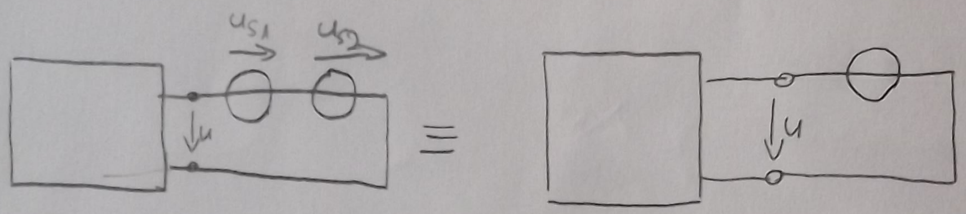
2013 09 18 Jelek. EA.

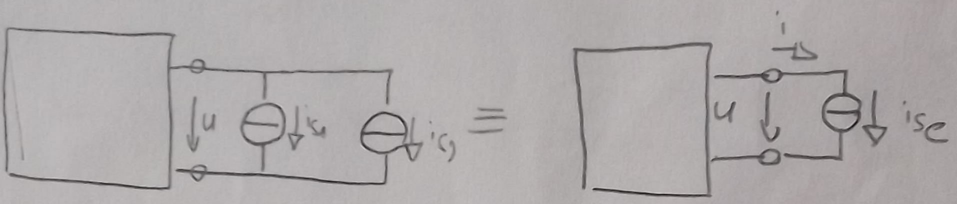
Források soros és párhuzamos kapcsolása

a,



$u_{se} = u_{s1} + u_{s2}$

b,



$i_{se} = i_{s1} + i_{s2}$

Reguláris hálózatok

- a hálózati egyenletek felírhatók, kiegészítve a kétpólusok karakterisztikáival, egyértelműen megoldhatóak.

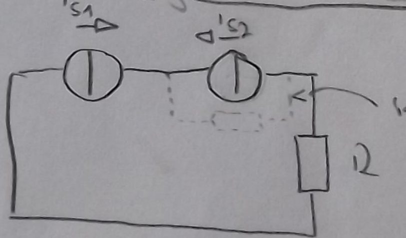
n csomópontra $\Rightarrow$ $k = n-1$ K.Á.T.

b kétpólus $\Rightarrow$ $m = b-n+1$ K.F.T

b. db kétpólus karakterisztika

egyértelműen megoldható kell legyen

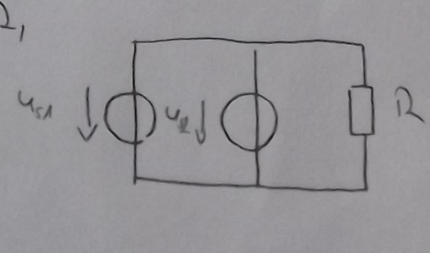
- Példa nem reguláris hálózatra



így tehető regulárissá

Dicus :)

2,



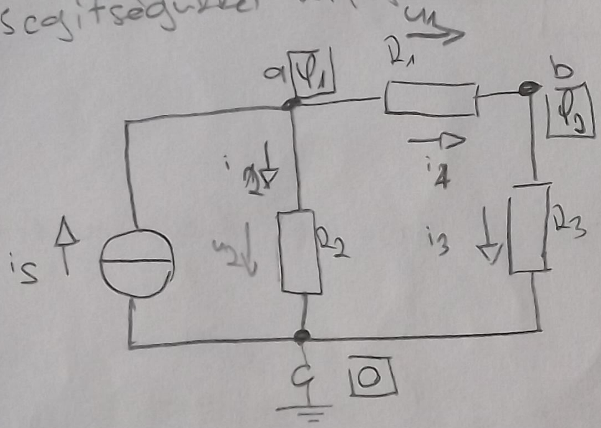
A Kirchoff törvények direkt alkalmazása nem célravezető nagyobb hálózatok esetén. Hogy csökkentsék a megoldandó egyenletek számát

→ csomóponti potenciálok módszere (node voltage method)

→ hurokáramok módszere. (mesh current method)

1 Csomóponti potenciálok módszere

- Legyen n db csomópontunk
- $k = n-1$ független áramtörvény írható
- amelyikre nem írok egyenletet, azt a csomópontot nevezem referencia csomópontnak (földelés, null csomópont stb..)
- minden csomóponthoz hozzárendelek egy új változót, amit csomóponti potenciálnak hívok. ⇒ ezekre írok egyenleteket, csomóponti potenciálok segítségükkel kifejezem a keresett feszültségeket és áramokat



$\varphi_1; \varphi_2$ a két csomóponti potenciál.

