is monopulse eljárás. Továbbiakban csak a szögparaméterek mérésénél alkalmazott monopulse eljárással foglalkozunk.

Léteznek azimuthban és elevációban egyaránt monopulse rendszerek, ilyenek tipikusan a követő radarok.

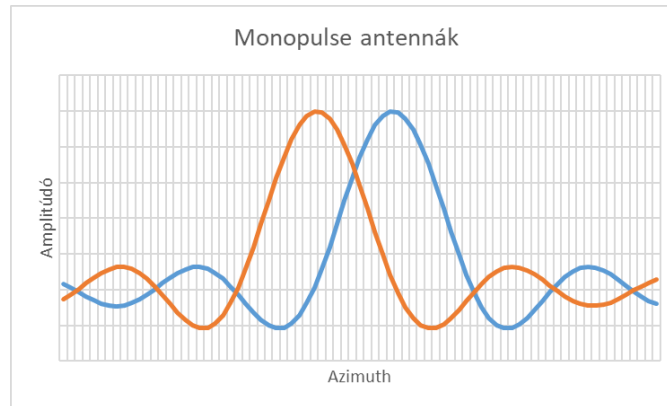
A polgári légiforgalmi irányításban alkalmazott szekunder radar (Secondary Surveillance Radar (SSR)) azimuth szögben alkalmazza a monopulse mérési eljárást.

Az SSR monopulse radarban két szimultán átfedésben lévő vételi antennanyalábot alakítanak ki. Az egyes nyalábokon vett jelek együttes kiértékelésével a konvencionális szögméréshez képest lényegesen, nagyságrendileg jobb szögbeli pontosság érhető el. Ez az egyik oka annak, hogy a TAR (Terminal Area Radar) radarok a plothoz alapvetően a szekunder radarból veszik a szöginformációt, ugyanis a primer radar nem monopulse rendszerű és ezáltal sokkal nagyobb a célszórása szögben. Összehasonlításként a 8-1. ábra láthatjuk a monopulse és konvencionális mérés eredményeit. A mérést a PSR-SSR célszórás vizsgálatához végeztük el.



8-1. ábra,

Azimuthban megvalósított monopulse-hoz magassági szögben azonos, oldalszögben kissé eltérő szögű (kancsal) két főnyalábra van szükség, 8-2. ábra



8-2. ábra, Monopulse antennák

A monopulse rendszerek nem függetlenül dolgozzák fel a két csatorna jelét, hanem összeg Σ és különbségi Δ csatornákat alakítanak ki. Az összegző-kivonó passzív áramkört RF-en valósítják meg közvetlenül az antennában, biztosítva ezzel annak nagy fázisstabilitását.

A Σ csatorna jól használható adásra és vételre egyaránt. A Δ csatorna viszont csak vételre használatos. A jelfeldolgozás első elemeként a fázis érzékeny detektor (*phase sensitive detektor*) a céltárgy Σ csatorna mint főirányhoz viszonyított azimuth szögeltéréssel arányos hiba jelet állít elő:

$$e = \frac{\Delta}{|\Sigma|} \cos \vartheta$$

ahol

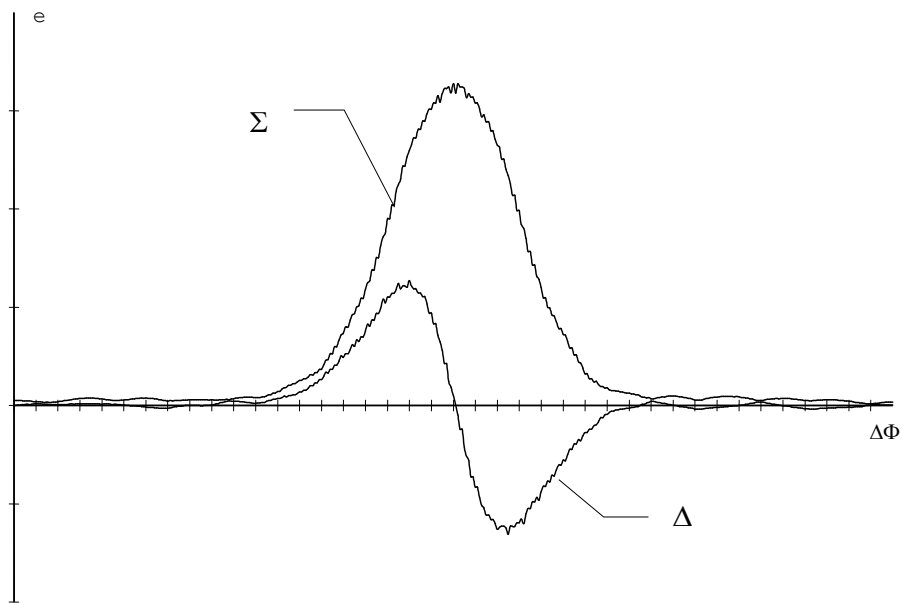
e - a phase sensitive detektor kimenetén lévő jel amplitúdója, más szóval az elevációs vagy azimuth szöghöz tartozó hibajel,

Δ - az azimuth különbségi csatorna jele,

$|\Sigma|$ - a Σ csatorna jelének abszolút értéke (normalizálási célt szolgál),

9 - a Σ és a Δ csatorna jeleinek fáziskülönbsége.

A 8-3. ábra a Σ és a Δ csatornához tartozó jelamplitúdók láthatók lineáris ábrázolásban.



8-3. ábra, Σ és a Δ csatorna karakterisztikák

$\Delta\Phi$ a főirányhoz viszonyított azimuth szögeltérés. Megvizsgálva az ábrát láthatjuk, hogy a Σ főnyaláb lapos maximumához képest a Δ csatorna nagy meredekséggel metszi az $\Delta\Phi$ tengelyt a cél irányában. Ez a nagyobb meredekség adja meg a lehetőséget a célszög pontosabb megméréséhez. Az antennarendszer kialakítása során ügyelnünk kell, hogy a kialakított nyalábok megfelelő átfedésbe kerüljenek, egyébként Σ és Δ csatornához tartozó hibajelek nem lesznek megfelelő alakúak.

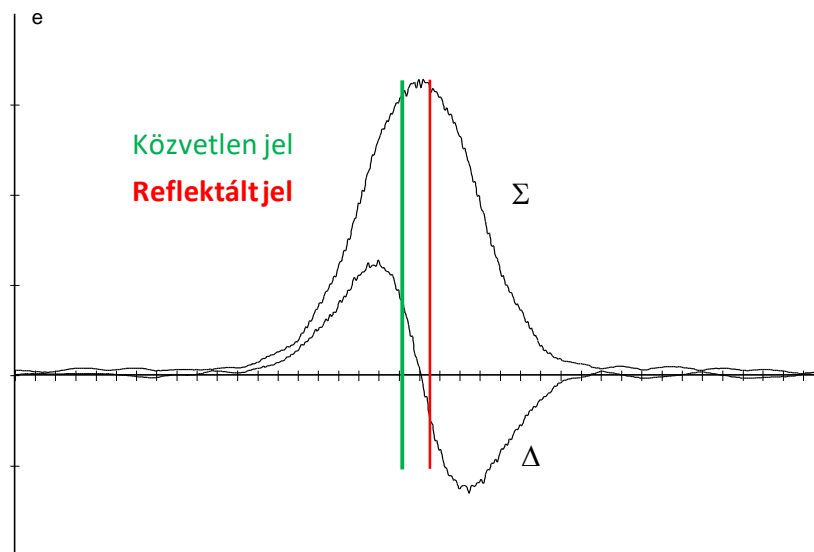
A Σ főnyalábon belüli pontosabb becslést tehát a Δ csatorna teszi lehetővé. Célszerű a Δ csatorna a Σ csatornával történő normalizálása, ugyanis ebben az esetben a vett jel amplitúdójától függetlenül mindig ugyanazt a Δ' görbét kapjuk.

$$\Delta' = \frac{\Delta}{\Sigma}$$

Így Δ' alkalmazásával közvetlenül elvégezhetjük a nagypontosságú szög meghatározást.

8.1 Reflexiók monopulse mérésre gyakorolt hatása

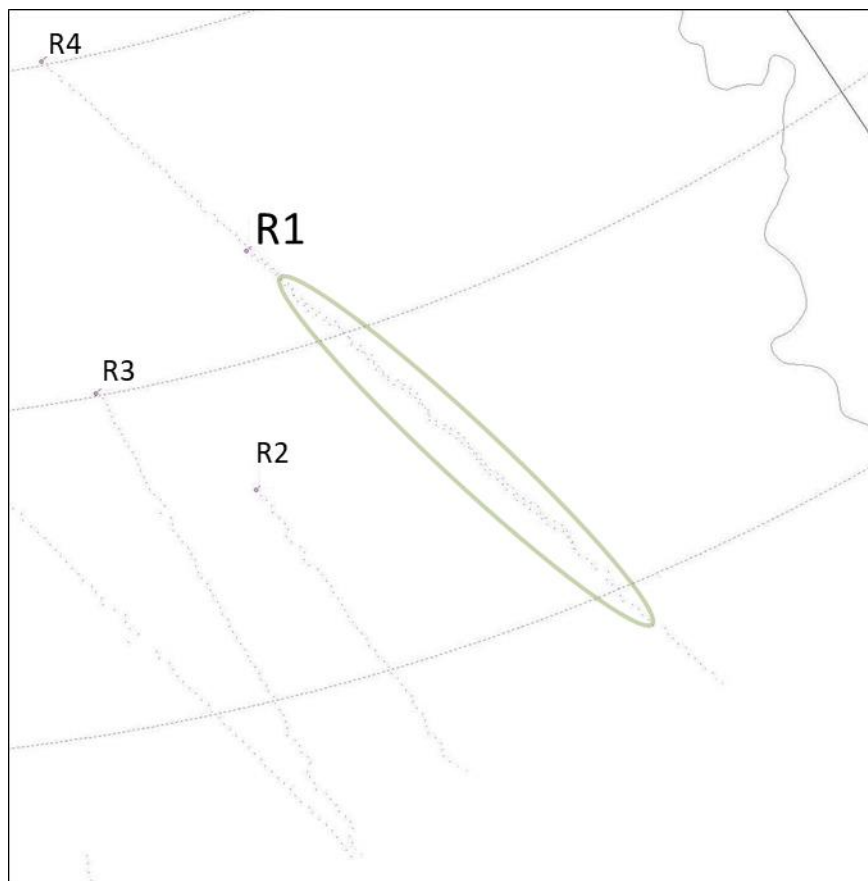
A monopulse eljárás egyszerre csak egy irányból érkező jelre működik megfelelően. Abban az esetben, ha a beeső jel két direkt és reflektált komponensből áll, akkor ezen jelek egy feldolgozási időben szuperponálódnak. Ezt szemlélteti a 8-4. ábra, ahol a Σ és Δ karakterisztikák létező monopulse antennához tartoznak.



8-4. ábra, Reflexióval terhelt monopulse mérés

Azonnal látszik a probléma, ugyanis a Δ és így a Δ' csatornán a két összetevő a Δ súlyozással összegzésre kerül és az így kialakult érték a Δ' grafikon egy harmadik, értelemszerűen a mérés szempontjából hamis irányába kerül.

Ez a probléma gyakran előfordul olyan esetekben, amikor a monopulse radar néhány km-es környezetében markáns reflexiók (pl. épületek) találhatóak. Ilyen esetekben a céltárgy szöge determinisztikus, de nem stacioner hibával terhelt, ami annak imbolgásában nyilvánul meg. Egy konkrét mérés eredményét a 8-4. ábra mutatja, ahol az R1 jelzésű repülőgépre vonatkozó szögmérés szórása megnövekedett a nemkívánatos reflexiók hatására.



8-5. ábra, Reflexiókkal terhelt monopulse szögmérés

Fenti modellben bemutatott egyetlen reflexiós gócponthoz képest a valóságban több, ill. sok esetben szögben kiterjedt reflexiós gócok vannak. Ez alapvetően nem befolyásolja a jelenséget, csak az imbolygás pályája válik bonyolultabbá.

9 Konvencionális spektrumbecslés [7,13,14,15,21,22]

9.1 Sztochasztikus folyamat spektruma

Sztochasztikus folyamatok teljesítmény sűrűség spektrumát PSD (Power Spectral Density) a folyamat autokorrelációs függvényének Fourier-transzformáltja adja:

$$S(\omega) = F \{R(\tau)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau.$$

A csak τ -tól függő $R(\tau)$ autokorrelációs függvény létezése szükséges feltétele $S(\omega)$ létezésének, vagyis a folyamatnak legalább gyengén stacionárnak kell lennie.

Léteznek ún. kvázistacioner folyamatok, melyek esetében, -szintén a Fourier-transzformációs definíciót használva-, a teljesítmény sűrűség spektrum az időnek lassan változó függvénye lesz.

Az $x(t)$ folyamat kvázistacioner, ha

$$\bar{R}(t, \tau) = R\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) = E \left\{ x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right\}$$

autokorrelációs függvény t -nek lassan változó függvénye.

Egy másik definíció segítségével jobban rávilágíthatunk a kvázistacionaritás lényegére.

Az $x(t)$ folyamat α -függő, ha autokorrelációs függvényére igaz, hogy $\bar{R}(t, \tau) = 0$, ha $|\tau| > \alpha$.

Az α -függő $x(t)$ folyamat kvázistacioner, ha

$$\bar{R}(t + \mu, \tau) \cong \bar{R}(t, \tau), \text{ ha } |\mu| < \alpha.$$

A kvázistacioner folyamat spektruma:

$$\Psi(\omega, t) = F^{-1} \{ \bar{R}(t, \tau) \} = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{R}(t, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

A radartechnikában vizsgált folyamatok jelentős része kvázistacioner az antenna forgása, valamint a céltárgy mozgása és a reflexiós képességének fluktuációja miatt.

