

**1. feladat (20 pont)**

a) Az inverzfüggvény deriválási szabályával vezesse le az alábbi függvények deriváltját!

b)  $f(x) = \sqrt[n]{x}$        $g(x) = \operatorname{arctg} x$

$$f(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \operatorname{arctg}(x^3 + 1)$$

Vázlatosan ábrázolja a függvényt! ( $f''$  vizsgálata nem kell.) Mutassa meg, hogy az inverzfüggvény átmegy az  $(e, -1)$  ponton, és írja fel ebben a pontban az érintő egyenes egyenletét!

**2. feladat (15 pont)**

a)

$$F(x) = \int_{-1}^x (1 - 3t) \cos \frac{t}{2} dt = ?$$

b) Indokolja meg, hogy az  $F$  függvénynek van minimuma és maximuma  $[-1, 1]$ -ben, és határozza meg az értéküket!

**3. feladat (16 pont)**

Adjon szükséges és elégséges feltételt határérték létezésére (átviteli elv). Állítását bizonyítsa be! Mutassa meg, hogy  $\lim_{x \rightarrow 0} \cos \frac{1}{x} \nexists$ .

**4. feladat (8 pont)**

Bizonyítsa be a szorzatfüggvény deriválási szabályát!

**5. feladat (14 pont)**

Mondja ki a numerikus sorokra vonatkozó gyökkritérium két alakját! Az egyiket bizonyítsa be!

**6. feladat (10 pont)**

Bizonyítsa be az alábbi állítást!

$$\left. \begin{array}{l} a_n \sim c_n \\ b_n \sim d_n \end{array} \right\} \implies a_n + b_n \sim c_n + d_n$$

**7. feladat (17 pont)**

Integrálás helyettesítéssel. Mondja ki és bizonyítsa be a tanult tételt! Milyen helyettesítést alkalmazunk a  $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$  típusú integráloknál?