

A2X3.V.

1. Számítsa ki az alábbi determinánst!

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

2. Legyen  $e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  a standard bázis,  $f_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $f_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  a standard bázisban adott vektorok. Az  $M$  operátor hatása ugyancsak a standard bázisban a következő:

$$M : \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Adja meg az  $M$  mátrixát (a)  $e_1, e_2$  illetve (b)  $f_1, f_2$  bázisban!

3. Konvergensek-e az alábbi sorok?

$$(a) \sum_{n=2}^{\infty} 2^n \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} \quad (b) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$$

4. Legyen

$$f(x) \begin{cases} x^2, & x \in (0, \pi] \\ 0, & x \in (-\pi, 0] \end{cases}, \quad f(x + 2k\pi) = f(x).$$

Írja fel  $f$  Fourier sorát!

5. Totálisan differenciálható-e az alábbi függvény a  $(0, 0)$ -ban?

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3x^3 y^3}{4x^4 + y^4}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

6. Számítsa ki az alábbi integrált!

$$\int_0^1 \int_{x^2}^1 x^3 \frac{\sin y}{y} dy dx$$

100 perc, 15+20+15+20+15+15 pont.