Legyen $R_1 = 1\,\Omega$

$R_2 = R_3 = 0{,}5\,\Omega$

$I_s = 4A$

φ_1: $-i_s + i_1 + i_2 = 0$

φ_2: $-i_1 + i_3 = 0$

$\underbrace{i_1 = \frac{u_1}{R_1} = \frac{\varphi_1-\varphi_2}{R_1} \quad i_2 = \frac{u_2}{R_2} = \frac{\varphi_1-0}{R_2} \quad i_3 = \frac{\varphi_2}{R_3}}_{\text{ezeket visszaírva}}$

$$-i_s + \frac{\varphi_1-\varphi_2}{R_1} + \frac{\varphi_1}{R_2} = 0$$

⇒ csomóponti egyenletek

$$-\frac{\varphi_1-\varphi_2}{R_1} + \frac{\varphi_2}{R_3} = 0$$

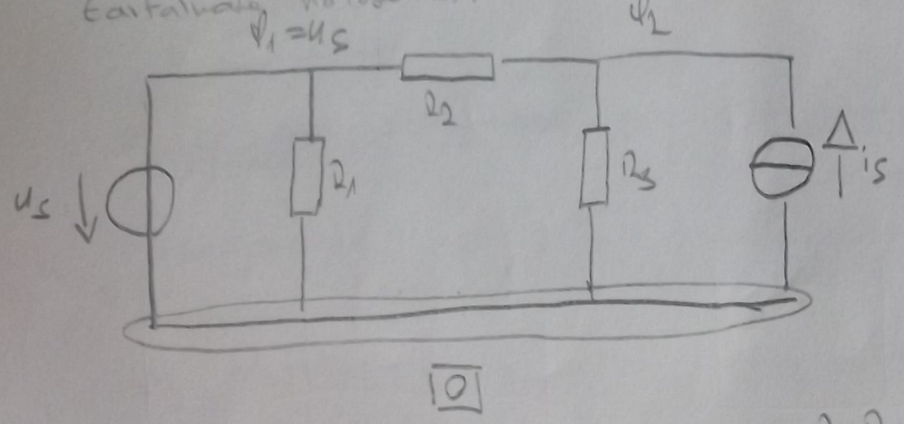
$$\frac{\varphi_1-\varphi_2}{1} + \frac{\varphi_1}{0{,}5} = 4$$

$$\frac{\varphi_2-\varphi_1}{1} + \frac{\varphi_2}{0{,}5} = 0$$

$\varphi_1 = \frac{3}{2}V = \underline{\underline{1{,}5V}}$

$\varphi_2 = \frac{1}{2}V = \underline{\underline{0{,}5V}}$

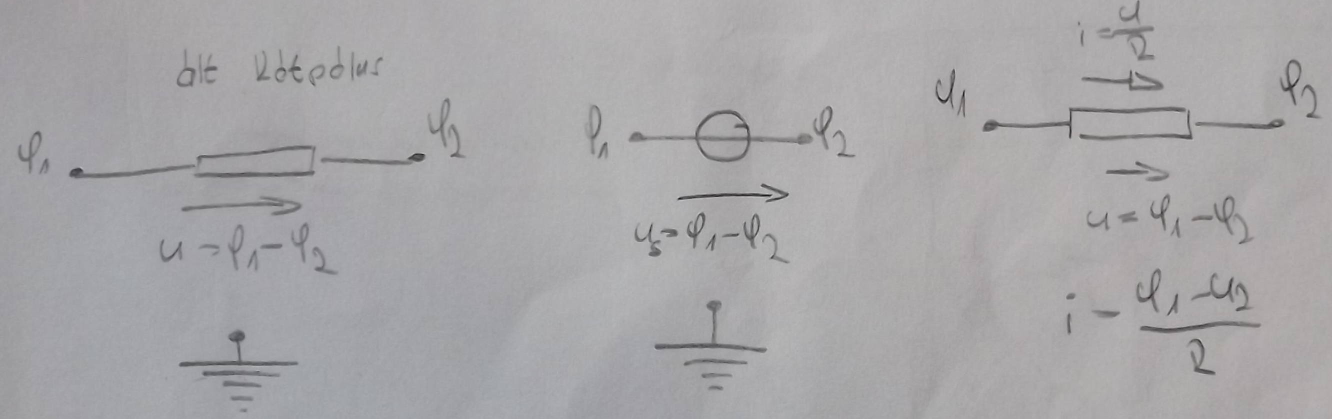
Csomópont: potenciálok módszere, áram és feszültség forrást tartalmazó hálózatra:



