

A TERMODINAMIKA ELSŐ FŐTÉTELE

(Megjegyzések egy mágneseket alkalmazó örökmozgó igénybejelentéséhez)

„Óh, hogy hoznának az Istenek szánalmas véget az ilyen kitalált, örült, torz munkákra, amelyekkel a tanulni vágyók értelmét elhomályosítják!”

WILLIAM GILBERT

De Magnete (1600)

American Journal of Physics, 44 (1976)

21.1 Bevezetés

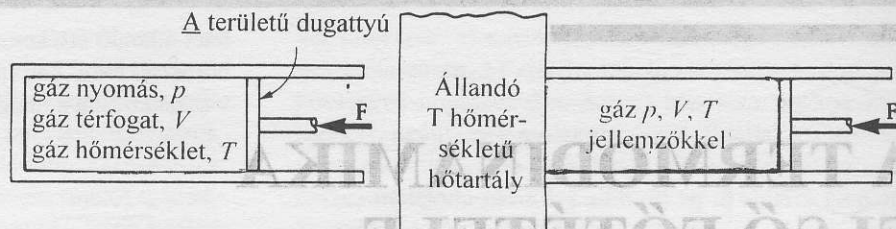
Hőteni tanulmányaink fordulópontjához érkezünk. Bevezettük a hőmérséklet fogalmát és megtárgyaltuk azokat a változásokat, amiket a testekkel közölt, vagy azoktól elvont hő eredményez, és most közeledünk az anyag „szívéhez”. A legfontosabb tény, amit korábban nem ismertek fel, hogy létezik az energiának egy olyan különleges formája – a termikus energia –, amelyre nem vonatkoznak a mechanika törvényei. A hő mechanikai ekvivalense – munka formájában – megnyitja azt a lehetőségét, hogy adott mennyiségű termikus energiát hasznos munkává alakítsunk. Ez az átalakítás az, ami lehetővé teszi mai civilizációnkat. A XVIII. század végi és a XIX. századi ipari forradalom – a motoroknak és a gépeknek a korra jellemző gyors szaporodásával, – számos tanulmány létrejöttét ösztönözte a fizikának „termodinamika” néven ismert ágában. (Maga a név összekapcsolja a két fogalmat, a hőt és a mechanikai munkát.) A tanulmányok érdekes következtetései között voltak az alábbiak:

- (1) Az örökmozgó gépezet megszerkesztése lehetetlen
- (2) Lehetetlen olyan, körfolyamatot végző gépet készíteni, amely 100%-os hatásfokkal alakítja át a hőt munkává

Az ilyen, *negatív* eredmények, amelyek a megvalósítás lehetetlenségét állapítják meg, a természettudomány legnagyobb erejű alapelvei közé tartoznak. Ezekről később többet kell majd mondanunk.

21.2 Alapfogalmak

A fizikát tanuló hallgatók gyakran hallják: „válasszunk egy rendszert”. A választás döntő, mivel az Univerzumnak azt a részét definiálja, amit tanulmányozni akarunk, és módot nyújt arra, hogy megtanuljuk, hogyan hat a „külvilág” erre a rendszerre. A „rendszer” szót nagyon általános értelemben használjuk: jelenthet tetszőleges motort, vagy gépet, tartályba zárt gázt és



- a) A vizsgált termodinamikai rendszer a bezárt ideális gáz. A mozgatható dugattyú súrlódás nélkül csúszik.
- b) A henger végén hővezető fal van, amelyen keresztül hőt közlünk a gázzal, vagy hőt vonunk el, úgy, hogy a gázt termikus érintkezésbe hozzuk egy hőtartállyal.

21-1 ábra

Egyszerű termodinamikai rendszer.

folyadékot, vagy a Nap belsejében lévő anyag bizonyos mennyiségét. Elképzelésünk szerint a rendszert körülzárja egy pontosan körvonalazott határfelület, és a rendszer és környezete között ezen a határfelületen keresztül történik az energiaátvitel, legyen szó akár hőáramlásról, akár munkavégzésről.

A tárgyalás leegyszerűsítésére tekintsünk egy speciális rendszert, konkrét példaként: n mól ideális gázt zárunk egy olyan hengerbe, amely mozgatható, súrlódásmentes dugattyúval van ellátva, ahogyan ezt a 21-1 ábra illusztrálja. A gáz maga a rendszer. Mivel a dugattyú súrlódásmentes, mozgás közben nem fejleszt hőt a henger falában.

A hengernek jó hőszigetelőnek kell lennie, hogy a gázba (vagy a gázból) ne szivároгjon észrevétlenül hő. Mindazonáltal szándékosan létrehozhatunk hőcserét a környezettel úgy, hogy a henger egyik végét **termikus érintkezésbe** hozzuk egy forró, vagy hideg külső tárggyal, a **hőtartállyal**, ahogyan ezt a 21-1b ábra mutatja. A rendszer és a hőtartály közötti hőmérsékletkülönbség miatt a gáz hőt vesz fel, vagy ad le. Ezenfelül a gáz munkát is végezhet a „külső világ” ellenében oly módon, hogy kifelé tolja a dugattyút a légköri nyomással, vagy valamilyen más külső erővel szemben. Megfordítva, külső erő munkát végezhet a rendszeren, ha – a dugattyú befelé történő mozgásával – összenyomja a gázt. A folyamat iránya attól függ, hogy a dugattyú befelé vagy kifelé mozog.

Egy termodinamikai rendszer fizikai „állapotát” az **állapotegyenletben** szereplő paraméterek (állapotjelzők) segítségével írhatjuk le. (Ezt az előző fejezetben tárgyaltuk.) Konkrét esetünkre, a hengerben lévő n mól ideális gázra ezek a paraméterek: a p nyomás, a V térfogat és a kelvinben mért abszolút T hőmérséklet. Az állapotegyenlet: $pV = nRT$. Más rendszereknek, – tulajdonságaiktól függően – eltérő állapotjelzői lehetnek. Például egy gumi-szalagot a hőmérséklet, a hosszúság, és a rugalmas feszültség segítségével jellemezhetünk.

Egy rendszer csak akkor írható le az állapotegyenlettel, ha összes mérhető tulajdonsága – mint pl. a nyomás (p), és a hőmérséklet (T) – a rendszerben mindenütt azonos és időben nem változik. Ezt az állapotot **termodinamikai egyensúlynak** nevezzük. A rendszer maga hővezetéssel és a gáz rendszeren belüli áramlásával éri el ezt az egyensúlyi állapotot, feltéve, hogy minden külső hatástól el van szigetelve. Ebben az esetben a gravitációs hatásokat is kizárjuk, mivel ezek a nyomás és a sűrűség magassággal történő változását okoznák, ahogyan ez a Föld légkörében történik. Vizsgálatainkat szándékosan olyan kicsi rendszerekre korlátozzuk, amelyeknél az ilyen gravitációs hatások elhanyagolhatók.

A termodinamikai egyensúly egyik esete olyan körülményekre vonatkozik, amelyek között nincs eredő hőátvitel. Ha két, különböző hőmérsékletű testet termikus érintkezésbe hozunk, addig áramlik közöttük a hő, amíg valamely közös (közbülső) hőmérsékleten **termikus egyensúlyba** nem kerül.

nek. Ezután további hőcsere nem történik. Ennek a gondolatnak a továbbvitele a **termodinamika nulladik főtételének** alapját képezi.¹

A TERMODINAMIKA NULLADIK FŐTÉTELE

Ha két rendszer mindegyike termikus egyensúlyban van egy harmadikkal, – ami lehet egy hőmérő is, – akkor a két rendszer egymással is termikus egyensúlyban van.

A nulladik főtétel azt a fontos ténnyt rögzíti, hogy a rendszer *hőmérséklete* az a paraméter, amellyel egy másik rendszerrel való *termikus egyensúly feltételei* mérhetők, s így biztosítható, hogy az egyensúly beállítását követően nem történik hőátvitel.

21.3 A hő, az energia, a munka és az első főtétel

A továbbiakban készen állunk a termodinamika első főtételének megtárgyalására. Úgy tűnhet, hogy ez olyan magától értedődő összefüggés, ami aligha érdemi ki az „első főtétel” megtisztelő nevet. Mégis ez a fizika építményének egyik igazán fontos alapköve.

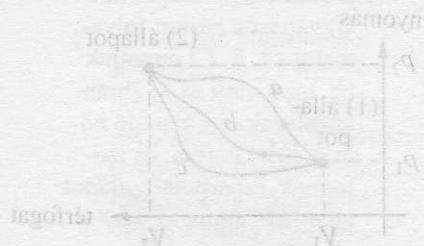
A mechanikai energia megmaradása hasonlóan fontos alapelv, s ma ezt is talán magától értedődőnek érezzük. Ha azonban tanulmányozzuk az alapelv fejlődéstörténetét, felfedezzük, hogy évszázadokon át a természettudomány legnagyobb gondolkozói közül is többeknek kikerülte a figyelmét. Az energia nehezen megfogható fogalom, mert soha nem mérhető közvetlenül. Számos formájában van jelen: ilyen például egy tömeg mozgásának kinetikus energiája, a két, vagy több egymással kölcsönhatásban lévő test relatív helyzete miatt fellépő potenciális energia, továbbá a munkavégzés során történő energiaátvitel, és így tovább. Ezek olyan energiaformák, amelyek a testek tömegközéppontjának mozgásával, vagy helyzetével kapcsolatosak. De ismerjük az energiának más típusait is: ilyen a, telepekben, a petárdákban felhalmozódó *kémiai energia*, vagy a *termikus energia*, ami az atomok és molekulák véletlenszerű mozgásából származik. Ez utóbbi energiafajtákat a rendszer **belső energiájának** nevezik, mivel az atomok és molekulák mikroszkópikus skálán való véletlenszerű mozgásának, a következménye.

Az első főtétel egy általános megmaradási összefüggésben egyesíti ezeket a belső energiafajtákat az energia más formáival. A belső energia konkrét típusa nem fontos. Lehet termikus energia, vagy egy szorosan feltekert rugóban tárolt energia (ami természetesen az atomok és molekulák megnövekedett potenciális energiájából származik és a részecskék egymástól való távolságának megváltozása miatt keletkezik). *Mindezen formák a rendszer belső energiájának részeit képezik, amelyet a U szimbólummal jelölnek.*

Az első főtétel az összes olyan kísérlet eredményeinek általánosítása, amelyekben pontos figyelembe vették az előforduló energia-kicserélődéseket. Az első főtétel, amely közvetlenül nem bizonyítható², kifejezi a természetre vonatkozó megfigyeléseinket az energia különböző megjelenési alakjával kapcsolatban, vagyis kifejezi az energia megmaradását.

¹ A termodinamika első és második főtételét még azelőtt állapították meg, mielőtt ráébredtek arra, hogy szükség van egy velük logikailag összefüggő, de azokat megelőző megállapításra, ami a termikus egyensúlyra és a hőmérsékletre vonatkozik. Emiatt a tételek számozásában visszafelé kellett lépni, hogy ez a megállapítás kellő prioritást nyerjen.

² Azokat a természeti törvényeket nevezzük alaptörvényeknek, amelyek más törvényekből nem vezethetők le.



21-3 ábra
Ideális gáz-rendszer p - V diagramja. Az egyes a , b és c utak különböző folyamatokat írnak le, amelyekkel az 1 állapotból a 2 állapotba jutunk. $\Delta U = Q - W$ állapotegyenletünk alapján minden útra azonos annak ellenére, hogy Q és W értéke mindegyikre más.

Az első főtétel tehát:

$$\left[\begin{array}{l} \text{A rendszerrel} \\ \text{közölt hő} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{A rendszer belső energi-} \\ \text{ájának megváltozása} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{A rendszer által a környe-} \\ \text{zeten végzett munka} \end{array} \right]$$

Ha k és V indexet használunk a kezdeti és a végső értékekre, az egyenletet $Q = U_V - U_k + W$ alakban fogalmazhatjuk meg.

Másképpen:

A TERMODINAMIKA

I. FŐTÉTELE

$$\Delta U = Q - W \quad (21-1)$$

ahol Q a rendszerrel közölt hő, $\Delta U = U_V - U_k$ a rendszer belső energiájának megváltozása és W a rendszer által a környezeten végzett munka. Az egyenletből látható, hogy a rendszerrel közölt hőnek valamilyen más energia alakjában kell megjelennie: vagy megnövekedett belső energiaként, vagy mint a rendszer által a környezeten végzett munka, vagy mind a kettő együtt. Energia nemvész el.

Jegyezzük meg, hogy a belső energiának csak a változását tudjuk meghatározni, és semmit sem tudunk mondani a rendszerben felhalmozott teljes belső energiáról. Vegyük figyelembe az energiaáramlás irányát is:

Q pozitív, ha hőt közlünk a rendszerrel,

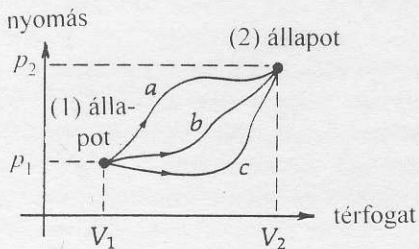
W pozitív, ha a rendszer végez munkát a környezeten,

ΔU pozitív, ha a belső energia növekszik (azaz, ha $U_V > U_k$)

Ha ezek közül a változások közül bármelyik ellentétes irányban megy végbe³, a megfelelő számérték negatív lesz. (Magában az első főtétel általános alakjában természetesen soha nem változtatjuk meg az előjelet.)

Mi az I. főtétel jelentősége? Ezt a már említett ideális gáz-rendszerrel illusztráljuk. A rendszer „állapotát” a p - V diagramon egy pont adja meg. (21-2 ábra). Adott p és V egyértelműen leír egy bizonyos állapotot, mert a $pV = nRT$ állapotegyenletből a harmadik paramétert, a T -t meghatározhatjuk, és a három állapotváltozó már teljesen meghatározza az egyszerű rendszer fizikai állapotát. Kísérletek igazolják, hogy az 1 állapotból a 2 állapotba történő átmenetkor ΔU minden lehetséges folyamatra azonos érték. Ez annak ellenére is igaz, hogy egy adott kezdeti és végállapot-párt összekötő különböző útvonalakon a Q hőmennyiség és a W munka más és más lehet; a $\Delta U = Q - W$ érték azonban minden esetben azonos. Ez azt is magában foglalja, hogy az U belső energia csak a rendszer pillanatnyi állapotától függ. Tehát U is a rendszer állapotát meghatározó változó. Ahogyan a nulladik főtétel a T hőmérsékletet határozta meg az állapotfüggvény változójaként, az első főtétel az U belső energiát vezeti be állapotváltozóként.

Az U mennyiség ebből a szempontból döntően különbözik Q -tól és W -tól. Q és W nem állapotváltozók. Nincs olyan $Q(p, V, T)$ függvény, amely megmondja, hogy mennyi „hővel rendelkezik” az ideális gáz, sem olyan $W(p, V, T)$ függvény, amely megmondja, hogy mennyi „munka van a rend-



21-2 ábra

Ideális gáz-rendszer p - V diagramja. Az egyes, a , b és c - utak különböző folyamatokat írnak le, amelyekkel az 1 állapotból a 2 állapotba juthatunk. $\Delta U = Q - W$ értéke minden útra azonos annak ellenére, hogy Q és W értéke minden egyes útra különböző.