9.2 PSD becslés véges megfigyelt intervallum alapján

Tekintsük egy sztochasztikus folyamat valamely realizációjának véges megfigyelt intervallumát. Ezen rendelkezésre álló (mért) adatok alapján kívánunk minél jobb becslést adni a folyamat teljesítmény sűrűség spektrumára. A becslésünknek két problematikus része van:

1. a sztochasztikus folyamat egy realizációja alapján becslünk,
2. az adott realizációnak is csak véges intervallumát ismerjük.

Az egy realizáció alapján történő becslés megszorítást jelent az ily módon spektrálbecsülhető folyamatokra vonatkozóan.

Mivel $S(\omega) = R(\tau)$ közvetlen transzformáltja, ezért a gyengén stacioner sztochasztikus folyamatok csak azon részhalmaza jöhet számításba, amelyeknél legalább másodrendig az időbeli, valamint a halmaz átlagok megegyeznek. Az ilyen folyamatokat *másodrendűen ergódikus* folyamatoknak nevezzük.

Másodrendűen ergódikus folyamat esetében az $R(\tau)$ teljes tartományon vett meghatározásához szükségünk van az $x(t)$ realizáció $(-\infty, \infty)$ intervallumon való ismeretére.

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x\left(t - \frac{\tau}{2}\right) dt$$

9.3 Konvencionális, nem adaptív spektrálbecslés

A véges intervallum problémája ott jelentkezik, hogy az $x(t)$ folyamat ismert intervalluma alapján $[-T, T]$ kell $R(\tau)$ -t becsülni. Kétféle időátlaggal fogjuk ezt megtenni:

1. Unbiased becslés

$$R^T(\tau) = \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T+|\tau|/2}^{+T-|\tau|/2} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) dt$$

2. Biased becslés

$$R_{\tau}(\tau) = \frac{1}{2T} \int_{-T+|\tau|/2}^{+T-|\tau|/2} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) dt$$

A két becslés a következő kapcsolatban áll egymással:

$$R_{\tau}(\tau) = R^T(\tau) q_{2T}(\tau)$$

ahol a $q_{2T}(\tau)$ a $[-2T, 2T]$ tartójú háromszög függvény.

$R^T(\tau)$ esetében a variancia nagyobb, mivel ott a tényleges integrálási úttal normalizáljuk az integrált, míg $R_{\tau}(\tau)$ esetében ez τ -tól függetlenül konstans: $2T$. Ez azt eredményezi, hogy τ növekedtével egyre rövidebb intervallumon integrálunk, ami a variancia növekedését vonná maga után, -mint az meg is történik $R^T(\tau)$ esetében-, azonban az integrálási út csökkenését függetlenül hagyó $2T$ normalizálás lenyomja ezeket a tartományokat, így $R_{\tau}(\tau)$ varianciája sokkal kedvezőbb, mint $R^T(\tau)$ -é. A variancia csökkenésnek az ára, hogy az $R_{\tau}(\tau)$ biased becslés. Halmaz átlagolással tetszőleges mértékig csökkenthető a variancia, azonban a biased megmarad:

$$E\{R^T(\tau)\} = R(\tau) p_{2T}(\tau)$$

$$E\{R_{\tau}(\tau)\} = R(\tau) \left(1 - \frac{|\tau|}{2T}\right) p_{2T}(\tau) = R(\tau) q_{2T}(\tau)$$

ahol a $p_{2T}(\tau)$ és $q_{2T}(\tau)$ a $[-2T, 2T]$ tartójú impulzus és háromszög függvények.

Mindkét esetben a becsült autokorrelációs függvény Fourier-transzformáltját tekintjük a PDS becslésnek.

$$S^T(\omega) = F \{R^T(\tau)\} = \int_{-T}^{+T} R^T(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$S_T(\omega) = F \{R_T(\tau)\} = \int_{-T}^{+T} R_T(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

Vizsgáljuk meg $R^T(\tau)$ és $R_T(\tau)$ becsléseken alapuló PSD-eket, ehhez képezzük ezek halmazátlagát:

$$E \{S^T(\omega)\} = F \{R(\tau)p_{2T}(\tau)\} = S(\omega) * \frac{\sin 2T\omega}{\pi\omega}$$

$$E \{S_T(\omega)\} = F \{R(\tau)q_{2T}(\tau)\} = S(\omega) * \frac{\sin^2 T\omega}{\pi T\omega^2}.$$

Láthatóan mindkét becslés eltér a valóságos $S(\omega)$ -tól, azonban az átlaguk $T \rightarrow \infty$ esetében $S(\omega)$ -hoz tart:

$$E \{S_T(\omega)\} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} S(\omega) \quad \text{és} \quad E \{S^T(\omega)\} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} S(\omega).$$

A két spektrálbecslés a következő kapcsolatban áll egymással:

$$S_T(\omega) = S^T(\omega) * \frac{\sin^2 T\omega}{\pi T\omega^2}, \text{ mivel } R_T(\tau) = R^T(\tau)q_{2T}(\tau).$$

T -t elegendően nagyra választva: $S^T(\omega) \approx S_T(\omega)$.

Gyakorlati szempontból nem kényelmes $S^T(\omega)$ használata, viszont $S_T(\omega)$ PSD becslése igen, mivel $S_T(\omega)$ közvetlenül meghatározható az $x(t)$ folyamat ismert $[-T, T]$ intervalluma alapján:

$$x_T(t) = x(t)p_T(t)$$

$$R_T(\tau) = \frac{1}{2T} x_T(\tau) * x_T^*(-\tau)$$

$$S_T(\omega) = F \{R_T(\tau)\} = F \left\{ \frac{1}{2T} x_T(\tau) * x_T(-\tau) \right\} = \frac{1}{2T} X_T(\omega) X_T^*(\omega) = \frac{1}{2T} |X_T(\omega)|^2$$

$$S_T(\omega) = \frac{1}{2T} \left| \int_{-T}^{+T} x(t) e^{-j\omega t} dt \right|^2.$$

Ez a becslés, -bizonyos megszorítások mellett-, alkalmas $S(\omega)$ megfelelően pontos meghatározására. Mint azt már korábban beláttuk, megfelelően nagy T esetén $E\{S_T(\omega)\} \cong S(\omega)$, azonban $S_T(\omega)$ szórása meglehetősen nagy:

$$\text{var}\{S_T(\omega)\} \geq E^2\{S_T(\omega)\}.$$

Mivel $S_T(\omega)$ túlságosan nagy szórású becslése $S(\omega)$ -nak, ezért $S(\omega)$ nem határozható meg megbízhatóan egy realizáció $[-T, T]$ intervalluma alapján, függetlenül attól, hogy az milyen hosszú. Ennek az az oka, hogy ha $|\tau|$ közelít $2T$ -hez úgy válik $R_T(\tau)$ egyre nagyobb szórású becslésévé $R(\tau)$ -nak. Igaz ugyan, hogy $R_T(\tau) \xrightarrow{T \rightarrow \infty} R(\tau)$, ez azonban nem vonja maga után, hogy $S_T(\omega) \xrightarrow{T \rightarrow \infty} S(\omega)$, mivel az $R_T(\tau) \xrightarrow{T \rightarrow \infty} R(\tau)$ konvergencia nem uniform.

Az $S_T(\omega)$ spektrálbecslés variancia csökkentése érdekében simítanunk kell $S(\omega)$ -át. A módszer kellemetlen velejárója, hogy romlik a spektrális felbontás.

9.4 Simított spektrum

Az $S_T(\omega)$ spektrum varianciáját, -valamilyen szempontból optimális-, $w(\tau)$ ablakfüggvény alkalmazásával csökkenthetjük. Általánosan jellemző az ablakfüggvényekre, hogy a $[-2T, 2T]$ intervallumon értelmezett $R_T(\tau)$ -t a szélek

felé lenyomja, így csökkentve annak a szélek felé növekvő variancia hatását. Az ablakfüggvénnyel $S(\omega)$ -át becslő kifejezés a következőképp alakul:

$$S_w(\omega) = \int_{-2T}^{+2T} R_T(\tau) w(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$S_w(\omega) = F \{R_T(\tau) w(\tau)\} = F \{R_T(\tau)\} * F \{w(\tau)\} = \frac{1}{2\pi} S_T(\omega) * W(\omega)$$

$$E \{S_w(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} E \{S_T(\omega)\} * W(\omega) = \frac{1}{2\pi} S(\omega) * \frac{\sin^2 T\omega}{\pi T\omega^2} * W(\omega).$$

A megbízható becsléshez $1/T$ -nek jóval kisebbnek kell lennie, mint $W(\omega)$ sávszélessége. Ez esetben ugyanis:

$$\frac{\sin^2 T\omega}{\pi T\omega^2} * W(\omega) \approx W(\omega),$$

$$E \{S_w(\omega)\} \approx \frac{1}{2\pi} S(\omega) * W(\omega).$$

Az így előálló becslés varianciája:

$$\text{var}\{S_w(\omega)\} \approx \frac{E_w}{2T} S^2(\omega) \quad \omega \neq 0,$$

ahol E_w az ablakfüggvény energiája:

$$E_w = \int_{-2T}^{2T} w^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |W(\omega)|^2 d\omega.$$

Ugyanezen becsléshez tartozó bias:

$$\varepsilon = E \{S_w(\omega)\} - S(\omega)$$

Kis bias-hoz kis sávszélességű ablakfüggvényt kell választani, ugyanakkor a variancia csökkentése érdekében E_w -nek az ablakfüggvény energiájának is

kicsinek kell lennie. Ha T -t elegendően nagyra választjuk, akkor mindkét feltétel teljesíthető.

9.5 Ablakfüggvény választás

Az ablakfüggvény bevezetésének célja $S_T(\omega)$ becsült spektrum szórásának a csökkentése. Egy adott ablakfüggvénnyel megvalósított becslés jóságát jellemezhetjük a normalizált szórással:

$$\beta = \frac{\text{var}\{S_w(\omega)\}}{S^2(\omega)} \approx \frac{E_w}{2T} \frac{S^2(\omega)}{S^2(\omega)} = \frac{E_w}{2T}.$$

Jó becslés esetén $\beta \ll 1$. Ez akkor teljesül, ha $w(t)$ energiája kicsi $2T$ -hez képest: $E_w \approx 2T\beta \ll 2T$.

Ez a követelmény kielégíthető a következő $w(t)$ -re vonatkozó megkötésekkel:

- $w(t)$ szignifikáns értékeit $[-M, M]$ intervallumban veszi fel, ahol $M \ll 2T$,
- $|w(t)| \leq 1$,
- $w(t) \equiv 0$ $[-2T, 2T]$ intervallumon kívül,
- $[-2T, 2T]$ intervallumon belül, de $[-M, M]$ intervallumon kívül, vagyis ha $T \geq |t| > M$ az ablakfüggvény elenyészik $|w(t)| \approx 0$.

Ekkor $E_w \leq 2M$, amiből a normalizált szórás: $\beta \leq \frac{M}{T}$.

Az M megfelelően kicsi megválasztásával teljesül a kis varianciára vonatkozó kívánságunk. Ugyanakkor M csökkentése a bias növekedését vonja maga után. Ezért az M és a hozzátartozó $w(t)$ ablakfüggvény megválasztása optimum keresési feladat. Előre megválasztott M esetében $w(t)$ -t úgy keressük, hogy az minimalizálja a biast:

$$b = \min_{W(y)} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega - y)W(y)dy - S(\omega) \right\}.$$

Mint a fentiekből látható $w(t)$ megválasztása kompromisszum az alkalmazás szempontjából még elviselhető variancia és bias között. Ebből következik, hogy nincs általánosan optimális ablakfüggvény, mindig az adott alkalmazás dönti el, hogy melyik ablakfüggvény a legjobb.

9.6 Néhány általános összefoglaló megállapítás

- az $x(t)$ folyamat $[-T, T]$ ismert intervalluma alapján, T bármilyen nagy is, nem lehetséges $S(\omega)$ pontos meghatározása.
- Megfelelő ablakfüggvény alkalmazásával megkaphatjuk $S(\omega)$ kissé 'elkent' változatát, ami viszont megbízhatóan közelíti a tényleges $S(\omega)$ -át.
- Ha $S(\omega)$ folytonos ω_1 -ben, akkor T megfelelően nagyra választásával $S(\omega_1)$ tetszőleges pontossággal megközelíthető.
- Ha $S(\omega)$ -ban van diszkrét frekvenciájú szinuszos jel, vagyis vonalas a spektrum, akkor az nem határozható meg közvetlenül. Ilyen esetben a $[-T, T]$ ablak nyúzsorításával érhető el a diszkrét frekvenciás jel pontos meghatározása.
- A bias mértéke nem csak a $W(\omega)$ ablakfüggvénytől függ, hanem a becsülendő $S(\omega)$ spektrumtól is, következésképp nem létezik a becsülendő spektrumtól elvonatkoztatott optimális $W(\omega)$. Ez utóbbi megállapítás már előrevetíti az adaptív spektrálbecslés gondolatát.

9.7 Numerikus módszerek a spektrálbecslés megvalósítására

Ismert az $x(t)$ folyamat T hosszúságú szegmense: $x_T(t) = x(t)p_T(t)$, amely alapján becsüljük $S(\omega)$ teljesítmény sűrűség spektrumot.

A következő három módszer az eredményeiket illetően ekvivalens, viszont azt különböző számítási utakon, ennél fogva számítási igénnyel határozzák meg.

