


Villamosmérnök alapszak Fizika1 3. vizsga, 2017. jún. 07.	F1	F2	F3	F4	M	E1	E2	E3	E4	E5	Összesen	Bónusz

NÉV: \_\_\_\_\_

Neptun kód: \_\_\_\_\_

Előadó: Márkus  / Sarkadi-Barócsi

1. Egy  $A$  felületű lemezekből összeállított síkkondenzátor fegyverzetét  $+Q$  és  $-Q$  töltéssel látjuk el.  
a) Mekkora nagyságú térférfősséget hoz létre maga körül a  $+Q$  töltésű lemez? (1)



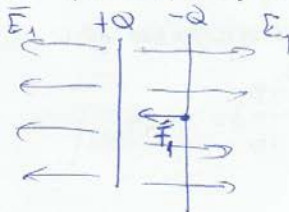
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$dA \parallel \vec{E} \quad \Downarrow$$

$$z \epsilon_0 A = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_1 = \frac{Q}{2 \epsilon_0 A}}$$

(Lemezek nélkül a töltést elhanyagoljuk)


- b) Mekkora, és milyen irányú erőfőrt fejt ki a  $+Q$  töltésű lemez a  $-Q$  töltésű lemezre? (1)



$$\vec{F}_1 = -Q \cdot \vec{E}_1 = \boxed{-\frac{Q^2}{2 \epsilon_0 A}}$$

$+Q$  lemez irányába hat.

- c) Tegyük fel, hogy a két lemez kezdetben igen közel volt egymáshoz. Eltávolítjuk őket egymástól úgy, hogy a lemezek mindvégig párhuzamosak maradnak, a lemezek töltése sem változik. A kísérlet végén a lemezek távolsága  $d$ . Mennyi mechanikai munkát végeztünk a kísérlet során? (1)



$$\vec{F} = -\vec{F}_1 \quad (\vec{F}_1 \text{ ellenerejét fejtjük ki})$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot d = \boxed{\frac{Q^2 d}{2 \epsilon_0 A}}$$

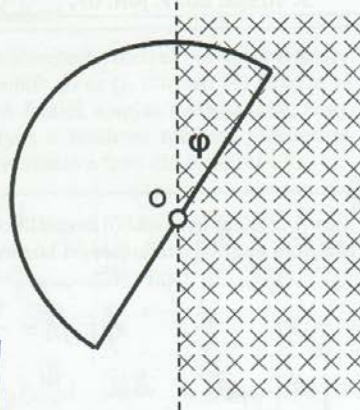
- d) Mutassuk meg, hogy a kísérlet során végzett mechanikai munka megegyezik a kísérlet végén a kondenzátorban a tárolt energiával. (2)

$$W = \frac{Q^2 d}{2 \epsilon_0 A} = \frac{1}{2} Q^2 \cdot \frac{1}{\epsilon_0 \frac{A}{d}} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q U = \boxed{\frac{1}{2} C U^2}$$

$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$   
 $U = \frac{Q}{C}$

/ Síkkondenzátor kapacitása /

2. Egy  $R$  sugarú félkör alakú vezetékburkot készítünk az ábra szerint. A hurkot megforgatjuk az ábra síkjára merőleges, „O” ponton átmenő tengely körül  $\omega$  szögsebességgel. A tér egyik felét az ábra síkjára merőleges, homogén  $B$  indukciójú mágneses mező tölti ki az ábra szerint. A mágneses tér szaggatott vonallal jelölt határa  $\varphi$  szöget zár be a keret egyenes élével. Az elfordulási szög időfüggését a  $\varphi = \omega t$  összefüggés adja meg.

