Fizika 1i gyakorlat példáinak kidolgozása
2012. tavaszi félév

Köszönetnyilvánítás:

Az órai példák kidolgozásáért, és az otthoni példákkal kapcsolatos kérdések készséges megválaszolásáért köszönet illeti **Scherübl Zoltán** gyakorlatvezetőt.

Az 5. gyakorlat példáinak kidolgozásáért **Nagyfalusi Balázs** gyakorlatvezetőnek.

A 6-7. gyakorlat példáinak kidolgozásáért **Magyar Zsanett** mérnök informatikus hallgatónak.

Hibajelentés:

Hogyha bármilyen hibát találsz a példák megoldási menetében, akkor jelezd légy szíves a következő e-mail címen, és amint tudom, javítom az elírást: **fiz1i@mpp.hu**

Tartalomjegyzék:

Megjegyzés:

Ez a dokumentum csak az 1-4., 6. gyakorlat órai és otthoni, illetve az 5., 7. gyakorlat órai példáinak a megoldási menetét tartalmazza. Az 5., 7. gyakorlat otthoni gyakorlásra kiadott feladatainak megoldása nincsen benne ebben a dokumentumban.

Figyelem! A tárgy sikeres teljesítéséhez elengedhetetlen az előadásokon és a gyakorlatokon való részvétel, a dokumentum nem helyettesíti ezt a kötelezettséget!

Eredményes és sikeres felkészülést kíván a zárthelyikre, illetve a vizsgára a dokumentum készítője.

1. gyakorlat példák órai munkához és otthoni gyakorlásra

2A-28 Egy 10 m/s sebességgel haladó teherautó 10 s alatt egyenletesen gyorsulva megkétszerezi sebességét. a) Határozzuk meg a gyorsulását! b) Mekkora utat tesz meg ezalatt a teherautó?

2B-33 Egy követ 50 m mély kútba ejtettünk. Határozzuk meg, hogy mennyi idő múlva halljuk a kő csobbanását! (A hang terjedési sebessége 330 m/s.)

2B-34 Egy gépkocsi 15 m/s-os egyenletes sebességgel egyenes úton halad. Abban a pillanatban, amikor egy parkoló motoros rendőr mellé ér, a rendőr 2 m/s^2 állandó gyorsulással üldözni kezdi: a) Mennyi idő alatt éri utol a rendőr az autót? b) Mennyi utat tesz meg ezalatt a rendőr és mekkora a sebessége a találkozás pillanatában?

2B-36 Egy labdát a 2-20 ábrának megfelelően egy szakadék széléről felfelé hajítottunk. A labda 5 m magasra emelkedik, majd 15 m mélyen ér talajt a szakadék alján. a) Mekkora volt a labda kezdősebessége? b) Mekkora sebességgel csapódik a talajba? c) Mennyi ideig tartózkodik a labda a levegőben?

2B-38 Egy csapból egyenletesen csöpög a víz a 30 cm-rel lejjebb elhelyezett mosogatóba. A csepegés üteme olyan, hogy amikor egy csepp becsapódik, akkor a következő már a levegőben van és a harmadik éppen leszakad a csapról. Határozzuk meg, hogy hány csepp esik le percenként.

2B-40 Egy, az x tengelyen mozgó részecske sebesség-idő függvényét a $v = 4 + 2t - 3t^2$ egyenlet adja meg. A $t = 0$ időpillanatban a részecske az $x = 8$ m helyen $v = +5$ m/s sebességgel halad át. a) Határozzuk meg a mozgás elmozdulás-idő függvényét! b) Mekkora a részecske legnagyobb sebessége $+x$ irányban?

2C-49 Egy 3 m/s sebességgel süllyedő hőlégballonból homokzsákot ejtenek ki. a) Határozzuk meg a homokzsák sebességét a Földhöz képest a kiejtés után 1 másodperccel. b) Milyen távolságba jut egy másodperc alatt a homokzsák a ballontól, ha a zsák kiejtésének pillanatában a ballon süllyedési sebessége 2 m/s-ra csökken?

2C-58 Egy forgalmi lámpa olyan kereszteződésben áll, ahol 40 km/ó sebességkorlátozás érvényes. A kereszteződés felé a maximálisan megengedett sebességgel gépkocsi közeledik. A kocsi maximális lassulása 2 m/s^2, a vezető reflexideje 0,5 s. a) Tegyük fel, hogy a gépkocsi maximális sebességgel haladt és 3 m/s^2 egyenletes lassulással fékezett. Milyen messzire volt a lámpától a fékezés megkezdésének pillanatában (amikor a lámpa éppen sárgára váltott), ha éppen a stop-vonalon állt meg. b) Milyen hosszú volt a sárga jelzés időtartama, ha a lámpa pontosan a kocsi megállásának pillanatában váltott pirosra?

1.18. Hajó sebessége 10 m/s. A hajón gyerekek labdáznak. A labda egyik gyerektől a másik felé 4 m/s sebességgel gurul a hajó mozgásának irányára merőlegesen. Mekkora, és milyen irányú a labda sebessége?

1.28. 20 m magas ház tetejéről 12 m/s kezdősebességgel ferdén felfelé elhajítunk egy testet. A vízszintessel bezárt szög 30°. Mennyi idő múlva, és a háztól mekkora távolságban érne a talajra, ha nem lenne közegellenállás? ($g \approx 10$ m/s^2)

1.1. Egy követ függőlegesen felfelé, egy másik követ függőlegesen lefelé hajítunk 12 m/s sebességgel, ugyanabban a pillanatban. Mennyi idő múlva lesznek egymástól 60 méter távolságban?

F.1. Egy egyenletesen gyorsuló autó 80 m úton növelte sebességét 10 m/s-ról 20 m/s-ra. Mekkora úton érte el előzőleg a 10 m/s sebességét, ha nyugalmi helyzetből indult, s gyorsulása végig állandó volt?

1.17. Egy gépkocsi a céljához vezető út felén 40 km/h állandó sebességgel halad. Mekkora legyen a sebessége az út másik felén, hogy az egész utat figyelembe véve az átlagsebessége 50 km/h legyen?

1.18. Milyen magasra lehet lőni azzal a puskával, mely vízszintes terepen legfeljebb 1000 m-re „hord"?

1. Milyen irányban dobtuk el azt a testet, amely 4s múlva 80 m távolságban esik a földre (g=10 m/s^2, a légellenállást elhanyagoljuk)?

2. 72 km/h sebességgel haladó vonaton egy utas a vonat mozgásával megegyező irányba elindul a vonathoz viszonyított 0,8 m/s^2 gyorsulással. Három másodperc alatt mekkora a pályatesthez viszonyított elmozdulása?