1. A mérési eredményekből meghatározzuk $R_T(\tau)$ -t:

$$R_T(\tau) = \frac{1}{2T} x_T(\tau) * x_T(-\tau)$$

$R_T(\tau)$ -ra alkalmazzuk $w(\tau)$ ablakfüggvényt:

$$R_w(\tau) = R_T(\tau)w(\tau)$$

Képezzük az így létrejött súlyozott autokorrelációs függvény Fourier-transzformáltját:

$$S_w(\omega) = F \{R_w(\tau)\}$$

2. Vesszük a mérési eredmények Fourier-transzformáltját:

$$X_T(\omega) = F \{x_T(t)\}$$

Az így megkapott amplitúdó sűrűség spektrumból meghatározzuk a teljesítmény sűrűség spektrumot:

$$S_T(\omega) = \frac{1}{2T} |X_T(\omega)|^2$$

Majd a kapott spektrumot simítjuk az ablakfüggvény Fourier-transzformáltjával:

$$S_w(\omega) = \frac{1}{2\pi} S_T(\omega) * W(\omega)$$

3. Vesszük a mérési eredmények Fourier-transzformáltját:

$$X_T(\omega) = F \{x_T(t)\}$$

Az így megkapott amplitúdó sűrűség spektrumból meghatározzuk a teljesítmény sűrűség spektrumot:

$$S_T(\omega) = \frac{1}{2T} |X_T(\omega)|^2$$

Vesszük az $S_T(\omega)$ inverz Fourier-transzformáltját:

$$R_T(\tau) = F^{-1} \{S_T(\omega)\}$$

$R_T(\tau)$ -ra alkalmazzuk $w(\tau)$ ablakfüggvényt:

$$R_w(\tau) = R_T(\tau)w(\tau)$$

Képezzük az így létrejött súlyozott autokorrelációs függvény Fourier-transzformáltját:

$$S_w(\omega) = F \{R_w(\tau)\}$$

A 3. módszer bár több lépést foglal magában, mégis kevesebb művelettel

megvalósítható, mert elkerüli a számításigényes konvolúciót. Az oda-vissza Fourier-transzformációk viszonylag kis számításigényűek, ha az FFT algoritmust alkalmazzuk.

10 Sebesség-távolság bizonytalansági-elv

A hullámcsomag terjedés végeredmény diszkussziójának 3. és 4. pontjából kitűnik, hogy a radiális távolság és a sebesség pontos mérésénél a modulációra adódó követelmények ellentmondóak. Ennek alapvető oka az, hogy egy jel időbeli és frekvenciabéli tartója nem lehet egyszerre tetszőleges kicsi.

Ezt fejezi ki áttételesen a Fourier-transzformáció skálázási tétele ($a > 0$):

$$af(at) \xleftrightarrow{F} F\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

A Bizonytalansági-elv bemutatásához definiáljuk $f(t)$ véges energiájú jel D és d a frekvencia- és időtartománybeli tartóit a következő módon:

$$d^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |f(t)|^2 dt \quad D^2 = \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |F(\omega)|^2 d\omega$$

ahol E a jel energiája:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega$$

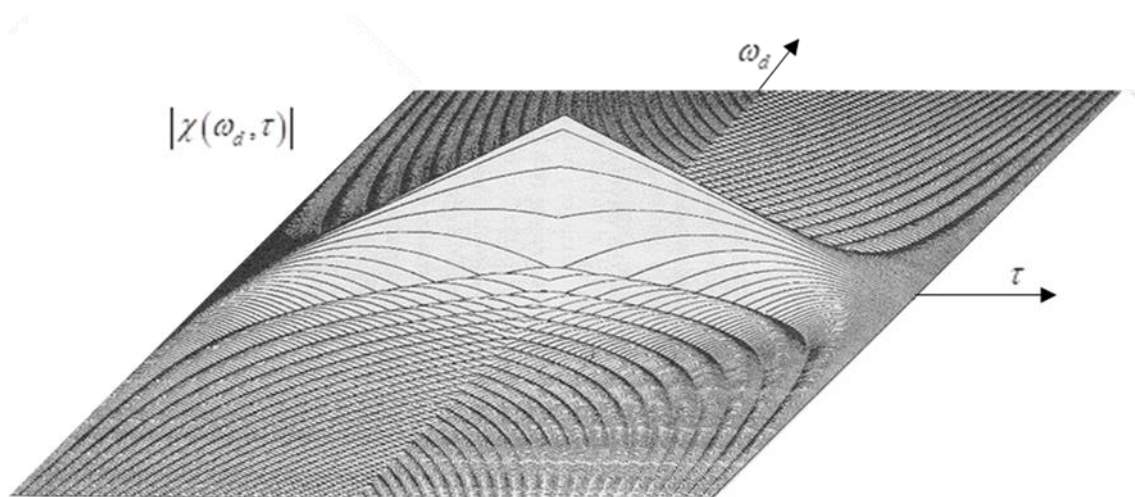
Az idő- és frekvenciabéli tartó szorzatát megvizsgálva a következő alsó határra jutunk:

$$Dd \geq \frac{1}{2}, \text{ feltéve, hogy } |t| \rightarrow \infty \text{ esetén } \sqrt{t} f(t) \rightarrow 0.$$

A $Dd \geq \frac{1}{2}$ egyenlősége csak gaussi impulzusokra $f(t) = Ae^{-\alpha t^2}$ teljesül.

A Bizonytalansági-elv részletes bizonyítása megtalálható:

A. Papoulis: Signal Analysis, McGraw-Hill, 1984.



10-1. ábra, Egyszerű impulzus bizonytalansági függvénye [25]

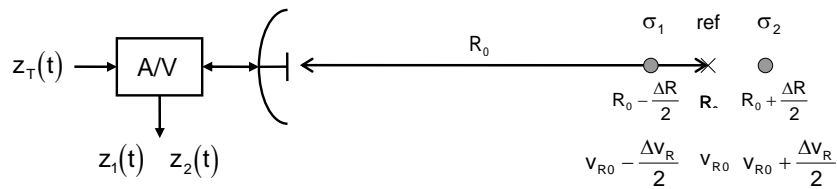
A 10-1. ábra az egyszerű impulzus bizonytalansági függvénye látható. A bizonytalansági elvvel, függvénnyel és következményeivel részletesen foglalkozunk a 11. fejezetben.

Mindez azt jelenti, hogy egy impulzus alapján adott céltárgy radiális sebessége és távolsága együttesen csak véges bizonytalanság mellett mérhető meg. Ez a bizonytalanság a mérés periodikus ismétlésével csökkenthető.

11 Felbontóképesség, bizonytalansági függvény

Egy impulzus alapján adott céltárgy radiális sebessége és távolsága csak véges bizonytalanság mellett mérhető meg.

A sebesség- és távolságbéli felbontást úgy is vizsgálhatunk, hogy két, csak ezen paraméterekben különböző céltárgy megkülönböztethetőségét minősítjük (11-1. ábra).



11-1. ábra

Egyszerűsítő feltételek:

- nem fluktuáló, pontszerű céltárgyak azonos radar hatásos keresztmetszettel $\sigma_1 = \sigma_2 = \text{konst.}$,
- a célok és az antenna egy egyenesre esnek,
- a célok az antenna főirányában vannak,
- $\Delta R \ll R_0$.

A vett jel egy céltárgy esetén általános esetben:

$$z_T(t) = A(R)z_a \left[\left(1 + \frac{2v_r}{c} \right) t - \frac{2R_0}{c} \right] e^{j(\omega_0 t + \omega_d t - 2R_0 \beta_0)}$$

A két céltárgy távolsága egymástól elhanyagolható az R_0 távolsághoz képest, ezért $A\left(R_0 - \frac{\Delta R}{2}\right) \cong A\left(R_0 + \frac{\Delta R}{2}\right)$. Az általánosságot nem csökkenti, ha

$A\left(R_0 - \frac{\Delta R}{2}\right) = 1$ választással élünk. Továbbá -mint azt már korábban 1.7.4 fejezetben bemutattuk- a nyuzsorításért felelős $\frac{2v_R}{c}$ gyakorlati esetben elhanyagolható. Ekkor a két céltárgyról külön-külön visszaérkező jelek:

$$z_1(t) = z_a\left(t - T_0 + \frac{\tau}{2}\right) e^{j(\omega_0 t + \omega_{d1} t - 2R_0 \beta_0 + \Delta R \beta_0)}$$

$$z_2(t) = z_a\left(t - T_0 - \frac{\tau}{2}\right) e^{j(\omega_0 t + \omega_{d2} t - 2R_0 \beta_0 - \Delta R \beta_0)}$$

ahol $T_0 = \frac{2R_0}{c}$, a referencia ponthoz tartozó oda-vissza időkézés,

$\tau = \frac{2\Delta R}{c}$, a két céltárgy távolságkülönbségéhez tartozó oda-vissza időkézés,

$\omega_{d1} = \frac{2v_{R0}}{\lambda_0} 2\pi - \frac{\Delta v_R}{\lambda_0} 2\pi$, az első céltárgy Doppler-frekvenciája

$\omega_{d2} = \frac{2v_{R0}}{\lambda_0} 2\pi + \frac{\Delta v_R}{\lambda_0} 2\pi$, a második céltárgy Doppler-frekvenciája

$z_1(t)$ és $z_2(t)$ megkülönböztethetőségét kell minősíteni, hiszen ez egyben az 1. és 2. céltárgy megkülönböztethetősége is. A megkülönböztethetőség fogalom ellentettje a hasonlóság. Nagy hasonlóság kis megkülönböztethetőséget jelent és fordítva. Két függvény hasonlóságát jól jellemzi a normalizált skalárszorzatuk:

$$\frac{1}{E} \langle z_1(t), z_2(t) \rangle = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} z_1(t) z_2^*(t) dt$$

ahol

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} z_1(t) z_1^*(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} z_2(t) z_2^*(t) dt$$

Az energiával történő normalizálás azért kellett, hogy a hasonlóságot kifejező skalár szorzat abszolút értékben 0 és 1 között vegye fel az értékét.

$$0 \leq \left| \frac{1}{E} \langle z_1(t), z_2(t) \rangle \right| \leq 1$$

Helyettesítsük be $z_1(t), z_2(t)$ kifejezését a skalárszorzat integrálba:

$$\psi(\omega_d, \tau) = e^{j\omega_0\tau} \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} z_a\left(t - T_0 + \frac{\tau}{2}\right) z_a^*\left(t - T_0 - \frac{\tau}{2}\right) e^{j\omega_d t} dt$$

ahol $\omega_d = \omega_{d2} - \omega_{d1}$.

Vezessük be a $\gamma(t, \tau)$ segédfüggvényt:

$$\gamma(t, \tau) = \frac{1}{E} z_a\left(t + \frac{\tau}{2}\right) z_a^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)$$

$$\psi(\omega_d, \tau) = e^{j\omega_0\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(t - T_0, \tau) e^{-j\omega_d t} dt$$

$$\psi(\omega_d, \tau) = e^{j\omega_0\tau} \mathcal{F}^{-1} \{ \gamma(t - T_0, \tau) \} = e^{j\omega_0\tau} \mathcal{F}^{-1} \{ \gamma(t, \tau) \} e^{-j\omega_d T_0}$$

Definíció szerint az $f(t)$ bizonytalansági függvénye

$$\gamma(t, \tau) = \frac{1}{E} f\left(t + \frac{\tau}{2}\right) f^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)$$

idő szerinti Fourier-transzformáltja:

$$\chi(\omega_d, \tau) = \mathcal{F}^t \{ \gamma(t, \tau) \}.$$

Mivel esetünkben $\gamma(t, \tau) = z_a(t)$ szerint- $T_0 = \frac{2R_0}{c}$ -vel eltolt időben, valamint ω_0 vivő körfrekvenciával spektrálisan, ezért jelentkeznek a $e^{j\omega_0\tau}$, $e^{-j\omega_d T_0}$ tényezők. Az

abszolút érték szempontjából $e^{j\omega_0\tau}$, $e^{-j\omega_d T_0}$ tényezők érdektelenek, hiszen $|e^{j\omega_0\tau}| = |e^{-j\omega_d T_0}| = 1$. Megállapíthatjuk, hogy fenti modellünkben a bizonytalansági függvény abszolút értékét $|\chi(\omega_d, \tau)|$ kizárólag az alapsávi jel $z_a(t)$ határozza meg.

11.1 A bizonytalansági függvény néhány fontosabb tulajdonsága

$$I. \chi(0, \tau) = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} z_a\left(t + \frac{\tau}{2}\right) z_a^*\left(t + \frac{\tau}{2}\right) dt = \frac{1}{E} R_{z_a}(\tau) = R'_{z_a}(\tau)$$

Ha a két céltárgy sebessége megegyező, akkor a megkülönböztetési bizonytalanságot az idő tartománybeli alapsávi jel $z_a(t)$ normalizált autókorrelációs függvénye határozza meg. Ez igen kézenfekvő, hiszen az általános idő és spektrális csúszásból most csak az időbeli valósul meg. Az időbeli csúszást viszont az időbeli autókorrelációs függvény jellemzi jól.

$$II. \chi(\omega_d, 0) = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} Z_a\left(\omega + \frac{\omega_d}{2}\right) Z_a^*\left(\omega + \frac{\omega_d}{2}\right) d\omega = \frac{1}{E} R_{z_a}(\omega_d) = R'_{z_a}(\omega_d)$$

$$\text{ahol} \quad z_a(t) \xleftrightarrow{F} Z_a(\omega)$$

Ha a két céltárgy távolsága megegyezik, -vagyis nincs időbeli csúszás, csak frekvenciabeli-, akkor a megkülönböztetési bizonytalanságot a frekvencia tartománybeli alapsávi jel $z_a(t)$ normalizált autókorrelációs függvénye határozza meg. Az I. pontban elmondottak szerint ez is érthető, hiszen a jelenség itt a frekvencia tartománybeli függvény csúszását eredményezi, tehát azt ott is kell mérni az autókorrelációs függvénnyel.

$$III. |\chi(\omega_d, \tau)| \leq |\chi(0, 0)| = 1$$

Ha a két egyforma pontszerű céltárgy azonos helyen van, valamint nincs közöttük sebesség különbség, akkor $z_1(t)$ és $z_2(t)$ függvények azonosak, így elvileg sem tesz lehetővé a megkülönböztetést. Ha akár sebesség-, akár távolságbéli különbség van a céltárgyak között, akkor meg van az esély arra, hogy $z_1(t)$ és $z_2(t)$ ne legyenek többé azonosak, megteremtve ezzel a lehetőséget a megkülönböztethetőségükhöz.

$$IV. \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\chi(\omega_d, \tau)|^2 d\omega_d d\tau = 2\pi$$

A bizonytalansági függvény négyzete alatti térfogat állandó. Ez azt jelenti, hogy függetlenül a modulációtól a teljes bizonytalanság konstans. Azonban ez a bizonytalanság a modulációtól függően különböző eloszlásban jelenik meg

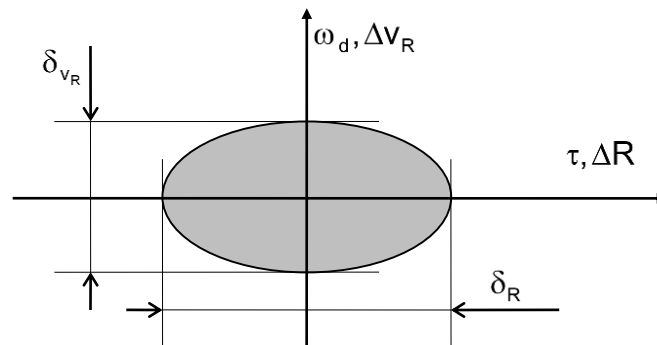
ω_d, τ -vagy ami ezzel ekvivalens: R, v_R - síkon. A III. tulajdonságból következően a (0,0) pontban az alkalmazott modulációtól függetlenül $|\chi(\omega_d, \tau)|$ -nek bizonyosan maximuma van.