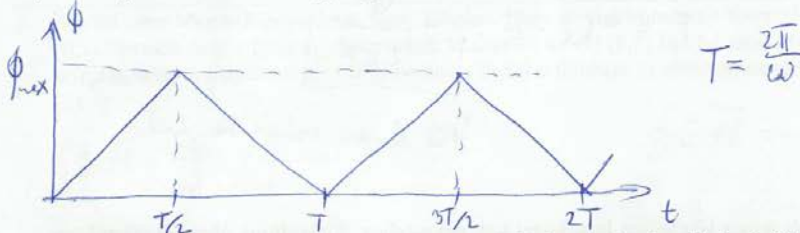


a) Adja meg mágneses indukció keretre vonatkoztatott fluxusának maximális értékét a forgás során! (1,5)

$\phi_{max}$  ha  $\varphi = 180^\circ$

$$\phi_{max} = \int \vec{B} d\vec{A} = B \cdot A = B \cdot \frac{R^2 \pi}{2}$$

b) Ábrázolja a fluxust az idő függvényében! (1)



c) Határozza meg a forgás során a keretben indukálódó feszültség abszolút értékét! (1,5)

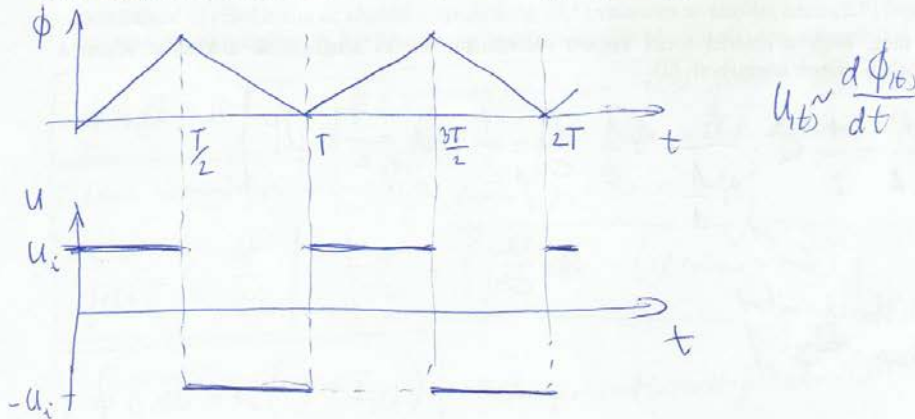
$t_0 = 0 \rightarrow \phi_0 = 0$   
 $t_1 = \frac{T}{2} \rightarrow \phi_1 = \phi_{max}$

$$\Delta t = t_1 - t_0 = \frac{T}{2} = \frac{2\pi/\omega}{2} = \frac{\pi}{\omega}$$

$$\Delta \phi = \phi_1 - \phi_0 = \phi_{max} - 0 = B \cdot \frac{R^2 \pi}{2}$$

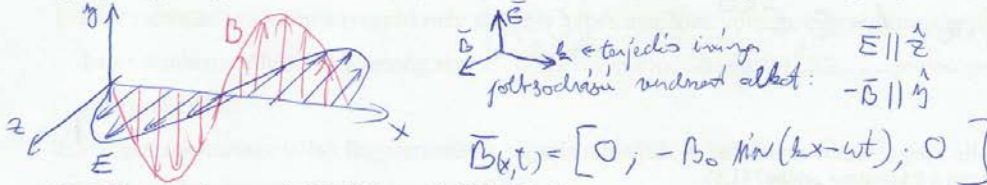
$$|U_{ind}| = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{B R^2 \pi}{2} \cdot \frac{\omega}{\pi} = \frac{B R^2 \omega}{2}$$

d) Ábrázolja a keretben indukált feszültséget az idő függvényében! (1)



3. Vákuumban  $x$  irányban terjed egy elektromágneses síkhullám. Az elektromos térerősség vektorát a következő összefüggés adja meg:  $\vec{E}(x,t) = [0, 0, E_0 \sin(kx - \omega t)]$ .