3. 200 méter magasságban (vízszintesen) 360 km/h sebességgel haladó (űr)repülőgépről a cél előtt milyen távolságban kellene kioldani a segélycsomagot ahhoz, hogy a célba csapódjék? (A feladat a **Marson játszódik: g = 3,69m/s^2** és a légellenállás elhanyagolható.)

4. Egy test mozgását az $r=5t$ és a $\phi=0,2t^2$ egyenletek írják le SI egységekben. Mekkora a test sebessége a $t=2s$ pillanatban?

5. Egy pontszerű test mozog az x tengelyen, úgy, hogy a helyét a következő függvény adja meg: $x=30+20t-15t^2$, ahol x méterben, t sec-ban adott.
a.) Adjuk meg a sebességét az idő függvényében!
b.) Adjuk meg a gyorsulását az idő függvényében!
c.) Adjuk meg a test kezdeti pozícióját és a kezd_sebességét!
d.) Mekkora út megtétele után lesz a sebessége zérus?

6. Egy halász a csónakjával a folyón lefelé evez. Egy híd alatt áthaladva vízbe esik a csáklyája, ezt azonban csak fél óra múlva veszi észre. Ekkor visszafordul, és a hídtól 8km-rel lejjebb éri utol a csáklyát. Mekkora a folyó sebessége, ha a halász a folyón felfelé és lefelé haladva egyformán evez?

2A28: $v_1 = 10\,m/s$, $v_2 = 20\,m/s$ $\Big\}\ \Delta v = 10\,m/s$

$t = 10\,s$

a) $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10}{10} = 1\,(m/s^2)$

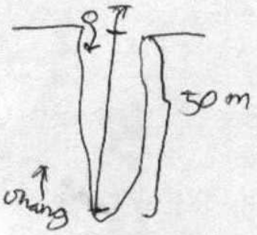
a) $s = v_1 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 = 10 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 10^2 = 150\,(m)$

2B33: $s = h = 50\,m$

$v_{hang} = 330\,m/s$

$g = 10\,m/s^2$

$t = ?$



3,31 mp múlva hallják a kő csobbanását.

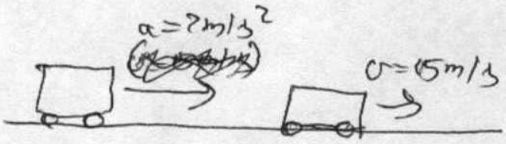
$h = \frac{g}{2} \cdot t_{esés}^2 \Rightarrow t_{esés} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{100}{10}} = \sqrt{10} = 3,16\,(s)$

$v_{hang} = \frac{s}{t_{emelkedés}} \Rightarrow t_{emelkedés} = \frac{s}{v_{hang}} = \frac{50}{330} = \frac{5}{33}\,(s)$

$\Big\}\ t = t_{esés} + t_{emelkedés} = 3,16 + \frac{5}{33} = 3,31\,(s)$

2B34: $v = 15\,m/s$

$a_{rendőr} = 2\,m/s^2$



$v = \frac{s}{t}$ $\quad a = \frac{v}{t}$ $\quad s = \frac{a}{2} \cdot t^2$

$\Downarrow$

$s = v \cdot t$

$v \cdot t = \frac{a}{2} \cdot t^2$

2B40: $v(t) = 4 + 2t - 3t^2$

$t = 0$

$x_0 = 8\,m$

$v_0 = 4 = 4 + 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 = 4\,(m/s)$

a) $x(t) = \int_{t_0} v(t)\,dt = 4t + \frac{2t^2}{2} - \frac{3t^3}{3} + x_0 = 4t + t^2 - t^3 + x_0 = 4t + t^2 - t^3 + 8$

b) $\frac{dv}{dt} = 0 = 0 + 2 - 6t \Rightarrow t = \frac{1}{3}\,(s)$

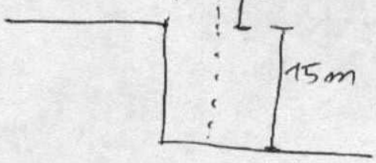
$v(\frac{1}{3}) = 4 + \frac{2}{3} - 3 \cdot \frac{1}{9} = 4 + \frac{1}{3} = 4,33\,(m/s)$

a) $\frac{2v}{a} = t = \frac{2 \cdot 15}{2} = 15\,(s) \Rightarrow$ 15 mp alatt éri utol a rendőr az autót.

b) $s = \frac{a}{2} \cdot t^2 = \frac{2}{2} \cdot 15^2 = 225\,(m) \Rightarrow$ 225 m-t tesz meg ezalatt a rendőr.

$a = \frac{v}{t} \Rightarrow v = a \cdot t = 2 \cdot 15 = 30\,(m/s) \Rightarrow$ 30 m/s a rendőr sebessége a találkozás pillanatában.

2B36:



a)1) $s_1 = \frac{a}{2} t^2 = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2g \cdot s_1} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} = 10\,(m/s)$

$s_1 = 5\,m$

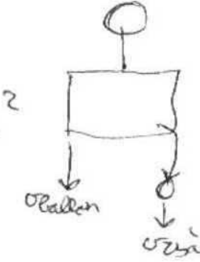
b)2) $s_2 = 15\,m + 5\,m = 20\,m$

$s_2 = \frac{a}{2} t^2 = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v = \sqrt{2g \cdot s_2} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20} = \sqrt{400} = 20\,(m/s)$

c) $t = \frac{v_0}{g} + \frac{v}{g} = \frac{10}{10} + \frac{20}{10} = 3\,(s)$

$a = \frac{v}{t} \Rightarrow t = \frac{v}{a}$

2C49: $v_{ballon} = 3 m/s$



a) $t = 1 s$ $\quad a = g = 10 m/s^2$

$v_{zsák} = ?$

$a = \frac{v}{t} \Rightarrow v = a \cdot t$

$v_{zsák} = v_{ballon} + a \cdot t = 3 + 10 \cdot 1 = 13 (m/s)$

b) $v_{ballon} = 2 m/s$ $\quad t = 1 mp$ $\quad v_0 = 3 m/s$ (a) feladatban a ballon sebessége)

$s_{ballon} = v_{ballon} \cdot t = 2 \cdot 1 = 2 (m)$

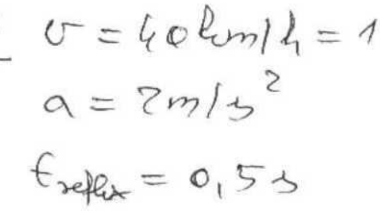
$s_{zsák} = v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2 = 3 \cdot 1 + \frac{10}{2} \cdot 1 = 8 (m)$