11.2 A felbontóképesség [25]

Ha a bizonytalanság a jelek megkülönböztetőségben egy bizonyos általunk definiált szint alá kerül, akkor azt mondjuk, hogy a két céltárgy ω_d, τ sík ezen részein megkülönböztethető. Legyen ez a szint $\frac{1}{2}$.

$$|\chi(\omega_d, \tau)| \leq \frac{1}{2}$$

Szemléletesen ez azt jelenti, hogy az ω_d, τ síkkal párhuzamosan $\frac{1}{2}$ magasságban kifestünk egy sítot, és ahol $|\chi(\omega_d, \tau)|$ ez alatt van, ott megkülönböztethetőnek, ahol felette, ott nem megkülönböztethetőnek tekintjük a céltárgyakat. A metszék általában egybefüggő terület, de előfordulhat az is, hogy több külön terület. Ez utóbbi tipikusan impulzus sorozat jellegű modulációkra jellemző és azt jelenti, hogy a $|\chi(\omega_d, \tau)|$ -nak több lokális maximuma is van. Az ω_d, τ sík (0,0) pontja körül lévő metszék különös jelentőséggel bír, ennek segítségével határozható meg a moduláció radiális



11-2. ábra, Felbontás behatárolása

távolság δ_R és sebesség δ_{v_R} felbontóképessége (11-2. ábra). Ha szinuszos jelet τ_a hosszúságú impulzussal modulálunk, akkor egy, a (0,0) pont körüli az 1.4 ábrához hasonló megkülönböztethetetlen terület adódik. Ebben az esetben $\chi(0, \tau) = R'_{z_a}(\tau)$ és $\chi(\omega_d, 0) = R'_{z_a}(\omega_d)$ tulajdonságokat kihasználva δ_R és δ_{v_R} egyszerűen meghatározható:

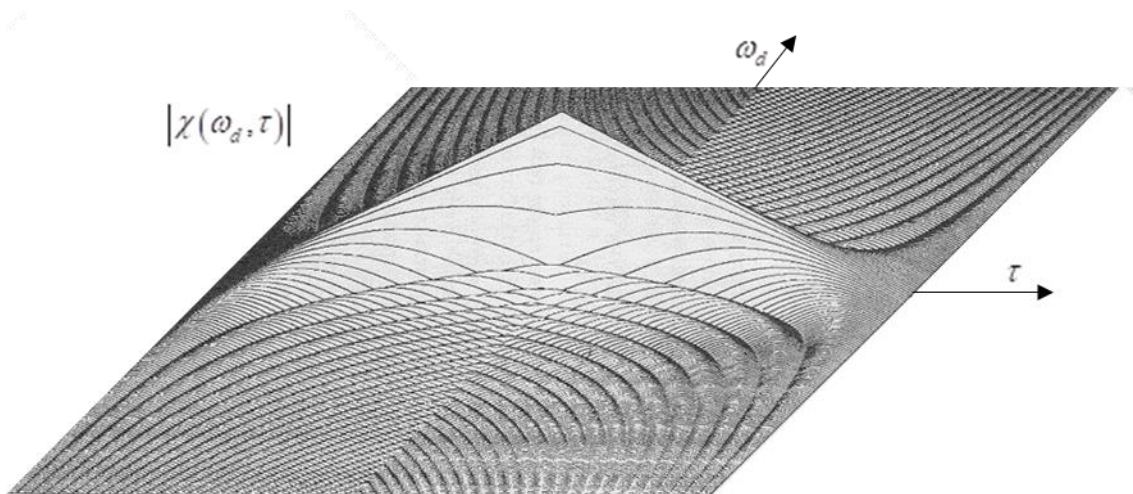
$$\delta_R = \frac{c\tau_a}{2} \quad \delta_{v_R} = \frac{c}{2\tau_a f_0}.$$

Ugyanez az elfoglalt RF sávszélességgel kifejezve:

$$\delta_R = \frac{c}{2B} \quad \delta_{v_R} = \frac{Bc}{2f_0}.$$

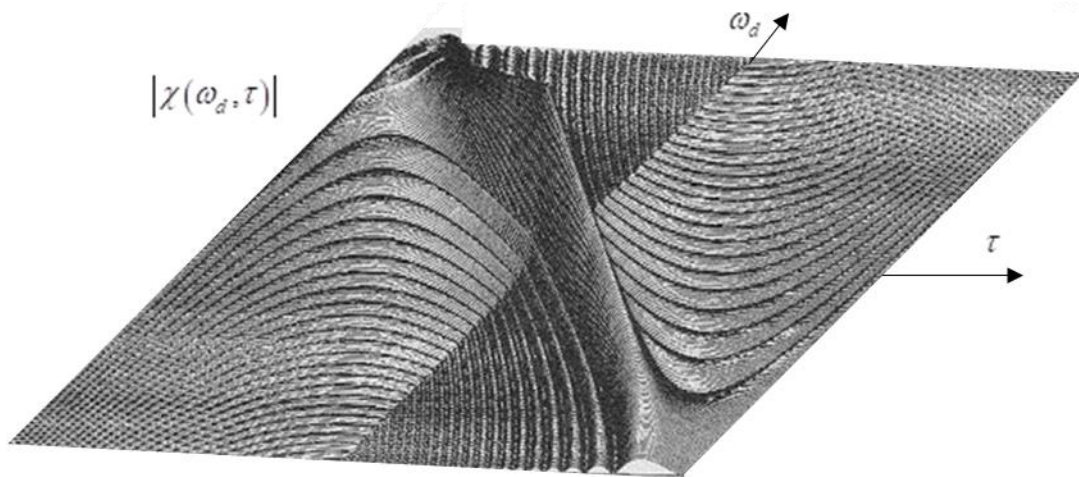
Ez utóbbi két kifejezés általánosan igaz, míg a megelőző kettő csak az impulzus modulációra.

Az 11-3. ábra ennek az egyszerű impulzusmodulációs esetnek a bizonytalanság függvénye látható.



11-3. ábra, Egyszerű impulzusmoduláció bizonytalansági függvénye és felbontása [25]

Ha az impulzus ideje alatt lineáris frekvencia modulációt alkalmazunk (chirp moduláció), akkor az a $|\chi(\omega_d, \tau)|$ függvény nyírás transzformációját okozza, mint az a 11-4. ábra is látható.

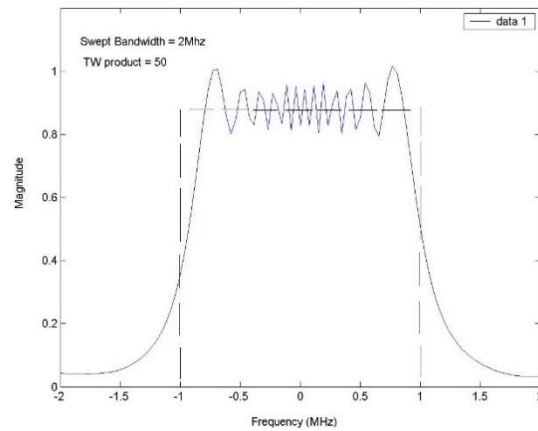


11-4. ábra, Lin FM chirp bizonytalansági függvénye és felbontása [25]

Ilyen esetben a radiális felbontóképesség javul. A radiális távolság δ_R és sebesség δ_{v_R} felbontóképesség ez esetben is:

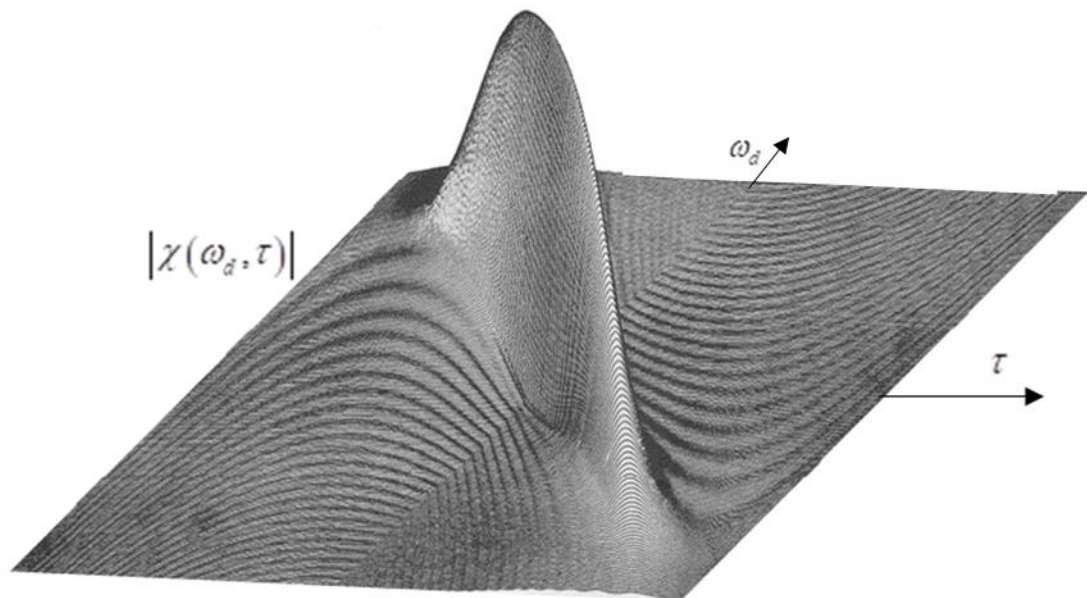
$$\delta_R = \frac{c}{2B} \quad \delta_{v_R} = \frac{Bc}{2f_0}$$

Ekkor az elfoglalt RF sávszélesség $B \gg \tau_a$, és jobbára a frekvencia löketből származik. A 11-4. ábra egy tipikus chirp spektrumot mutat.



11-5. ábra, Lin FM chirp spektruma [22]

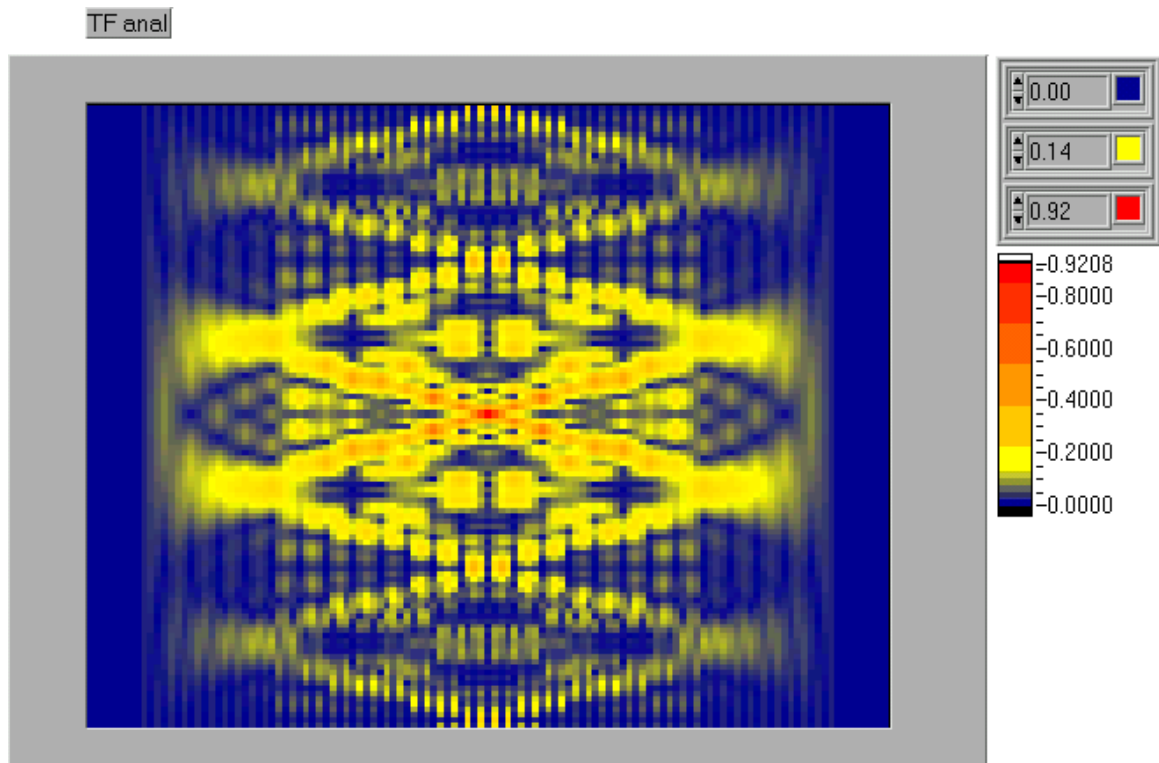
A bizonytalanság függvények magas oldalnyalábjai ellen hasonló módon védekezhetünk, mint azt a Fourier spektrálbecslésnél tesszük, vagyis megfelelő ablakfüggvények alkalmazásával. A 12-6. ábra a 11-4. ábra bizonytalanság függvénye látható Hamming ablakfüggvény alkalmazása esetén.