³ Ez az előjel-konvenció abból a tényből ered, hogy a termodinamika a hőerőgépek gyakorlati vizsgálatából alakult ki: a legfontosabb fogalmakat jelölték pozitívnak, nevezetesen a motorral közölt hőt és a gép által végzett munkát. Ezeket definiálhatnánk ellentétes előjelekkel is, ettől még a termodinamika logikailag következetes lenne. Mindazonáltal a definíció elfogadása után már fontos, hogy az előjeleket helyesen alkalmazzuk minden egyenletben. (A kémiában gyakran ettől eltérő előjel-konvenció használatos. A magyar egyetemi fizika tankönyvek előjel-konvenciói általában szintén eltérőek. (a fordító))

szerben". Létezik azonban az U függvény, ami meghatározza a gáz belső energiáját: a kinetikus elméletből azt kaptuk, hogy egy mól ideális gáz belső energiája:

$$U = \frac{3}{2} N_A kT = \frac{3}{2} RT$$

Tehát $U = U(T)$ állapotváltozó.⁴

Mielőtt megtárgyalnánk egy rendszerben végbemenő különféle folyamatokat, valamint az U , Q és W állapotváltozók megfelelő megváltozását, különbséget kell tennünk a *reverzibilis* és *irreverzibilis* folyamatok között.

21.4 Reverzibilis és irreverzibilis folyamatok

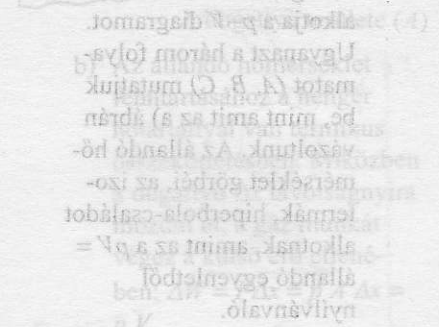
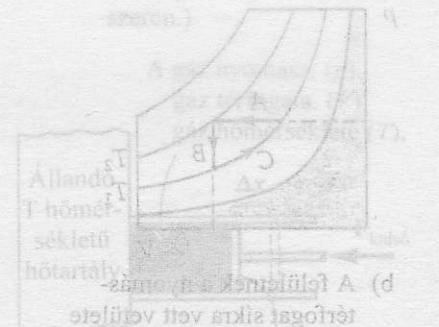
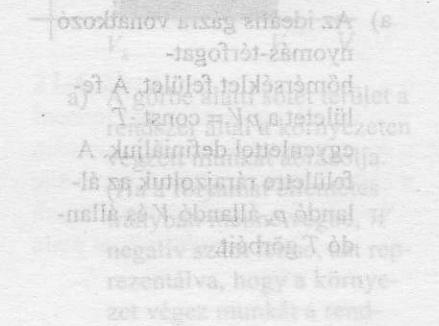
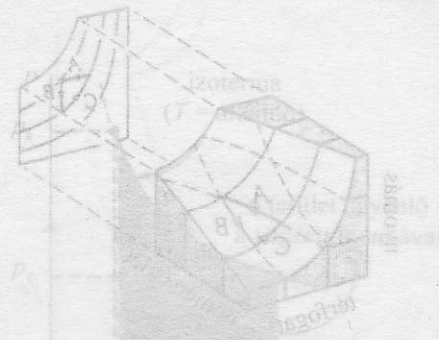
Egy rendszerben állapotváltozásokat idézünk elő, ha hőt közlünk a rendszerrel, vagy hőt vonunk el tőle, illetve ha munkát végzünk rajta, vagy a rendszert a környezeten való munkavégzésre készítjük. Tekintsük át részletesen ezeket a folyamatokat, konkrét példaként az ideális gáz-rendszert tekintve.

Ha a rendszer és környezete között hőmérsékletkülönbség áll fenn, akkor hőáramlás jön létre, ezt például úgy valósíthatjuk meg, ha a rendszert termikus érintkezésbe hozzuk egy külső hőtartállyal. (Egy kisegítő hűtőgép vagy fűtőtest tartja fenn a hőtartályban a kívánt hőmérsékletet.) Ha a rendszer és a hőtartály közötti hőmérsékletkülönbség *nem zérus*, a hő spontán módon áramlik a melegebb területről a hidegebbre, amíg ki nem alakul a két test között a termikus egyensúly. Ettől kezdve a rendszer egyensúlyban marad a hőtartállyal. Az ilyen folyamatot **irreverzibilisnek** nevezik, mert csak egy irányban történik változás, s ez az egyensúlyi állapot felé vezet. Minden természetes folyamat irreverzibilis (megfordíthatatlan).

Ha a hőmérsékletkülönbség *infinitesimalis* (nagyon kicsiny, megközelíti a zérust), a hőtartály hőmérsékletének infinitesimalis magváltoztatásával megfordítható a hőáramlás iránya. Az ilyen, elképzelt, ideális folyamatot **reverzibilis** (megfordítható) folyamatnak nevezzük. A reverzibilis folyamatban a rendszer legfeljebb infinitesimalis mértékben tér el az egyensúlyi állapottól, s ezt a differenciálszámítás módszereinek segítségével tárgyalhatjuk. Az ilyen típusú folyamat előnye, hogy – mivel a rendszer lényegében egyensúlyban marad – az *állapotegyenlet a reverzibilis folyamat során mindig alkalmazható*. A rendszer gyakorlatilag *egyensúlyi állapotok sorozatán megy keresztül, így ez a folyamat kvázisztatikusnak* is nevezhető. Így az állapotegyenletet tudjuk matematikailag is kezelni, hogy előre megmondhassuk, hogyan kellene a rendszernek viselkednie és, hogy ezáltal összevehető legyen az elmélet a kísérletekkel.

Minden olyan folyamat, amit fizikai eszközzel hajtunk végre, irreverzibilis, mivel ezek *véges* hőmérséklet- és nyomáskülönbséggel járnak. De – kellő gondossággal dolgozva – a reverzibilis folyamatok megközelíthetők kísérletileg is, ha a hőmérséklet- és nyomáskülönbséget tetszőlegesen kicsire vesszük. Ez általában azt jelenti, hogy a változások nagyon lassan mennek végbe (bár nem minden lassú folyamat reverzibilis).

A reverzibilis folyamat nem jelenti azt szükségszerűen, hogy a rendszer az 1 állapotból a 2 állapotba jut, majd ellenkező irányban visszakerül az

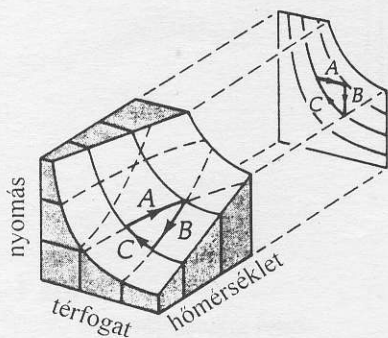


21-4 ábra 21-3 ábra

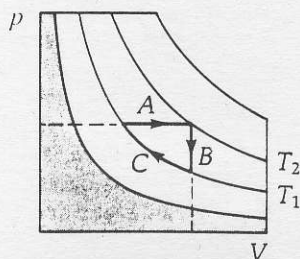
⁴ Matematikailag a megkülönböztetés úgy fejezhető ki, hogy az 1. főtétel

$$dU = \delta Q - \delta W$$

amely nem csak ezen kategóriában, hanem minden állapotváltozásra érvényes. A jelölés azt jelzi, hogy ezek nem teljes differenciálok. dU azonban az $U(T)$ belső energia függvény teljes differenciálja.



- a) Az ideális gázra vonatkozó nyomás-térfogat-hőmérséklet felület. A felületet a $pV = \text{const} \cdot T$ egyenlettel definiáljuk. A felületre rárajzoltuk az állandó p , állandó V és állandó T görbéit.



- b) A felületnek a nyomás-térfogat síkra vett vetülete alkotja a p - V diagramot. Ugyanazt a három folyamatot (A , B , C) mutatjuk be, mint amit az a) ábrán vázoltunk. Az állandó hőmérséklet görbéi, az izotermák, hiperbola-családot alkotnak, amint az a $pV = \text{állandó}$ egyenletből nyilvánvaló.

21-3 ábra

Ideális gázzal végzett folyamatsor a nyomás-térfogat-hőmérséklet felületen. Az A folyamatban a gáz állandó nyomáson kitégűl. A B folyamat hűtéssel csökkenti a gáz nyomását állandó térfogaton. A C folyamatban összenyomjuk a gázt, miközben a hőmérséklet állandó marad, úgy hogy a tartályt állandó hőmérsékletű hőtartállyal hozzuk érintkezésbe (amely a gáztól hőt von el a folyamat alatt).

1 állapotba. De véghezvihető lenne ilyen reverzibilitás és így pontosan visszaállítható lenne a rendszernek és környezetének eredeti állapota feltéve, hogy semmiféle súrlódás nem lenne. Ha ideális gázrendszerünkben a mozgó dugattyú súrlódna, ez a mozgás bizonyos mennyiségű energiát termikus energiává alakítana át. Ez a termikus energia a molekuláris mozgások véletlenszerű kinetikus és potenciális energiájaként jelenne meg a falakon és a dugattyún. A későbbiekben látni fogjuk, hogy a véletlenszerű mozgásokat nem alakíthatjuk vissza *tökéletesen* a dugattyú „rendezett” mozgásává.

Ne vonjuk le azt a következtetést, hogy a termodinamika csak ideális gázokra vonatkozik, csupán azért, mert sokszor az ideális gázrendszert választjuk jellemző példaként! A termodinamika minden elképzelhető lehetséges rendszerre és folyamatra alkalmazható. Néhány példa: egy elem, ami egy ellenállást elektromos árammal felmelegít; a felületi hártya buborékon, ami összehúzódik, vagy kitégűl; szabadesés után a földnek ütköző ólomhasáb; kémiai reakcióban résztvevő különböző vegyületek keveréke; mágneses anyag változó mágneses térben, stb. Habár a megfelelő állapotegyenlet paraméterei esetről-esetre változnak és sokkal több is lehet belőlük, mint az a három, ami az ideális gázra vonatkozó példánkban szerepelt, a termodinamikai megfontolások egyaránt érvényesek minden rendszerre.

21.5 Speciális folyamatok és mólhők

A következőkben olyan speciális folyamatokat vizsgálunk, amelyek összekapcsolják az eddig tárgyalt fogalmakat. Ideális gázrendszerünket folyamatok sorozatán vesszük keresztül, miközben p , V és T állapotváltozók megváltoznak hőközlés, vagy hőelvonás következtében, illetve a rendszeren végzett munka, vagy a rendszer által a környezeten végzett munka eredményeként. A legtöbb folyamat, amivel foglalkozunk, reverzibilis, így az állapotegyenlet minden időpontban érvényes. Gyakorlatilag a nyomás-térfogat-hőmérséklet felületen választott úton haladunk, amint ezt a 21-3a ábrán vázoltuk. Ezt az utat minden esetben a megfelelő nyomás-térfogat vetületen (21-3b ábra) szematikusan is ábrázoljuk.

Vezessük be néhány fontos fogalom definícióját:

Izotermikus változás

A hőmérséklet állandó. (A görög *isos* jelentése „egyenlő” vagy „azonos” és a *therma* jelentése „hő”)

Izochor változás

A térfogat állandó. (A görög *choras* jelentése „hely” vagy „tér”)

Izobár változás

A nyomás állandó. (A görög *baros* jelentése „súly” – a levegőé)

Adiabatikus változás

Nincs hőcsere. (A görög *adiabatos* jelentése „nem átjárható”.) Minden „hirtelen” folyamat adiabatikus, mivel a hőáramlás-hoz rendszerint véges időre van szükség.

Természetesen végtelen nagy számú olyan lehetséges folyamat létezik, amely nem esik ezen kategóriák egyikébe sem. Mindazonáltal ezt a négyet szemelték ki vizsgálat céljára, mint gyakori – és matematikailag egyszerűen leírható – folyamatokat. Minden folyamatot *reverzibilisen* fogunk végrehajtani, így az állapotegyenlet mindig érvényes lesz. Vegyük sorra ezeket!

Izotermikus tágulás

Ebben az esetben a hőmérséklet állandó, miközben a többi paraméter a kezdeti p_k és V_k értékről a végső p_v és V_v értékre változik. Így a rendszer, amint azt a 21-4a ábra mutatja, egy izoterma mentén halad. Mivel az U belső energia az atomok és molekulák véletlenszerű mozgásával kapcsolatos, ideális gáz esetében a belső energia csak a hőmérséklettől függ. (Emlékezzünk vissza arra az eredményre, amit a kinetikus elmélet alapján egy mól gáz átlagos translációs kinetikus energiájára kaptunk:

$\frac{1}{2} Mv^2 = \frac{3}{2} RT$.) Tehát izotermikus folyamat esetében $\Delta U = 0$, mert a hőmérséklet nem változik.⁵

A táguló gáz munkát végez a környezetében. Ezt a munkát valamilyen energiából kell fedeznie. Ha nem pótoljuk a gáz belső, termikus energiáját, a gáz lehűl. (Mikroszkópikus skálán ez abból adódik, hogy a molekulák csökkenő sebességgel pattannak vissza a visszahúzódó dugattyúról.) Az állandó hőmérséklet fenntartásához a folyamat során hőt közlünk a gázzal oly módon, hogy termikus érintkezésben tartjuk a hengert egy hőtartállyal. Amint a dugattyú kifelé mozog, a gáz által a dugattyúra kifejtett erő: $F = pA$. Innen a gáz munkája:

$$\Delta W = F \Delta x = p A \Delta x = p \Delta V \quad (21-2)$$

Ez integrál alakban:

$$W = \int_{V_k}^{V_v} p dV \quad (21-3)$$

Jegyezzük meg, hogy ez a munka a p - V diagramon a görbe alatti terület. Amikor fizikai mennyiségeket reprezentáló grafikonok alatti területeket számolunk, figyelembe kell vennünk az egyes tengelyekkel kapcsolatos mértékegységeket is. Ily módon a terület [nyomás]×[térfogat] = [(erő/terület)]×[térfogat] = [munka] dimenziójú.