$\Delta s = s_{zsák} - s_{ballon} = 8 - 2 = 6 (m)$

2C58: $v = 40 km/h = 11{,}11 m/s$

$a = 2 m/s^2$

$t_{reflex} = 0{,}5 s$



a) $s = ?$

$s = v \cdot t_{reflex} + \frac{a}{2} \cdot t^2 = v \cdot t_{reflex} + \frac{a}{2} \cdot \frac{v^2}{a^2} =$

$= v \cdot t_{reflex} + \frac{v^2}{2a} = 11{,}11 \cdot 0{,}5 + \frac{(11{,}11)^2}{4}$

$= 36{,}41 (m/s)$

$a = \frac{v}{t} \Rightarrow t = \frac{v}{a}$

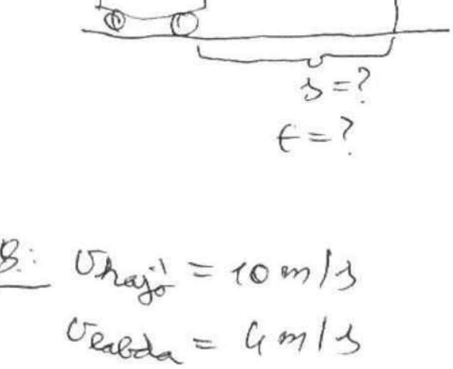
b) $t = t_{reflex} + \frac{v}{a} = 0{,}5 + \frac{11{,}11}{2} = 6{,}055 (s)$

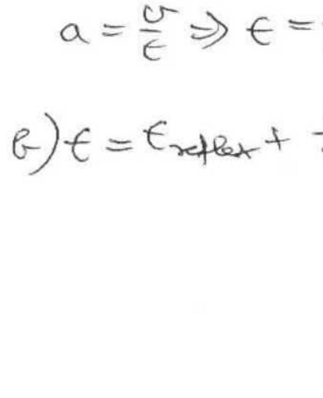
1.18: $v_{hajó} = 10 m/s$

$v_{labda} = 4 m/s$

$|v| = ?$

$\alpha = ?$



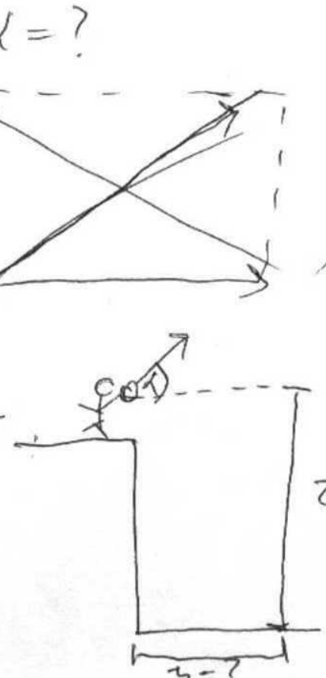


$|v| = \sqrt{v_{hajó}^2 + v_{labda}^2} =$

$= \sqrt{10^2 + 4^2} = 10{,}77 (m/s)$

$tg\,\alpha = \frac{v_{labda}}{v_{hajó}} \Rightarrow \alpha = arctg\left(\frac{v_{labda}}{v_{hajó}}\right) = 21{,}8°$

1.78:



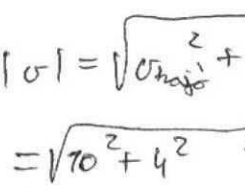
$v_0 = 12 m/s$

$\alpha = 30°$

$h = 20 m$

$s = ?$

$t = ?$



$v_y = v_0 \cdot \sin\alpha = 6 (m/s)$

$v_x = v_0 \cdot \cos\alpha = 6\sqrt{3} (m/s)$

$-h = v_y t - \frac{g}{2} t^2$

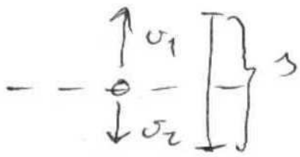
$-20 = 6t - 5t^2$

$0 = 20 + 6t - 5t^2$

$t_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36+400}}{-10} = \begin{cases} -1{,}49 s \\ \boxed{2{,}69 (s)} \end{cases}$

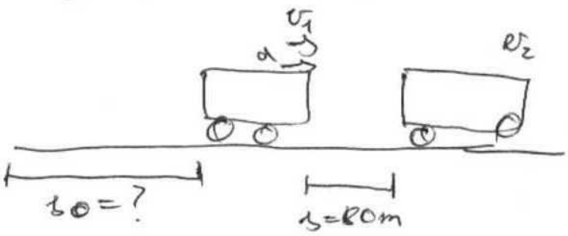
$s = v_x \cdot t = 6\sqrt{3} \cdot 2{,}69 = \boxed{27{,}96 (m)}$

A4: $v_1 = 12\ m/s$
$v_2 = 12\ m/s$
$s = 60\ m$
$t = ?$



$$s_1 = v_1 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$
$$s_2 = v_2 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$
$$s = s_1 + s_2 = v_1 \cdot t + v_2 \cdot t = 2 \cdot 12 \cdot t$$
$$60 = 24t$$
$$2{,}5(s) = t$$

F1: $s = 80m$
$v_1 = 10 m/s$, $v_2 = 20 m/s$ $\Big\}\ \Delta v = 10\ m/s$
$s_0 = ?$



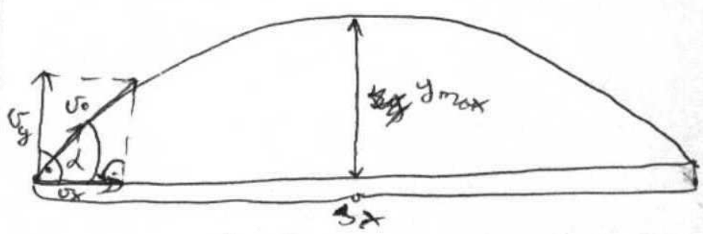
$$t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v_2 - v_1}{a}$$
$$s = v_1 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$
$$80 = 10t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$
$$80 = 10 \cdot \frac{20-10}{a} + \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{20-10}{a}\right)^2$$
$$0{,}8 = \frac{1}{2a} + \frac{1}{a}$$
$$a = 1{,}875 (m/s^2)$$
$$s_0 = \frac{a}{2} \cdot t_{gy}^2 = \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{v_1}{a}\right)^2 = \frac{100}{2a} = 26{,}67 (m)$$