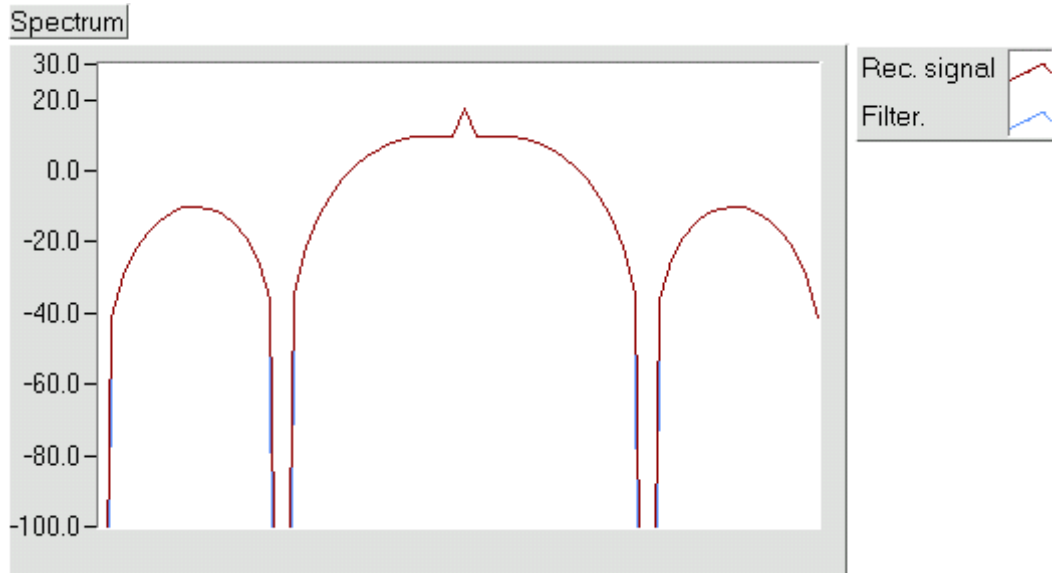
11-6. ábr , Lin FM chirpHamming ablak bizonytalansági függvénye és felbontása [25]

Az ablakfüggvény hatására itt is kiszélesedik a (0,0) körüli 'főnyaláb', mivel a bizonytalanságot eltüntetni nem, csak átcsoportosítani lehet. További kellemetlen tulajdonság, hogy csökkenti a detekcióhoz rendelkezésre álló jel-zaj viszonyt és ezáltal vagy a döntés minősége, vagy a hatótávolság romlik.

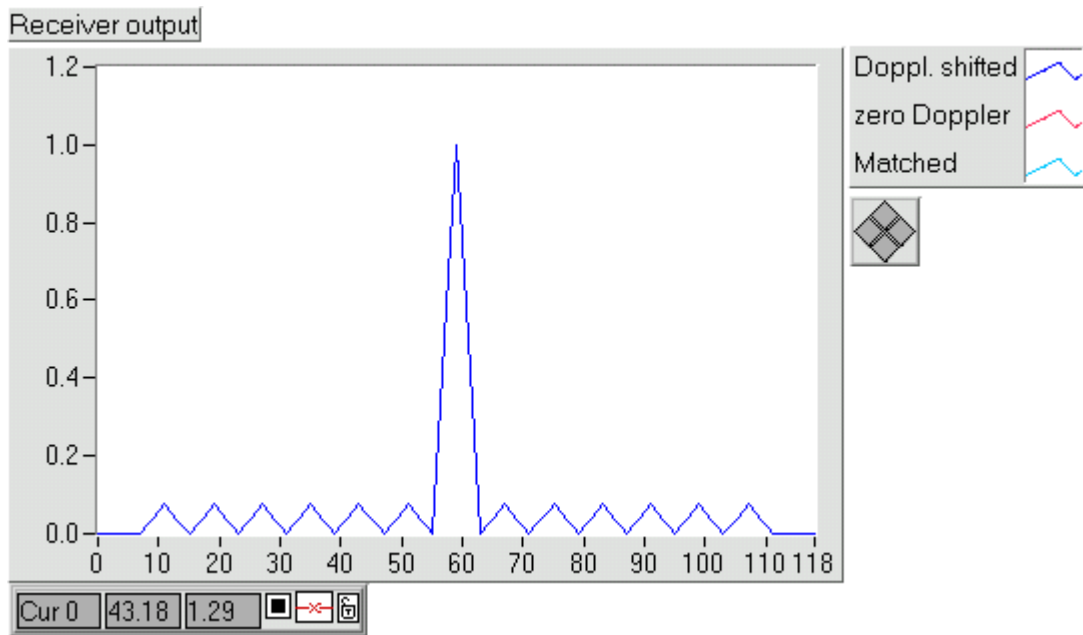
Az Barker-13 BPSK modulált impulzus bizonytalansági függvénye a 11-7. ábra, spektruma a 11-8. ábra és az álló célra vonatkozó videó kimenet a 11-9. ábra látható.



11-7. ábra, Barker-13 BPSK bizonytalansági függvénye

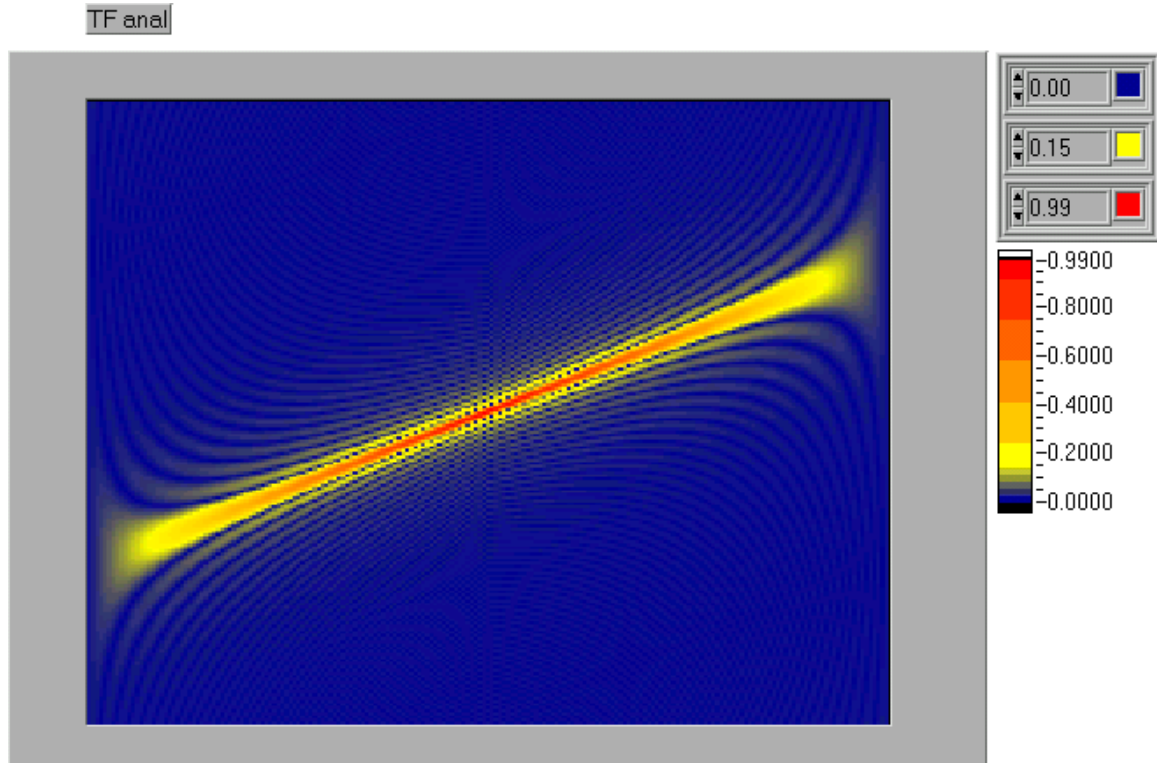


11-8. ábra, Barker-13 BPSK spektruma

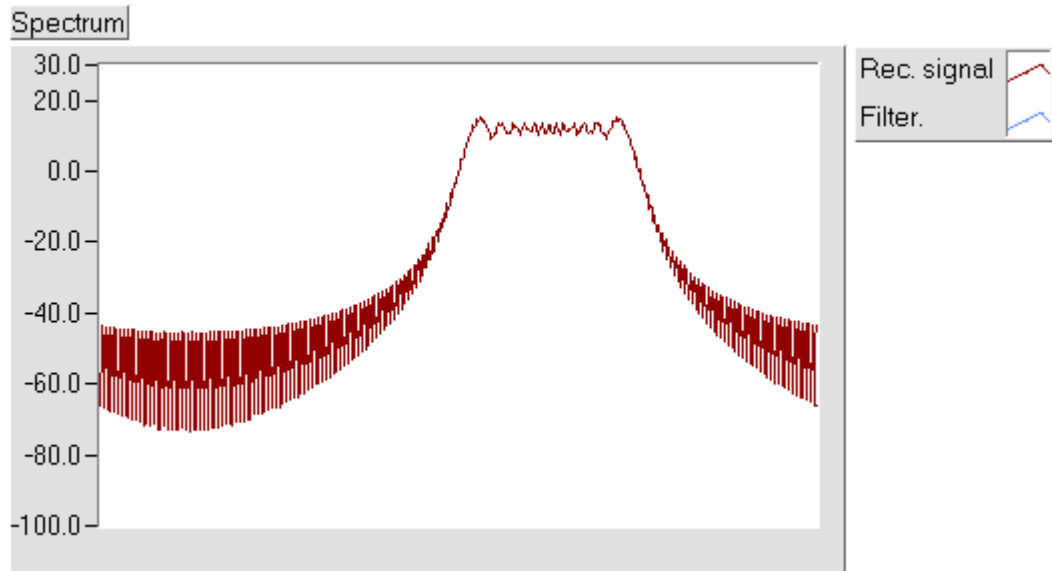


11-9. ábra, Barker-13 BPSK autokorrelációs függvénye

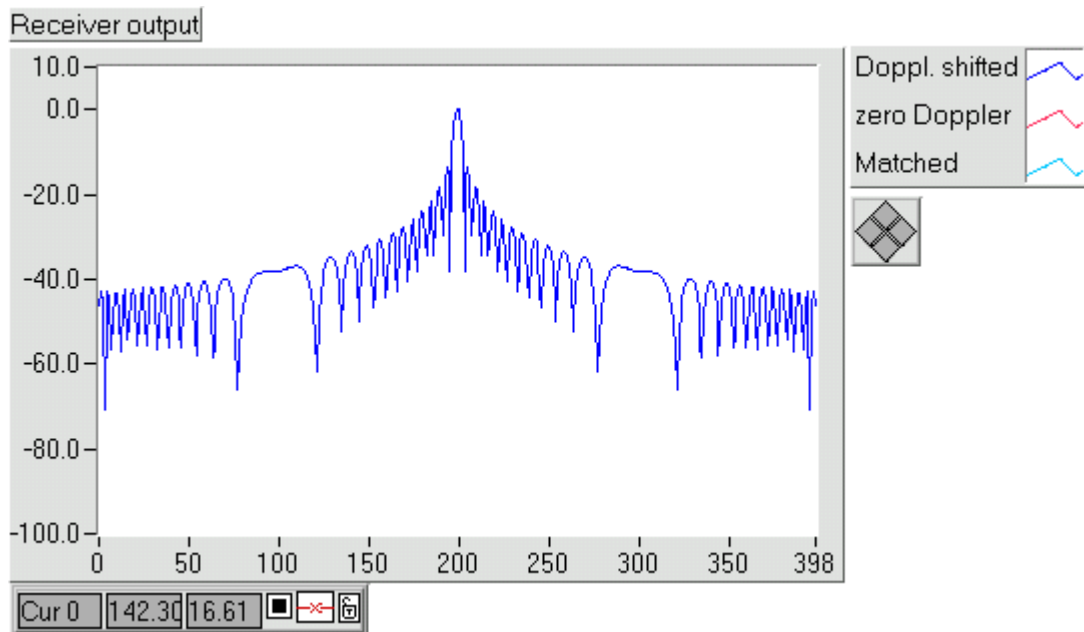
A $B\tau=50$ LFM impulzus bizonytalansági függvénye a 11-10. ábra, spektruma a 11-11. ábra és az álló célra vonatkozó kimenet a 11-12. ábra látható.



11-10. ábra, $B\tau=50$ LFM impulzus bizonytalansági függvénye



11-11. ábra, $B\tau=50$ LFM impulzus spektruma



11-12. ábra, $B\tau=50$ LFM impulzus autokorrelációs függvénye

11.3 Milyen az ideális és a jó bizonytalanság függvény? [25]

Korlátok:

1. $|\chi(0,0)| = 1$

2. $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\chi(\omega_d, \tau)|^2 d\omega_d d\tau = 2\pi$

Az ideális bizonytalanság függvénynek a 0,0 pontban igen keskeny tuskéje van, biztosítva ezzel a nagy radiális távolság és sebesség felbontást. Ugyanakkor a 2π bizonytalanságot el kell valahol kenni, lehetőleg úgy, hogy ne okozzon az ω_d, τ síkon sehol sem nagy bizonytalanságot, tehát egyenletesen, vékony rétegben. Az ezt megvalósító ún. *rajzszeg* bizonytalanság függvény.

