Méréstechnika zárthelyi

A csoport

2013. december 13.

A feladatok megoldásához csak papír, írószer, számológép használata megengedett, egyéb segédeszköz és a kommunikáció tiltott. A megoldásra fordítható idő: 90 perc. A feladatok természetesen tetszőleges sorrendben megoldhatók, de a római számmal jelzett feladatok megoldását külön papírra kérjük. A feladatok után azok pontszámát is feltüntettük. Törtpontszámokat nem adunk, indoklás nélküli eredményeket nem értékelünk. Törekedj arra, hogy tudásodat a dolgozat szép külalakja is kiemelje! A Student- és a normális eloszlás táblázatát a túloldalon találod!

1. Egy konstansra vonatkozó, normális eloszlású zajjal terhelt mérési eredményeink tapasztalati szórása $s = 0.2$, összesen $N = 8$ mérést végeztünk. A mérési eredmény $p = 99\%$ szintű konfidenciaintervallumát $\hat{x} \pm \Delta x$ formában adjuk meg. Számítsd ki Δx értékét! (2 pont)

2. Egy analóg egysugaras oszcilloszkóp képernyőjén két 50 Hz frekvenciájú periodikus jelet szeretnénk megjeleníteni. *Alternate* vagy *chopped* üzemmódot válasszunk? (1 pont)

3. Rajzold fel az induktív osztó kapcsolási rajzát, és add meg a kimeneti és a bemeneti feszültség viszonyát a kapcsolás paramétereivel! Használható-e az osztó egyenáramon? (1 pont)

4. Egy 3 V effektív értékű négyszögjelet 200 mV szórású fehérzaj terhel. Hány dB a jel-zaj viszony? (1 pont)

5. Hőmérőt készítünk hőellenállások felhasználásával. 2 db, azonos típusú és névleges értékű ellenállást szerelünk fel. A működés során mindkét ellenállás értéke azonos mértékben változik. Az ellenállásokat hídkapcsolásban működtetjük, a kapcsolás további két eleme közönséges ellenállás. Hogyan kell elhelyezni a hídkapcsolásban az ellenállásokat, hogy maximális érzékenységet érjünk el? A hidat $U_T = 16$ V feszültségű generátorral tápláljuk. Mekkora a híd *pontos* kimenőfeszültsége, ha az ellenállások névleges értéke 670 Ω, az ellenállások relatív megváltozása pedig 1.5%? (2 pont)

6. Rajzold le, hogyan kell 4 vezetékes mérés esetén csatlakoztatni az impedanciamérőt a mérendő kétpólushoz! Jelöld egyértelműen az áram és a feszültség mérésére szolgáló vezetékeket! (1 pont)

7. Egy impedancián eső szinuszos feszültség és a rajta átfolyó áram effektív értéke rendre U, illetve I. A feszültség és az áram közötti fázistolás φ. Add meg a hasznos (P), a meddő (Q) és a látszólagos (S) teljesítmény kifejezését! Milyen összefüggés van a felsorolt teljesítmények között? (1 pont)

8. Rajzolj fel egy műveleti erősítővel felépített áram-feszültség átalakítót, és az ábra alapján add meg az áram és a feszültség közötti összefüggést! (1 pont)

I. Iskolai papírgyűjtés során összesen $N = 40$ gyerek hozott be újságpapírt. Csak egy kis méréshatárú mérleg állt rendelkezésre, ezért a papír össztömegét nem egyszerre mérték le, hanem egyesével, és a felügyelő tanár mindig csak az egész kg-okat jegyezte fel, a törtrészt figyelmen kívül hagyta. (Pl. 15.8 kg helyett csak 15 kg-ot írt fel.) Ezeket a mérési eredményeket összeadva azt állította, hogy összesen $m_0 = 612$ kg papírt hoztak a gyerekek. Ez a módszer azonban hibás.

a) Add meg a begyűjtött papír helyes össztömegére vonatkozó $p = 90\%$ szintű konfidenciaintervallumot!

b) Hogyan kellett volna a tanárnak eljárnia, és helyes eljárás esetén hogyan módosul a konfidenciaintervallum?

