Elektromágneses terek alapjai (VIHVA201) **2014.01.16.**

Név:	Jó: 2	Javító:
NEPTUN:	Rossz: 3	
Aláírás:	Σ -1	

Feladatonként +1, 0 vagy -1 pont szerezhető. Karikázza be a helyes válasz betűjelét! Legalább 5 kérdésre választ kell adni és legalább 4 pontot el kell érni.

1. Egy légszigetelésű síkkondenzátor lemezei 50 cm sugarú körök, távolságuk 6 mm. A kondenzátor töltése kezdetben 300 nC. Összesen mennyi energia disszipálódik azon a kis méretű, 100 kΩ rezisztenciájú ellenálláson, amelyet a lemezek közé kapcsolunk, és igen sokáig így hagyunk?

   a) 0 J b) 38,8 µJ c) 19,4 µJ d) 9,71 µJ

2. Egy légszigetelésű Lecher-vezeték vezetői 3 mm sugarúak, és tengelyeik távolsága 30 mm. A vezetők között 120 V egyenfeszültség mérhető. Adja meg az elektromos térerősség maximális nagyságát a vezetők felszínén!

   a) 19,1 kV/m b) 9,56 kV/m c) 22,0 kV/m d) 13,6 kV/m

3. Egy igen hosszú, egyenes, 3 mm sugarú réz vezetőben az áramsűrűség homogén, tengelyirányú, a nagysága 2 A/mm². Adja meg a mágneses térerősség nagyságát a vezetőben, annak tengelyétől 2 mm távolságban!

   a) 2 kA/m b) 6,28 kA/m c) 3,14 kA/m d) 0,64 kA/m

4. Egy végtelen kiterjedésű, tökéletes vezető sík lemeztől 20 cm távolságban helyezkedik el egy 2 cm sugarú, szintén tökéletes vezető gömb. A közeg homogén, 140 S/m fajlagos vezetőképességű. Mekkora a közegben disszipált összteljesítmény, ha a lemez és a gömb közé 4,5 mV egyenfeszültségű forrást kapcsolunk?

   a) 0,75 mW b) 1,90 mW c) 1,18 mW d) 3,81 mW

5. Egy 5 nC töltésű, pontszerű test $\mathbf{v} = (3\hat{\mathbf{e}}_x + 4\hat{\mathbf{e}}_z)$m/s sebességgel halad egy olyan térrészben, ahol a mágneses indukció $\mathbf{B} = (4\hat{\mathbf{e}}_x - 7\hat{\mathbf{e}}_y + 2\hat{\mathbf{e}}_z)$mT. Adja meg a villamos térerősség nagyságát, ha a testre ható elektromágneses erő zérus!

   a) 41,5 mV/m b) 36,4 mV/m c) 20,0 mV/m d) 8,1 mV/m

6. Egy ideális, 75 Ω hullámimpedanciájú távvezeték lezárása egy 150 Ω rezisztenciájú ellenállás. A vezeték vége felé haladó feszültséghullám amplitúdója 90 V. Adja meg a vezeték eleje felé haladó feszültséghullám amplitúdóját!

   a) 10 V b) 20 V c) 30 V d) 40 V

7. Szigetelőben terjedő, 500 kHz frekvenciájú síkhullám merőlegesen esik egy végtelen vezető féltér sík határfelületére, amely félteret 57 MS/m fajlagos vezetőképességű réz tölt ki. A határfelületen az elektromos térerősség valós amplitúdója $|E| = 30\,\mu$V/m. Adja meg a mágneses térerősség valós amplitúdóját ugyanitt!

   a) 80,1 mA/m b) 161 mA/m c) 114 mA/m d) 63,2 mA/m

8. Egy veszteségmentes antenna sugárzási ellenállása 0,4 Ω, irányhatása 4,9. Az antenna önmagában áll levegőben, tápáramának időfüggvénye $12\cos(\omega t)$ A. Adja meg a villamos térerősség amplitúdóját az antennától 3200 m távolságban a maximális sugárzás irányában!

   a) 20,3 mV/m b) 13,0 mV/m c) 28,8 mV/m d) 15,9 mV/m

9. Megmérték, hogy egy bizonyos frekvencián a 35 MS/m fajlagos vezetőképességű alumíniumban a behatolási mélység 2 mm. Mekkora ez a frekvencia?

   a) 0,90 kHz b) 1,11 kHz c) 1,41 kHz d) 1,81 kHz

10. Egy ideális, légszigetelésű Lecher-vezeték vezetőit némileg eltávolítjuk egymástól, így a vezeték hosszegységre eső induktivitása 20%-kal nő. Mennyivel nő a vezeték hullámimpedanciája? (A belső induktivitást elhanyagoljuk.)

    a) 20% b) 9,5% c) 44% d) 22,5%

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	b	a	a	b	c	c	c	d	a

2014.01.16.