Ilyen ideális bizonytalansági függvényt nehéz realizálni a felbontóképességek sávszélességre vonatkozó eltérő követelménye miatt:

$$\delta_R = \frac{c}{2B},$$

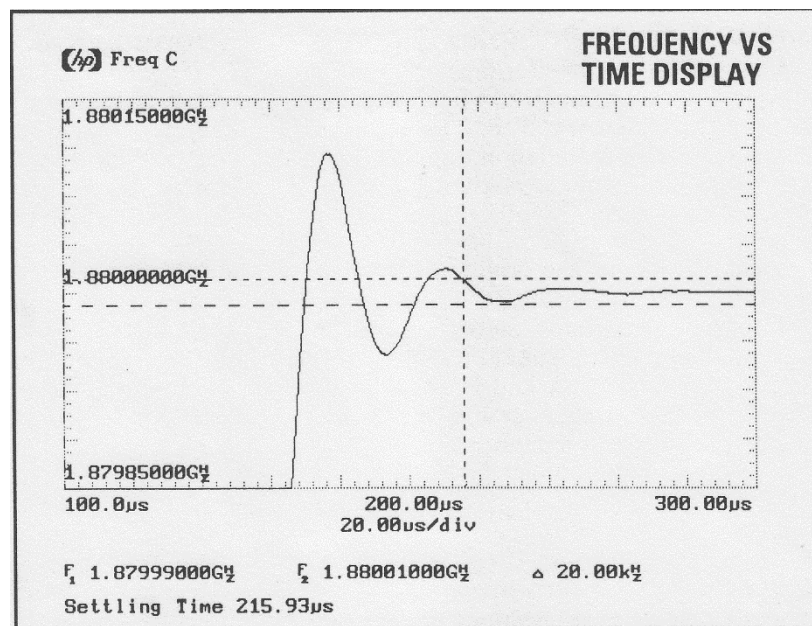
$$\delta_{v_R} = \frac{Bc}{2f_0}.$$

Ha azonban a bizonytalanság függvényt nem egy, hanem több egymás utáni eltérő modulációjú impulzusra együttesen értelmeznénk, akkor az egyik moduláció hibáját a másik kompenzálhatná. Tételezzük fel például, hogy egy rövid és egy hosszú impulzusmoduláció váltogatja egymást. A hosszú impulzus jól mér sebességet, a rövid pedig távolságot, így eredőben mindkettő mérése jó lesz. Természetesen a $|\chi(0,0)| = 1$ megszorítás itt sem játszható ki. Ennek a 0,0 tuskének a karcsúsítását radiális távolságban a rövid, vagyis a nagy sávszélességű, míg radiális sebességben a hosszú és így kis sávszélességű impulzus végezi.

12 Együttes idő-frekvencia jelleírás, Wigner-eloszlás [41]

Amikor egy $f(t)$ időfüggvény időbeli menetét vizsgáljuk, akkor extrém esetektől eltekintve nem látjuk a spektrális viselkedését. Ha ugyanezen függvényt frekvencia tartományban $F(\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\}$ vizsgáljuk, akkor nem látható közvetlenül az időbelisége. Látszólag a probléma nem túl lényeges, mivel az idő- és frekvencia tartomány közti kölcsönösen egyértelmű kapcsolat mindkét tartománybeli vizsgálódásokat lehetővé tesz. Azonban van néhány eset, amikor az együttes idő-frekvencia jelleírás igen előnyös és természetes. A probléma aktualitását jelzi, hogy léteznek olyan modulációs analizátorok, melyek képesek a jel idő-frekvencia síkú mérésére. A 12-1. ábra egy PLL időbeli frekvenciabeállításának mérési eredményét mutatja.

Vannak ennél régebbi keletű idő-frekvencia reprezentációk is, pl. a zenei leírás a kotta. Ugyan a kottában a frekvencia speciálisan kódolt (c, d, e, stb. és az előjegyzések #, stb.), de ez nem egyedi, hiszen a radar spektrum is kódolt (L, S, C, X, K_u, stb.).

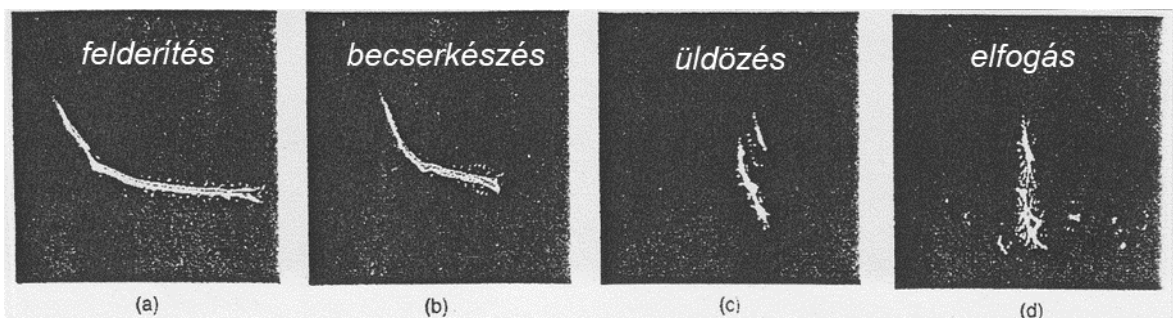


12-1. ábra, PLL tranziens

Radar közelibb probléma: a denevérek ultrahang modulációjának tanulmányozása.

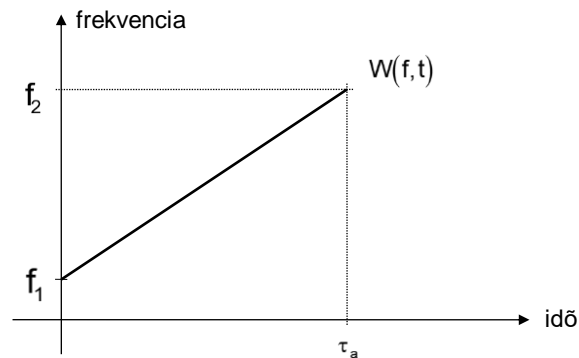
A 12-2. ábra a denevér által keltett jel együttes idő-frekvencia reprezentációját mutatja különböző élethelyzetekben, úgymint a zsákmány:

- a) felderítés,
- b) becserkészés,
- c) üldözés,
- d) elfogás.



12-2. ábra, Denevér sonar jelei [41]

A denevér moduláció kezdetleges radaros megfelelője pl. a chirp moduláció (12-3. ábra), vagy általában az FM modulációk.



12-3. ábra, Denevér egyszerű chirp

Az együttes idő-frekvencia reprezentációkat két nagy csoportra oszthatjuk:

- lineáris $T(t, \omega)$,
- kvadratikus $W(t, \omega)$.

Mindkét csoport reprezentációi esetében elvárjuk, hogy marginalitásai visszaadják a spektrális és időbeli leírásokat:

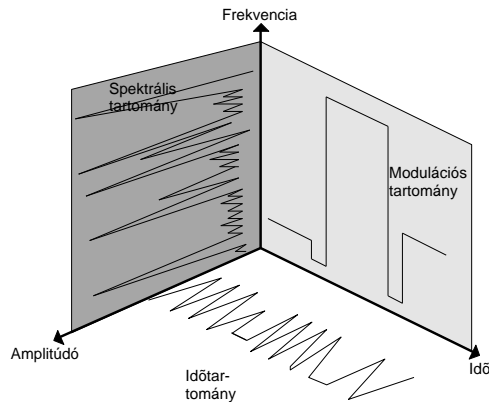
$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} T(t, \omega) d\omega \quad F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} T(t, \omega) dt$$

$$P(t) = \int_{-\infty}^{\infty} W(t, \omega) d\omega \quad E(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} W(t, \omega) dt$$

ahol $P(t)$ a pillanatnyi teljesítmény időfüggvénye,

$E(\omega)$ az energia sűrűség spektrum.

A 12-4. ábra a lineáris reprezentációt szemlélteti.



12-4. ábra, Idő-Frekvencia- Amplitúdó ábrázolás

Továbbiakban csak a kvadratikus Wigner-eloszlást tárgyaljuk, mivel ez kapcsolódik szorosan a problémánkhoz.

A Wigner-eloszlás definiáló egyenlete:

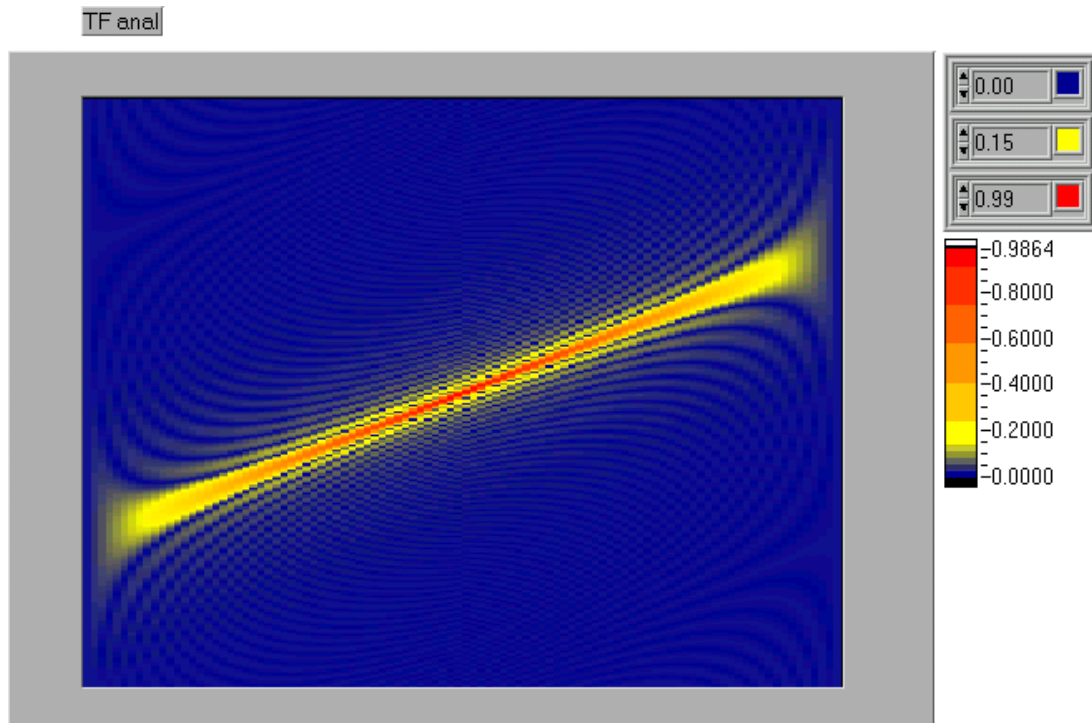
$$W(t, \omega) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} f\left(t + \frac{\tau}{2}\right) f^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

Alkalmazzuk a $\gamma(t, \tau)$ segédfüggvényt:

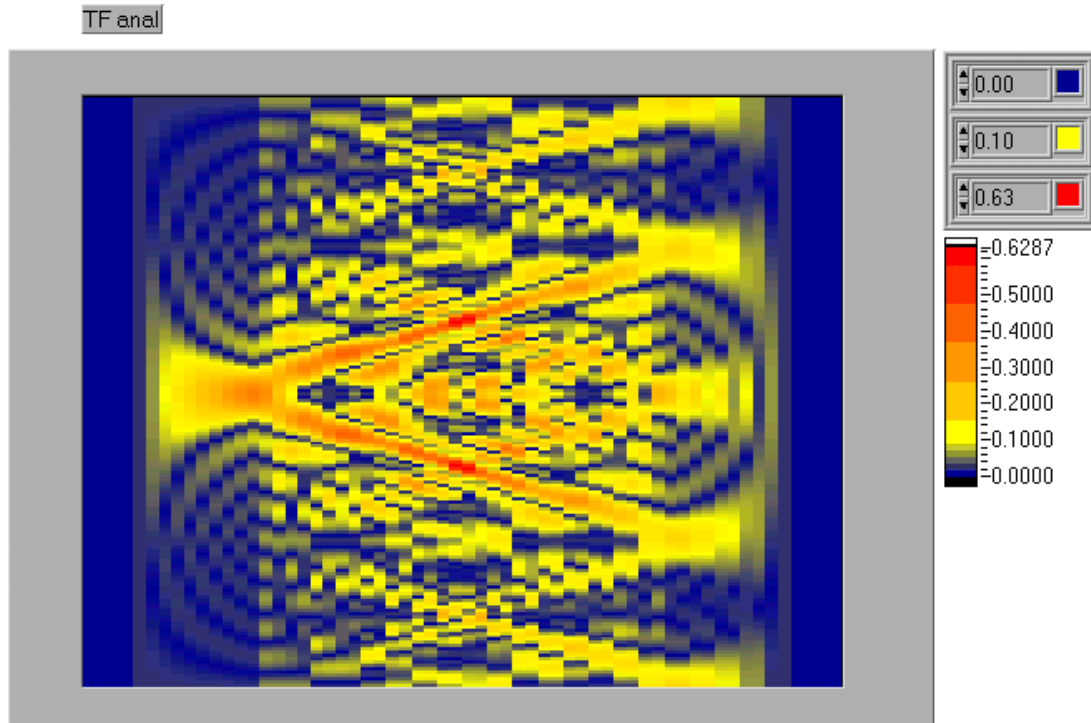
$$\gamma(t, \tau) = \frac{1}{E} f\left(t + \frac{\tau}{2}\right) f^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)$$

$$W(t, \omega) = E \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(t, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

A 12-5. ábra és a 12-6. ábra az LFM50 és a Barker-13 modulációs jelalakok Wigner-eloszlása látható.