(5 pont)

II. Induktív impedanciát mérünk feszültség-összehasonlítás módszerével. Az alkalmazott generátorfeszültség effektív értéke $U_g = 10.0000$ V, a normálellenállás értéke $R_n = 500$ Ω. A mérendő impedancián eső feszültség effektív értéke $U_x = 6.7590$ V, a normálellenálláson eső feszültség effektív értéke $U_n = 6.7278$ V, a kettő közötti fázistolás $\varphi = 1.4711$ rad. A mérést $f = 159.1$ Hz frekvencián végezzük.

a) Add meg az impedancia *soros RL* helyettesítőképét az elemértékekkel együtt!

b) Add meg az impedancia jósági tényezőjét!

c) Add meg a jósági tényező mérésének relatív hibáját, ha a feszültségmérés hibája minden esetben 0.01%, a fázismérés abszolút hibája pedig $\Delta\varphi = 0.01$ rad!

(5 pont)

A Student-t eloszlás táblázata

szabadságfok	$p = 0.4$	$p = 0.2$	$p = 0.1$	$p = 0.05$	$p = 0.025$	$p = 0.01$	$p = 0.005$	$p = 0.0005$
1	0.325	1.376	3.077	6.310	12.690	31.821	63.657	636.619
2	0.289	1.061	1.886	2.919	4.300	6.965	9.925	31.598
3	0.277	0.979	1.638	2.353	3.181	4.535	5.826	12.618
4	0.271	0.941	1.533	2.131	2.775	3.743	4.595	8.449
5	0.267	0.920	1.476	2.014	2.570	3.362	4.025	6.760
6	0.265	0.906	1.439	1.943	2.446	3.140	3.701	5.876
7	0.263	0.896	1.415	1.894	2.364	2.995	3.494	5.339
8	0.262	0.889	1.397	1.859	2.305	2.894	3.350	4.982
9	0.261	0.883	1.383	1.833	2.261	2.819	3.245	4.728
10	0.260	0.879	1.372	1.812	2.227	2.762	3.165	4.538
11	0.260	0.876	1.363	1.796	2.200	2.716	3.102	4.392
12	0.259	0.873	1.356	1.782	2.178	2.679	3.051	4.275
13	0.259	0.870	1.350	1.771	2.160	2.648	3.008	4.180
14	0.258	0.868	1.345	1.761	2.144	2.623	2.973	4.102
15	0.258	0.866	1.341	1.753	2.131	2.601	2.943	4.036
16	0.257	0.865	1.337	1.746	2.119	2.582	2.917	3.979
17	0.257	0.863	1.333	1.739	2.109	2.565	2.895	3.930
18	0.257	0.862	1.330	1.734	2.100	2.551	2.875	3.888
19	0.257	0.861	1.328	1.729	2.093	2.538	2.857	3.850
20	0.257	0.860	1.325	1.724	2.086	2.527	2.842	3.817

Magyarázat: $p[t \geq x] = P$, azaz P annak a valószínűsége, hogy a t valószínűségi változó értéke x-nél nagyobb vagy egyenlő. A táblázat első sorában vannak a P értékek, alattuk pedig az x-ek. Pl. 0.1 a valószínűsége annak, hogy egy 20 szabadságfokú minta esetén $t \geq 1.325$.

A normális eloszlás táblázata

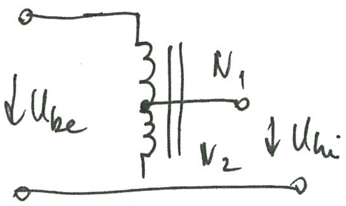
	$p = 0.4$	$p = 0.2$	$p = 0.1$	$p = 0.05$	$p = 0.025$	$p = 0.01$	$p = 0.005$	$p = 0.0005$
	0.25	0.84	1.29	1.64	1.96	2.24	2.58	3.20

Magyarázat: $p[z \geq x] = P$, azaz P annak a valószínűsége, hogy a z valószínűségi változó értéke x-nél nagyobb vagy egyenlő. A táblázat első sorában vannak a P értékek, alattuk pedig az x-ek. Pl. 0.1 a valószínűsége annak, hogy normális eloszlású minta esetén $z \geq 1.29$.