1.17.: $v_1 = 40 km/h \to t_1 = \frac{s}{v_1} = \frac{s}{40}$
$v_2 = ? \to t_2 = \frac{s}{v_2}$
$v_{átl} = 50 km/h$

$$v_{átl} = \frac{s+s}{t_1+t_2} = \frac{2s}{t_1+t_2}$$
$$50 = \frac{2s}{\frac{s}{40} + \frac{s}{v_2}}$$
$$50\left(\frac{s}{40} + \frac{s}{v_2}\right) = 2s$$
$$\frac{5}{4}\cancel{s} + \frac{50\cancel{s}}{v_2} = 2\cancel{s}$$
$$1{,}25 v_2 + 50 = 2v_2$$
$$50 = 0{,}75 v_2$$
$$\underline{66{,}67 (km/h)\ v_2}$$

$$y_{max} = v_y \cdot t_{em} - \frac{g}{2} \cdot t_{em}^2 = v_y \cdot \frac{v_y}{g} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{v_y}{g}\right)^2 = \frac{v_y^2}{2g}$$

1.48.: $s_x = 1000\ m$ $\qquad a = \frac{v}{t} \to t = \frac{v}{a}$
~~[illegible]~~ $y_{max} = ?$



$v_y = v_0 \cdot \sin\alpha$ $\qquad a = \frac{v}{t} \Rightarrow t = \frac{v}{a}$
$v_x = v_0 \cdot \cos\alpha$

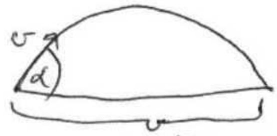
$$\left.\begin{array}{l} t_{emelkedés} = \frac{v_y}{g} = \frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g} \\ t_{esés} = -\|- \end{array}\right\} t_{össz} = \frac{2 \cdot v_y}{g}$$

$$s_x = v_x \cdot t = v_x \cdot \frac{2 \cdot v_y}{g} = \frac{v_0 \cdot \cos\alpha \cdot 2 \cdot v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$
$$= \frac{2 \cdot v_0^2}{g} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha = 1000 (m)$$
$$1000 = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(2\alpha)$$

$\sin 2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = 90° \Rightarrow \alpha = 45°$ esetén lesz a távolság maximális (akkor repül a legmesszebb[illegible]

$$v_0 = \sqrt{\frac{s_x \cdot g}{1}} = 100 (m/s)$$
$$\boxed{y_{max}} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{100^2}{20} = \boxed{500 (m)}$$

1.:



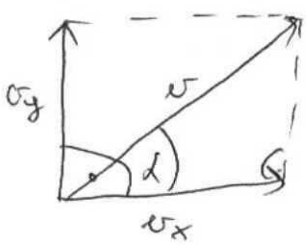
$s = 80\,m$

$t = 4\,s$

$t_{em} = \frac{t}{2} = 2\,(s)$

$a = \frac{v_y}{t} = g \Rightarrow v_y = g \cdot t = 20\,(m/s)$

$v_x = \frac{\frac{s}{2}}{t_{em}} = \frac{40}{2} = 20\,(m/s)$

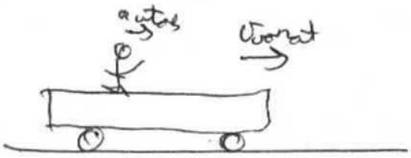


$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2 \cdot 20^2} = \sqrt{2} \cdot 20\,(m/s)$

$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{20}{20}\right) = 45^\circ$

2.: $v_{vonat} = 72\,km/h = 20\,m/s \quad t = 3\,s$

$a_{utas} = 0{,}8\,m/s^2$

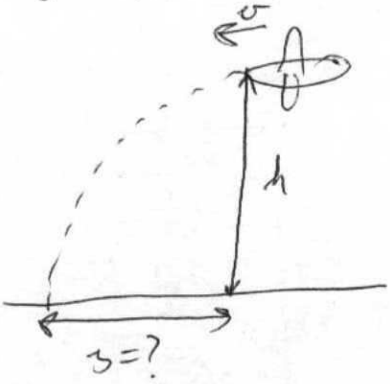


$s = v_{vonat} \cdot t + \frac{a_{utas}}{2} \cdot t^2 = 20 \cdot 3 + \frac{0{,}8}{2} \cdot 9 = 63{,}6\,(m)$

3.: $h = 200\,m$

$v = 360\,km/h = 100\,m/s$

$g = 3{,}69\,m/s^2$



$h = \frac{g}{2} \cdot t^2 = 200$

$\frac{3{,}69}{2} \cdot t^2 = 200$

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{400}{3{,}69}} = 10{,}41\,(s)$

$s = v \cdot t = 100 \cdot 10{,}41 = \underline{\underline{1041\,(m)}}$

4.: $r = 5t$

$\phi = 0{,}2t^2$

$t = 2\,s$

$\left(\cancel{|v| = \sqrt{\dot{r} + \dot{r}}}\right)$ $\dot{r} = 5$

$\dot{\phi} = 0{,}4t$

$|v| = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \cdot \dot{\phi}^2} = \sqrt{25 + 10^2 \cdot (0{,}8)^2} = \sqrt{89} = \underline{\underline{9{,}43\,(m/s)}}$

5.: $x(t) = 30 + 20t - 15t^2$

a) $v(t) = \frac{dx}{dt} = 20 - 30t$

b) $a(t) = \frac{dv}{dt} = -30$

c) $t = 0$

$x(0) = 30$

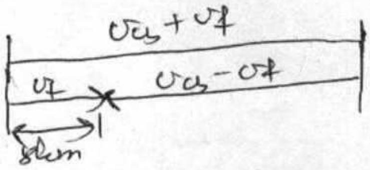
$v(0) = 20\,(m/s)$

d) $v = 0 = 20 - 30t \Rightarrow t = \frac{2}{3}\,(s)$

$x\left(\frac{2}{3}\right) = 30 + \frac{20 \cdot 2}{3} - 15\left(\frac{2}{3}\right)^2 = 36{,}66\,(m)$

$\Delta x = x\left(\frac{2}{3}\right) - x_0 = 36{,}66 - 30 = \underline{6{,}66\,(m)}$ $\Rightarrow$ 6,66 méter megtétele után lesz a sebessége zérus.