a) Adja meg a mágneses indukció  $\vec{B}(x,t)$  vektorát koordinátás alakban a hely és idő függvényében! (1)



b) Mekkora a mágneses indukció  $B_0$  amplitúdója? (0,5)

$$B_0 = \frac{E_0}{c}$$

c) Adja meg a  $\vec{j}(x,t)$  eltolási áramsűrűség vektort koordinátás alakban a hely és az idő függvényében! (2)

$$\vec{j}_{elt}(x,t) = \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} = [0, 0, -\epsilon_0 E_0 \omega \cos(kx - \omega t)]$$

d) Adja meg az  $\vec{S}(x,t)$  Poynting-vektort koordinátás alakban a hely és az idő függvényében! (1,5)

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad \vec{S} \parallel \hat{x} \quad |\vec{S}| = \frac{1}{\mu_0} |\vec{E}| |\vec{B}|$$

$$\vec{S}(x,t) = \left[ \frac{1}{\mu_0} E_0 B_0 \sin^2(kx - \omega t); 0, 0 \right]$$

4. Egy részecske hullámfüggvénye a  $0 < x < d$  intervallumon  $\Psi(x) = C \cdot e^{-kx}$  alakú, ahol  $C$  és  $k$  konstansok.

A hullámfüggvény értéke az  $x=0$  pontban  $\Psi(x=0)=A$ , az  $x=d$  pontban  $\Psi(x=d)=B$  értékű.

a) Mekkora a  $C$  konstans értéke? (1)

$$\Psi_{(x=0)} = A = C e^{-k \cdot 0} = C \quad \boxed{C = A}$$

b) Mekkora a  $k$  konstans értéke? (1,5)

$$\Psi_{(x=d)} = B = A e^{-kd} \Rightarrow \frac{B}{A} = e^{-kd} \Rightarrow \ln \frac{B}{A} = -kd$$

$$k = -\frac{1}{d} \ln \frac{B}{A} \quad \boxed{k = \frac{1}{d} \ln \frac{A}{B}}$$

c) Mekkora valószínűséggel tartózkodik a részecske a  $0 < x < d$  intervallumon belül? (3)

$$P = \int_0^d |\Psi|^2 dx = C^2 \int_0^d e^{-2kx} dx = -\frac{C^2}{2k} \left[ e^{-2kx} \right]_0^d = -\frac{C^2}{2k} \left( e^{-2kd} - \underbrace{e^{-2k \cdot 0}}_1 \right)$$


$$P = -\frac{C^2}{2k} \left( e^{-2kd} - 1 \right) = -\frac{C^2}{2 \cdot \frac{1}{d} \ln \frac{A}{B}} \left( e^{-2 \cdot \frac{1}{d} \ln \frac{A}{B} d} - 1 \right) =$$

$$\boxed{P = \frac{C^2 d}{2 \ln \frac{A}{B}} \left( 1 - \left( \frac{B}{A} \right)^2 \right)}$$

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk.  
Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Adott egy  $r_1$  és egy  $r_2$  sugarú, egymástól távol elhelyezkedő fémgömb, melyek vezetékkel össze vannak kötve. A gömbök potenciálja  $U$ . Fejezze ki az egyes gömbök  $Q_1$  és  $Q_2$  töltését! (1) Fejezze ki az egyes gömbök felszínén mérhető  $E_1$  és  $E_2$  térerősséget! (1) A fentiek alapján mutassa meg, hogy ekvipotenciális felületek görbületi sugarával fordítottan arányos a felületen mérhető elektromos térerősség! (0,5) Milyen elektrosztatikából ismert jelenség magyarázható a fenti elmélettel? (0,5)



$$U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \Rightarrow Q = 4\pi\epsilon_0 r U \Rightarrow \begin{matrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} \\ Q_1 = 4\pi\epsilon_0 r_1 U & Q_2 = 4\pi\epsilon_0 r_2 U \\ E_1 = \frac{U}{r_1} & E_2 = \frac{U}{r_2} \end{matrix}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{4\pi\epsilon_0 r U}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{U}{r} \Rightarrow \begin{matrix} E_1 = \frac{U}{r_1} \\ E_2 = \frac{U}{r_2} \end{matrix}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{U}{r_1}}{\frac{U}{r_2}} = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow \boxed{\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2}{r_1}}$$