A1, Student-eloszlás, $t_{N-1;\frac{b}{2}} = t_{7;0,005} = 3,494$ 1 $\Delta x = \frac{s}{\sqrt{N}} \cdot t_{N-1;\frac{b}{2}} = 0,2471$ 1 2

A2, A frekvencia kicsi, a villogás elkerülése érdekében chopped üzemmódot használunk. 1

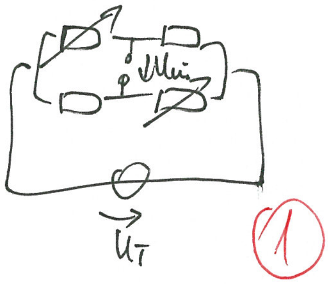
A3,



$$\frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{N_2}{N_1+N_2}$$, egyenáramon nem használható! 1

A4, $SNR = 10\lg\frac{P_x}{P_n} = 20\lg\frac{U_x}{U} \cong 23,5\,dB$ 1

A5,



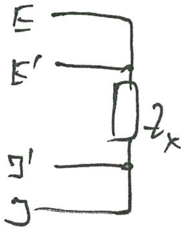
1

$$U_{ki} = -U_T\frac{h}{h+2} = 119,1\,mV$$

$$h = \frac{\Delta R}{R}$$

1 2

A6,



E – J : áramág

E' – J' : feszültségág

1

A7, $P = UI\cos\varphi$

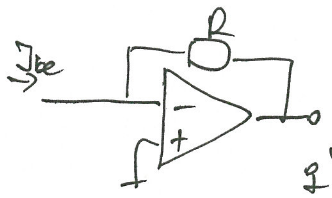
$Q = UI\sin\varphi$

$S = U \cdot I$

$S^2 = P^2 + Q^2$

1

A8,

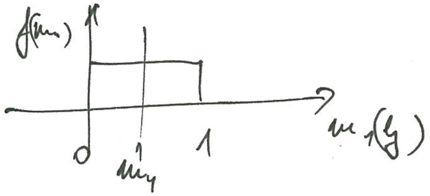


$U_{ki} = -I_{be} \cdot R$

1

A I.)

$m_0 = 612\ kg \quad N = 40$



$\hat{m}_1 = 0{,}5\ kg$

$\sigma_1^2 = \frac{1}{12}\ kg^2 \Rightarrow \sigma_1 = 0{,}2887\ kg$ (1)

$\hat{m} = m_0 + N \hat{m}_1 = 632\ kg$

$\sigma^2 = N \sigma_1^2 = \frac{40}{12}\ kg^2 \Rightarrow \sigma = 1{,}8257\ kg$ (1)

5

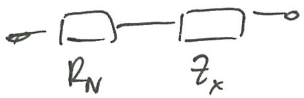
normális elo., $z_{0,05} = 1{,}64$ $\quad \Delta m = z_{0,05} \cdot \sigma = 2{,}9942\ kg$

$P[\hat{m} - \Delta m < m < \hat{m} + \Delta m] = 90\%$ (2)

$P[629\ kg < m < 635\ kg] = 90\%$

A jó megoldás az, hogy kerekítve, ekkor $\hat{m}_1 = \emptyset$ a konf. intervallum nem változik. (1)

A II.)



$U_g = 10{,}0000\ V$

$|Z| = R_N \cdot \frac{U_x}{U_N} = 502{,}3\ \Omega$

$Z = |Z|[\cos\varphi + j\sin\varphi] = R + j\omega L$

$R = |Z| \cos\varphi = 50\ \Omega$

$L = \frac{|Z| \sin\varphi}{\omega} = 500\ mH$ (2)

$Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{|Z| \sin\varphi}{|Z| \cos\varphi} = tg\varphi \cong 10$ (1)

5

$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\Delta tg\varphi}{tg\varphi} = \frac{1}{\cos^2\varphi} \frac{\Delta\varphi}{tg\varphi} = \frac{1}{\cos^2\varphi} \cdot \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi} \Delta\varphi = \frac{2\Delta\varphi}{\sin(2\varphi)} \cong 10\%$ (2)

Méréstechnika zárthelyi

B csoport

2013. december 13.