Az ideális gáz állapotegyenlete adja meg a kapcsolatot a p és a V változók között, azaz: $p = nRT/V$ Innen

$$W = \int_{V_k}^{V_v} \frac{nRT}{V} dV = nRT \int_{V_k}^{V_v} \frac{dV}{V} \quad (21-4)$$

$$W = nRT \ln \frac{V_v}{V_k} \quad (21-5)$$

Mivel tudjuk, hogy izotermikus változás esetén $\Delta U = 0$, alkalmazzuk a termodinamika I. főtételét:

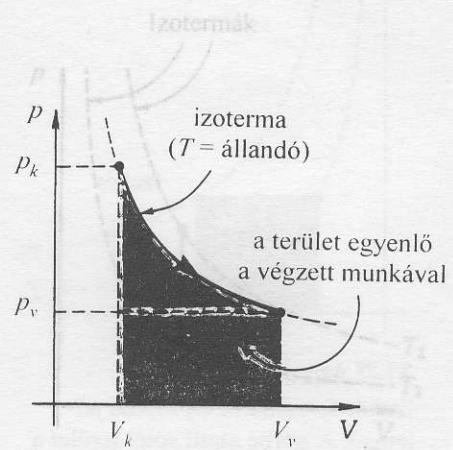
$$\Delta U = Q - W$$

$$0 = Q - \int p dV$$

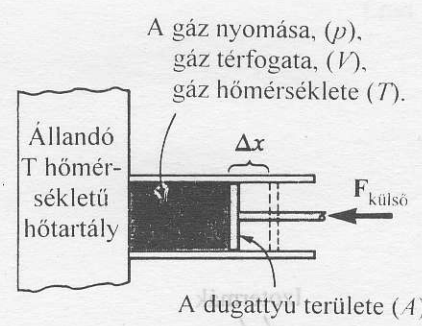
IZOTERMIKUS FOLYAMAT

$$Q = nRT \ln \frac{V_v}{V_k} = W \quad (21-5)$$

⁵ Ezek a megállapítások egyatomos gázokra igazak, melyek atomjai megközelítik a kinetikus elmélet modelljének tömegpontjait. A kétatomos gázok molekuláinak belső rezgési is lehetnek, ezért amint azt a következő fejezetben látni fogjuk, viselkedésük kissé más mint az egyatomos gázoké.



a) A görbe alatti sötét terület a rendszer által a környezetén végzett munkát ábrázolja. (Ha a folyamat ellentétes irányban menne végbe, W negatív szám lenne, azt reprezentálva, hogy a környezet végez munkát a rendszeren.)



b) Az állandó hőmérséklet fenntartásához a henger hőtartállyal van termikus összeköttetésben. Miközben a dugattyú Δx távolságnyira mozdul el, a gáz munkát végez a külső erő ellenében: $\Delta W = F \Delta x = p A \Delta x = p \Delta V$.

21-4 ábra
Izotermikus tágulás.

Tehát a gázzal közölt Q hő teljesen a rendszer által a környezeten végzett W munkára fordítódik.

Ha a folyamatot ellentétes irányban hajtánánk végre, a környezet végezne munkát a rendszeren (összenyomná a gázt) és a gáz hőmérsékletének állandóan tartásához hőt kellene átvinni a hőtartályba. Ebben az esetben mind a Q , mind a W számértéke negatív lenne, ami ellentétes irányú energiaátvitelt jelentene. Ez az előjel-konvenció triviálisnak tűnhet ebben a példában. De rendkívül fontos, hogy különösen a később tárgyalandó, sokkal összetettebb példákban minden esetben figyeljünk erre.

21-1 PÉLDA

Mennyi munka szükséges ahhoz, hogy 2 g kezdetben normál állapotú oxigént izotermikusan eredeti térfogatának felére nyomjunk össze? (Tegyük fel, hogy az oxigén ideális gázként viselkedik.)

MEGOLDÁS

A munkát a (21-5) egyenletből kaphatjuk meg:

$$W = nRT \ln \frac{V_v}{V_k}$$

Mivel az oxigén (O_2) relatív molekulatömege 32, a mólszám $n = 2/32 = 0,0625$. Így

$$W = (0,0625 \text{ mol}) \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \right) (273 \text{ K}) \ln \frac{1}{2} = -98,3 \text{ J}$$

A negatív előjel megerősíti, hogy a munkát valamilyen külső erő végezte a gázon. Mivel a gáz hőmérséklete nem változott, belső energiája állandó maradt. Ahhoz, hogy a folyamat izotermikus maradjon, 98,3 J hőmennyiséget kell a gáznak átadni a hőtartálynak.

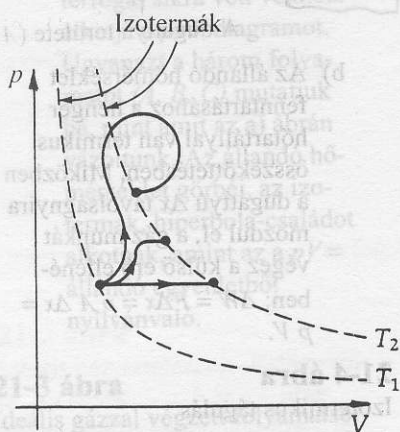
Az ideális gáz fajhői

Mennyi hő szükséges ahhoz, hogy adott gázmennyiség hőmérsékletét T_k -ről T_v -re emeljük? A gáz mennyisége a mólszámmal mérhető. Foglalkozunk most olyan reverzibilis folyamatokkal, amelyek csak infinitesimalis hőmérséklet- és nyomáskülönbséggel járnak és az állapotegyenlet érvényes. Ahhoz, hogy hőmérsékletkülönbséget hozzunk létre, sokféleképpen juthatunk egyik izotermától a másikig, ahogyan ezt a 21-5 ábra mutatja. Valójában végtelen sok különböző út lehetséges. Mivel a ΔT hőmérsékletváltozás minden útra azonos, a ΔU belső energia változása is azonos minden esetben. De az I. főtétel, ($Q = \Delta U + W$) arra utal, hogy az egyes utakhoz szükséges Q hőmennyiség különböző, mert W (a görbe alatti terület) minden egyes útra más és más. Így az adott hőmérsékletkülönbség létrehozásához szükséges Q hőmennyiség nem adható meg egyértelműen.

E nehézség megoldására mindössze két olyan speciális útra határozzuk meg a fajhőt, ami gyakran fordul elő az egyes folyamatok során: az *állandó térfogaton* és az *állandó nyomáson* végbemenő változás alapján. A mólszám alkalmas a gázmennyiség mérésére, ezért bevezetjük a mólhőt:

$$C_v = \text{moláris fajlagos hőmennyiség állandó térfogaton}$$

$$C_p = \text{moláris fajlagos hőmennyiség állandó nyomáson}$$



21-5 ábra

A hőmérséklet T_1 -ről T_2 -re való változtatásakor különböző utakon mehethetünk. Mivel a görbe alatti terület a végzett munkát reprezentálja, az egyes utak eltérő W munkavégzést jelentenek. ΔU azonban mindegyikre azonos, így az I. főtétel ($\Delta U = Q - W$) alapján Q -nak különbözőnek kell lenni minden útra.

A móláris fajlagos hőmennyiséget (mólhőket)⁶ definiáló egyenletek:

$$\text{MÓLHŐK, } Q = nC_V\Delta T \quad (\text{állandó térfogat}) \quad (21-6)$$

$$C_V \text{ ÉS } C_p \quad Q = nC_p\Delta T \quad (\text{állandó nyomás}) \quad (21-7)$$

ahol n a mólszám.

Izochor folyamat

A következőkben az állandó térfogaton végbemenő folyamatot tárgyaljuk, amit a 21-6 ábra mutat be. A térfogat nem változik, így $W = 0$ és az I. főtétel szerint:

$$\Delta U = Q - W$$

$$\Delta U = nC_V\Delta T - 0 \quad (21-8)$$

Ez az egyenlet a ΔT hőmérsékletváltozáshoz tartozó belső energiaváltozást fejezi ki. Mivel az ideális gáz belső energiája *csak* a hőmérséklettől függ, azonos ΔT érték esetén ΔU értéke is azonos lesz, *tekintet nélkül a folyamatra*. Teljesen mindegy ebből a szempontból, hogy az adott hőmérsékletváltozás állandó térfogaton, állandó nyomáson, vagy bármilyen más folyamat során következik be. Ennélfogva az állandó nyomáson végbemenő térfogat- és hőmérsékletváltozásra, ahol a végzett munka $p\Delta V$, azt kapjuk, hogy

$$\Delta U = Q - W$$

$$nC_V\Delta T = nC_p\Delta T - p\Delta V \quad (21-9)$$

Az ideális gáz állapotegyenletéből (állandó nyomáson):

$$p\Delta V = nR\Delta T$$

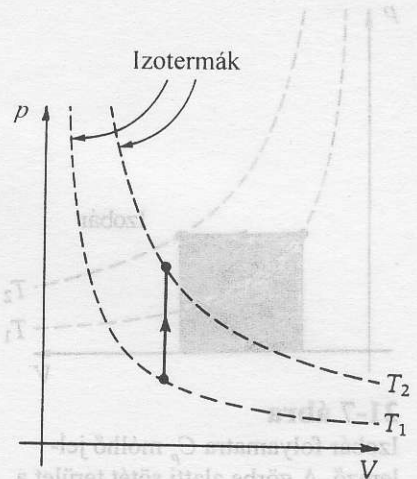
A fenti két egyenletet összevetve a következő összefüggéshez jutunk:

$$\text{A MÓLHŐK KÜLÖNBSEGE} \quad C_p - C_V = R \quad (21-10)$$

Érthető, hogy C_p nagyobb, mint C_V . Amikor állandó nyomáson hőt közlünk a gázzal, akkor tágulási munkát kell végeznie, ami nagyobb energiát igényel az adott belső energiaváltozás létrehozásához. Ezzel szemben, ha állandó térfogaton közlünk hőt, a gáz nem végez munkát, így kevesebb hő szükséges az adott belső energiaváltozás eléréséhez.

Újra hangsúlyozzuk, hogy – az ideális gázzal végzett folyamat típusától függetlenül – a belső energia megváltozása $\Delta U = nC_V\Delta T$, *annak ellenére, hogy a folyamat esetleg nem állandó térfogaton megy végbe*. Így a mólhő állandó térfogaton:

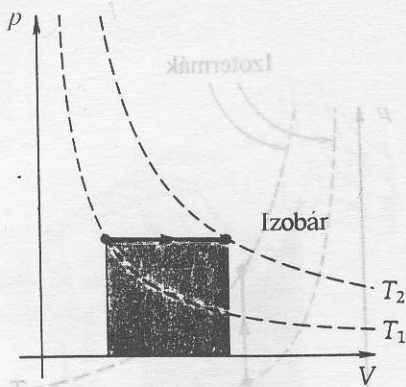
$$\text{MÓLHŐ (állandó térfogaton)} \quad C_V = \frac{1}{n} \frac{dU}{dT} \quad (21-11)$$



21-6 ábra

Izochor változás esetén C_V mólhőt alkalmazunk. A rendszer nem végez munkát a környezeten, mivel a dugattyú nem mozog. (A görbe alatti terület zérus.)

⁶ Emlékeztetünk arra, hogy a szilárd és folyékony anyagok fajhőjét (c) $Q = mc\Delta T$ alapján definiáltuk. Ezekben az esetekben rendkívül nagy nyomás szükséges ahhoz, hogy megakadályozzuk a szilárd testek és folyadékok hőmérsékletnövekedés hatására bekövetkező térfogatnövekedését, így a kísérleti értékeket rendszerint állandó nyomáson (1 bar) mérik. Az egységnyi tömegre vonatkoztatott fajlagos hőtől (c) való megkülönböztetés érdekében az 1 mólna vonatkozó fajlagos hő jelölésére nagy C -t használunk.



21-7 ábra

Izobár folyamatra C_p mólhő jellemző. A görbe alatti sötét terület a rendszer által a környezeten végzett munkát reprezentálja. (Izobár kompresszió ellenkező irányban menne végbe, a görbe alatti terület ekkor a környezet által a gázon végzett munkát reprezentálná. Kompresszió esetén a W munka számértéke negatív, mivel a környezet végez munkát a rendszeren.)

Izobár tágulás

Ez egy olyan folyamat, aminél a nyomás állandó marad (ld. 21-7 ábra). Példánkban, ha fenn akarjuk tartani az állandó nyomást, miközben a dugattyú kifelé mozog, a gáz hőmérsékletét növelni kell. Ez nyilvánvaló a $pV = nRT$ állapotegyenletből. Adott gázmennyiség térfogata – állandó nyomáson – egyenesen arányos a hőmérsékletével. Mikroszkópikus skálán ez azt jelenti, hogy amennyiben a gáz nagyobb térfogatot vesz fel, a fállal történő molekuláris ütközések ritkábbak lesznek, s ez nyomáscsökkenést okoz. A hőmérséklet növelésével azonban növeljük a molekulák sebességét és így kompenzáljuk ezt a hatást.

A rendszer által a környezeten végzett W munka:

$$W = \int_{V_k}^{V_v} p dV = p \int_{V_k}^{V_v} dV = p(V_v - V_k) \quad (21-12)$$

Mivel minden ΔT hőmérsékletváltozással járó folyamatra a belső energia megváltozása:

$$\Delta U = nC_v \Delta T \quad (21-13)$$

az I. főtétel értelmében:

$$\Delta U = Q - W$$

IZOBÁR FOLYAMAT

$$nC_v \Delta T = nC_p \Delta T - p(V_v - V_k) \quad (21-14)$$

21-2 PÉLDA

Tegyük fel, hogy a 21-1 példában szereplő gázt (2 g kezdetben normál állapotú oxigént) izobár módon nyomtuk össze eredeti térfogatának felére. a) Mennyi munka szükséges az összenyomáshoz? b) Mekkora a hőmérsékletváltozás ebben a folyamatban?

MEGOLDÁS

a) A munka a 21-7 ábra vonalkázott területe. Mivel a nyomás állandó, így

$$W = \int_{V_k}^{V_v} p dV = p(V_v - V_k)$$

Mivel $V_v = V_k/2$ $W = p \left(\frac{V_k}{2} - V_k \right) = -\frac{pV_k}{2}$

Tehát meg kell határozni a 2 g normál állapotú oxigén kezdeti térfogatát. Az állapotegyenletből:

$$p_k V_k = nRT_k$$

$$V_k = \frac{nRT_k}{p_k}$$

Ezért

$$W = -\frac{pV_k}{2} = -\frac{pnRT_k}{2p} = -\frac{2}{32} \text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 273 \text{ K} = -70,9 \text{ J}$$

21-5 ábra

A hőmérséklet T_1 -ről T_2 -re való változtatásakor különböző utakon mehetünk. Mivel a görbe alatti terület a végzett munkát reprezentálja, az egyes utak eltérő W munkavégzést jelentenek. ΔU azonban mindig ugyanaz, így az I. főtétel ($\Delta U = Q - W$) alapján Q -nak is különbözőnek kell lenni minden útra.

A negatív előjel azt jelzi, hogy a munkát a környezet végezte a gázon.

b) A végső hőmérsékletet a (20-5) egyenlet felhasználásával a

$$\left(\frac{p_V}{p_k}\right)\left(\frac{V_V}{V_k}\right) = \left(\frac{n_V}{n_k}\right)\left(\frac{T_V}{T_k}\right)$$

összefüggésből kapjuk.

Mivel $p_V = p_k$ és $n_V = n_k$, a T_V hőmérséklet:

$$T_V = \frac{V_V}{V_k} T_k = \frac{1}{2} \times 273 \text{ K} = 137 \text{ K}$$

Adiabatikus folyamat

Ebben a folyamatban nincs sem hőközlés, sem hőelvonás. A már vizsgált példában tehát megszüntetjük a hőtartály és a henger érintkezését. (Gyakorlatilag valamilyen szigetelőanyaggal vesszük körül a készüléket, ilyen a parafa, az azbeszt, vagy a samott-tégla.) Mivel a hőáramlás viszonylag lassú folyamat, ha a folyamatot gyorsan hajtjuk végre, akkor az adiabatikus lesz. Például benzinmotor működésénél a sűrítési üzem a benzingőz és a levegő keverékének adiabatikus kompressziója. Hasonlóképpen a munkalöket során az égéstermékek kibocsátása a légkörbe adiabatikus tágulással történik. Adiabatikus folyamatok egyes esetei fordulnak elő természetesen a földi légkörben. A meteorológiai folyamatokban sokszor olyan gyorsan megy végbe a levegő tágulása és összenyomódása, hogy nincs idő észrevehető hőáramlásra. Ráadásul a folyamatban részt vevő levegő térfogata ilyen esetben ténylegesen el van szigetelve a környezettől.