6.:



$$\begin{cases}(v_{cs}+v_f)\cdot 0{,}5 = s_1\\ (v_{cs}-v_f)\cdot t_1 + \underbrace{v_f\,(t_1+0{,}5)}_{8} = s_1\end{cases}$$

$$\begin{cases}v_{cs}\cdot 0{,}5 + v_f\cdot 0{,}5 = s_1\\ v_{cs}\cdot t_1 + v_f\cdot 0{,}5 = s_1\end{cases}$$

$v_{cs}\underbrace{(0{,}5 - t_1)}_{0{,}5 = t_1} = 0$

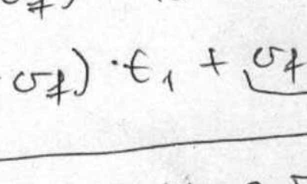
$v_{cs} = 0$

$v_f = 8\,(km/h)$

$v_f(0{,}5 + t_1) = 8$

$v_f \cdot 1 = 8\,(km/h)$

2B38:



$h = 30\,cm = 0{,}3\,m$

$h = \frac{g}{2}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{0{,}6}{10}} = 0{,}2449\,(s)$

$T = \frac{t}{2} \Rightarrow f = \frac{2}{t} = 8{,}16\left(\frac{1}{s}\right)$

$n = 60\cdot f = 60\cdot 8{,}16 \simeq \underline{490\,(db)}$

2. gyakorlat példái

Órai munkához ezekből válogassunk:

4A-11 A nagy gyorsulásoknak az emberi testre gyakorolt hatását úgy tanulmányozzák, hogy az űrhajósokat egy 15 m hosszú rúd végéhez rögzített kabinban vízszintes síkú körpályán megforgatják. a) Mekkora az űrhajós gyorsulása, ha a kabin 23 fordulatot tesz meg percenként? b) Hányszorosa ez a gyorsulás a nehézségi gyorsulásnak?

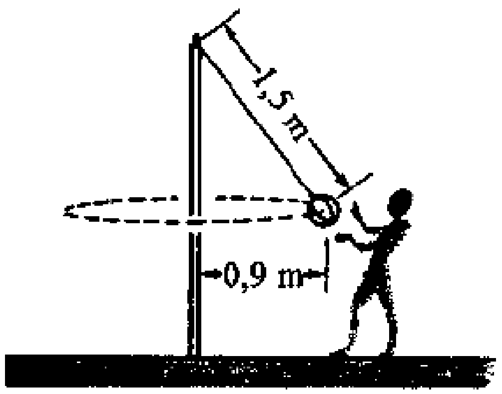
4B-18 Egy sólyom 12 m sugarú, vízszintes síkú íven 4 m/s sebességgel repül. a) Mekkora a centripetális gyorsulása? b) Mekkora a sólyom gyorsulásának nagysága és iránya, ha pályájának síkja és íve nem változik, de 1,2 m/s^2 gyorsulással növelni kezdi sebességét?

4C-26 Egy 300 m-es állandó görbületi sugarú úton haladó autó 1,2 m/s^2 gyorsulással fékezni kezd. a) Határozzuk meg az autó gyorsulásának irányát és nagyságát abban az időpontban, amikor sebessége 15 m/s. Készítsünk vázlatot a gyorsulásvektor irányának jelzésére.

5B-15 4 kg tömegű testre két erő – a lefelé mutató nehézségi erő és egy állandó, vízszintes irányú erő – hat. A megfigyelések szerint a test nyugalomból indult és 12 m/s^2 gyorsulással mozog. Határozzuk meg, hogy a) mekkora a vízszintes irányú erő? b) milyen irányban gyorsul a test? c) vajon egyenes vonalon vagy parabolán mozog-e a test?

5A-26 Két diák 9 kg tömegű jelzőtáblát akaszt egymástól 30 m távolságban lévő épületek azonos magasságú pontjához rögzített kötél középpontjára. A cégtábla belógása a felfüggesztési pontokat összekötő vízszintes alá 30 cm. Mekkora erő feszíti a kötelet?

5A-30 Egy 1,5 m hosszú kötélre kötött 4,5 kg tömegű labda az 5-35 ábrán látható módon kúpingaként 0,9 m sugarú, vízszintes síkú körpályán mozog. a) Mekkora erő feszíti a kötelet? Rajzoljuk meg a labda vektorábráját, beleértve az erők alkalmas derékszögű összetevőkre bontását is! b) Mennyi idő alatt tesz meg a labda egy teljes fordulatot?

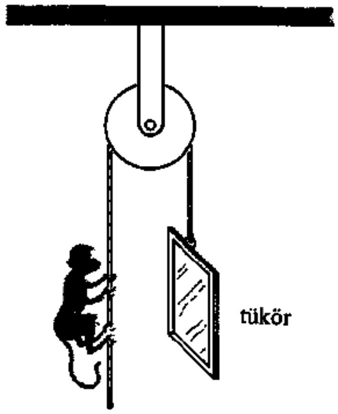


5B-36 Az 5-40 ábrán látható férfi és a tartólap együttes súlya 80 kg. Mekkora erővel tarthatja függve magát a férfi? (Ha esetleg lehetetlennek tartjuk ezt, magyarázzuk meg, hogy miért!)

5A-40 A vízszintes padlón 1,8 m/s sebességgel csúszó doboz 2 másodperc alatt megáll. Mekkora a doboz és a padló közötti csúszó súrlódási együttható?

5B-52 Egy 4 kg tömegű testet az 5-47 ábrának megfelelően $F = 20$ N erővel húzunk. Mekkora a test gyorsulása, ha a test és a talaj közötti csúszó súrlódási együttható 0,2?

5C-73 További humoros illusztrációul szolgál a Newton-törvényekre a következő példa. Súrlódásmentes csigán átvetett, elhanyagolható tömegű kötél egyik végén egy majom, a másikra pontosan vele szembe, hogy lássa magát, egy a majommal egyenlő tömegű tükröt akasztottunk (5-60 ábra). Magyarázzuk meg, hogy miért marad mindig pontosan szemben a majom a tükörrel, ha nyugalmi helyzetből indulva felfelé vagy lefelé mászik?



14B-9 Egy 1,5 kg-os súly egy 3,6 m/s^2 gyorsulással mozgó vasúti mennyezetére zsinórral van felfüggesztve. A súly a kocsihoz viszonyítva nyugalomban van. Határozzuk meg (a) a zsinór függőleges iránnyal bezárt szögét és (b) a zsinórban ébredő erő nagyságát! A feladatot a kocsihoz rögzített vonatkoztatási rendszerben oldjuk meg!

14B-16 Ha valaki az egyetem területén nyugati irányban fut, pontosan mi lesz a rá ható Coriolis erő iránya?

14B-22 Tegyük fel, hogy a Föld tökéletes forgó gömb (azzal ellentétben, hogy alakja inkább lapult szferoid). Egy eszkimó az északi sarkon fürdőszoba mérlegre áll és úgy találja, hogy súlya pontosan 1000 N. Mennyivel tér el a leolvasott érték az előbbi 1000 N-tól ha az egyenlítőn áll rá a mérlegre?