① $r = 50\,cm \rightarrow A = r^2\pi = 0{,}5^2\pi\ m^2$

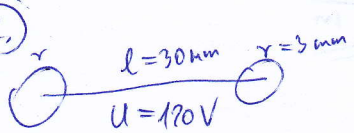
$d = 6\,mm = 0{,}006\ m$

$Q_0 = 300\,nC$

$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} = 1{,}16 \cdot 10^{-9}\ F$

$\Delta E_a = W = \frac{1}{2} C \cdot u^2 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \frac{Q^2}{C^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(300 \cdot 10^{-9})^2}{1{,}16 \cdot 10^{-9}} = 38{,}8\ \mu J$

$Q = C \cdot u \rightarrow u = \frac{Q}{C}$

② 

$120 \approx \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{0{,}03}{0{,}003}\right) + \frac{-Q}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{0{,}003}{0{,}03}\right)$

$120 = \frac{2Q}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \ln(10)$

$E \approx \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{l}\right) = \frac{60}{\ln(10)} \cdot \left(\frac{1}{0{,}003} + \frac{1}{0{,}03}\right) = 9{,}56\ \frac{kV}{m}$

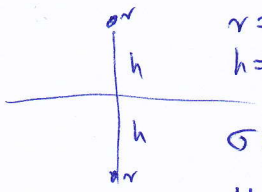
③ $J = 2\ \frac{A}{mm^2}$

$r = 2\ mm$

$\oint_L H\,d\vec{l} = \int_S J\,d\vec{s}$

$H \cdot 2r\pi = J \cdot r^2\pi \rightarrow H = \frac{2\ \frac{A}{mm^2} \cdot 2^2\pi\ mm^2}{2 \cdot 0{,}002\pi\ m} = 2\ \frac{kA}{m}$

④ Helyettesítő töltés $U = \frac{I}{4\pi\sigma} \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2h}\right) \rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{1}{4\pi\sigma} \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2h}\right)$



$r = 2\,cm = 0{,}02\ m$

$h = 20\,cm = 0{,}2\ m$

$\sigma = 140\ \frac{S}{m}$

$U = 4{,}5\,mV$

$P = \frac{U^2}{R} = \frac{(4{,}5 \cdot 10^{-3})^2}{\frac{1}{4\pi\sigma} \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2h}\right)} = 0{,}75\ mW$

⑤ $v = (3 \cdot e_x + 4 \cdot e_z)$

$B = (4 \cdot e_x - 7 \cdot e_y + 2 \cdot e_z)$

$a \cdot b = |a| \cdot |b| \cdot \cos(\varphi) \rightarrow \varphi = \arccos\left(\frac{3 \cdot 4 + 4 \cdot 2}{\sqrt{3^2+4^2} \cdot \sqrt{4^2+7^2+2^2}}\right)$

$\varphi = 61{,}2°$

$Q \cdot E = Q \cdot v \times B$

$|E| = |v \times B| = |v| \cdot |B| \cdot \sin(\varphi) = \sqrt{3^2+4^2} \cdot \sqrt{4^2+7^2+2^2} \cdot \sin(61{,}2°) = 36{,}4\ \frac{mV}{m}$

(6.) $Z_0 = 75\,\Omega$
$Z_2 = 150\,\Omega$
$U^+ = 90\,V$

$r = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0} = \frac{1}{3}$

$U^- = U^+ \cdot r = \underline{\underline{30\,V}}$

(7.) $f = 500\,kHz$
$\sigma = 57\,\frac{MS}{m}$
$|E| = 30\,\mu V/m$

$|H| = \frac{|E|}{|Z_0|} = \frac{30 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{\frac{\pi \cdot 10^6 \cdot \mu_0}{\sigma}}} = \underline{\underline{114\,\frac{mA}{m}}}$

$Z_0 = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}}$

(8.) $R_S = 0{,}4\,\Omega$
$D = 4{,}9$
$i(t) = 12 \cdot \cos(\omega t)\,A$
$R = 3200\,m$

$S_{max} = \frac{D \cdot P_S}{4R^2\pi} = \frac{4{,}9 \cdot \frac{12^2}{2} \cdot 0{,}4}{4 \cdot 3200^2\,\pi} = \frac{1}{2} \cdot \frac{E^2}{\eta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{E^2}{120\pi}$

$\downarrow$

$\underline{\underline{E = 28{,}8\,\frac{mV}{m}}}$

(9.) $\sigma = 35\,\frac{MS}{m}$
$\delta = 2\,mm$
$f = ?$

$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$

$0{,}002 = \sqrt{\frac{2}{2\pi f \cdot \mu_0 \cdot 35 \cdot 10^6}}$

$\underline{\underline{f = 1{,}81\,kHz}}$

(10.) $Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$, de $L' \cdot C' = állandó$

Tehát $\sqrt{\frac{1{,}2 \cdot L'}{\frac{1}{1{,}2} \cdot C'}} = 1{,}2 \cdot Z_0$

Válasz: $\underline{\underline{20\,\%}}$