A következőkben néhány jellemző összefüggést vezetünk le az adiabatikus folyamatokra. Ha $Q = 0$, akkor az I. főtételt alkalmazva, ez adódik:

$$\Delta U = Q - W$$

$$U_V - U_k = 0 - W$$

Az egyenletet átrendezve azt látjuk, hogy a belső energia megváltozása elentétes előjellel megegyezik a gáz által a környezeten végzett munkával:

ADIABATIKUS
FOLYAMAT

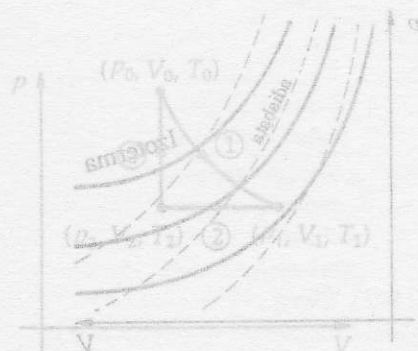
$$U_V - U_k = -W \quad (21-15)$$

Összenyomásnál a munka számértéke *negatív*, így a belső energia növekszik ($U_V > U_k$); azaz a gáz felmelegszik. Táguláskor a W munka *pozitív* mennyiség, így a belső energia csökken, és a gáz lehűl. Mindez érthetőnek tűnik, ha átgondoljuk a folyamatokat a kinetikus gázmodell alapján is. Mikroszkópikus méretekben, amikor a gázatomok rugalmasan visszapattannak a közeledő dugattyúról, sebességük – a hőmérséklet és a belső energia növekedésének megfelelően – nő. Ha távolodó dugattyúról pattannak vissza, akkor valamit veszítenek sebességükből, és így alacsonyabb lesz a hőmérséklet és csökken a belső energia is.

További hasznos összefüggéshez jutunk, ha infinitezimális, reverzibilis adiabatikus folyamatot vizsgálunk. Az első főtétel differenciális alakja:

$$dU = \delta Q - \delta W$$

$$n C_V dT = 0 - \delta W \quad (21-16)$$



21-9 ábra
21-8 ábra
Az adiabat (szaggatottvonal) a „merekkepek”, mint az izoter-
mek (folytonos vonalak).



21-7 ábra

Izobar folyamatra C_p mólhő jellemző. A görbe alatti sötét terület a rendszer által a környezetet végzett munkát reprezentálja. (Izobar kompresszió ellenkező irányban menne végbe, a görbe alatti terület ekkor a környezet által a gázon végzett munkát reprezentálná. Kompresszió esetén a W munka számértéke negatív, mivel a környezet végez munkát a rendszeren.)

Így az adiabatikus folyamat során végzett munka:

$$\delta W = -nC_v dT$$

Ezt integrálva:

ADIABATIKUS FOLYAMAT $W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\kappa - 1}$ (21-17)

ahol $\kappa = C_p/C_v$. (ld. a 21C-23 feladatot!)

Ha a $pV = nRT$ egyenletből indulunk ki, további hasznos összefüggéseket kaphatunk:

$$p dV + V dp = nR dT$$

Megjegyezve, hogy $\delta W = p dV$, ezt az egyenletet egyesíthetjük a (21-16) egyenlettel dT kiküszöbölésére, majd $C_p - C_v = R$ helyettesítéssel – némi átrendezés és algebrai átalakítás után – azt kapjuk, hogy:

$$\frac{dp}{p} + \left(\frac{C_p}{C_v}\right) \frac{dV}{V} = 0$$

A C_p/C_v mólhő arányt a κ szimbólummal jelölve és integrálva a fenti kifejezést, azt kapjuk hogy:

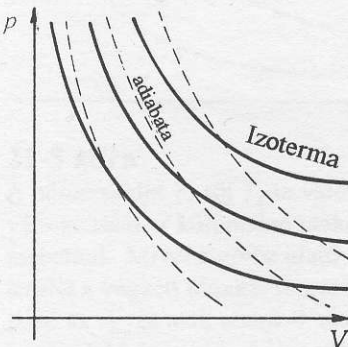
$$\ln p + \kappa \ln V = \text{konstans} \quad (21-18)$$

ADIABATIKUS FOLYAMAT

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa \\ \text{és} \\ T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_2^{\kappa-1} \end{array} \right. \quad (21-19) \quad (21-20)$$

A második összefüggést úgy kapjuk, hogy – mivel $pV/T = \text{állandó}$, – a $p = T/V \cdot \text{állandó}$ kifejezést helyettesíthetjük a (21-19) egyenletbe, ebből adódik: $(T/V)V^\kappa = T \cdot V^{\kappa-1} = \text{állandó}$ (ez az állandó eltér a (21-18) egyenletben lévőttől). *Ügyeljünk arra, hogy az egyenletekben csak V-nek van hatványkitevője, és nem (pV)-nek vagy (TV)-nek*

Mivel $C_p > C_v$, a κ értéke mindig nagyobb, mint 1. Ez azt jelenti, hogy a p - V diagramon az adiabaták „meredekebbek”, mint az izotermák (ld. 21-8 ábrát). Ez érthető, ha felidézünk, hogy az adiabatikus kompresszió során a gáz felmelegszik és így egy magasabb hőmérsékletű izotermára kerül.



21-8 ábra

Az adiabaták (szaggatott vonalak) „meredekebbek”, mint az izotermák (folytonos vonalak).

21-3 PÉLDA

Vizsgáljuk meg újra a 21-1 példában szereplő (2g kezdetben normál állapotú) oxigén gázt. Ezt a gázmennyiséget adiabatikusan összenyomjuk eredeti térfogatának felére. Határozzuk meg a) a nyomás végső értékét (atm-ban) és b) a hőmérséklet végső értékét! A κ értéke 1,4 az O_2 gáz esetében.

MEGOLDÁS

a) Az adiabatikus folyamatra felírható, hogy $p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa$. Ha a p_2 nyomást kifejezzük és a számértékeket behelyettesítjük⁷, akkor

⁷ Mivel a nyomás az egyenlet mindkét oldalán szerepel, mint szorzótényező, ezek mindegyikére azonos átváltási tényező érvényes. Tehát használhatunk „kevert” egységeket, - mint az atm és a m³ - ahelyett, hogy mindenütt csak SI-egység szerepeljen.

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa = 1 \text{ atm} \left(\frac{2}{1} \right)^{1,4}$$

adódik: Ezt úgy számíthatjuk ki, hogy mindkét oldal logaritmusát vesszük:

$$1 \lg p_2 = 1,4 \lg 2 = 0,421$$

Innen $p_2 = 2,64 \text{ atm}$

b) A hőmérsékletet megkaphatjuk a következő egyenletből:

$$\left(\frac{p_2}{p_1} \right) \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

Mivel $n_1 = n_2$ és $V_2/V_1 = 1/2$, azt kapjuk, hogy

$$T_2 = \frac{p_2 V_2 T_1}{p_1 V_1} = \frac{2,64 \text{ atm} \cdot \frac{1}{2} \cdot 273 \text{ K}}{1 \text{ atm}} = 360 \text{ K}$$

21-4 PÉLDA

Ebben a példában adott mennyiségű ideális gázzal végzünk körfolyamatot, melynek során a gázt visszavisszük kiindulási állapotába. Vizsgáljunk egy mól ideális gázt a következő szakaszokból álló reverzibilis folyamat során: ① Izotermikus expanzió p_0 , V_0 , T_0 értékekkel jellemzett állapotból a kétszeres térfogatig; ② állandó nyomású összenyomás az eredeti térfogatig; majd ③ állandó térfogatú melegítés az eredeti nyomásra. A 21-9 ábra vázolja a ciklust. Számoljuk ki mindhárom folyamatra a) a belső energia megváltozását, b) a gázzal közölt hőt és c) a gáz által végzett munkát! Határozzuk meg a teljes ciklusra d) az eredő belső energiaváltozást, e) a gáz munkáját és f) a gázzal közölt összes hőmennyiséget!

MEGOLDÁS

Ha figyelembe vesszük a 21-9 ábrát és alkalmazzuk az ideális gáz állapotegyenletét, akkor felírható, hogy

$$p_1 = p_2 = p_0/2; \quad V_2 = V_0; \quad V_1 = 2V_0 \quad \text{és} \quad T_1 = T_0.$$

① Izotermikus tágulás:

Mivel a belső energia csak a hőmérséklettől függ és $\Delta T = 0$,

$$\Delta U_1 = 0$$

A gáz által végzett W_1 munkát a (21-5) egyenlet adja:

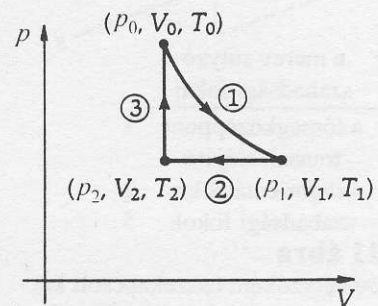
$$W_1 = nRT_0 \ln \frac{V_1}{V_0}$$

$$W_1 = RT_0 \ln 2$$

Az első főtétel alapján $\Delta U = Q - W$

Mivel $\Delta U = 0$, a közölt hő (Q_1):

$$Q_1 = W_1 = RT_0 \ln 2$$



21-9 ábra

A 21-4 példához.

② Izobár összenyomás:

A gáz által végzett W_2 munka

$$W_2 = \int p dV = \int_{2V_0}^{V_0} \frac{p_0}{2} dV = \frac{p_0}{2} (V_0 - 2V_0) = -\frac{p_0 V_0}{2} = -\frac{RT_0}{2}$$

A kompresszió során a gázzal közölt (Q_2) hő a (21-7) egyenletből adódik:

$$Q_2 = nC_p \Delta T = 1C_p \Delta T = C_p(T_2 - T_0)$$

ahol T_2 értékét a következő egyenletből számíthatjuk ki:

$$\left(\frac{p_1}{p_2} \right) \left(\frac{V_1}{V_2} \right) = \left(\frac{n_1}{n_2} \right) \left(\frac{T_1}{T_2} \right)$$

Mivel $n_1 = n_2$,

$$T_2 = T_0 \frac{p_0 V_0}{p_0 V_0} = \frac{T_0}{2}$$

Így

$$Q_2 = -\frac{C_p T_0}{2}$$

Az első főtétel alapján ΔU_2 , a belső energia megváltozása:

$$\Delta U_2 = Q_2 - W_2 = -\frac{C_p T_0}{2} + \frac{RT_0}{2} = \frac{T_0}{2} (R - C_p) = -\frac{T_0}{2} C_v$$

③ Izochoor melegítés:

Mivel a térfogat nem változik,

$$W_3 = 0$$

Ezen változás során a gázzal közölt hő (Q_3):

$$Q_3 = nC_v \Delta T = 1C_v \Delta T = C_v \left(T_0 - \frac{T_0}{2} \right) = \frac{T_0}{2} C_v$$

A ΔU_3 belső energiaváltozást az I. főtételből kapjuk:

$$\Delta U_3 = Q_3 - W_3 = \frac{T_0 C_v}{2}$$

d) Az eredő belső energia megváltozását a teljes körfolyamatra úgy kapjuk, hogy összeadjuk az egyes részfolyamatokra kapott változásokat:

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3$$

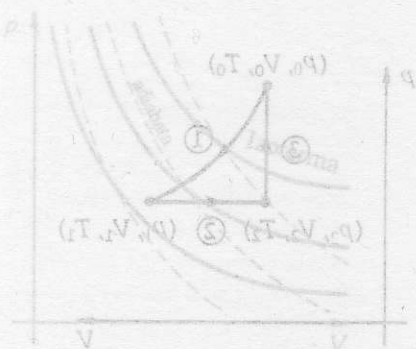
$$\Delta U = 0 + \frac{T_0}{2} (R - C_p) + \frac{T_0}{2} C_v = \frac{T_0}{2} [R - (C_p - C_v)] = 0$$

Azt, hogy nincs eredő belső energiaváltozás, előre megmondhattuk volna abból a tényből, hogy a körfolyamatra vonatkozó kezdeti és végső hőmérséklet azonos, mivel a gáz belső energiája csak a hőmérséklettől függ.

e) A gáz munkáját a teljes körfolyamatra az egyes szakaszokon végzett munkák összegezéséből kapjuk, azaz

$$W = W_1 + W_2 + W_3$$

$$W = RT_0 \ln 2 + \left(-\frac{RT_0}{2} \right) + 0 = RT_0 \left(\ln 2 - \frac{1}{2} \right)$$



21-8 ábra 21-8 ábra
Az adiabaták (szaggatott vonalak) „meredekebbek”, mint az izotermák (folytonos vonalak).

$$W = 0,193 RT_0$$

Figyeljük meg, hogy a munka pozitív mennyiség, igazolva azt, hogy a gáz végzett munkát a környezeten.

f) A teljes körfolyamat során a gázzal közölt hő:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q = RT_0 \ln 2 - \frac{T_0}{2} C_p + \frac{T_0}{2} C_v = RT_0 \left(\ln 2 - \frac{1}{2} \right)$$

$$Q = 0,193 RT_0$$

Ez a példa megerősíti az I. főtételt ($\Delta U = Q - W$) a körfolyamatra, ahol $\Delta U = 0$.

21-1 TÁBLÁZAT Ideális gázra vonatkozó termodinamikai összefüggések összefoglalása

Ideális gáz állapotegyenlete:

$$pV = nRT$$

Ugyanaz, két különböző egyensúlyi állapotra

$$\left(\frac{p_1}{p_2} \right) \left(\frac{V_1}{V_2} \right) = \left(\frac{n_1}{n_2} \right) \left(\frac{T_1}{T_2} \right)$$

A termodinamika I. főtétele:

$$\Delta U = Q - W$$

Folyamat	Q	ΔU	W
----------	---	------------	---

Izotermikus

$$\Delta T = 0$$

$$(\Delta U = 0)$$

$$nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2} \quad 0 \quad (\text{egyenlő a } Q\text{-val})$$

Izochor

$$\Delta V = 0$$

$$(W = 0)$$

$$nC_V \Delta T \quad nC_V \Delta T \quad 0$$

Izobár

$$\Delta p = 0$$

$$nC_p \Delta T \quad nC_V \Delta T \quad p \Delta V$$

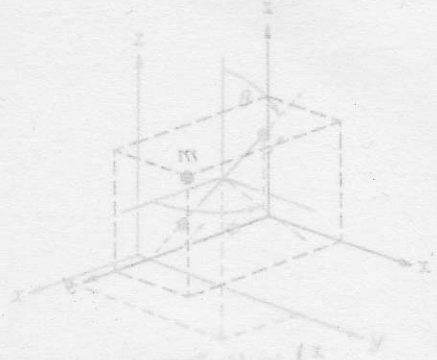
Adiabatikus

$$Q = 0$$

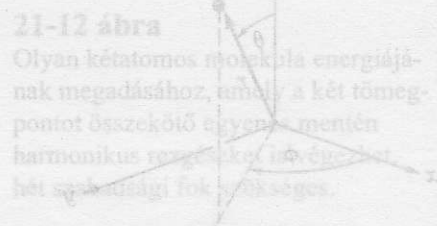
$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa \quad 0 \quad nC_V \Delta T \int_{V_1}^{V_2} p dV = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\kappa - 1}$$

$$T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_2^{\kappa-1}$$

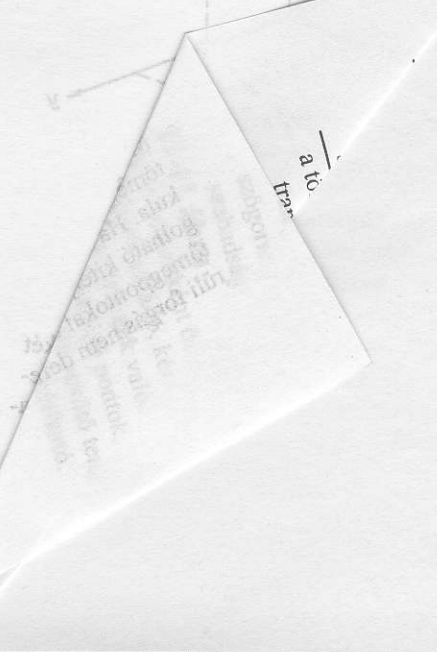
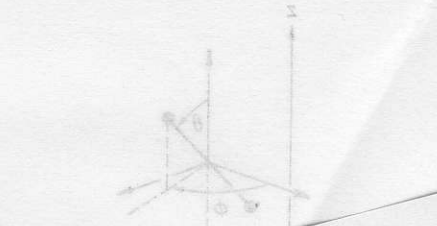
Megjegyzés: Ezekben a kifejezésekben feltételezzük, hogy a C_p és C_v mólhők állandók; $R = C_p - C_v$. A mólhők aránya: $\kappa = C_p/C_v$.