Otthoni gyakorlásra:

4B-13 A tipikus pulzárokról úgy hisszük, hogy kb. 40 km sugarú, másodpercenként 1 fordulatot tevő, különlegesen sűrű neutroncsillagok. a) Mekkora a neutroncsillag egyenlítőjén elhelyezkedő részecske gyorsulása? b) Mekkora a 45. szélességi körön (azaz az egyenlítő és a pólus között félúton) lévő részecske gyorsulása? c) Milyen irányban gyorsul a b) kérdés szerint mozgó részecske?

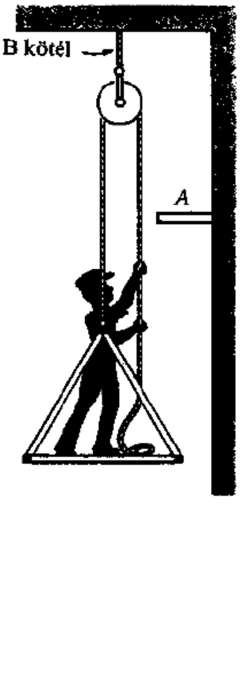
5A-23 Hintában ülő 30 kg-os gyereket vízszintes **F** erővel oldalra húzva egyensúlyban tartunk, miközben a hinta kötele 30°-os szögben áll a függőlegeshez képest. a) Mekkora az **F** erő? b) Mekkora erő feszíti ezalatt a hinta kötelét?

5B-20 Egy gépkocsi 18 m sugarú, függőleges síkú, kör alakú domboldalon mozog felfelé. A domb tetején a vezető tapasztalja, hogy éppen csak érinti az ülést. Mekkora sebességgel haladt a gépkocsi?

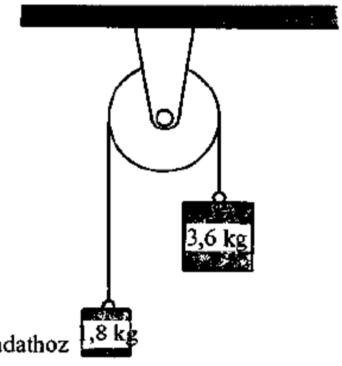
5B-56 Az 5-49 ábrán látható, vízszintes síkon fekvő 3 kg-os hasáb és a sík közötti súrlódási együttható 0,260. Mekkora **F** erő szükséges ahhoz, hogy a hasáb 1,2 m/s^2 gyorsulással mozogjon, ha a csiga tömege és a tengelysúrlódás elhanyagolható? (Megjegyzés: adott **F** erő esetében mekkora a kötélt feszítő erő?)

5B-62 Az 5-53 ábra szerint két érintkező hasáb fekszik a vízszintes, súrlódásmentes talajon. a) Mekkora vízszintes **F** erővel toljuk az 5 kg tömegű testet, hogy a rendszer 2 m/s^2 gyorsulással mozogjon? b) Mekkora erővel hat ezalatt a 7 kg-os hasáb az 5 kg-os testre?

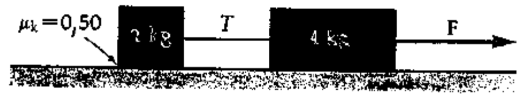
5B-34 Egy épület oldalának befestéséhez a festő az 5-38 ábrán látható módon csigán átvetett kötéllel húzza fel magát. Egy adott helyzet rögzítésére a festő a húzott, szabad kötélágat is az állványhoz szokta erősíteni. (A festő és az állvány együttes súlya 900 N, a kötél szakítószilárdsága 1350 N.) Egy alkalommal azonban az épület falából kiálló, különlegesen erős és biztonságos csővéget (az ábrán *A*-val jelölve) talált, s a kötélvéget ehhez erősítette. Milyen katasztrofális következményekkel járt ez és miért?



5B-35 Az 5-39 ábrán látható módon, súrlódásmentesen forgó csigán átvetett, elhanyagolható tömegű kötél végeire 1,8 és 3,6 kg-os tömeget erősítettünk, majd nyugalomból indítva magára hagytuk a rendszert.
a) Newton második törvényének alkalmazásával határozzuk meg a testek gyorsulását! b) Mekkora erő feszíti a fonalat, miközben a testek gyorsulnak? c) Mekkora sebességgel érkezik le 15 cm magasból a 3,6 kg-os test?



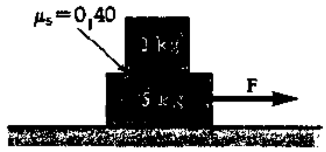
5-39 ábra
Az 5B-35 feladathoz



5-45 ábra
Az 5B-50 feladathoz

5B-50 Két, vízszintes síkon fekvő testet az 5-45 ábra szerint fonallal kötöttünk össze. A testek és a sík közötti csúszási súrlódási együttható 0,5. a) Mekkora vízszintes irányú **F** erővel mozgathatjuk a testeket 2 m/s^2 gyorsulással? b) Mekkora erő feszíti ezalatt az összekötő fonalat?

5B-61 Az 5-52 ábra szerinti elrendezésben a felső és az alsó hasáb között a tapadási súrlódási együttható 0,4, a vízszintes sík súrlódásmentes. Mekkora maximális vízszintes **F** erővel húzhatjuk az alsó testet, ha azt akarjuk, hogy a felső test ne csússzon meg rajta?



14A-12 Egy 120 méter átmérőjű nagy, kerékalakú űrállomás a peremén lévő személyek 3 m/s^2 „mesterséges gravitációval" való ellátása céljából forgásban van. Határozzuk meg, mekkora (fordulat per perc egységben mért) fordulatszámmal lehet ezt a hatást elérni!

14A-15 Határozzuk meg a 60 méter sugarú versenypálya szakasz ideális dőlésszögét arra az esetre, ha a kocsik 96 km/h sebességgel veszik a kanyart. Oldjuk meg a feladatot egy gépkocsihoz rögzített koordinátarendszerben.

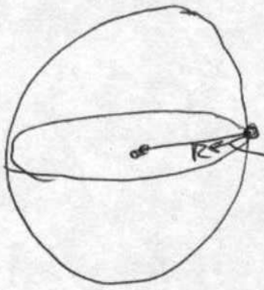
14C-33 Mesterlövész balról jobbra haladó célpontra céloz. A célt követő puskacső vízszintes síkban mozog. A puska szögsebessége 1,5 rad/s abban a pillanatban, amikor az 5 gramm tömegű lövedék 500 m/s sebességgel éppen kilép a csőből. A forgó rendszerben mekkora Coriolis erő hat a lövedékre a cső elhagyásának pillanatában? Milyen irányú ez az erő?