A feladatok megoldásához csak papír, írószer, számológép használata megengedett, egyéb segédeszköz és a kommunikáció tiltott. A megoldásra fordítható idő: 90 perc. A feladatok természetesen tetszőleges sorrendben megoldhatók, de a római számmal jelzett feladatok megoldását külön papírra kérjük. A feladatok után azok pontszámát is feltüntettük. Törtpontszámokat nem adunk, indoklás nélküli eredményeket nem értékelünk. Törekedj arra, hogy tudásodat a dolgozat szép külalakja is kiemelje! A Student- és a normális eloszlás táblázatát a túloldalon találod!

1. Egy konstansra vonatkozó, normális eloszlású zajjal terhelt mérési eredményeink tapasztalati szórása $s = 0.25$, összesen $N = 10$ mérést végeztünk. A mérési eredmény konfidenciaintervallumát $\hat{x} \pm \Delta x$ formában adjuk meg, $\Delta x = 0.1787$. Milyen szintű konfidenciaintervallumot határoztunk meg? (2 pont)

2. Egy analóg egysugaras oszcilloszkóp képernyőjén két 500 kHz frekvenciájú periodikus jelet szeretnénk megjeleníteni. *Alternate* vagy *chopped* üzemmódot válasszunk? (1 pont)

3. Rajzold fel a kapacitív osztó kapcsolási rajzát, és add meg a kimeneti és a bemeneti feszültség viszonyát a kapcsolás paramétereivel! Használható-e az osztó egyenáramon? (1 pont)

4. Egy 3 V effektív értékű háromszögjelet 200 mV szórású fehérzaj terhel. Hány dB a jel-zaj viszony? (1 pont)

5. Hőmérőt készítünk hőellenállások felhasználásával. 2 db, azonos típusú és névleges értékű ellenállást szerelünk fel. A működés során mindkét ellenállás értéke azonos mértékben változik. Az ellenállásokat hídkapcsolásban működtetjük, a kapcsolás további két eleme közönséges ellenállás. Hogyan kell elhelyezni a hídkapcsolásban az ellenállásokat, hogy maximális érzékenységet érjünk el? A hidat $I_T = 24$ mA áramú generátorral tápláljuk. Mekkora a híd *pontos* kimenőfeszültsége, ha az ellenállások névleges értéke 500 Ω, az ellenállások relatív megváltozása pedig 2.5%? (2 pont)

6. Rajzold le, hogyan kell 3 vezetékes mérés esetén csatlakoztatni az impedanciamérőt a mérendő kétpólushoz és környezetéhez, feltételezve, hogy árnyékolt kábelt használunk! Melyik vezeték csatlakozik a műszer földeléséhez? (1 pont)

7. Egy impedancián eső periodikus feszültség és a rajta átfolyó áram harmonikusainak effektív értéke rendre $U_1, U_2, \ldots$, illetve $I_1, I_2, \ldots$. A feszültség és az áram közötti fázistolás az egyes harmonikusokra $\varphi_1, \varphi_2, \ldots$. Add meg a disszipált (hasznos) teljesítmény kifejezését! (1 pont)

8. Rajzolj fel egy műveleti erősítővel felépített feszültség-áram átalakítót, és az ábra alapján add meg az áram és a feszültség közötti összefüggést! (1 pont)

I. Iskolai papírgyűjtés során a fegyelmezett gyerekek mindegyike 15 kg és 20 kg közötti tömegű újságpapírt hoz be. A megadott intervallumban a tömeg eloszlása egyenletes.

a) Hány gyereknek kell papírt hoznia, ha azt akarjuk, hogy $p = 90\%$ valószínűséggel legalább 1 tonna papír gyűljön össze?

b) Milyen az összegyűjtött papír tömegének eloszlása és miért?

(5 pont)

II. Kapacitív impedanciát mérünk feszültség-összehasonlítás módszerével. Az alkalmazott generátorfeszültség effektív értéke $U_g = 10.0000$ V, a normálellenállás értéke $R_n = 50$ kΩ. A mérendő impedancián eső feszültség effektív értéke $U_x = 0.3998$ V, a normálellenálláson eső feszültség effektív értéke $U_n = 9.9904$ V, a kettő közötti fázistolás $\varphi = -1.5668$ rad. A mérést $f = 15.91$ kHz frekvencián végezzük.

a) Add meg az impedancia *párhuzamos GC* helyettesítőképét az elemértékekkel együtt!

b) Add meg az impedancia veszteségi tényezőjét!

c) Add meg a veszteségi tényező mérésének relatív hibáját, ha a feszültségmérés hibája minden esetben 0.01%, a fázismérés abszolút hibája pedig $\Delta\varphi = 0.001$ rad!

