Matematika A3 Vizsga-ZH
2010 Január 19

1. Legyen $v(x,y) = [y\sqrt{1+x^2}, y^2]$ és legyen r az a pozitív irányítású háromszögvonal, melynek csúcsai $(1,1)$, $(0,1)$, $(1,0)$. Számítsuk ki $\int_r v$ értékét.

(15 pont)

2. Legyen $\mathcal{G}$ az $\{[x,y,z] \in \mathbf{R}^3 : \ 0 \le x, y \le 5, \ z = \frac{y^2}{2}\}$ pontokból álló felület.
   (a) Számítsuk ki $\mathcal{G}$ felszínét.
   (b) Adjuk meg $\mathcal{G}$ érintősíkjának egyenletét az $[1,4,8]$ pontban.

(20 pont)

3. Legyen $v(x,y) = 4xy - y$.
   (a) Adjuk meg azt a reguláris komplex $f = u + iv$ alakú függvényt, melyre $f(1+2i) = 1+6i$.
   (b) Határozzuk meg f reziduumát az origóban.

(15 pont)

4. Számítsuk ki: $\displaystyle\int_{|z-i|=2} \frac{-ie^{iz}}{z^2-2z+2}\, dz.$
   (A görbe irányítása pozitív; az eredményt ALGEBRAI ALAKBAN adjuk meg!)

(20 pont)

5. Oldjuk meg: $\qquad y' = \frac{y}{x} + \sqrt[3]{1+\frac{y}{x}}.$

(15 pont)

6. Adjunk meg olyan magasabbrendű homogén lineáris differenciálegyenleteket (vagy igazoljuk, hogy nincs ilyen), melyeknek az alábbi B halmazok alaprendszerei. Indokoljunk!
   (a) $B = \{1, x, x^2, ..., x^{2009}\}$.
   (b) $B = \{e^{3x}, 4e^{3x}\}$.
   (c) $B = \{sin(x), cos(x)\}$.

(15 pont)

$\mathcal{L}\left(\frac{t^n}{n!}\right) = \frac{1}{p^{n+1}}, \qquad \mathcal{L}(e^{at}) = \frac{1}{p-a}, \qquad \mathcal{L}(sin(bt)) = \frac{b}{p^2+b^2}, \qquad \mathcal{L}(cos(bt)) = \frac{p}{p^2+b^2}$

Munkaidő: 100 perc.