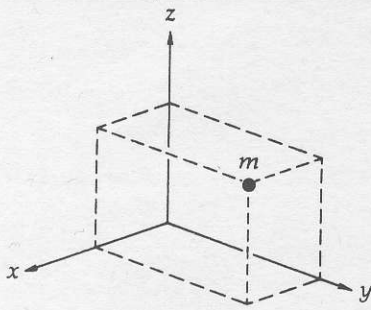


21-12 ábra
Olyan kétatomos molekula energiájának megadásához, amely a két tömegpontot összekötő egyenes mentén harmonikus rezgést végez.



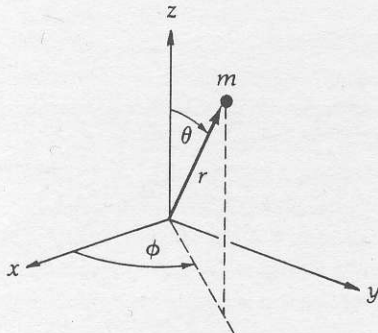
21-10 ábra
Az m tömegű tömegpont szabadon mozoghat három dimenzióban. Térbeli helyzetének leírásához, az alkalmazott koordináta-rendszer típusától függetlenül három paraméter szükséges.





$\left. \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \right\} 3 \text{ paraméter}$

derékszögű koordináták

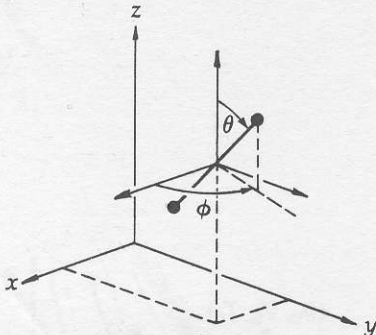


$\left. \begin{matrix} r \\ \theta \\ \phi \end{matrix} \right\} 3 \text{ paraméter}$

gömbi polárkoordináták

21-10 ábra

Az m tömegű tömegpont szabadon mozoghat három dimenzióban. Térbeli helyzetének leírásához, az alkalmazott koordináta-rendszer típusától függetlenül, három paraméter szükséges.



a merev súlyzó szabadsági fokai

a tömegközéppont	3
transzlációjára	
szögorientációkra	2
szabadsági fokok	5

21-11 ábra

Merev súlyzóként összekapcsolt két tömegpontból álló, kétatomos molekula. Ha a tömegek valóban elhanyagolható kiterjedésű pontok, akkor a tömegpontokat összekötő tengely körüli forgás nem definiálható.

21.6 Szabadsági fokok és az ekvipartíció tétele

A kinetikus elmélet alapján megállapítható fontos összefüggés a rendszer belső energiája és a rendszert alkotó részecskék kinetikus energiája közötti kapcsolat. A továbbiakban olyan rendszereket vizsgálunk, amelyek nem tömegpontokból, hanem sokkal bonyolultabb részecskékből állnak: ezek kétatomos, illetve háromatomos molekulák. Megmutatjuk, hogy a belső energia most nemcsak a mozgás kinetikus energiáját tartalmazza, hanem a molekuláris deformációkkal kapcsolatos potenciális energiákat is. Összpontosítsuk figyelmünket először arra, hogy egyetlen részecske teljes energiájának leírásához hány változóra van szükség.

Egy tömegpont mozgása

Vizsgáljunk meg az ideális gáz kinetikus modelljében szereplő atomok közül egyet. Ez az egyetlen tömegpontnak tekinthető részecske a 21-10 ábrán látható módon háromdimenziós mozgást végez. Az egyetlen energiaféleség, amivel rendelkezhet, a transzlációs mozgás következtében fellépő kinetikus energia.⁸ A teljes energia a sebességkomponensekkel kifejezve:

$$E = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2 \quad (21-21)$$

Az energia felírásához **három változó** szükséges: v_x , v_y , és v_z , a három koordinátatengelynek megfelelően. Ha a rendszer N tömegpontot tartalmaz, – amelyek mindegyike egymástól függetlenül mozog – akkor $3N$ változó szükséges a teljes energia felírásához.

A merev súlyzó

A kétatomos gáz molekuláját az ún. „súlyzó”-modellel szemléltethetjük, amelyben két tömegpontot merev rúd kapcsol össze (21-11 ábrán). Hány változó szükséges ahhoz, hogy leírjuk ennek a merev súlyzónak az energiáját? Először is a molekula a térben haladó mozgást végezhet, ami a transzlációs kinetikus energia meghatározására három tagot szolgáltat. Ha a molekula tömege $M = m + m$, akkor ezek a tagok a következők:

$\frac{1}{2}Mv_x^2$, $\frac{1}{2}Mv_y^2$, $\frac{1}{2}Mv_z^2$. Ezen kívül azonban a molekula foroghat is a tömegközéppontja körül. Hány további tag szükséges ezen forgási energia meghatározásához? Egy egyenes térbeli irányának leírásához két paraméter szükséges: a θ és a ϕ szög. E két szöggel meghatározott irány mindegyikéhez kapcsolódik egy lehetséges forgó mozgás. Ha az ezekre vonatkozó tehetetlenségi nyomatékok I_θ , illetve I_ϕ , a súlyzónak a θ szöggel kapcsolatos forgási energiája $\frac{1}{2}I_\theta\omega_\theta^2$, a ϕ koordinátával kapcsolatos forgási energiája

$\frac{1}{2}I_\phi\omega_\phi^2$. (Mivel tényleges pontszerű tömegeket tételezünk fel, a súlyzónak a tömegeket összekötő egyenesre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka zérus, így az e tengely körüli forgással nem kell foglalkoznunk.) A merev súlyzó teljes energiája tehát:

$$E = \underbrace{\frac{1}{2}Mv_x^2 + \frac{1}{2}Mv_y^2 + \frac{1}{2}Mv_z^2}_{\text{transzláció}} + \underbrace{\frac{1}{2}I_\theta\omega_\theta^2 + \frac{1}{2}I_\phi\omega_\phi^2}_{\text{rotáció}}$$

⁸ Mint általában, ezekben a példákban sem foglalkozunk a gravitációs potenciális energiával.

A teljes energia meghatározásához **öt változó** szükséges: $v_x, v_y, v_z, \omega_\theta$ és ω_ϕ . Ha egy rendszer N molekulából áll, amelyek mindegyike egymástól függetlenül mozog, $5N$ változóra van szükségünk a teljes energia felírásához.

A rezgő súlyzó

Módosítsuk a merev súlyzómodellt, hogy még inkább közeledjünk a valósághoz, figyelembe véve, hogy a valódi kétatomos molekulák a két atomot összekötő egyenes mentén rezgőmozgást is végeznek (ld. a 21-12 ábrát!). Tegyük fel, hogy ez harmonikus rezgő mozgás. Lennie kell tehát valamilyen effektív D direkciós erőnek. Az ilyen típusú harmonikus rezgés teljes energiája:

$$E = \frac{1}{2} \mu v_x'^2 + \frac{1}{2} D x'^2 \quad (\text{csak harmonikus rezgésekre}) \quad (21-22)$$

ahol μ a két tömegpontból álló rendszer „redukált tömege”⁹ és x' az atomok közötti távolság. Látható tehát, hogy az energia meghatározásához két további v_x' és x' paraméter szükséges, amelyek a harmonikus rezgés mozgási és potenciális energiájával kapcsolatosak. Tehát a teljes energia:

$$E = \underbrace{\frac{1}{2} M v_x^2 + \frac{1}{2} M v_y^2 + \frac{1}{2} M v_z^2}_{\text{transzláció}} + \underbrace{\frac{1}{2} I_\theta \omega_\theta^2 + \frac{1}{2} I_\phi \omega_\phi^2}_{\text{rotáció}} + \underbrace{\frac{1}{2} \mu v_x'^2 + \frac{1}{2} D x'^2}_{\text{vibráció}}$$

A teljes energia kifejezéséhez ekkor **hét változót** kell meghatározni, ezek: $v_x, v_y, v_z, \omega_\theta, \omega_\phi, v_x'$ és x' . Ha a rendszer N ilyen molekulából áll, akkor a változók száma $7N$.

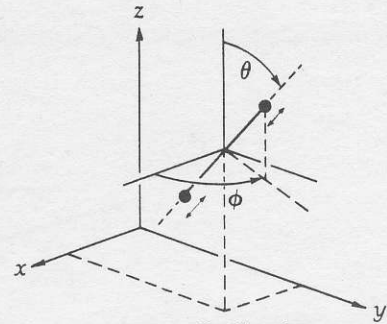
Összefoglalva, ha egy rendszer N részecskét tartalmaz, akkor az egyatomos gáz teljes energiájának meghatározásához $3N$ változó, a merev kétatomos molekulákból álló rendszernél $5N$ változó, kétatomos, rezgő molekulákból álló rendszernél pedig $7N$ változó szükséges.

Miért fontos ez a megállapítás? Azért, mert az energia meghatározásához szükséges változók száma nélkülözhetetlen az **energia ekvipartíció-jaként** ismert elméleti tétel kimondásához. Ezt a tételt először James Clerk Maxwell javasolta, statisztikai megfontolások alapján. A tétel csak klasszikus részecskékre érvényes, vagyis azokra, amelyek a newtoni mechanika szerint viselkednek. A tétel kimondja, hogy:

EKVIPARTÍCIÓ TÉTELE Egy részecskerendszer teljes energiájának meghatározásához szükséges változók mindegyikéhez $1/2$ kT átlagenergia tartozik.

Ez azt jelenti, hogy a rendszer összes energiája **egyenletesen** oszlik el a rendszer energiatárolási lehetőségei között. Az energiatárolás független lehetőségeinek számát **szabadsági fokoknak** is nevezzük.

Mennyire áll összhangban ez az elv a kísérleti eredményekkel? Ennek egyik közvetlen próbája a gázok mólhőinek kísérleti vizsgálata. Az elméleti értéket a következőképpen határozhatjuk meg. Láttuk, hogy 1 mól egyatomos gáz teljes energiájának meghatározásához $3N_A$ változó szükséges (N_A az Avogadro-szám). Tehát a belső energia az ekvipartíció tétel szerint $U = 3N_A \frac{1}{2} kT$. Mivel $N_A k = R$, (ld. 20. fejezetet)



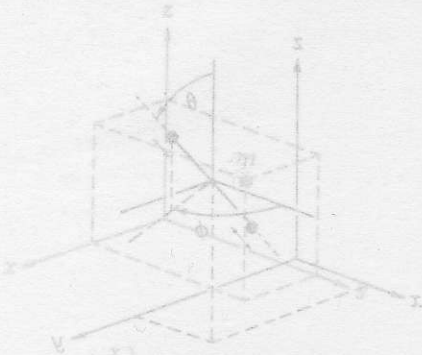
a rezgő súlyzó szabadsági fokok száma

a tömegközéppont transzlációjára	3
szögorientációkra	2
a harmonikus rezgésekre	2
szabadsági fokok	7

21-12 ábra

Olyan kétatomos molekula energiájának megadásához, amely a két tömegpontot összekötő egyenes mentén harmonikus rezgéseket is végezhet, hét szabadsági fok szükséges.

⁹ Az ilyen típusú két tömegpontból álló rezgő rendszer „redukált tömege”: $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$. Ebből a jelölésből származik a kinetikus energiára vonatkozó ismert alakú kifejezés: $E_k = \frac{1}{2} \mu v^2$, ahol v az egyik tömegnek a másikhoz viszonyított sebessége.



a merev súlyzó szabadsági fokok száma
 a tömegközéppont translációjára
 szögorientációkra
 a harmonikus rezgésekre
 szabadsági fokok

21-12 ábra

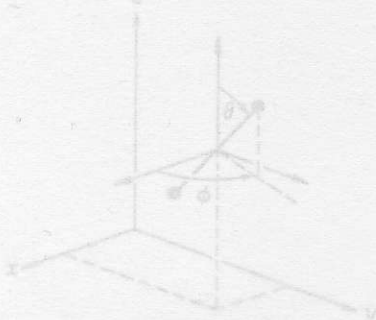
Olyan kétatomos molekula energiájának megadásához, amely a két tömegpont közötti egyenes mentén harmonikus rezgéstől is függően, két szabadsági fok szükséges.

3 paraméter

gömbi polárkoordináták

21-10 ábra

Az m tömegű tömegpont szabadon mozoghat három dimenzióban. Terebeli helyzetének leírásához, az alkalmazott koordináta-rendszer típusától függetlenül, három paraméter szükséges.



a merev súlyzó szabadsági fokai
 a tömegközéppont translációjára
 szögorientációkra
 szabadsági fokok

21-11 ábra

Merev súlyzóként összekapcsolt két tömegpontból álló, kétatomos molekula. Ha a tömegek valóban elhanyagolható kiterjedésű pontok, akkor a tömegpontokat összekötő tengely körüli forgás nem definiálható.

$$U = \frac{3}{2} RT \quad (1 \text{ mól egyatomos gázra}) \quad (21-23)$$

A (21-13) egyenlet differenciális alakjából

$$dU = nC_V dT$$

és a

$$C_V = \frac{1}{n} \frac{dU}{dT}$$

összefüggésből a mólhőre

$$C_V = \frac{1}{1} \frac{d}{dT} \left(\frac{3}{2} RT \right) = \frac{3}{2} R$$

adódik.

A szakirodalomban megadott mólhők értékei rendszerint állandó nyomásra vonatkoznak:

$$C_p = C_V + R = \frac{5}{2} R = 20,8 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \quad (\text{egyatomos gáz: tömegpontok}) \quad (21-24)$$

A rezgés nélküli kétatomos molekulák esetén két további, a forgási energiára vonatkozó változó járul az eddigiekhez, és így

$$C_p = \frac{7}{2} R = 29,1 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \quad (\text{kétatomos molekula: rezgés nélkül}) \quad (21-25)$$

Harmonikus rezgést végző molekulák esetén további két szabadsági fokot is figyelembe kell vennünk és a mólhőre

$$C_p = \frac{9}{2} R = 37,4 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \quad (\text{kétatomos molekula: rezgéssel}) \quad (21-26)$$

adódik.