$u_s = \varphi_1 - 0 = \varphi_1$

$$\varphi_2: \quad \frac{\varphi_2 - u_s}{R_2} + \frac{\varphi_2}{R_3} = i_s \quad \Rightarrow \quad \varphi_2 = \frac{R_2 R_3 \cdot i_s + R_3 u_s}{R_2 + R_3}$$

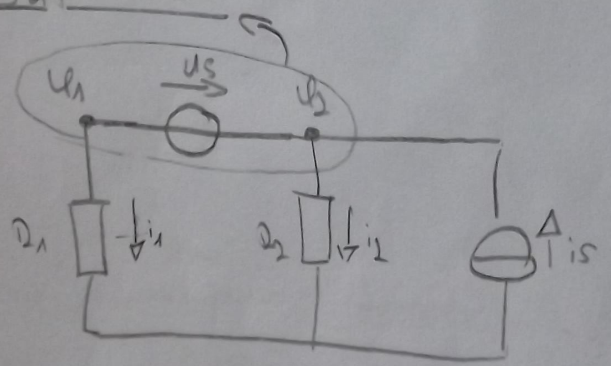
ált kétpólus



$$i = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$$

$$i = G(u) = G(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Supernode



$\varphi_1 - \varphi_2 = u_s$

$\varphi_2: \ i_1 + i_2 - i_s = 0$

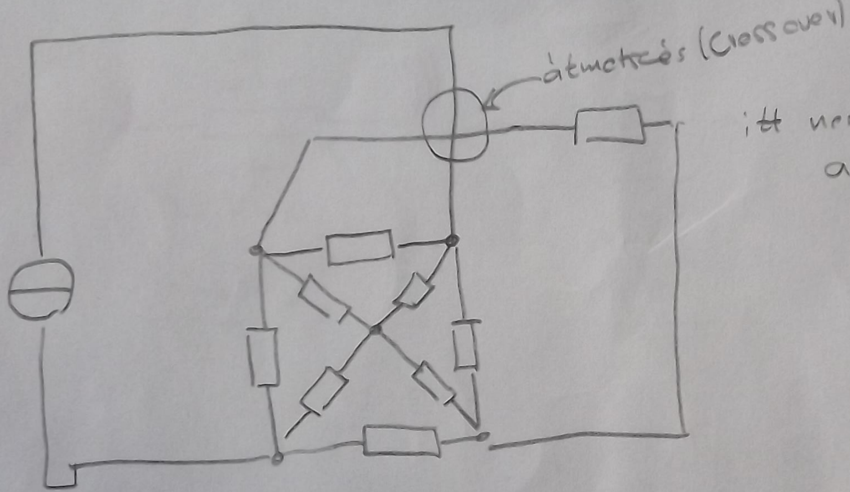
$i_1 = \frac{\varphi_1}{R_1} \qquad i_2 = \frac{\varphi_2}{R_2}$

① $\frac{\varphi_1}{R_1} + \frac{\varphi_2}{R_2} - i_s = 0$

② $\varphi_1 - \varphi_2 = u_s \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 + u_s$

Hurokáramok módszere

- új változó: hurokáram
- elindulok egy csomópontból és úgy képzek egy zárt görbét, hogy minden csomóponton csak egyszer haladok át.
- azt a zárt görbét amely nem tartalmaz egy kisebb zárt görbét, huroknak nevezzük.
- Hurokáramok módszere 2D (planárisan) lerajzolható hálózatok esetén alkalmazható.
- Nem „planáris" hálózat, akkor nem



itt nem alkalmazható a hurokáramok módszere

Példa

2013 09 20

Hurokáramok módszere

b - kétpólus

n - csomópont

$m = b - n + 1$ ← csomó: új változót - hurokáramot vezetek be

↑ független KFT.

▷ olyan zárt görbe ami nem tartalmaz már kisebb zárt görbét → hurok

▷ egy csomópontból elindulva úgy képzek zárt görbét, hogy egy csomóponton csak egyszer haladok át

▷ hurokhoz → áramok

4.E

Jelek 1.