12-5. ábra, LFM50 Wigner-eloszlása



12-6. ábra, Barker-13 BPSK Wigner-eloszlása

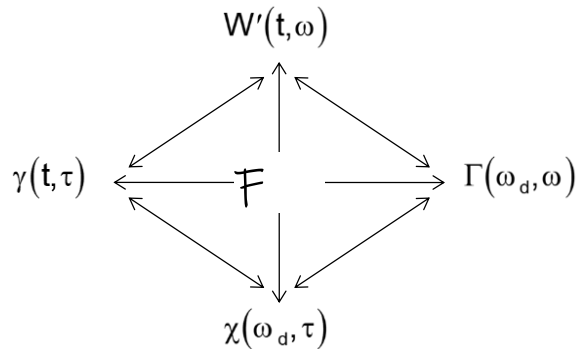
Az ábrából és a definiáló kifejezésből azonnal szembetűnik a bizonytalansági függvénnyel való szoros kapcsolat. Összehasonlítva a bizonytalansági függvény:

$$\chi(\omega_d, \tau) = F^{-1} \{ \gamma(t, \tau) \}$$

és a Wigner-eloszlás:

$$W(t, \omega) = E \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(t, \tau) e^{j\omega\tau} d\tau.$$

A 12-7. ábra a különböző tartományok közti kapcsolatokat szemlélteti.



12-7. ábra, Kapcsolatok az egyes domének között

Ahol $W'(t, \omega) = \frac{1}{E} W(t, \omega)$ a normalizált Wigner-eloszlás,

$\Gamma(\omega_d, \omega) = F^{t, \tau} \{ \gamma(t, \tau) \}$ a $\gamma(t, \tau)$ kétdimenziós Fourier-transzformáltja.

A normalizált Wigner-eloszlás négyzete alatti térfogat, -akárcsak a bizonytalansági függvény esetében-, állandó:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |W'(t, \omega)|^2 dt d\omega = 2\pi.$$

13 Rövidítések jegyzéke

CPI.....	Coherent Processing Interval
EM hullám.....	ElektroMágneses hullám
ECCM	Electronic Counter-Counter Measures
ESM	Electronic Support Measures
ECM.....	Electronic Counter Measures
EW	Electronic Warfare
ISL	Integrated Sidelobe Level
PAD	Power Angular Density
PRF.....	Pulse Repetition Frequency
PSD	Power Spectral Density
RADAR	RAdio Detection And Ranging
RCS	Radar Cross Section
RPM.....	Revolution Per Minute
PSR	Primary Surveillance Radar
SNR	Signal to Noise Ratio
SSR	Secondary Surveillance Radar
TAR.....	Terminal Area Radar

14 Ábrajegyzék

1-1. ábra, Radar mérés alapelrendezése.....	7
1-2. ábra, Radar detekció szemléltetése állapot átmeneti gráffal.....	10
1-3. ábra, Radar detekciós hibaválósínűségek	10
1-4. ábra, Radar vevő általánosított modell	11
1-5. ábra, Amplitúdó demodulátor $u(t)$ kimeneti jele [78].....	12
1-6. ábra, Zaj Rayleigh sűrűségfüggvénye [78]	13
1-7. ábra, Zaj Gauss sűrűségfüggvény [78].....	14
1-8. ábra, Rayleigh és Rice sűrűségfüggvények, [78].....	15
1-9. ábra, Rayleigh és \approx Gauss sűrűségfüggvények, [78].....	16
1-10. ábra, Döntési séma [78].....	17
1-11. ábra, Mérési modell	20
1-12. ábra, Radar alapparaméterek	21
1-13. ábra, Egyértelműségi hatótávolság.....	22
1-14. ábra, RCS ekvivalens fémgömb	26
1-15. ábra, Radar elrendezések I.....	27
1-16. ábra, Radar elrendezések II.....	27
1-17. ábra, Mérési modell	28
1-18. ábra, Bisztatikus radar elrendezés.....	29
1-19. ábra, mérési modell	35
2-1. ábra, Kompressziós nyereség	46
2-2. ábra, Chirp jel	47

2-3. ábra, Chirp jel spektruma.....	48
2-4. ábra, Komprimált chirp.....	48
2-5. ábra, NLFM chirp jel	50
2-6. ábra, NLFM chirp spektruma	50
2-7. ábra, Komprimált NLFM chirp	51
2-8. ábra, MLS15 BPSK impulzus.....	53
2-9. ábra, MLS15 BPSK impulzus spektruma	53
2-10. ábra, Komprimált MLS15 BPSK impulzus.....	54
2-11. ábra, Barker13 jel	56
2-12. ábra, Barker13 spektruma	56
2-13. ábra, Barker13 komprimált jele	57
2-14. ábra, FRANK64 QPSK jel.....	60
2-15. ábra, FRANK64 QPSK jel spektruma	60
2-16. ábra, Komprimált FRANK64 QPSK jel	61
3-1. ábra XAP15 drón RCS karakterisztikája 24GHz frekvencián.....	63
3-2. ábra, BXAP15 RCS mérése.....	64
3-3. ábra, Monosztatikus RCS mérési elrendezés	64
3-4. ábra, RCS hullámhossz függése [23]	66
3-5. ábra, Egyszerű alakzatok RCS meghatározása [23]	68
3-6. ábra Rovarok RCS értéke [23].....	71
3-7. ábra Tipikus RCS értékek [23].....	72
3-8. ábra, DJI S1000 drón mérése.....	74
3-9. ábra, DJI S1000 drón propeller mikro-Doppler spektogramja	75

3-10. ábra, ventilátor mérése	75
3-11. ábra, ventilátor mikro-Doppler spektogramja	76
3-12. ábra, preparált ventilátor mikro-Doppler spektogramja	76
4-1. ábra, Vevő modell idő- és frekvenciatartományban	79
4-2. ábra, Korrelációs vevő	86
4-3. ábra, Vevő korrelációs kimenete.....	87
4-4. ábra, Időben eltoló autokorrelációs függvény	88
<i>5-1. ábra, Fázisvezérlés megvalósítása frekvenciavezérléssel</i>	<i>90</i>
6-1. ábra, Lineáris ekvidisztáns antennasor.....	94
6-2. ábra, Antennasor modell.....	95
6-3. ábra, Síkhullám beesése az antennasorra	96
6-4. ábra, Vizsgált antenna modell.....	98
6-5. ábra, 4 elemű antenna iránykarakterisztikája.....	99
6-6. ábra, Antenna főirány elektronikus elfordítása.....	101
6-7. ábra, FIR szűrő modell	102
6-8. ábra, Főnyaláb élességének irányfüggése	105
6-9. ábra, Konstans megvilágítás.....	108
6-10. ábra, Emelt koszinuszos megvilágítás	109
6-11. ábra, Elbillentve, konstans megvilágítás	110
6-12. ábra, Elbillentve, emelt koszinuszos megvilágítás	111
6-13. ábra, BHE X-sávú SAR kép I.	112
6-14. ábra, BHE X-sávú SAR kép II.	113
6-15. ábra, Szkenelő antenna modellje.....	114

6-16. ábra, Komplex szorzás realizációja	115
6-17. ábra, Multinyalábos vevőantenna	116
6-18. ábra, Antennarendszer vevőstruktúrája	117
6-19. ábra, Uniform megvilágítás	119
6-20. ábra, Csebisev megvilágítás.....	120
6-21. ábra, MSINR antenna modell.....	122
6-22. ábra, Ekvidisztáns antennasor térbeli korrelációja	124
6-23. ábra, Interferenciák kiszűrése I.....	127
6-24. ábra, Interferenciák kiszűrése II.....	128
6-25. ábra, 5 interferencia kiszűrése I.....	128
6-26. ábra, 5 interferencia kiszűrése I.....	129
6-27. ábra, 5 interferencia – 5 nullhely.....	130
6-28. ábra, Nullhelyekkel már nem kezelhető eset	130
6-29. ábra Optimális iránykarakterisztika korrelált jel és interferencia esetre ..	131
6-30. ábra, Optimalizált iránykarakterisztika korrelált interferenciák esetére ...	132
6-31. ábra, Antennarendszer modell Bartlett irányméréshez	135
6-32. ábra, Iránymérési eredmények Bartlett, Capon és MEM módszerekre...	142
6-33. ábra, Iránymérés függése az elemszámtól, Bartlett.....	143
6-34. ábra, Iránymérés függése az elemszámtól, Capon.....	144
6-35. ábra, Iránymérés függése az elemszámtól, MEM.....	145
6-36. ábra, Iránymérési eredmények szögfelbontáshoz, Bartlett, Capon, MEM	146
6-37. ábra, Iránymérési eredmények szögfelbontáshoz, Bartlett	146

6-38. ábra, Iránymérési eredmények szögfelbontáshoz, Capon	147
6-39. ábra, Iránymérési eredmények szögfelbontáshoz, MEM	148
6-40. ábra, Iránymérési dinamika SNR függése	158
6-41. ábra, Szögfelbontás SNR függése	158
6-42. ábra, Szögfelbontás függése a sávszélességtől, Capon.....	161
6-43. ábra, Szögfelbontás függése a sávszélességtől, MEM.....	161
6-44. ábra, Capon: a korreláció és a jelszint felbontásra gyakorolt hatása [1]	162
6-45. ábra, MEM: a korreláció és a jelszint felbontásra gyakorolt hatása [1] ...	163
6-46. ábra, Szögfelbontás - korreláltság szimulációs eredménye, Capon	164
6-47. ábra, Szögfelbontás - korreláltság szimulációs eredménye, MEM.....	164
6-48. ábra, Szögfelbontás – SNR függés szimulációs eredménye, Referencia, Bartlett	165
6-49. ábra, Szögfelbontás – SNR függés szimulációs eredménye, Bartlett	166
6-50. ábra, Szögfelbontás – SNR függés szimulációs eredménye, Capon.....	167
6-51. ábra, Szögfelbontás – SNR függés szimulációs eredménye, MEM	168
6-52. ábra, Nagyítás, Szögfelbontás – SNR függés szimulációs eredménye, MEM	168
6-53. ábra, Vevőcsatornák együttfutása, modell	169
6-54. ábra, Csatornák együtt futási hibájának a kompenzálása.....	170
6-55. ábra, Együtt futás mérése.....	172
7-1. ábra, Tejes antennasor térbeli korrelációja	173
7-2. ábra, 4/7 MRA [46].....	175
7-3. ábra, MRA elrendezések	175
7-4. ábra, Antenna alcsoportok I.	177

7-5. ábra, Antenna alcsoportok II.	178
8-1. ábra,	180
8-2. ábra, Monopulse antennák	180
8-3. ábra, Σ és a Δ csatorna karakterisztikák	181
8-4. ábra, Reflexióval terhelt monopulse mérés.....	183
8-5. ábra, Reflexiókkal terhelt monopulse szögmérés	184
10-1. ábra, Egyszerű impulzus bizonytalansági függvénye [25]	196
11-1. ábra	197
11-2. ábra, Felbontás behatárolása	202
11-3. ábra, Egyszerű impulzusmoduláció bizonytalansági függvénye és felbontása [25]	202
11-4. ábra, Lin FM chirp bizonytalansági függvénye és felbontása [25].....	203
11-5. ábra, Lin FM chirp spektruma [22]	204
11-6. ábr , Lin FM chirpHamming ablak bizonytalansági függvénye és felbontása [25].....	204
11-7. ábra, Barker-13 BPSK bizonytalansági függvénye	205
11-8. ábra, Barker-13 BPSK spektruma.....	206
11-9. ábra, Barker-13 BPSK autokorrelációs függvénye.....	206
11-10. ábra, $B\tau=50$ LFM impulzus bizonytalansági függvénye	207
11-11. ábra, $B\tau=50$ LFM impulzus spektruma.....	208
11-12. ábra, $B\tau=50$ LFM impulzus autokorrelációs függvénye.....	208
12-1. ábra, PLL tranziens.....	211
12-2. ábra, Denevér sonar jelei [41].....	211

12-3. ábra, Denevér egyszerű chirp.....	212
12-4. ábra, Idő-Frekvencia- Amplitúdó ábrázolás	213
12-5. ábra, LFM50 Wigner-eloszlása	214
12-6. ábra, Barker-13 BPSK Wigner-eloszlása	215
12-7. ábra, Kapcsolatok az egyes domének között.....	216

15 Táblázatok jegyzéke

1-1. táblázat, Mérhető paraméterek	8
1-2. táblázat, Általános hipotézisvizsgálati tábla I.....	9
1-3. táblázat, Általános hipotézisvizsgálati tábla II.....	9
1-4. táblázat, Neyman-Pearson hipotézisvizsgálati tábla I.....	9
1-5. táblázat, Neyman-Pearson hipotézisvizsgálati tábla I.....	10
1-6. táblázat, Radar detekciós hibavalószínűségek.....	11
1-7. táblázat, RPM – körbefordulási idő	25
1-8. táblázat, Radar paraméterek mérhetősége.....	33
1-9. táblázat, Impulzuscsomag által mérhető paraméterek.....	40
1-10. táblázat, Radiális távolság és sebesség	41
2-1. táblázat, Barker kódok	55
2-2. táblázat, Optimális biphasz kódok	58
2-3. táblázat, 5x4 kombinált Barker kód	59
3-1. táblázat, Swerling fluktuációs modellek	70
6-1. táblázat, Analógiák táblázata	115
6-2. táblázat, Melléknyaláb elnyomások minősítése	118

6-3. táblázat, 2 interferenciás környezet definiálása	126
6-4. táblázat, 5 interferenciás környezet definiálása	128
6-5. táblázat, Maximálisan kiszűrhető környezet definiálása	130
6-6. táblázat, Korrelált jel és interferencia esete	131
6-7. táblázat, Korrelált interferenciák esete.....	132
6-8. táblázat, 5 jel definiálása Bartlett, Capon és MEM iránymérésekhez	142
6-9. táblázat, Elemszám függés táblázata, Bartlett.....	143
6-10. táblázat, Elemszám függés táblázata, Capon.....	143
6-11. táblázat, Elemszám függés táblázata, MEM	144
6-12. táblázat, Környezet definiálása szögfelbontáshoz, Bartlett, Capon és MEM	146
6-13. táblázat Környezet definiálása szögfelbontáshoz, Bartlett.....	146
6-14. táblázat Környezet definiálása szögfelbontáshoz, Capon.....	147
6-15. táblázat Környezet definiálása szögfelbontáshoz, MEM.....	147
6-16. táblázat, Mérhető céltárgyparaméterek mérési felbontása	148
6-17. táblázat, Becslés dinamikájának függése a jel-zaj viszonytól és az antenna elemszámától.....	156
6-18. táblázat, Sávszélesség-szögfelbontás kapcsolatot vizsgáló környezet definiálása, Capon	160
6-19. táblázat, Sávszélesség-szögfelbontás kapcsolatot vizsgáló környezet definiálása, MEM	161
6-20. táblázat, Szögfelbontás - korreláltság kapcsolatot vizsgáló környezet definiálása, Capon	163
6-21. táblázat, Szögfelbontás - korreláltság kapcsolatot vizsgáló környezet definiálása, MEM	164