Kis görbületi sugarú  $\rightarrow$  nagy térerősség  
 $\Rightarrow$  Coulomb-törvény

2. Írja fel azon Maxwell-egyenletet, mely kifejezi, hogy az elektromos tér forrásai az elektromos töltések. (0,5) Nevezze meg a felírt egyenlet másik közismert nevét! (0,5) Írja fel azon Maxwell-egyenletet, mely kifejezi, hogy a mágneses tér forrásmentes! (1) Mi a feltétele az elektromos tér örvénymentességének? (1)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \text{/ Gauss-törvény /}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Ha  $B$  időben állandó:  $\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$  időben állandó mágneses térben az elektronos tér örvénymentes.

3. Írja fel az Ampère-féle gerjesztési törvényt matematikai formában, (0,5) és fogalmazza meg a törvényt egy mondatban! (1) Definiálja az eltolási áramsűrűség, (0,5) valamint az eltolási áram (0,5) fogalmát matematikai összefüggés segítségével, és írja fel az Ampère-Maxwell-féle bővített törvény matematikai alakját! (0,5)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Eltolási áramsűrűség

$$\vec{j}_{elt} = \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$$

Eltolási áram

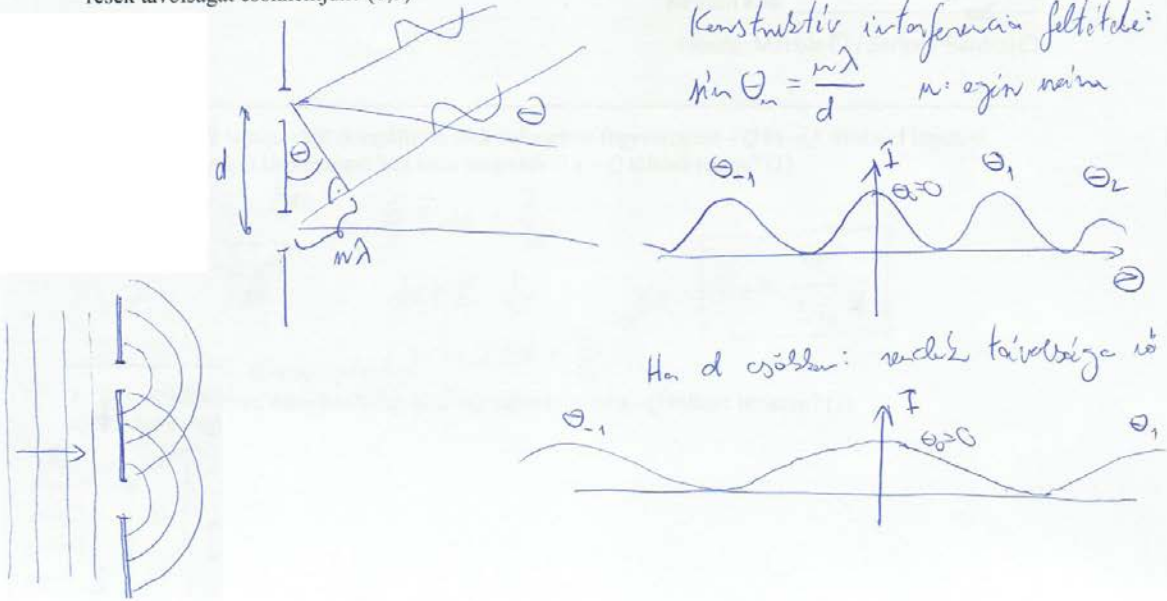
$$I_{elt} = \int \vec{j}_{elt} \cdot d\vec{A}$$

A mágneses indukciókért zárt görbén vett integrálja megegyezik a zárt görbe által határolt területen átfolyó áram  $\mu_0$ -szorosával