Hurokáramok módszere

b - kétpólus (bipole)

n - csomópont (node

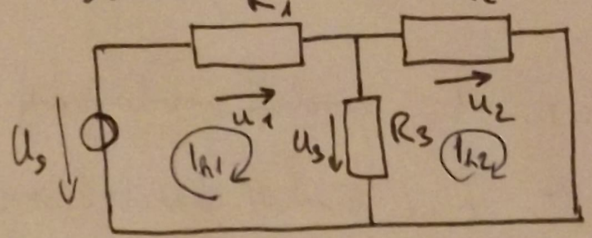
$$\boxed{m = b - n + 1}$$

ZH kisfeladat!

↑ független Kirchoff feszültségtörvény.

- A hurok egy olyan zárt görbe, mely nem tartalmaz kisebb zárt görbét.
- Elindulva egy csomópontból úgy képzünk zárt görbét, hogy egy csomóponton csak egyszer megyünk át.
- Minden hurokhoz rendelek egy hurokáramot.

Példa



$U_s = 3\,V$

$R_1 = R_2 = R_3 = 1\Omega$

$m = 4 - 3 + 1 = 2$ független feszültségtörvény

1. I. $-U_s - U_1 + U_3 = 0$

   II. $U_2 - U_3 = 0$

2. $U_1 = R_1 \cdot I_{h1}$

   $U_2 = R_2 \cdot I_{h2}$

   $U_3 = R_3 (I_{h1} - I_{h2})$

3. Behelyettesítjük a karakterisztikákat:

   $-U_s + R_1 \cdot I_{h1} + R_3 \cdot (I_{h1} - I_{h2}) = 0$

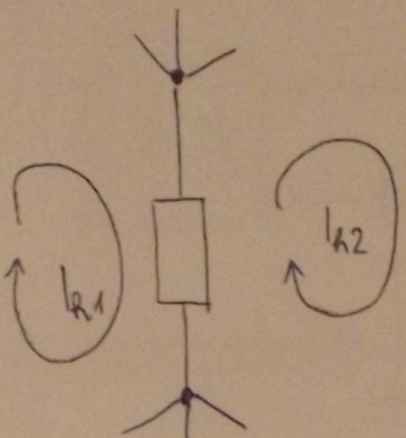
   $R_2 \cdot I_{h2} - R_3 (I_{h1} - I_{h2}) = 0$

4. $$\left.\begin{aligned} -3 + 1 \cdot I_{h1} + 1(I_{h1} - I_{h2}) &= 0 \\ 1 \cdot I_{h2} - 1 \cdot (I_{h1} - I_{h2}) &= 0 \end{aligned}\right\}$$