4B13: $R = 40\,km = 40\cdot 10^3\,(m)$

$f = 1$ fordulat/mp $\Rightarrow \omega = 2\pi\cdot f = 2\pi\,(rad/sec)$

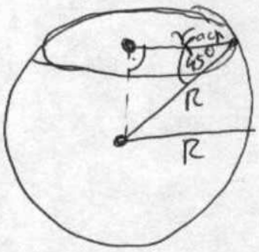
a)

$$a_{cp} = \omega^2\cdot R = (2\pi)^2\cdot 40\cdot 10^3 = 1577536\,(m/s^2)$$



a_{cp} (körközéppontja felé mutat)

b)



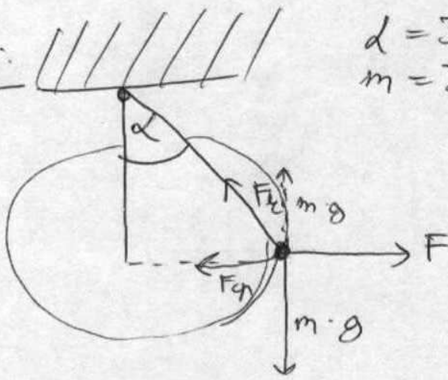
$$r = R\cdot\cos 45^\circ = \frac{40\cdot 10^3\cdot\sqrt{2}}{2} = 20\cdot 10^3\cdot\sqrt{2}\,(m)$$

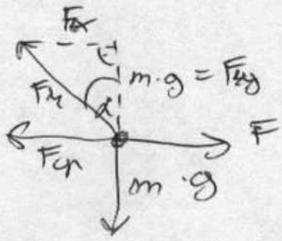
$$a_{cp} = \omega^2\cdot r = (2\pi)^2\cdot 20\cdot 10^3\sqrt{2} = 1{,}115\cdot 10^6\,(m/s^2)$$

5A23:

$\alpha = 30^\circ$

$m = 30\,kg$





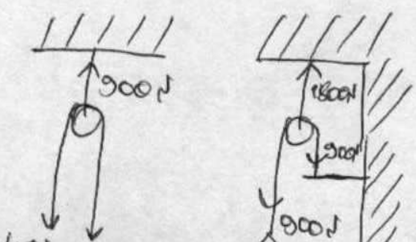
$$F_{ky} = m\cdot g = 300\,(N)$$

$$\cos\alpha = \frac{|m\cdot g|}{F_k} \Rightarrow F_k = \frac{F_{ky}}{\cos 30^\circ} = \frac{300}{\cos 30^\circ} = 346{,}41\,(N)$$

$$\sin\alpha = \frac{F_{kx}}{F_k} \Rightarrow F_{kx} = F_k\cdot\sin\alpha = 346{,}41\cdot\sin 30^\circ = 173{,}205\,(N)$$

$$|F| = F_{cp} = F_{kx} = 173{,}205\,(N)$$

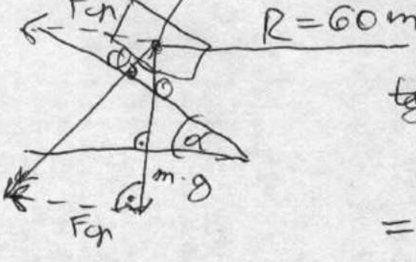
5B34:



14A15:

$v = 96\,km/h = 26{,}7\,m/s$

$R = 60\,m$



$$F_{cp} = m\cdot a_{cp} = m\cdot\frac{v^2}{R}$$

$$tg\,\alpha = \frac{F_{cp}}{m\cdot g} = \frac{m\cdot\frac{v^2}{R}}{m\cdot g} = \frac{v^2}{R\cdot g} = \frac{(26{,}7)^2}{60\cdot 10} =$$

$$= 1{,}18815 \Rightarrow \alpha \approx \underline{49{,}91^\circ}$$

5B20:

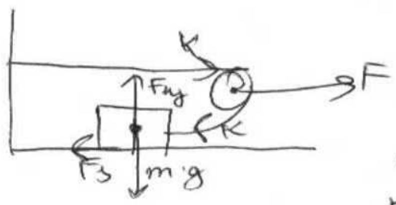
$F_{cp} = m \cdot g$ $\quad r = 18m$

$m \cdot a_{cp} = m \cdot g$

$a_{cp} = g = 10 (m/s^2)$

$a_{cp} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{a_{cp} \cdot r} = 13,42 (m/s)$

5B56:



$m = 3kg$

$\mu = 0,26$

$a = 1,2 m/s^2$

$F = ?$

$F_{ny} - m \cdot g = 0$

$F_{ny} = m \cdot g$

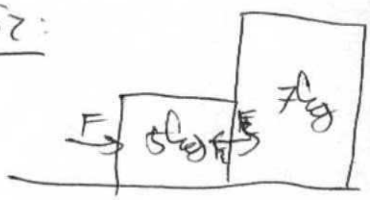
$K - F_s = m \cdot a$

$K - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a$

$K = m(a + g\mu) = 3(1,2 + 10 \cdot 0,26) = 11,4 (N)$

$F = 2K = 2 \cdot 11,4 = 22,8 (N)$

5B62:

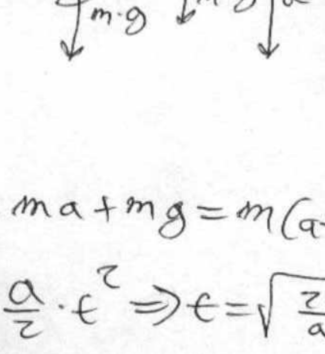


$a = 2 m/s^2$

$F = (m + M)a = 12 \cdot 2 = 24 (N)$

$F_2 = M \cdot a = 7 \cdot 2 = 14 (N)$

5B35:



$m = 1,8 kg$

$M = 3,6 kg$

a) $M \cdot g - K = M \cdot a$

$(+) K - m \cdot g = m \cdot a$

$M \cdot g - m \cdot g = (M + m) a$

$3,6 \cdot 10 - 1,8 \cdot 10 = 5,4 a$

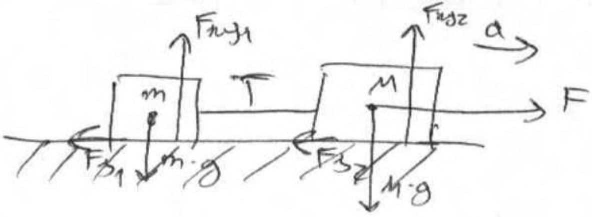
$3,33 (m/s^2) = a$

b) $K = ma + mg = m(a + g) = 1,8(3,33 + 10) = 23,994 \approx 24 (N)$

c) $h = \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,15}{3,33}} = 0,3 (s)$