Többatomos – rezgés nélküli – molekula esetén a szabadsági fokok száma a kétatomos esethez képest eggyel nő, mert a korábban elhanyagolt, harmadik tengely körüli forgást is számításba kell venni. Így:

$$C_p = \frac{8}{2} R = 33,2 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \quad (\text{többatomos molekula: rezgés nélkül}) \quad (21-27)$$

A különféle többatomos molekulára vonatkozó rezgési módok igen bonyolultak. Mivel ezekben az esetekben nagyon gyenge az egyezés az elméleti és a kísérleti eredmények között, ezért nem adunk meg numerikus értékeket. Mindazonáltal az világos, hogy ha sok rezgési mód lehetséges, akkor C_p értéke nő.

Előre meghatározhatjuk κ értékét is. Egyatomos gáz esetében:

$$\kappa = \frac{C_p}{C_V} = \frac{\frac{5}{2} R}{\frac{3}{2} R} = \frac{5}{3} = 1,67 \quad (\text{egyatomos gáz})$$

Rezgés nélküli kétatomos gáz esetében:

$$\kappa = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{7}{2}R}{\frac{5}{2}R} = \frac{7}{5} = 1,4 \quad (\text{kétatomos gáz: nincs rezgés})$$

Kétatomos gázra rezgések esetén:

$$\kappa = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{9}{2}R}{\frac{7}{2}R} = \frac{9}{7} = 1,29 \quad (\text{kétatomos gáz: harmonikus rezgéssel})$$

Többatomos gáz esetében rezgés nélkül:

$$\kappa = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{8}{2}R}{\frac{6}{2}R} = \frac{8}{6} = 1,33 \quad (\text{többatomos gáz: rezgés nélkül})$$

Valamivel kisebb az érték, ha rezgéseket is figyelembe veszünk.

21-5 PÉLDA

Egy gázkeverék 1 mól oxigént (O_2) és 3 mól argont (Ar) tartalmaz. Határozzuk meg az állandó térfogathoz tartozó mólhőt, ha feltételezzük, a hőmérséklet elég alacsony ahhoz, hogy az oxigén molekulák ne végezzenek rezgéseket.

MEGOLDÁS

A kétatomos oxigénmolekulának 5 szabadsági foka van (ha nincs rezgés), így az O_2 molekulák teljes belső energiája:

$$U_{O_2} = n \frac{5}{2} RT = 1 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} RT = \frac{5}{2} RT$$

Az egyatomos argonmolekulákra a szabadsági fokok száma 3, így az argonmolekulák teljes belső energiája:

$$U_{Ar} = n \frac{3}{2} RT = 3 \text{ mol} \cdot \frac{3}{2} RT = \frac{9}{2} RT$$

A gázkeverék teljes belső energiája:

$$U = U_{O_2} + U_{Ar} = \frac{5}{2} RT + \frac{9}{2} RT = 7 RT$$

$$\text{Tehát} \quad C_v = \frac{1}{n} \frac{dU}{dT} = \frac{1}{4 \text{ mol}} \frac{d(7RT)}{dT} = \frac{7}{4} R$$

A 21-2 táblázatban a számított értékeket összevetjük néhány kísérleti adattal. Látható, hogy az egyezés egyatomos gázokra kitűnő. A kétatomos gázok viszont rejtélyesek, mivel az adatok arra utalnak, hogy a rezgési szabadsági fokokon lényegében nem tárolódik energia. Az egyezés hiánya még inkább megfigyelhető a többatomos gázoknál. Talán túlságosan leegyszerűsítettük a modellt azzal, hogy tömegpontokat és tiszta harmonikus rezgéseket

energia-szintek további szabadsági fokok figyelembevételét teszik szükségessé. Néhány ezer kelvint hőmérsékleten a molekulák általában egyatomos gázra diszociálnak.

21-14 ábra

Köbös kristály egyszerű modellje, ahol a szomszéd atomok közötti erőhatásokat a Hooke-törvény szerinti rugókkal szemléltetjük, ami azt eredményezi, hogy az atomok háromdimenziós rezgő mozgást végeznek.

vettünk figyelembe. Vagy talán túlméntünk a klasszikus elmélet érvényességi határán? Mint azt a következőkben látni fogjuk, ezek az adatok olyan hatásoknak tárnak fel, amelyek a kvantumos jelenségekben gyökereznek, és ezt a newtoni mechanika nem képes megmagyarázni.

21-2 TÁBLÁZAT Gázok mólhőinek elméleti és kísérleti értékei 10^5 Pa nyomáson és $\sim 300 \text{ K}$ hőmérsékleten*.

Gáz fajtája	Gáz	$C_p \left[\frac{\text{J}}{\text{mol K}} \right]$			
		Kísérleti	Elméleti	Kísérleti	Elméleti
Egyatomos	He	20,8	20,8	1,66	1,67
	Ar	20,7	20,8	1,67	1,67
Kéttatomos	H ₂	28,8	29,1	1,41	1,40
	O ₂	29,3	nincs rezgés	1,40	nincs rezgés
	NO	29,3	37,4	1,40	1,29
	Cl ₂	34,1	rezgéssel	1,36	rezgéssel
Többatomos	CO ₂	36,6	33,2	1,32	1,33
	SO ₂	40,7	nincs rezgés	1,29	nincs rezgés
	CCl ₄	74,0	rezgéssel	1,13	rezgéssel
	C ₂ H ₆	48,5	magasabb	1,20	alacsonyabb

* Az adatok különböző hőmérsékletekre vonatkoznak, de minden hőmérséklet 15°C és 25°C közötti érték.

21.7 Vezérfonal egy helyes elmélet megalapozásához

Ha a gázok mólhőit széles hőmérsékleti tartományban vizsgáljuk, érdekes irányvonalat figyelhetünk meg. A 21-13 ábra a C_p alakulását mutatja hidrogénre vonatkozóan. A görbéből kitűnik, hogy a hőmérséklet csökkenésével, bizonyos szabadsági fokok már nem vesznek részt az energiának az ekvipartíció tétele által megkövetelt egyenletes tárolásában. A klasszikus statisztikus mechanika nem tudja az okát az egyes szabadsági fokok ilyen „befagyásának”. A klasszikus elmélet szerint a fajhőnek függetlennek kellene lennie a hőmérséklettől.

A klasszikustól eltérő viselkedés oka egészen az 1910-es évekig titokzatos maradt, amikor is a kvantummechanika fejlődése éppen az ilyen jelenséget tudta megmagyarázni. Bár a kvantummechanika tárgyalását későbbre kell halasztanunk, már most megadhatjuk a magyarázatát annak, hogy miért válnak bizonyos szabadsági fokok hatástalanná az energiátárolás szempontjából. Az indoklás lényege egy fontos feltevésben rejlik, amit Max Planck tett 1899-ben (ezt később Niels Bohr és mások módosították):

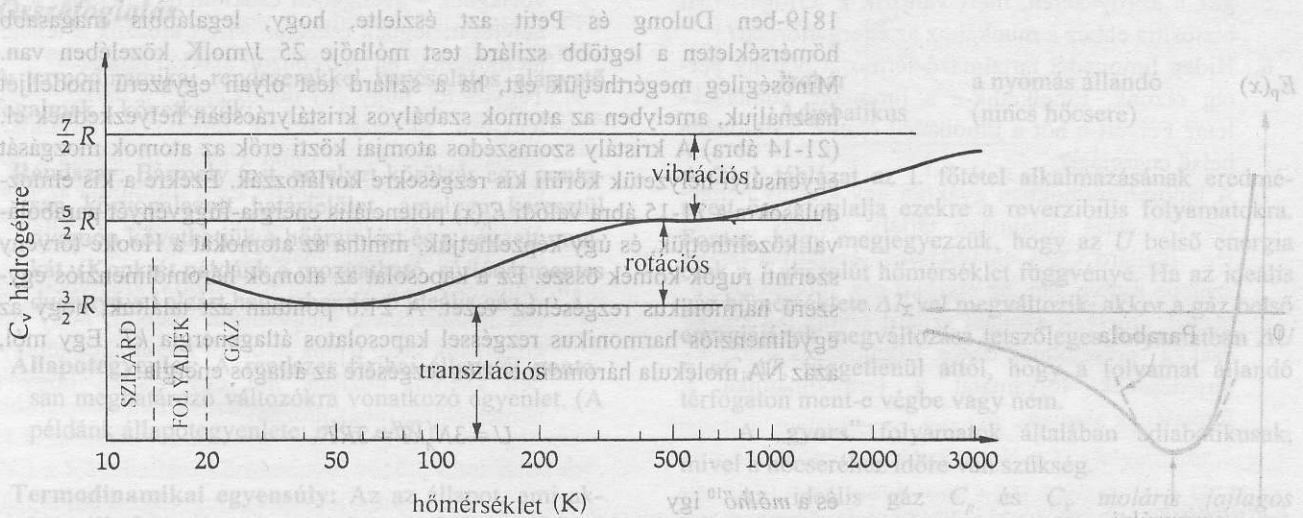
PLANCK KVANTUM HIPOTÉZISE

Egy oszcillátor nem rendelkezhet bármekkora energiával, csak a hf alapvető energiaegység egész számú többszörösével, azaz

$$E = nhf \quad (21-28)$$

ahol n egész szám, h a Planck-állandó és f a frekvencia. Az energia kvantált.

21.8 Szilárd testek fajlagos hőkapacitása



21-13 ábra

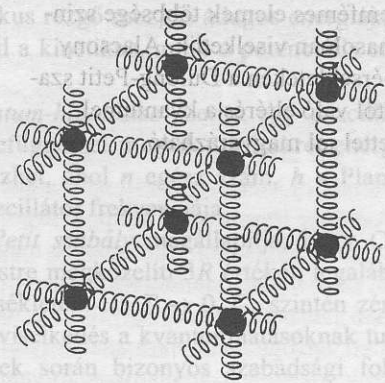
A hidrogén C_v mólhőjének változása a hőmérséklet függvényében. (Figyeljünk a logaritmikus skálára!) A hőmérséklet növekedésével az egy szabadsági fokra jutó átlagenergia is elegendően nagy lesz

ahhoz, hogy a molekulákat a rotációs, ill. vibrációs módozatoknak megfelelő első gerjesztett (kvantált) energiaállapotokba emelje. Még magasabb hőmérsékleteken az atomokon belüli belső

energia-szintek további szabadsági fokok figyelembevételét teszik szükségessé. Néhány ezer kelvin hőmérsékleten a molekulák általában egyatomos gázzá disszociálnak.

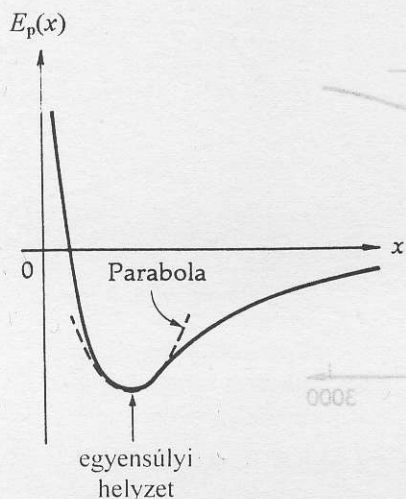
A kétatomos H_2 molekula mind a rotációs, mind a vibrációs mozgásokra meghatározott, kvantált energiaállapotokkal rendelkezik. 293 K körüli hőmérsékleten (szobahőmérséklet) az átlagos translációs kinetikus energia kb. $6 \cdot 10^{21}$ J. Számos rotációs energiaállapot ennél lényegesen alacsonyabb energiájú, így a véletlenszerű ütközések eredményeként a molekula ezeknek az állapotoknak egyikében vagy másikában forgásba jön, tehát az energiát a rotációs módozatai lényegesen. A vibrációs mozgással kapcsolatos energiában azonban az első „kvantum-ugrás” kb. 10-szer nagyobb, mint az átlagos translációs energia. Ezért csak elhanyagolható számú molekula tehet szert a véletlenszerű ütközések során elegendő energiára ahhoz, hogy egy vibrációs energiaállapotot elérjen. Ez az oka, hogy a harmonikus rezgéssel kapcsolatos két szabadsági fok néhány ezer kelvin alatt ténylegesen „befagy”. 300 K körüli érték alatt pedig már a rotációs módozatok is „befagynak”. Ez bizony különös dolog. Ha klasszikusan gondolkodunk, észszerűnek tűnik, hogy egy gáz kétatomos molekulái képesek legyenek szabadon forogni, amikor keresztül haladnak az üres téren. A kvantummechanika elmélete mégis arra utal, hogy ha a hőmérséklet elég alacsony, akkor ez nem így van. A molekulák haladó mozgást végeznek, de nem forognak.

Általában, a hőmérséklet növelésével az egy szabadsági fokra jutó átlagos energia elég nagy lesz ahhoz, hogy sok molekulát magasabb rotációs és vibrációs energiaállapotra gerjessen. Ennélfogva a teljes belső energiának csak kisebb része jut a hőmérséklettel kapcsolatos translációs kinetikus energiára. Ezért a legtöbb anyag mólhője a hőmérséklet emelkedésével növekszik, mivel a „befagyott” szabadsági fokok „felolvadnak”. (Emlékeztünk rá, hogy a hőmérséklet csak a translációs kinetikus energiával arányos.)



21-14 ábra

Köbös kristály egyszerű modellje, ahol a szomszéd atomok közötti erőhatásokat a Hooke-törvény szerinti rugókkal szemléltetjük, ami azt eredményezi, hogy az atomok háromdimenziós rezgő mozgást végeznek.



21-15 ábra
Kristályban lévő atom $E_p(x)$ potenciális energiája. Az egyensúlyi helyzet körüli kis kitérésekre a „potenciálgödör” jól közelíthető parabolával, ami harmonikus rezgéseket eredményez.

21-16 ábra

Három jellegzetes fém mólhője. A nemfémek többsége szintén hasonlóan viselkedik. Alacsony hőmérsékleteken a Dulong-Petit szabálytól való eltérés a kvantumelmélettel jól magyarázható.

