

2. Zárthelyi

2008 ősz A3 90 perc

1. Adja meg annak az $[x, y]$ síkbeli egyenesnek x, y -koordinátás implicit egyenletét, melyben a $\sqrt{3}$ sugarú origóközéppontú gömb $P = (1, 1, 1)$ -beli érintősíkja metszi az $[x, y]$ síkot!
2. Számítsuk ki az egységsugarú z tengelyű egyenes hengerpalástra írt egyenletes menetemelkedésű csavarvonal ívhosszát, ha az két menetben köti össze a $P_1 = (1, 0, 0)$ és a $P_2 = (1, 0, 8\pi)$ pontokat!
3. Legyen L az origóközéppontú R sugarú $[x, y]$ -síkbeli pozitívan irányított körvonal, $w = w(r)$ az $r + 90^\circ$ -kal való forgatása és $v(r) = |r|^2 w(r)$ síkvektorfüggvény. Számítsuk ki v vonalmenti integrálját a pozitívan irányított L -cn!
4. Amennyiben léteznek, határozza meg a $z_n = (1 + j^n) \cdot (1 + \frac{j^n}{n})$ sorozat határértékét ill. sűrűsödési értékeit!
5. Legyen $f(z) = f(x + jy) = \frac{x^3}{x^2 + y^2} + j \frac{y^3}{x^2 + y^2}$. Létezik-e, és ha igen mennyi a $\lim_{z \rightarrow 0} f(z)$?
6. Deriválható-e az $f(z) = \bar{z}^2 + z^2$ függvény a $z = 1$ pontban?