

2. Zárthelyi 2007 tavasz A2

Munkaidő: 90 perc

- Léteznek-e a következő határértékek? (a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3}{x^3 + y^2}$ (b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{y - x}$
- Legyen $f(x, y) = \frac{x^4}{x^2 + y^2}$ az origón kívül, $f(0, 0) = 0$. Deriválható-e f az origóban?
- Keresse meg az $f(x, y) = x^2 y^2$ függvény abszolút szélsőérték helyeit a $K = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ körlepton és állapítsa meg a szélsőértékeket!
- Legyen H_1 és H_2 két háromszög a síkban, H_1 csúcsai a $(0, 0)$, $(2, -1)$, $(2, 1)$ pontok, míg H_2 csúcsai az $(1, 0)$, $(2, -1)$, $(2, 1)$ pontok. Legyen T az a tartomány, melyet úgy kapunk, hogy H_1 -ből elhagyjuk H_2 -t. Számítsa ki az $f(x, y) = xy^2$ területi integrálját T -n.
- Állapítsa meg, hogy a következő numerikus sorok közül melyik konvergens:
(a) $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\ln n}{n}$ (d) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} \pm \dots$
- (a) Melyik igaz, melyik nem egy f kétváltozós függvényre egy adott pontban?
(a1) Ha parciálisan deriválható, akkor folytonos
(a2) Ha létezik az összes parciális derivált, akkor totálisan deriválható
(a3) Ha totálisan deriválható, akkor folytonosak a parciális deriváltak
(a4) Ha a gradiens nulla, akkor itt szélsőértéke van
(b) Melyik igaz, melyik nem egy numerikus sorra?
(b1) Ha abszolút konvergens, akkor konvergens is
(b2) Ha divergens, akkor a tagjai nem 0-hoz tartanak.