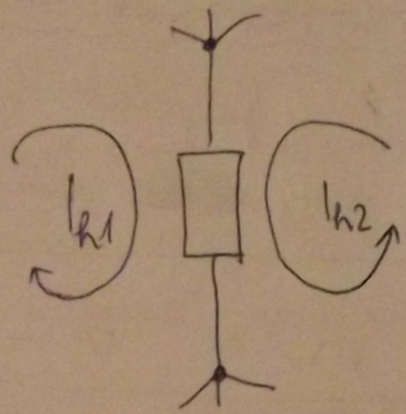
$I_{h1} = 2A$

$I_{h2} = 1A$

Tetszőleges kétpólus, amin a két hurok osztozik

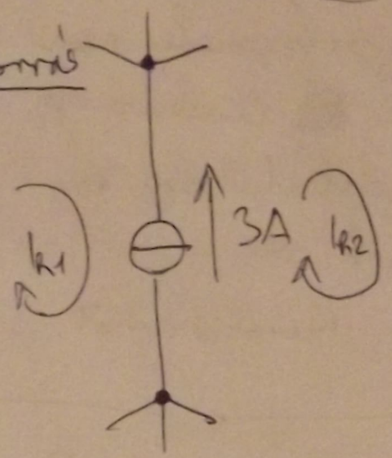


$$I = I_{h1} - I_{h2}$$



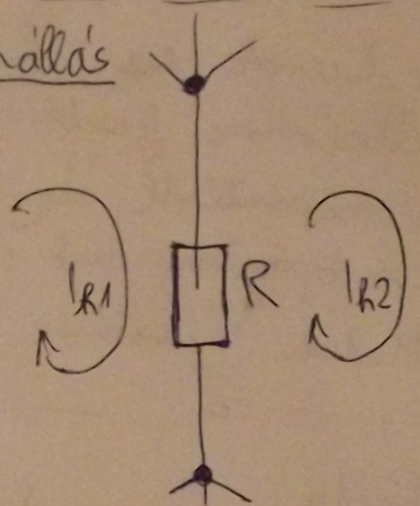
$$I = I_{h1} + I_{h2}$$

Áramforrás



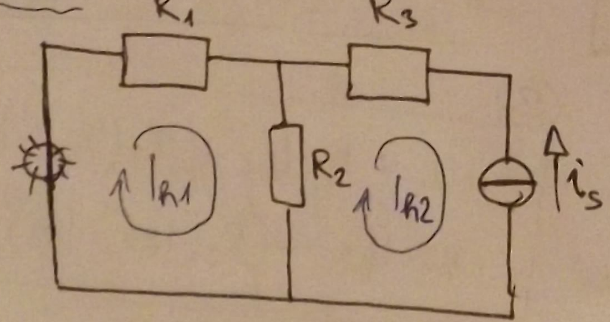
$$I_{h1} - I_{h2} = -3A$$

Ellenállás



$$U = R(I_{h1} - I_{h2})$$

Példa:

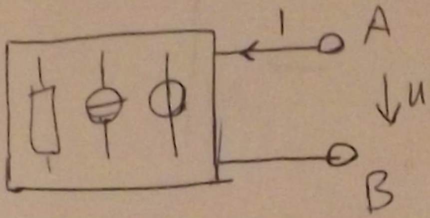


$$-U_s + R_1 I_{h1} + R_2(I_{h1} - I_{h2}) = 0$$

$$I_{h2} = -i_s$$

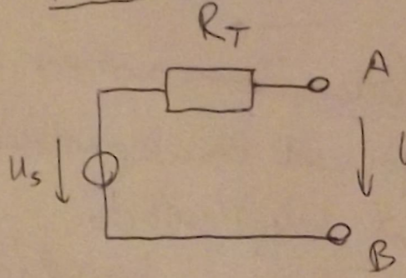
Jelek!

Generátorok:

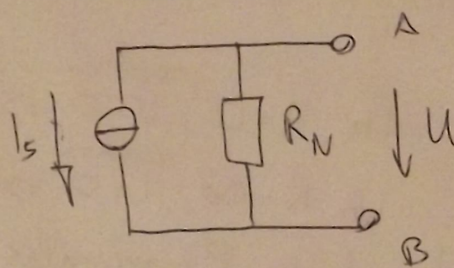


Egy lineáris ellenállásokat és áram vagy feszültségforrást tartalmazó hálózat vagy hálózatrész helyettesíthető Thevenin vagy Norton helyettesítő kapcsolással (generátorral).

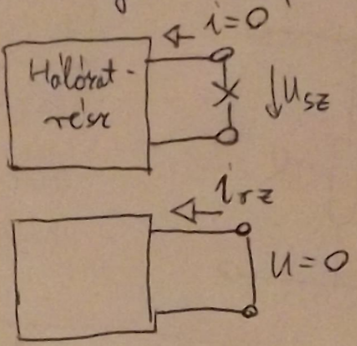
Thevenin-generátor:



Norton-generátor:



A helyettesítő paraméterek meghatározása:



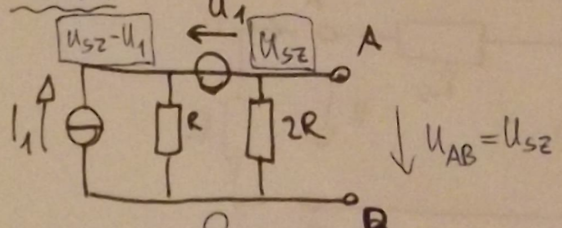
$U_s = U_{sz}$

$I = 0$

$I_s = i_{RZ}$

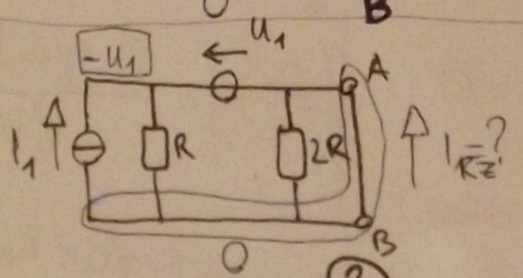
$$R = -\frac{U_{sz}}{I_{RZ}}$$

Példa



1. $$I_1 + \frac{U_{sz}-U_1}{R} + \frac{U_{sz}}{2R} = 0$$

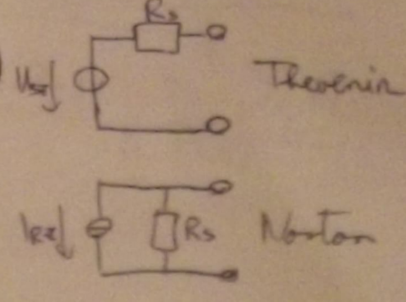
$$\boxed{U_{sz} = \frac{2}{3}(U_1 + R I_1)}$$



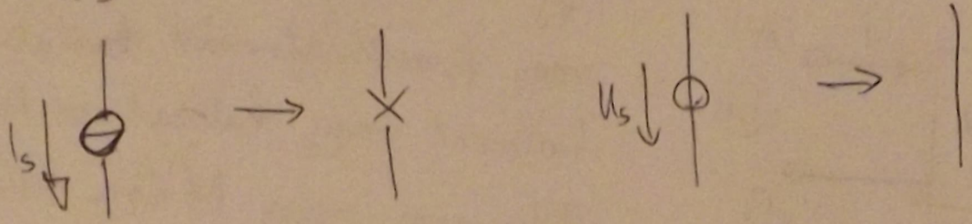
2. $$-I_1 + \frac{-U_1}{R} - I_{RZ} = 0 \Rightarrow$$

$$I_{RZ} = -I_1 - \frac{U_1}{R} \Rightarrow \boxed{I_{RZ} = -\frac{1}{R}(U_1 + R I_1)}$$

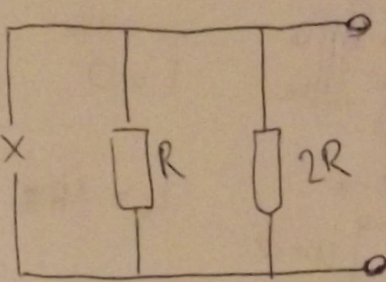
3. $$\boxed{R_s = -\frac{U_{sz}}{I_{RZ}} = \frac{2}{3}R}$$

4. 

A hálózat forrásainak dezaktiválásával is meghatározhatjuk R_s (R_T vagy R_N) értékét.

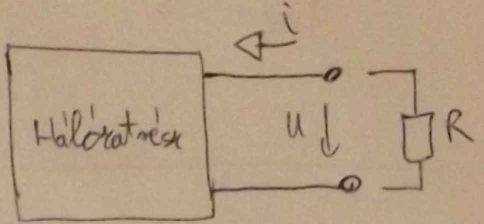


$$R_e = R \times 2R = \frac{R \cdot 2R}{R + 2R} = \frac{2}{3} R$$



Helmholtz-tétele: Forrásos és lineáris kétpólusok összekapcsolásából álló hálózat helyettesíthető Norton vagy Thevenin kapcsolással.

Teljesítmény illesztés

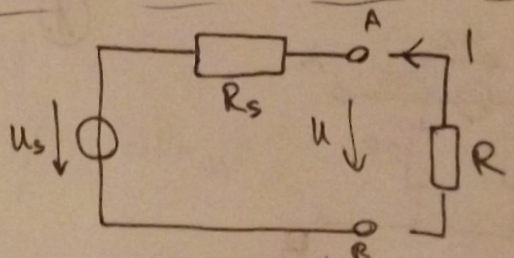


$P = U \cdot I$

Ha $R = 0$, $U = 0 \Rightarrow P = 0$ (rövidzár)

Ha $R = \infty$, $I = 0 \Rightarrow P = 0$ (szakadás)

Létezik R úgy, hogy P maximális.



$$U = \frac{R}{R+R_s} U_s$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{1}{R+R_s} U_s$$

$$P(R) = U \cdot I = \frac{R}{(R+R_s)^2} \cdot U_s^2$$

$(R \cdot I^2)$

$$\frac{dP(R)}{dR} = 0$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$\frac{(R+R_s)^2 - R \cdot 2(R+R_s)}{(R+R_s)^2} = R_s^2 - R^2 = 0 \Rightarrow$$ P akkor a maximális, ha

$$\boxed{R_s = R}$$