(5 pont)

A Student-t eloszlás táblázata

szabadságfok	$p=0.4$	$p=0.2$	$p=0.1$	$p=0.05$	$p=0.025$	$p=0.01$	$p=0.005$	$p=0.0005$
1	0.325	1.376	3.077	6.310	12.690	31.821	63.657	636.619
2	0.289	1.061	1.886	2.919	4.300	6.965	9.925	31.598
3	0.277	0.979	1.638	2.353	3.181	4.535	5.826	12.618
4	0.271	0.941	1.533	2.131	2.775	3.743	4.595	8.449
5	0.267	0.920	1.476	2.014	2.570	3.362	4.025	6.760
6	0.265	0.906	1.439	1.943	2.446	3.140	3.701	5.876
7	0.263	0.896	1.415	1.894	2.364	2.995	3.494	5.339
8	0.262	0.889	1.397	1.859	2.305	2.894	3.350	4.982
9	0.261	0.883	1.383	1.833	2.261	2.819	3.245	4.728
10	0.260	0.879	1.372	1.812	2.227	2.762	3.165	4.538
11	0.260	0.876	1.363	1.796	2.200	2.716	3.102	4.392
12	0.259	0.873	1.356	1.782	2.178	2.679	3.051	4.275
13	0.259	0.870	1.350	1.771	2.160	2.648	3.008	4.180
14	0.258	0.868	1.345	1.761	2.144	2.623	2.973	4.102
15	0.258	0.866	1.341	1.753	2.131	2.601	2.943	4.036
16	0.257	0.865	1.337	1.746	2.119	2.582	2.917	3.979
17	0.257	0.863	1.333	1.739	2.109	2.565	2.895	3.930
18	0.257	0.862	1.330	1.734	2.100	2.551	2.875	3.888
19	0.257	0.861	1.328	1.729	2.093	2.538	2.857	3.850
20	0.257	0.860	1.325	1.724	2.086	2.527	2.842	3.817

Magyarázat: $p[t \geq x] = P$, azaz P annak a valószínűsége, hogy a t valószínűségi változó értéke x-nél nagyobb vagy egyenlő. A táblázat első sorában vannak a P értékek, alattuk pedig az x-ek. Pl. 0.1 a valószínűsége annak, hogy egy 20 szabadságfokú minta esetén $t \geq 1.325$.

A normális eloszlás táblázata

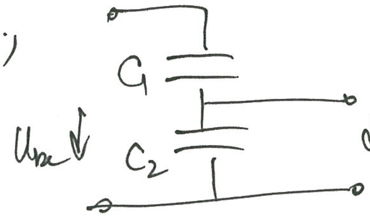
	$p=0.4$	$p=0.2$	$p=0.1$	$p=0.05$	$p=0.025$	$p=0.01$	$p=0.005$	$p=0.0005$
	0.25	0.84	1.29	1.64	1.96	2.24	2.58	3.20

Magyarázat: $p[z \geq x] = P$, azaz P annak a valószínűsége, hogy a z valószínűségi változó értéke x-nél nagyobb vagy egyenlő. A táblázat első sorában vannak a P értékek, alattuk pedig az x-ek. Pl. 0.1 a valószínűsége annak, hogy normális eloszlású minta esetén $z \geq 1.29$.

B1.) Student-eloszlás, $\Delta x = t_{N-1;?} \cdot \frac{s}{\sqrt{N}} \Rightarrow t_{N-1} = 2,260 \Rightarrow p = 95\%$ 1 1 2

B2.) Mivel a frekvencia nagy, chopped üzemmód nem alkalmazható, alternate üzemmód viszont igen, azt használjuk. 1

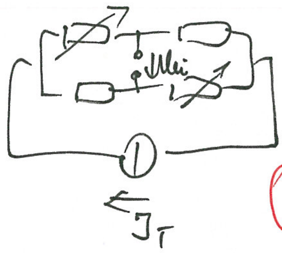
B3.)