21.8 Szilárd testek fajlagos hőkapacitása

1819-ben Dulong és Petit azt észlelte, hogy, legalábbis magasabb hőmérsékleten a legtöbb szilárd test mólhője 25 J/molK közelében van. Minőségileg megérthetjük ezt, ha a szilárd test olyan egyszerű modelljét használjuk, amelyben az atomok szabályos kristályrácsban helyezkednek el. (21-14 ábra) A kristály szomszédos atomjai közti erők az atomok mozgását egyensúlyi helyzetük körüli kis rezgésekre korlátozzák. Ezekre a kis elmozdulásokra a 21-15 ábra valódi $E_p(x)$ potenciális energia-függvényét parabolával közelíthetjük, és úgy képzelhetjük, mintha az atomokat a Hooke-törvény szerinti rugók kötnék össze. Ez a kapcsolat az atomok háromdimenziós egyszerű harmonikus rezgéséhez vezet. A 21.6 pontban azt találtuk, hogy az egydimenziós harmonikus rezgéssel kapcsolatos átlagenergia kT . Egy mól, azaz NA molekula háromdimenziós rezgésére az átlagos energia:

$$U = 3N_A kT = 3RT$$

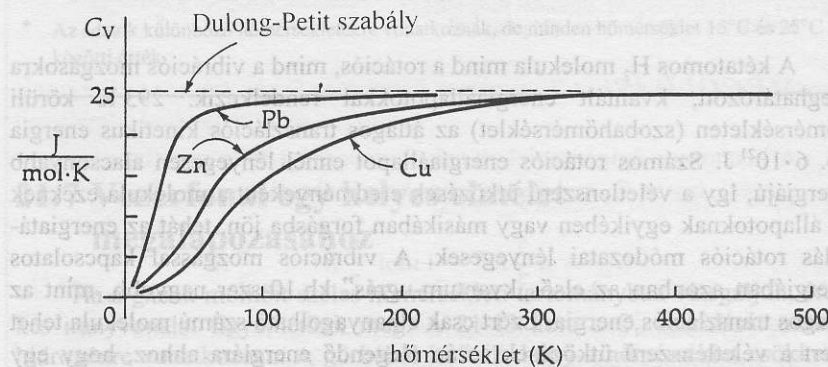
és a mólhő¹⁰ így

$$C_V = dU/dT = 3R.$$

DULONG-PETIT
SZABÁLY

$$C_V = 3R = 3 \cdot 8,314 \text{ J/mol K} = 24,9 \text{ J/mol K} \quad (21-29)$$

Ez az eredmény független az atomok tömegétől, a rugóállandótól és a kristályrács konkrét konfigurációjától. Az egyetlen lényeges feltétel az, hogy az atomok háromdimenziós harmonikus rezgést végezzenek.



Alacsony hőmérsékleten, amint azt a 21-16 ábra illusztrálja, a tényleges fajhő jelentősen eltér az elméleti értéktől. Einstein volt az első 1917-ben, aki egy javított elméleti kifejezést vezetett le, a kvantumfizika akkor új elveinek felhasználásával. Ez pontosabban adott számot a mólhő alacsony hőmérsékleten megfigyelt viselkedéséről.¹¹ Amint azt az előző fejezetben tárgyaltuk, a harmonikus rezgéssel kapcsolatos szabadsági fokok „befagynak”, ha a hőmérséklet csökken. Ezt figyelembe véve a kvantumelmélet a fajhőre jó közelítéssel a kísérletileg megfigyelt adatokat adja.

¹⁰ Mivel a szilárd testek térfogata melegítés hatására csak kis mértékben változik, szilárd test esetében a C_p és C_V közötti különbség meglehetősen kicsi. Gyakorlatilag a szilárd testek térfogatát melegítés közben nehéz állandó értéken tartani, így rendszerint C_p -t mérik, és kis korrekciót végeznek C_V kiszámításához.

¹¹ Ugyanezzel a problémával foglalkozó későbbi munkájára vonatkozóan Einstein ezt írta egy barátjának 1912-ben: „Az utóbbi napokban megfogalmaztam egy elméletet ebben a témában. Az elmélet túl merész szó – ez csak tapogatózás, korrekt alapozás nélkül. Minél sikeresebb a kvantummechanika, annál ostobábbnak látszik. Hogy gúnyolódni a nemfizikusok, ha képesek lennének követni a fejlődés szokatlan útját.”

Összefoglalás

A termodinamikai rendszerekkel kapcsolatos alapvető fogalmak a következők:

Rendszer: Bármely test, amelyet körülzár egy pontosan körvonalazott határfelület, amelyen keresztül nyomom követhetjük a hőáramlást és a végzett munkát. (Konkrét példánk a mozgatható, súrlódásmentes dugattyúval elzárt hengerben lévő ideális gáz.)

Állapotegyenlet: A rendszer fizikai állapotát pontosan meghatározó változókra vonatkozó egyenlet. (A példánk állapotegyenlete: $pV = nRT$.)

Termodinamikai egyensúly: Az az állapot, ami akkor áll fenn, ha egy rendszer minden mérhető jellemzője – mint pl. p , V és T – a rendszerben mindenütt azonos és nem változik az időben.

A termodinamika nulladik főtétele: Ha két rendszer mindegyike termikus egyensúlyban van egy harmadikkal – ami lehet pl. egy hőmérő – akkor a két rendszer egymással termikus egyensúlyban van.

Folyamat: Azok a változások, amelyek egy rendszer egyik állapotból a másikba való átmenete során bekövetkeznek. Ha az energiaáramlás iránya egy állapotjelző infinitezimális megváltoztatásával megfordítható, akkor a folyamat reverzibilis. Ha az állapotjelzők véges megváltoztatása szükséges ehhez, akkor a folyamat irreverzibilis.

A termodinamika I. főtétele: $\Delta U = Q - W$, ahol Q a rendszerrel közölt hő, $\Delta U (= U_v - U_i)$ a rendszer belső energiájának megváltozása és W a rendszer által a környezetén végzett munka. (Ha az energiaáramlás iránya ellentétes, a számérték negatív. Magában az I. főtétel általános felírásában az előjeleket soha nem kell megváltoztatni.)

Az I. főtételt egy **ideális gárendszer** néhány reverzibilis folyamatára alkalmaztuk:

Izotermikus a hőmérséklet állandó

Izochor a térfogat állandó

Kérdések

1. Mi történik végül a taps hangjában lévő energiával? Honnan ered ez az energia?
2. Meg lehet-e mondani, hogy egy rendszer belső energiájának növekedése a rendszeren végzett munkából, vagy a közölt hőből származik?

Izobár a nyomás állandó
Adiabaticus (nincs hőcsere)

A 21-1 táblázat az I. főtétel alkalmazásának eredményeit összefoglalja ezekre a reverzibilis folyamatokra. Fontos, hogy megjegyezzük, hogy az U belső energia csak a T abszolút hőmérséklet függvénye. Ha az ideális gáz hőmérséklete ΔT -vel megváltozik, akkor a gáz belső energiájának megváltozása tetszőleges folyamatban $\Delta U = nC_V\Delta T$, függetlenül attól, hogy a folyamat állandó térfogaton ment-e végbe vagy nem.

A „gyors” folyamatok általában adiabaticusak, mivel a hőcserehez időre van szükség.

Az ideális gáz C_p és C_V moláris fajlagos hőmennyiségei (mólhők), a következő kapcsolatban vannak az univerzális gázállandóval:

$$C_p - C_V = R$$

Minden folyamatra felírható: $\left(\frac{p_1}{p_2}\right)\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)\left(\frac{T_1}{T_2}\right)$

Adiabaticus folyamatokra:

$$p_k V_k^\kappa = p_v V_v^\kappa \quad (\text{ahol } \kappa = C_p/C_V)$$

és

$$T_k V_k^{\kappa-1} = T_v V_v^{\kappa-1}$$

Az **ekvipartíció tétele** kimondja, hogy egy részecskerendszer teljes energiájának meghatározásához szükséges minden egyes változóra, azaz a rendszer minden szabadsági fokára $1/2 kT$ átlagenergia jut. Így az egydimenziós harmonikus rezgő mozgás átlagos energiája kT (azaz $1/2 kT$ mind a kinetikus, mind a potenciális energia).

Planck kvantum-hipotézise szerint egy oszcillátor az $E = nhf$ összefüggéssel megadott, diszkrét energiaértékkel rendelkezhet, ahol n egész szám, h a Planck-állandó és f az oszcillátor frekvenciája.

A **Dulong-Petit szabály** megállapítja, hogy C_V a legtöbb szilárd testre megközelíti $3R$ értékét, legalábbis magasabb hőmérsékleten. Ha $T \rightarrow 0$, C_V szintén zérushoz közelít, ez a viselkedés a kvantumhatásoknak tulajdonítható, amelyek során bizonyos szabadsági fokok „befagynak” és nem vesznek részt az energiatárolásban.

3. Sivatagi utazók gyakran használnak vászon víztömlőket. Miért hűti ez a tömlő a vizet jobban, mint mondjuk egy fémtartály?
4. Átalakítható-e a termikus energia teljes egészében munkává? Átalakulhat-e adott mennyiségű munka teljes egészében hővé?

5. Amikor egy gáz adiabatikusan tágul, munkát végez a környezetén, mert változik a térfogata. Mi biztosítja ehhez a munkához az energiaforrást?
6. Hideg limonádét tartalmazó termoszt néhány percig rázunk. Emelkedik-e a limonádé hőmérséklete? Felvett-e hőt a limonádé? Nőtt-e a limonádé belső energiája?
7. A laboratóriumokban gyakran egy kicsiny hengeres CO_2 -gázt tartalmazó tartály szolgál „száraz jég” (szilárd CO_2) előállítására. Amikor a tartály szelepe nyitva van, az elszökő gáz „hőpelyhekké” alakul, amelyek azonnal szilárd száraz jég „pogácsákká” préselődnek össze. Értelmezzük a gáz kiterjedésének folyamatát a termodinamika I. főtételének alapján.
8. Ha nagyra tátott számból – mintegy 10 cm-es távolságból – gyengéden csuklónkra lehelünk, a lehetet melegnek érezzük. Miért érezzük a lehetet hidegnek, ha összehúzott ajakkal fújunk?
9. Tegyük fel, hogy egy doboz éppen 8 darab, véletlenszerű mozgást végző molekulát tartalmaz. Időnként, véletlenül mind a nyolc molekula a doboz jobb felében található. Ez a fordítottja az irreverzibilis folyamatnak tartott „szabad expanzió”-nak. Hogyan indokolható ez?
10. Mondjunk példát olyan folyamatra, amelyben egy test hőmérséklete megváltozik anélkül, hogy hőt közlőnék vele! Írjunk le olyan folyamatot, amelyben anélkül közlünk hőt egy testtel, hogy a hőmérséklete megváltozna!

Feladatok

21.5 Speciális folyamatok és mólhők

21A-1 a) Mennyi munka szükséges (Joule-ban) 0,16 g normál állapotú hélium eredeti térfogatának tizedrészére történő izotermikus összenyomásához? b) Mennyi hőt kell elvonni a gáztól a folyamat alatt? c) Mekkora a gáz belső energiájának megváltozása? d) Határozzuk meg a hélium végső térfogatát!

21A-2 Tételezzük fel, hogy 0,2 mól $20 \cdot 10^5$ Pa nyomású és 27°C hőmérsékletű egyatomos gáz, izotermikusan tágul eredeti térfogatának kétszeresére. a) Határozzuk meg a gáz által végzett munkát. b) Mennyi a gázzal közölt hő? c) Mekkora a gáz belső energiájának megváltozása? d) Határozzuk meg a gáz végső térfogatát.

21A-3 Normál állapotú, kétatomos ideális gáz ($\kappa = 1,4$) hirtelen eredeti térfogatának négyszeresére tágul. Mekkora a) a végső nyomás és b) a végső hőmérséklet?

21A-4 0,4 mól egyatomos ideális gázt $6 \cdot 10^5$ Pa állandó nyomáson, 27°C kezdeti hőmérsékletéről addig melegítünk, amíg térfogata megkétszereződik. a) Határozzuk meg a gáz által végzett munkát! b) Mennyi hőt közlünk a gázzal? c) Mennyivel változott a gáz belső energiája?

21A-5 Egy liter normál állapotú argon (egyatomos gáz) hirtelen 3 l-re tágul. Határozzuk meg a) a végső nyomást és b) a végső hőmérsékletet!

21A-6 Normál állapotú egyatomos ideális gázt hirtelen eredeti térfogatának harmadára nyomunk össze. Határozzuk meg ezen adiabatikus folyamat esetén a) az új nyomást b) az új hőmérsékletet!

21B-7 Két mól normál állapotú egyatomos ideális gázt állandó nyomáson melegítünk, míg térfogata megkétszereződik. a) Határozzuk meg a végső hőmérsékletet! b) Mekkora a gáz által végzett munka? c) Határozzuk meg a gázzal közölt hőt! d) Mekkora a gáz belső energiájának megváltozása?

21B-8 3 mól egyatomos ideális gázt a $20 \cdot 10^5$ Pa kezdeti nyomásról 27°C -on izotermikusan összenyomunk $60 \cdot 10^5$ Pa nyomásig. a) Mekkora a gázon végzett munka?

b) Mennyi hőt vontunk el a gáztól? c) Mekkora a gáz belső energiájának megváltozása? d) Határozzuk meg a gáz végső térfogatát.

21B-9 p_0, V_0, T_0 kezdeti állapotváltozókkal jellemezhető egyatomos ideális gázzal a következő három folyamatot végezzük: izotermikus expanzió $2V_0$ -ig, izobár kompresszió V_0 -ig és izochor változás a kezdeti állapotig. Igazoljuk, hogy a teljes ciklus során a gáz által végzett munka $p_0 V_0 (\ln 2 - 1/2)$. Vázzuk a folyamatot a nyomás-térfogat *állapotsíkon!*

21B-10 4 mól egyatomos ideális gáz a kezdeti 1 m^3 térfogatról és 300 K hőmérsékletéről adiabatikusan 10 m^3 végső térfogatra tágul. a) Mennyi munkát végez a gáz? b) Mekkora a végső hőmérséklet? c) Mekkora munkát végez a gáz, ha izotermikusan tágul 10 m^3 -re? d) A c) pontban honnan származik a munkavégzéshez szükséges energia?

21B-11 Egyatomos ideális gázt 27°C -ról hirtelen kisebb térfogatra nyomunk össze. Ezután állandó térfogaton eredeti hőmérsékletére hűtjük, majd izotermikusan eredeti térfogatáig tágítjuk. a) Vázzuk a folyamat p - V diagramját! b) Mekkora a ciklus alatt a gázon végzett összes munka, ha a folyamat alatt a hőcserék eredménye $2,09 \cdot 10^4 \text{ J}$ elvont hő?

21B-12 Mutassuk meg, hogy egyatomos ideális gázra az izotermikus kompresszió-modulus ($K = -V \cdot dp/dV$), egyenlő a nyomással!

21B-13 Egy házban egy szoba levegője hűvös, T_1 hőmérsékletű és p_1 nyomású. Most begyújtjuk a kazánt és a szoba levegőjét magasabb T_2 hőmérsékletre melegítjük. Az ajtók és ablakok körüli repedések miatt némi levegő kiszökik a környezetbe, így a nyomás p_1 marad. a) Mutassuk meg, hogy a szoba levegőjének teljes termikus energiája ugyanakkora fűtés után, mint fűtés előtt! b) Hová tűnt a kazánból az energia? (Hanyagoljuk el a falak, a mennyezet, stb. fűtésére fordított energiát!)

21.6 Szabadsági fokok és az ekvipartíció tétele

21A-14 Vizsgáljunk egy egydimenziós „gázmodellt”, amit egy egyenes drót mentén szabadon, – sűrűdés nélkül – csúszó és a drót körül forgó üvegyöngyökből készítettünk. a) Hány szabadsági foka van az egyes gyöngyöknek? b) Egy kétdimenziós gáz modellje állhatna lapos, korong alakú „molekulákból”, amelyek szabadon forognak, miközben sűrűdés nélkül körbe csúsznak egy vízszintes felületen. Hány szabadsági foka van az egyes korongoknak?

21A-15 Két mól hélium gázt (He) összekeverünk 1,5 mól hidrogéngázzal (H₂). Határozzuk meg a keverék állandó nyomáshoz tartozó mólhőjét, ha eltekintünk a hidrogénmolekulák rezgésétől.

21A-16 Határozzuk meg a K értékét a nitrogéngázra (N₂) a lökeshullám körülményei között, ahol mind forgási, mind rezgési gerjesztés előfordul!