6-22. táblázat, Felbontás jel-zaj viszony függéséhez a környezeti definíció, Referencia, Bartelett	165
6-23. táblázat, Felbontás jel-zaj viszony függéséhez a környezeti definíció, Bartelett	165
6-24. táblázat, Felbontás jel-zaj viszony függéséhez a környezeti definíció, Capon	166
6-25. táblázat, Felbontás jel-zaj viszony függéséhez a környezeti definíció, MEM	167
6-26. táblázat, Nagyítás, felbontás jel-zaj viszony függéséhez a környezeti definíció, MEM	168

16 Irodalomjegyzék

- [1] Farina A. Antenna-Based Signal Processing Techniques for Radar Systems
Artech House, Norwood, 1992.
- [2] Farina A. Antenna-Based and Space-Time Adaptive Signal Processing Techniques, (Tutorial)

International Conference, Radar'95, Washington D.C.
- [3] Hudson J.E. Adaptive Array Principles
Peter Peregrinus Ltd., London 1981.
- [4] Steinberg B. Microwave Imaging Techniques
Wiley-Interscience Publication John Wiley & Sons Inc.,
1991.
- [5] Haykin S. Radar Array Processing
Springer-Verlag, 1993.
- [6] Haykin S. Adaptive Radar Detection and Estimation

John Wiley & Sons, 1992.
- [7] Nitzberg R. Adaptive Signal Processing for Radar
Artech House, Norwood, 1992.
- [8] Nicolau E. Adaptive Arrays
Elsevier, 1989.
- [9] Orfanidis S. Optimum Signal Processing: An Introduction
MacMillan Publishing Company, New York, 1985.
- [10] Blake L.V. Radar Range-Performance Analysis
Lexington Books, Toronto, 1980.
- [11] Oppenheim A. Digital Signal Processing
Prentice-Hall, 1975.

- [12] Oppenheim A. Multidimensional Digital Signal Processing
Prentice-Hall, 1984.
- [13] Oppenheim A. Signals and Systems
Prentice-Hall, 1985.
- [14] Nussbaumer H. Fast Fourier Transform and Convolution Algorithms
Springer-Verlag, 1982.
- [15] Kunt M. Digital Signal Processing
Artech House, 1986.
- [16] Candy J.V. Signal Processing, The Modern Approach
McGraw-Hill Book Company, 1988.
- [17] Ochi M.K. Applied Probability & Stochastic Processes
John Wiley & Sons, 1990.
- [18] Trees H.L. Detection, Estimation, and Modulation Theory I.II.III.
John Wiley & Sons, 1971.
- [19] Balanis C.A. Antenna Theory, Analysis and Design
John Wiley & Sons, 1982.
- [20]. Barton K.D. Modern Radar System Analysis
Artech House, 1988.
- [21] Papoulis A. Probability Random Variables, and Stochastic Processes
McGraw-Hill, 1991.
- [22] Papoulis A. Signal Analysis
McGraw-Hill, 1984.
- [23] Skolnik M. Radar Handbook
McGraw-Hill, 1990.
- [24] Galati G. Advanced Radar Techniques and Systems
Peter Peregrinus Ltd., 1993.

[25] Rihaczek A.W. Principles of High Resolution Radar
McGraw-Hill, 1969.

[26] Angell T.S. Multicriteria Optimization in Arrays
Proc. of JINA'92, pp. 19-25, 1992.

[27] Aumann H.M. Synthesis of Phased Array Far-Field Patterns
by Focusing in the Near-Field
Proc. of the 1989 IEEE National Radar Conf.
March 29-30, 1989, Dallas, pp. 48-55.

[28] Belcher M. Range Sidelobe Suppression in Wideband Phased Array
Radars,
Proc. of the 1989 IEEE National Radar Conf.
March 29-30, 1989, Dallas, pp. 48-55.

[29] Bradley W. Super-Resolution Signal Processing Aids RCS Testing
Microwaves & RF, March 1991.

[30] Bresler Y. On the Number of Signals Resolvable by a Uniform Linear
Array
IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing,
Vol. ASSP-34, No.6, December 1986, pp. 1361-1375.

[31] Bresler Y. Optimum Beamforming for Coherent Signal and
Interferences
IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing
Vol. ASSP-36, No.6, June 1988, pp. 833-843.

[32] Champagne B. Exact Maximum Likelihood Time Delay Estimation
Proc. of Intl. Conf. on Acoustics, Speech and Signal
Processing, ICASSP-1989, pp. 2633-2636.

[33] Chang D.C. Partial Adaptive Nulling on Monopulse Phased Array
Antenna System
IEEE Trans. on Antennas and Propagation
Vol. AP-40, No.2., February 1992, pp. 121-125.

- [34] Clark C.R. Main Beam Jammer Cancellation and Target Angle Estimation with a Polarization-Agile Monopulse Antenna
Proc. of the 1989 IEEE National Radar Conf.
March 29-30, 1989, Dallas, pp. 48-55.
- [35] Cozzens J. Enumeration of Fully Correlated Signals by Modified Rank Sequences
Proc. of Intl. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP-1989, pp. 2274-2277.
- [36] Friedlander A Sensitivity Analysis of the MUSIC Algorithm
Proc. of Intl. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP-1989, pp. 2811-2814.
- [37] Friedlander A Sensitivity Analysis of the MUSIC Algorithm
IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing
Vol. ASSP-38, No.1, October 1990, pp. 1740-1751.
- [38] Gabriel W.F. Using Spectral Estimation Techniques in Adaptive Processing Antenna Systems
IEEE Trans. on Antennas and Propagation
Vol. AP-34, No.3., March 1986, pp. 291-300.
- [39] Gabriel W.F. Superresolution Techniques and ISAR Imaging
Proc. of the 1989 IEEE National Radar Conf.
March 29-30, 1989, Dallas, pp. 48-55.
- [40] Haber F. Spatial Spectrum Estimation in a Coherent Signal Environment Using an Array in Motion
IEEE Trans. on Antennas and Propagation
Vol. AP-34, No.3., March 1986, pp. 301-310.
- [41] Hlawatsch F. Linear and Quadratic Time-Frequency Signal Representations

- IEEE trans. on Signal Processing, April 1992, pp. 21-67.
- [42] Hlawatsch F. Time-Frequency Methods for Signal Processing
Technical Report 1291-0001
University of Rhode Island 1991.
- [43] Hung H. Focussing Matrices for Coherent Signal-Subspace Processing,
IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing
Vol. ASSP-36, No.8, August 1988, pp. 1272-1281.
- [44] Hwang J.K. Superresolution Frequency Estimation by Alternating Notch Periodogram
IEEE Trans. on Signal Processing
Vol. 41, No.2. February 1993, pp. 727-741.
- [45] Johnson R. Antenna Array Design for Covariance-Based Direction-Finding Methods
IEEE Trans. on Antennas and Propagation
Vol. AP-36, No.11., November 1988, pp. 1537-1544.
- [46] Jorgenson M. Applications of Minimum Redundancy Arrays in Adaptive Beamforming
IEE Proc.-H, Vol. 138., No.5, October 1991, pp. 441-447.
- [47] Kesler S.B. Bias and Resolution of the MUSIC and the Modified FBLP Algorithms in the Presence of Coherent Plane Waves
IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing
Vol. ASSP-36, No.8, August 1988, pp. 1351-1352.
- [48] Ko C.C. Adaptive Null-Steering Algorithm for Separating Multiple Directional Sources in Linear Power-Inversion Arrays

- IEE Proc.-H, Vol. 139., No.6, December 1992, pp. 477-482.
- [49] Ko C.C. An Adaptive Algorithm for Separating and Tracking Multiple Directional Sources in Linear Arrays,
IEEE Trans. on Antennas and Propagation
Vol. AP-40, No.3., March 1992, pp. 261-267.
- [50] Lawrence S. A Tutorial Overview of Modern Spectral Estimation
Proc. of Intl. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP-1989, pp. 2152-2157.
- [51] Linebarger D. The Effects of Spatial Averaging on Coherence and Resolution
Proc. of Intl. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP-1988, pp. 2865-2868.
- [52] Linebarger D. The Effect of Spatial Correlation Matrices in the Presence of Coherent Signal
IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing
Vol. ASSP-38, No.5, May 1990, pp. 880-884.
- [53] Manabe T. Superresolution of Multipath Delay Profiles Measured by PN Correlation Method
IEEE Trans. on Antennas and Propagation
Vol. AP-40, No.5., May 1992, pp. 500-509.
- [54] Najdu P.S. Improved Maximum Likelihood Spectrum for Direction of Arrival (DOA) Estimation
Proc. of Intl. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP-1988, pp. 2901-2904.
- [55] Nickel U.R.O. Angle Estimation with Adaptive Arrays and its Relation to Superresolution

- IEE Proc., Vol. 134., Pt. H, No.1, February 1987, pp. 77-82.
- [56] Ng B.P. Bearing Estimation Using Unity Response Beamforming Approach
IEE Proc.-H, Vol. 138., No.6, December 1991, pp. 537-541.
- [57] Ng.B.P. Array Shape Self-Calibration Technique for Direction Finding Problems
IEE Proc.-H, Vol. 139., No.6, December 1992, pp. 521-525.
- [58] Pei S.C. Modified Spatial Smoothing for Coherent Jammer Suppression without Signal Cancellation
IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing
Vol. ASSP-36, No.3, March 1988, pp. 412-414.
- [59] Porat B. On the Asymptotic Relative Efficiency of the MUSIC Algorithm
Proc. of Intl. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP-1988, pp. 2376-2379.
- [60] Robinson E. A Historical Perspective of Spectrum Estimation
Proc. of the IEEE, Vol.70, No.9, September 1982, pp. 885-905.
- [61] Schell S.V. Cyclic MUSIC Algorithms for Signal-Selective Direction Estimation
Proc. of Intl. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP-1989, pp. 2278-2281.
- [62] Schmidt R. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation
IEEE Trans. on Antennas and Propagation
Vol. AP-34, No.3., March 1986, pp. 276-280.

- [63] Schmidt R. Multiple Source DF Signal Processing: An Experimental System
IEEE Trans. on Antennas and Propagation,
Vol. AP-34, No.3., March 1986, pp. 281-290.
- [64] Shan T.J. Adaptive Beamforming for Coherent Signals and Interference
IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing
Vol. ASSP-33, No.3, June 1985, pp. 527-536.
- [65] Shan T.J. On Signal Smoothing for Direction of Arrival Estimation of Coherent Signals
IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing
Vol. ASSP-33, No.4, August 1985, pp. 806-811.
- [66] Steyskal H. Digital Beamforming Antennas: An Introduction
Microwave Journal
Vol. 30. January 1987., pp. 107-124.
- [67] Steyskal H. Digital Beamforming for Radar Systems
Microwave Journal
Vol. 32. January 1989., pp. 121-136.
- [68] Stoica P. MUSIC, Maximum Likelihood and Cramer-Rao Bound
Proc. of Intl. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP-1988, pp. 2296-2299.
- [69] Stoica P. MUSIC, Maximum Likelihood, and Cramer-Rao Bound: Further Results and Comparisons
IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing,
Vol. ASSP-38, No.12, December 1990, pp. 2040-2050.

- [70] Sun Y. A Pattern Diversity Method for Multiple Coherent Source Location

Proc. of Intl. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP-1989, pp. 2262-2265.
- [71] Wax M. Detection of Signals by Information Theoretic Criteria

IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing
Vol. ASSP-33, No.2, April 1985, pp. 387-392.
- [72] Williams R.T. An Improved Spatial Smoothing Technique for Bearing Estimation in a Multipath Environment

IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing
Vol. ASSP-36, No.4, April 1988, pp. 425-432.
- [73] Yamada H. Superresolution Techniques for Time-Domain Measurements with a Network Analyzer

IEEE Trans. on Antennas and Propagation,
Vol. AP-39, No.2., February 1991, pp. 177-183.
- [74] Zhu J.X. A Performance Comparison of Smoothing Approaches for High Resolution Active Direction-Finding of Completely Correlated Targets

Proc. of Intl. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP-1988, pp. 2428-2431.
- [75] Zhu X. Adaptive Beamforming for Correlated Signal and Interference: A Frequency Domain Smoothing Approach

IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing
Vol. ASSP-38, No.1, January 1990, pp. 193-195.
- [76] Zoltowsky M. On the Performance Analysis of the MVDR Beamformer in the Presence of Correlated Interference.

IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing
Vol. ASSP-36, No.6, June 1988, pp. 945-947.

[77] Zoltowsky M. Synthesis of Sum and Difference Patterns Possessing
Common Nulls for Monopulse Bearing Estimation with Line
Arrays

IEEE Trans. on Antennas and Propagation
Vol. AP-40, No.1., January 1992, pp. 25-37.

[78] Sjöberg D. Radar and Remote Sensing, EITN90
<https://www.eit.lth.se/fileadmin/eit/courses/eitn90/2018/lecture11.pdf> 2018.08.10.

NEMZETI KÖZSZOLGÁLATI EGYETEM



SZÉCHENYI  2020



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