Ampère-Maxwell-féle bővített törvény

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I + I_{elt})$$

4. Vázlatosan ábrázolja a Young-féle kétréses kísérletet, melyet  $\lambda$  hullámhosszúságú elektromágneses síkhullámmal végzünk el (0,5). Az ábra, valamint matematikai levezetés segítségével mutassa meg, mely irányokban tapasztalunk konstruktív interferenciát a réstől távol elhelyezett ernyőn! (1) Vázlatosan ábrázolja az ernyőre vetülő fény intenzitását a hely függvényében! (1) Mi történik az elhajlási képpel, ha a rések távolságát csökkentjük? (0,5)



5. Írja fel Bohr atommodelljére vonatkozó négy posztulátumát! (2) Írja fel azt a Bohr által bevezetett matematikai formulát, amelynek köszönhetően az elektron csak diszkrét energiaszinteken tartózkodhat? (0,5) Milyen összefüggés van ebben az esetben az elektron energiája és főkvantumszáma között? (0,5)

- Az elektront a Coulomb-erő tartja körpályán az atommag körül.
- Csak olyan elektronpályák valósulhatnak meg, ahol az elektron impulzusmomentuma  $L = \frac{h}{2\pi} n$  egész számú többszöröse.  $L = \hbar n \quad n = 1, 2, 3, \dots$
- Az egyes pályákon keringő elektronok stacionárius állapotban vannak, nem sugároznak ki elektromágneses hullámokat.
- Ha egy elektron magasabb energiájú pályáról alacsonyabb energiájú pályára kerül át, a két pálya energiakülönbségének megfelelő energiájú elektromágneses hullámot (fotont) bocsát ki. Alacsonyabb energiájú pályáról magasabb energiájú pályára az elektron megfelelő energiájú elektromágneses hullám (foton) elnyelésével kerülhet.

$$E_n = \frac{m e^2}{8 h^2 \epsilon_0} \cdot \frac{1}{n^2} \Rightarrow \boxed{E_n \sim -\frac{1}{n^2}}$$

## Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika2 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. Elektromosan töltött műanyagrúd még akkor is képes magához vonzani egy alufólia darabkát, ha az semleges töltésű. A jelenség a(z) *elektromos megvonás* jelenségével magyarázható.
2. Hengerkondenzátor külső fegyverzetének sugarát növeljük. A belső fegyverzet sugara állandó marad. A kondenzátor kapacitása *csökken*.
3. Fémek felszínén az elektromos térerősség iránya mindig *merőleges a felületre*.
4. Elektromos dipól potenciális energiája akkor a leg-*nagyobb* ha a dipólmomentum vektor és az elektromos térerősség 180 fokos szöget zár be egymással.
5. A „villámhárító” működése a(z) *csírcsata's* nevű jelenségen alapul.
6. Egy 12 V-os akkumulátor 6 J munkát végzett az autó ablaktörlőjén. Az ablaktörlőmotoron *0,5 C* töltés haladt át.
7. A wolfram fajlagos vezetőképessége *csökken*, ha a fémet melegítjük.
8. Az Oersted-kísérlet igazolja, hogy az áramjárta vezetőknek *mágneses tere van*.
9. Infinitesimalis hosszúságú áramjárta vezetékdarab mágneses indukciójáruléka egy adott pontban *fordítottan* arányos az adott pont vezetékdarabtól mért távolságának *négyzetével*.
10. Hurokban indukált feszültség arányos a hurok által határolt terület mágneses fluxusának *idő szerinti deriváltjával*.
11. A mágneses adattárolók működési elve, hogy egyes ferromágneses anyagokban még a külső mágneses tér kikapcsolása után is marad *remanens* mágnesezettség.
12. *Diamágneses* anyagok atomi mágneses momentuma külső mágneses tér hiányában zérus.
13. A foton tömege *nincs*.
14. A foton impulzusa *fordítottan* arányos a fény hullámhosszával.
15. Az időfüggetlen Schrödinger egyenlet csak *konzervatív* rendszerekben írható fel.