

Javítási példány

Nagypélda

Egy diszkrét idejű rendszer impulzusválasza: $h[k] = A \delta[k+1] + B \delta[k] + 6 \epsilon[k-1] (\alpha^{k-1} + \beta^{k-1})$.

a) Az A, B, α , β paraméterek mely értékeire létezik a rendszer átviteli karakterisztikája?
(2 pont)

A továbbiakban $A = B = 0$, $\alpha = -\beta = 0,5$ paraméter értékekkel számoljon!

b) Számítsa ki a rendszer átviteli karakterisztikáját, és írja fel normál alakban! (5 pont)

c) A rendszer gerjesztő jele az $u_b[k] = 16 \left(\frac{1}{2}\right)^{|k|}$, ha $-1 \leq k \leq 2$, és egyébként $u_b[k] = 0$.

Adja meg a rendszer válaszjelének Fourier transzformáltját! (5 pont)

d) Adja meg a rendszer válaszjelét valós alakú Fourier sorával, ha a gerjesztőjel az a 4 periódusú periódikus $u_c[k]$ jel, amely $-1 \leq k \leq 2$ -re egyenlő az előző pontbeli az $u_b[k]$ -val!
(8 pont)

a) $|\alpha| < 1$, $|\beta| < 1$, A és B tetszőleges. 2 pont
(Ha $A = 0$ is szerepel, csak 1 pont.)

b) $h[k] = 6 \epsilon[k - 1] (0,5^{k-1} + (-0,5)^{k-1})$, $H(e^{j\vartheta}) = 6 \left(\frac{e^{-j\vartheta}}{1-0,5 e^{-j\vartheta}} + \frac{e^{-j\vartheta}}{1+0,5 e^{-j\vartheta}} \right)$ 3 pont

$H(e^{j\vartheta}) = \frac{12 e^{-j\vartheta}}{1-0,25 e^{-j2\vartheta}}$ 2 pont, összesen 5 pont

c) $U(e^{j\vartheta}) = 8 e^{j\vartheta} + 16 + 8 e^{-j\vartheta} + 4 e^{-j2\vartheta}$ 3 pont

$$Y(e^{j\vartheta}) = (16 + 16 \cos \vartheta + 4 e^{-j2\vartheta}) \frac{12 e^{-j\vartheta}}{1-0,25 e^{-j2\vartheta}}$$

Bármely alakú, egyébként helyes $U(e^{j\vartheta}) H(e^{j\vartheta})$ szorzat felírásáért 2 pont, összesen 5 pont

d) $U_0^C = \frac{1}{4} (8 + 16 + 8 + 4) = 9$, $U_0 = 9$, $\vartheta_0 = \frac{2\pi}{L} = \frac{\pi}{2}$ 1 pont

$U_1^C = \frac{1}{4} \left(8 e^{j\frac{\pi}{2}} + 16 + 8 e^{-j\frac{\pi}{2}} + 4 e^{-j\pi} \right) = 3$, $U_1 = 6$, $\rho_1 = 0$, 1 pont

$U_2^C = \frac{1}{4} (8 e^{j\pi} + 16 + 8 e^{-j\pi} + 4 e^{-j2\pi}) = 1$, $U_2 = 1$, $\rho_2 = 0$. 1 pont

$u[k] = 9 + 6 \cos \frac{\pi}{2} k + \cos \pi k$. 2 pont

$H(e^{j\vartheta}) \Big|_{\vartheta=0} = \frac{12}{0,75} = 16$, $H(e^{j\vartheta}) \Big|_{\vartheta=\frac{\pi}{2}} = \frac{-j12}{1,25} = 9,6 e^{-j\frac{\pi}{2}}$, $H(e^{j\vartheta}) \Big|_{\vartheta=\pi} = \frac{-12}{0,75} = -16$
2 pont

$y[k] = 144 + 57,6 \cos \left(k \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \right) + 16 \cos (k \pi - \pi)$ 1 pont

16 (-1)^{k-1} Összesen 8 pont

Kis példák

1. Adja meg az $x(t) = (1 - \varepsilon(t)) e^{5t}$ jel Fourier transzformáltját, ha létezik, illetve indokolja „nem létezik” válaszát!

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^0 e^{5t} e^{-j\omega t} dt = \left[\frac{1}{5 - j\omega} e^{(5 - j\omega)t} \right]_{-\infty}^0 = \frac{1}{5 - j\omega} \quad 2 \text{ pont}$$

2. Rekonstruálható-e mintáiból az Ω sávkorlátú FI jel $T = \frac{1}{\Omega}$ időközönként vett mintáiból? Indokolja válaszát!

Igen, mert $T < \frac{\pi}{\Omega}$ 2 pont

3. Az $x(t)$ FI jel Fourier transzformáltja $X(j\omega)$. Adja meg az $y(t) = x(t) \cos \omega_0 t$ jel Fourier transzformáltját!

$$Y(j\omega) = \frac{1}{2} (X(j\omega - j\omega_0) + X(j\omega + j\omega_0)) \quad 2 \text{ pont}$$

4. Adja meg a $H(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 2}$ átviteli karakterisztikájú FI rendszer gerjesztő jelét, ha válaszában Fourier transzformáltja $\frac{2}{(j\omega + 2)^2}$!

$$U(j\omega) = \frac{2}{j\omega + 2}, \quad u(t) = \varepsilon(t) 2 e^{-2t} \quad 2 \text{ pont}$$

5. Adja meg az $x(t) = [\varepsilon(t+1) - \varepsilon(t-1)]$ FI jel Fourier transzformáltját! (2 pont)

$$X(j\omega) = \int_{-1}^1 4 e^{-j\omega t} dt = j \frac{4}{\omega} (e^{-j\omega} - e^{j\omega}) = 8 \frac{\sin \omega}{\omega} \quad 2 \text{ pont}$$