$U_{ki} = \frac{C_1}{C_1+C_2} U_{be}$, használható egyenfeszültségen. 1

B4.) $SNR = 10 \lg \frac{P_x}{P_n} = 20 \lg \frac{U_x}{\sigma_n} \cong 23,5\ dB$ 1

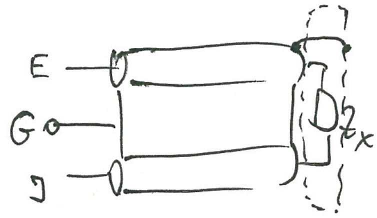
B5.)



1

$U_{ki} = -\frac{I_T \cdot R}{2} \cdot \frac{\Delta R}{R} = 150\ mV$ 1 2

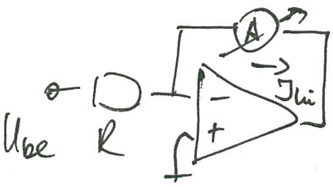
B6.)



1

B7.) $P = \sum_{i=1}^{10} U_i I_i \cos\varphi_i$ 1

B8.)

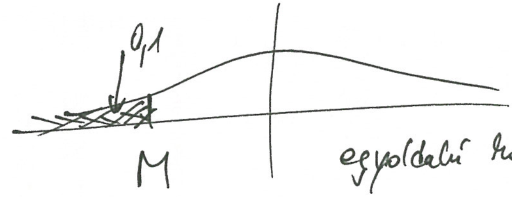


$I_{ki} = \frac{U_{be}}{R}$ 1

BI.)

$\hat{m}_1 = 17{,}5\,kg$

$\sigma_1^2 = \frac{25}{12}\,kg^2 \Rightarrow \sigma_1 = 1{,}4434\,kg$ (1)



egyoldalú konf. int.

$z_{0,1} = 1{,}29$ (1)

$\hat{m} = N\hat{m}_1 \quad \sigma^2 = N\sigma_1^2 \quad \Delta m = z_{0,1}\cdot\sigma$

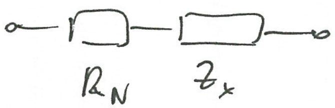
5

$N\hat{m}_1 - \sqrt{N}\,z_{0,1}\cdot\sigma_1 = M$

$N\hat{m}_1 - \sqrt{N}\,z_{0,1}\cdot\sigma_1 - M = \emptyset \Rightarrow n = \sqrt{N} > 0 \quad n = \frac{z_{0,1}\sigma_1 + \sqrt{z_{0,1}^2\sigma_1^2 + 4\hat{m}_1 M}}{2\hat{m}_1} = 7{,}61 \Rightarrow N = 57{,}95$ (2) $\Rightarrow 58$

Mivel $N \gg 1$, a centrális határeloszlás-tétel értelmében az eredő eloszlás normálissal közelíthető. (1)

BII.)



$|Z| = R_N\cdot\frac{U_x}{U_N} \cong 2001\,\Omega$

$Z = |Z|[\cos\varphi + j\sin\varphi] \quad Y = \frac{1}{|Z|}[\cos\varphi - j\sin\varphi] = G + j\omega C$

$G = \frac{\cos\varphi}{|Z|} = 2\,\mu S \quad (R = 500\,k\Omega)$

$C = -\frac{\sin\varphi}{|Z|\omega} = 5\,nF$ (2)

5

$D = \frac{G}{\omega C} = \frac{\cos\varphi}{|Z|}\cdot\frac{|Z|\omega}{-\sin\varphi} = -ctg\,\varphi \cong 0{,}004$ (1)

$\frac{\Delta D}{D} = \frac{\Delta ctg\,\varphi}{ctg\,\varphi} = \left|-\frac{1}{\sin^2\varphi}\cdot\frac{\Delta\varphi}{ctg\,\varphi}\right| = \frac{1}{\sin^2\varphi}\cdot\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}\Delta\varphi = \frac{2\Delta\varphi}{\sin(2\varphi)} \cong 25\%$ (2)