

1. feladat (10 pont)

Definícióval igazolja a következő állítás helyességét! ($N(\varepsilon) = ?$)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{n+5} = 3$$

2. feladat (10+10+10=30 pont)

Határozza meg a következő sorozatok határértékét! (Tanult szabályokat, tételeket használhat.)

$$(a) \quad a_n = \sqrt{n^2 + 2n} - n; \quad (b) \quad b_n = \sqrt[n]{\frac{n^3 + 1}{n + 5}}; \quad (c) \quad c_n = \frac{n! + 3^n}{5^n + n^3}.$$

3. feladat (6+6+9+9=30 pont)

$$z_1 = 5 \left(\cos \left(\frac{2\pi}{3} \right) + i \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{3} \right) \right), \quad z_2 = -1 - \sqrt{3} \cdot i$$

Határozza meg a következő mennyiségeket az előírt alakban!

- (a) z_1 , algebrai alakban;
- (b) z_2 , exponenciális vagy trigonometrikus alakban;
- (c) $z_1 \cdot z_2$, algebrai alakban;
- (d) z_2^{10} , exponenciális vagy trigonometrikus alakban.

4. feladat (10+10+10=30 pont)

$$f(x) = \frac{|x^2 + x - 2|}{x^2 - 1}$$

Határozza meg a következő határértékeket! (Tanult szabályokat, tételeket használhat.)

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = ? \quad (b) \quad \lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) = ? \quad (c) \quad \lim_{x \rightarrow +1+0} f(x) = ?$$

5. feladat (10 pont, IMSC-seknek javasolt.)

Határozza meg az

$$a_n = \sin \left(n \cdot \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} \right)$$

numerikus sorozat torlódási pontjait, limesz inferiorját és limesz superiorját! Létezik-e a sorozat határértéke? (Indokoljon!)