21B-17 1600 J hőt közlünk 8 g kezdetben 10°C-os, 60·10⁵Pa nyomású nitrogén-oxid gázzal (NO). Tegyük fel, hogy a gáz olyan kétatomos ideális gázként viselkedik, amelynek molekulái forognak, de nem rezegnek.

a) Mekkora a gáz végső hőmérséklete, ha állandó a nyomás? b) Mekkora a gáz végső térfogata?

21B-18 Vizsgáljunk egy keveréket, ami egyensúlyi állapotú, azonos hőmérsékletű egy- és kétatomos gázból áll. Határozzuk meg az egyatomos gáz következő jellemzőinek arányát a kétatomoshoz képest: a) az átlagos energiáét; b) az átlagos translációs energiáét! Tegyük fel, hogy a kétatomos molekulák forgó mozgást végeznek, de az atomokat összekötő egyenes mentén nincs rezgés.

21B-19 Mekkora egy O₂ molekula átlagos forgási energiája 300 K-hőmérsékleten egyensúlyi állapotban? Tegyük fel, hogy nincs rezgő mozgás!

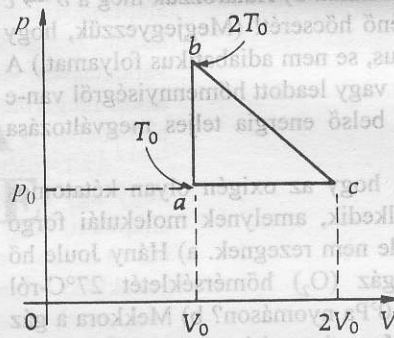
21.8 Szilárd testek fajlagos hőkapacitása

21A-20 Az arany relatív atomtömege 196,97. a) Határozzuk meg a fajhőt a Dulong-Petit szabály felhasználásával. b) A kézikönyvek szerint az arany fajhője 129,79 J/kg K. Mekkora az a) pont számításának százalékos hibája?

21A-21 Szilárd anyag fajhője 443,8 J/kg K. Mekkora a Dulong-Petit szabály alapján számított relatív atomtömeg? (A Dulong-Petit szabályt eredetileg ismeretlen anyagok molekulatömegének meghatározására használták.)

További feladatok

21C-22 Kezdeti p_1, V_1, T_1 állapotjelzőkkel jellemzett egyatomos ideális gázzal a következő, három lépésből álló körfolyamatot végezzük: izotermikus expanzió V_2 térfogatig, izobár kompresszió az eredeti térfogatig és



21-17 ábra

A 21C-26 feladathoz.

izochor melegítés a kezdeti nyomás és hőmérséklet visszaállítására. a) Ábrázoljuk a körfolyamatot a p - V síkon! b) Határozzuk meg a gáz mólszámát a megadott paraméterekkel, a gázállandóval és C_V -vel kifejezve! ($C_V = 3/2 R$) c) Határozzuk meg a T_2 hőmérsékletet az izobár kompresszió végén a b) feladat eredményét felhasználva! d) Írjuk fel mindhárom folyamatra a hőmérséklet változását a megfelelő változók függvényében.

21C-23 a) Vezessük le a V_1 térfogatról V_2 -re történő adiabatikus tágulás során az ideális gáz által végzett munka kifejezését:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{(\kappa - 1)}$$

b) Igazoljuk, hogy ez a kifejezés egyenlő $nC_V(T_1 - T_2)$ -vel!

21C-24 Hőszigetelt tartályban 1 mól 0°C-os héliumot fal választ el 2 mól 100°C-os oxigéntől (O₂). A válaszfalat eltávolítjuk, és a gázok összekeveredés után termikus egyensúlyba kerülnek. a) Határozzuk meg a gázkeverék végső hőmérsékletét, ha feltételezzük, hogy az oxigénmolekulák forgó mozgást igen, de rezgő mozgást nem végeznek. b) Határozzuk meg a keverék állandó térfogatra vonatkozó mólhőjét.

21C-25 Egy liter normál állapotú egyatomos ideális gáz izotermikusan 2 l-re tágul. a) Határozzuk meg a gáz által végzett munkát! b) Ezután expandáltatjuk a gázt 3 l térfogatig adiabatikusan. Határozzuk meg a gáz által végzett munkát az expanzió alatt. c) Határozzuk meg a gáz végső hőmérsékletét. d) Ha ezután először izotermikusan, majd adiabatikusan összenyomjuk a gázt eredeti állapotáig, mekkora az izotermikus folyamat alatt a gázon végzett munka? e) Mekkora ez a munka az adiabatikus folyamat alatt? f) Határozzuk meg a teljes körfolyamat során a gáz által a környezeten végzett munkát! Csatoljuk a körfolyamat p - V diagramját!

21C-26 Két mól egyatomos ideális gázzal a 21-17 ábrán látható abc körfolyamatot végezzük. A p - V síkon mindhárom folyamat ábrája egyenes. Az a pontban a paraméterek: p_0, V_0, T_0 . Az alábbi feladatokat oldjuk meg RT_0 függvényében. a) Határozzuk meg egy teljes

ciklus alatt végzett munkát. b) Határozzuk meg a $b \rightarrow c$ folyamat során történő hőcserét! (Megjegyezzük, hogy ez se nem izotermikus, se nem adiabatikus folyamat.) A rendszer által felvett vagy leadott hőmennyiségről van-e szó? c) Mekkora a belső energia teljes megváltozása egy ciklus során?

21C-27 Tegyük fel, hogy az oxigén olyan kétatomos ideális gázként viselkedik, amelynek molekulái forgó mozgást végeznek, de nem rezegnek. a) Hány Joule hő növeli 4 g oxigéngáz (O_2) hőmérsékletét $27^\circ C$ -ról $40^\circ C$ -ra állandó $20 \cdot 10^5 Pa$ nyomáson? b) Mekkora a gáz végső térfogata? c) Mennyi munkát végez a gáz a folyamat alatt? d) Mekkora a gáz belső energiájának megváltozása?

21C-28 Tegyük fel, hogy 0,4 mól kétatomos ideális gáz kezdeti térfogata 300 K hőmérsékleten 2 liter. A molekulák forgó mozgást végezhetnek, de nem rezegnek az atomokat összekötő egyenes mentén. Határozzuk meg a

gáz által végzett munkát, miközben eredeti térfogatának kétszeresére tágul a következő folyamatok során: a) izobár; b) izotermikus; c) adiabatikus. Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! d) Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!

21C-29 A széndioxid molekula (CO_2) lineáris konfigurációjú molekula, amelynek közepén van a szénatom és ennek két oldalán, egyenlő távolságra helyezkednek el az oxigén atomok. a) Írjuk le a molekula rezgésének négyféle típusát (kettő longitudinális, kettő transzverzális). b) Mekkora a K értéke azon a hőmérsékleten, ahol minden rezgési típus előfordul, ha feltételezzük, hogy mindegyik harmonikus rezgés?

21C-30 Oldjuk meg a 20. fejezet 20C-49 feladatát egy olyan adiabatikus kompresszióra, amely a dugattyút az egyensúlyi helyzetig viszi!

gáz, mind rezgési gerjesztés előfordul.
 21B-17 1600 J hői közünk 8 g kezdetben $10^\circ C$ -os, $60 \cdot 10^5 Pa$ nyomású nitrogén-oxid gázzal (NO). Tegyük fel, hogy a gáz olyan kétatomos ideális gázként viselkedik, amelynek molekulái forgó mozgást végeznek, de nem rezegnek. a) Mekkora a gáz végső hőmérséklete, ha állandó 20 $10^5 Pa$ nyomású b) Mekkora a gáz végső térfogata? c) Mennyi munkát végez a gáz a folyamat alatt? d) Mekkora a gáz belső energiájának megváltozása?
 21B-18 Vizsgáljunk egy kezdetben $10^\circ C$ -ra előmelegített, $10^5 Pa$ nyomású, $10^{-2} m^3$ térfogatú ideális gázt, amelynek molekulái forgó mozgást végeznek, de nem rezegnek. a) Mekkora a gáz végső hőmérséklete, ha állandó 20 $10^5 Pa$ nyomású b) Mekkora a gáz végső térfogata? c) Mennyi munkát végez a gáz a folyamat alatt? d) Mekkora a gáz belső energiájának megváltozása?
 21B-19 Mekkora egy O_2 molekula átlagos forgási energiája $300 K$ hőmérsékleten egyensúlyi állapotban? c) Mekkora a gáz végső hőmérséklete, ha a gáz a kezdeti állapotból $10^5 Pa$ nyomású állapotba kerül?
 21B-20 Mekkora a gáz végső hőmérséklete, ha a gáz a kezdeti állapotból $10^5 Pa$ nyomású állapotba kerül?
 21B-21 Szilárd anyag lépője $44,8 J/kg \cdot K$. Mekkora a $Dulong-Petit$ szabály alapján számított totális atomi hőkapacitás egy $10^5 Pa$ nyomású, $10^{-2} m^3$ térfogatú ideális gázzal, amelynek molekulái forgó mozgást végeznek, de nem rezegnek?
 21B-22 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!
 21B-23 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!
 21B-24 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!
 21B-25 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!
 21B-26 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!
 21B-27 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!
 21B-28 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!
 21B-29 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!
 21B-30 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!

gáz, mind rezgési gerjesztés előfordul.
 21B-17 1600 J hői közünk 8 g kezdetben $10^\circ C$ -os, $60 \cdot 10^5 Pa$ nyomású nitrogén-oxid gázzal (NO). Tegyük fel, hogy a gáz olyan kétatomos ideális gázként viselkedik, amelynek molekulái forgó mozgást végeznek, de nem rezegnek. a) Mekkora a gáz végső hőmérséklete, ha állandó 20 $10^5 Pa$ nyomású b) Mekkora a gáz végső térfogata? c) Mennyi munkát végez a gáz a folyamat alatt? d) Mekkora a gáz belső energiájának megváltozása?
 21B-18 Vizsgáljunk egy kezdetben $10^\circ C$ -ra előmelegített, $10^5 Pa$ nyomású, $10^{-2} m^3$ térfogatú ideális gázt, amelynek molekulái forgó mozgást végeznek, de nem rezegnek. a) Mekkora a gáz végső hőmérséklete, ha állandó 20 $10^5 Pa$ nyomású b) Mekkora a gáz végső térfogata? c) Mennyi munkát végez a gáz a folyamat alatt? d) Mekkora a gáz belső energiájának megváltozása?
 21B-19 Mekkora egy O_2 molekula átlagos forgási energiája $300 K$ hőmérsékleten egyensúlyi állapotban? c) Mekkora a gáz végső hőmérséklete, ha a gáz a kezdeti állapotból $10^5 Pa$ nyomású állapotba kerül?
 21B-20 Mekkora a gáz végső hőmérséklete, ha a gáz a kezdeti állapotból $10^5 Pa$ nyomású állapotba kerül?
 21B-21 Szilárd anyag lépője $44,8 J/kg \cdot K$. Mekkora a $Dulong-Petit$ szabály alapján számított totális atomi hőkapacitás egy $10^5 Pa$ nyomású, $10^{-2} m^3$ térfogatú ideális gázzal, amelynek molekulái forgó mozgást végeznek, de nem rezegnek?
 21B-22 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!
 21B-23 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!
 21B-24 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!
 21B-25 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!
 21B-26 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!
 21B-27 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!
 21B-28 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!
 21B-29 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!
 21B-30 Készítsünk szabadkézi vázlatot a három folyamatról a $p-V$ állapotsíkon! Határozzuk meg az a) és b) folyamatok során történt hőátvitelt!

- 20A-11 $1,7 \times 10^5 \text{ N}$
 20A-13 a) $1,10 \times 10^{30}$ elektron b) $1,82 \times 10^6$ mol
 20A-15 8,01 km
 20B-17 a) 0,489 atm b) 0,888 kg/m³
 20B-19 6,59 m³
 20B-21 átlagban 59,0 atom
 20B-23 átlagosan 3,48 molekula
 20B-25 a) 2,56 atm b) 16,1 m
 20B-27 A válasz adott.
 20A-29 a) $4,14 \times 10^{-16}$ J b) $7,04 \times 10^5$ m/s
 20A-31 $5,80 \times 10^9$ K
 20B-33 A válasz adott.
 20B-35 b) A szökési sebesség 10,8%-a
 20B-37 $(8,28 \times 10^{-9}/l^3) \text{ N/m}^2$ (l méterben)
 20C-39 $8,22 \times 10^{23}$ ütközés/sec
 20C-41 $mv^2/3l^3$
 20C-43 A válasz adott.
 20C-45 $\omega = v\theta/x$
 20C-47 385 m/s, 417 m/s
 20C-49 a) 1,77 cm b) 12,6C°
 20C-51 63,4C°

XXI. Fejezet

- 21A-1 a) 209 J b) 209 J c) 0 d) 0,0896 l
 21A-3 a) 0,144 atm b) 157 K
 21A-5 a) 0,160 atm b) 131 K
 21B-7 a) 546 K b) 4538 J
 c) $1,13 \times 10^4$ J d) 6806 J
 21B-9 A válasz adott.
 21B-11 $2,09 \times 10^4$ J
 21B-13 A válasz adott.
 21A-15 2,93R
 21B-17 a) 216C° b) 0,178 L
 21B-19 $4,14 \times 10^{-21}$ J
 21A-21 56,1
 21C-23 A válasz adott.
 21C-25 a) 70,2 J b) 36,0 J c) 208,3 J
 d) -53,6 J e) -36,0 J f) 16,6 J
 21C-27 a) 47,3 J b) $1,61 \times 10^{-4}$ m³ c) 13,5 J
 d) 33,8 J
 21C-29 b) $\frac{13}{11}$

XXII. Fejezet

- 22A-1 150 J
 22A-3 14,2%
 22A-5 280 K
 22A-7 5,76%
 22B-9 a) 44,6% b) 25%
 22B-11 -5,40C°
 22B-13 A válasz adott.
 22B-15 a) 414 J b) 4600 J
 22B-17 a) 0,99 J b) 3,45 J
 22B-19 $1,97 \times 10^5$ J
 22B-21 a) 370 személy b) 14800,00 dollár c) 4,80 dollár
 22B-23 a) $\frac{4}{3} P_0 V_0$ b) 22,2%
 22B-25 $\frac{2}{13}$
 22C-27 a) 12,4 b) $2,07 \times 10^7$ J c) $6,00 \times 10^7$ J
 d) 2,32 l e) 1,33 l
 22C-29 173 W
 22C-31 $\left(1 - \frac{V_1}{V_3}\right)^{(y-1)}$
 22C-33 a) α : 4,92 l; b) 1,67 atm; c) 6,69 l, $T_c = 408$ K
 b) 52,7 J
 22C-35 A válasz adott.
 22C-37 300 N, 400 N

XXIII. Fejezet

- 23A-1 -24,2 J/K
 23A-3 123 J/K
 23A-5 5,27 J/K
 23B-7 12,6 J/K
 23B-9 A válasz adott.
 23B-11 $\sim 5 \times 10^5$ J/K
 23B-13 A válasz adott.
 23C-15 3807 J
 23C-17 A válasz adott.
 23C-19 b) $mc[(T_2 + T_1) - 2\sqrt{T_2 T_1}]$
 23C-21 A válasz adott.
 23C-23 A válasz adott.
 23C-25 a) 588 J b) zérus c) 1,96 J/K d) 1,96 J/K
 23C-27 $8k \ln 2$
 23C-29 $2,40 \times 10^{26}$ J/K·h