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = v = a\ t = 0,3 \cdot 3,33 \approx 1 (m/s)$

5B50:



$m = 2\,kg$
$M = 4\,kg$
$\mu = 0,5$
$a = 2\,m/s^2)$

a) $\begin{cases} F - F_{s_2} - T = M \cdot a \\ T - F_{s_1} = m \cdot a \end{cases}$

$F_{s_2} = F_{ny_2} \cdot \mu = M \cdot g \cdot \mu = 0,5 \cdot 4 \cdot 10 = 20\,(N)$

$F_{s_1} = F_{ny_1} \cdot \mu = m \cdot g \cdot \mu = 2 \cdot 10 \cdot 0,5 = 10\,(N)$

$F - 20 - T = 8$

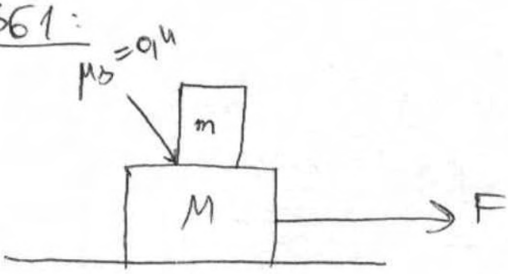
$(+)\; T - 10 = \cancel{20}\; 4$

$F - 30 = \cancel{28}\; 12$

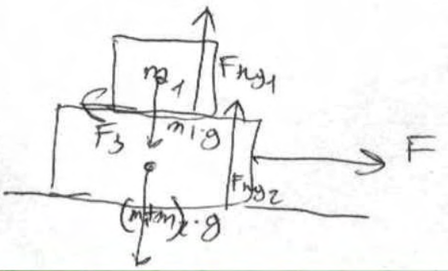
$F = \cancel{58}\; 42\,(N)$

b) $T = \cancel{20}\; 4 + 10 = \cancel{30}\; 14\,(N)$

5B61:



$m = 3\,kg$
$M = 5\,kg$



$F_s = F_{ny_1} \cdot \mu$

$F_s = 3 \cdot 10 \cdot 0,4 = 12\,(N)$

$F \leq F_s$ esetén nem fog megcsúszni a felső test.

14A - 12

$r = 60\,m$
$a_{cp} = 3\,m/s^2$

$a_{cp} = \frac{v^2}{r} \Longrightarrow v = \sqrt{a_{cp} \cdot r} = \sqrt{3 \frac{m}{s^2} \cdot 60\,m} = \sqrt{180 \frac{m^2}{s^2}} = 13,42 \frac{m}{s}$

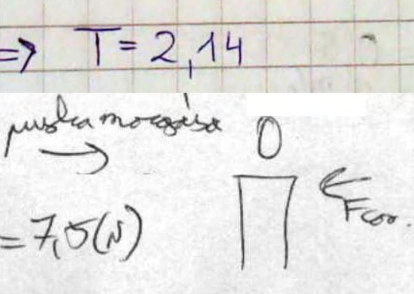
$s = 2r \cdot \pi = 376,99\,m$ $\quad t = \frac{s}{v} = \frac{376,99\,m}{13,42 \frac{m}{s}} = 28,09\,s$

28,09 s   1 kör

60 s   2,14 kör $\Longrightarrow T = 2,14$

14C33:

$\omega = 1,5\,rad/s$
$v = 500\,m/s$
$m = 5 \cdot 10^{-3}\,kg$



$F_{cor} = 2m \cdot \omega \cdot v = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 500 \cdot 1,5 = 7,5\,(N)$

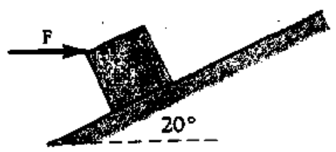
3. gyakorlat példái

Órai munkához ezekből válogassunk:

6B-10 Egy rugó által kifejtett erő a Hooke-törvény helyett az $F = -kx^3$ törvény szerint változik, ahol $k = 200$ N/m³. Mennyi munkát végzünk, míg 0,1 m-ről 0,3 m-re nyújtjuk?

6A-12 Egy 15 g tömegű golyó a fegyver 72 cm hosszúságú csövében 780 m/s sebességre gyorsul fel. A munkatétel felhasználásával határozzuk meg a golyót gyorsító átlagos erőt!

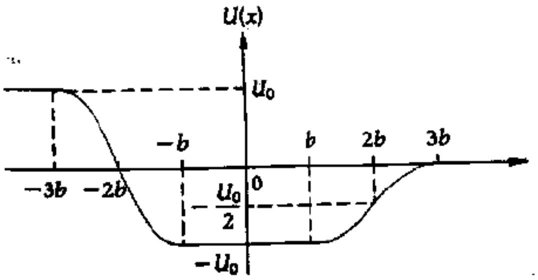
6B-23 A 6-34 ábra szerint 2 kg-os testet vízszintes, 27 N nagyságú erővel tolunk fel egy 20°-os lejtőn. A csúszási súrlódási együttható a lejtő és a test között 0,180. a) Mekkora a test gyorsulása? b) Határozzuk meg a kinematikai egyenletek felhasználásával a nyugalomból induló test sebességét abban a pillanatban, amikor 3 m-t tett meg a lejtőn felfelé! c) Válaszoljunk a b) kérdésre a munkatétel alkalmazásával!



6-34 ábra

6B-40 Egy 1500 kg tömegű gépkocsi 10 másodperc alatt fékez le 100 km/ó sebességről megállásig. Határozzuk meg a) a fék által végzett munkát! b) a fékek által kifejtett átlagos teljesítményt!

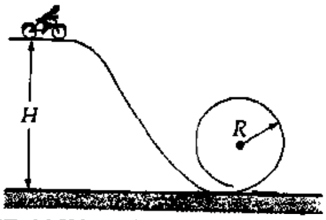
6C-76 A 15 m/s állandó sebességű, 1500 kg-os gépkocsi motorja a súrlódás és a légellenállás leküzdésére 15 kW teljesítménnyel dolgozik. a) Mekkora az átlagos ellenállóerő (súrlódás és légellenállás együtt)? b) Mekkora átlagos teljesítményt kellene leadnia a motornak ahhoz, hogy a gépkocsi ugyanezzel a sebességgel 8%-os (8 m függőleges emelkedés 100 méterenként) emelkedőn mozogjon felfelé?



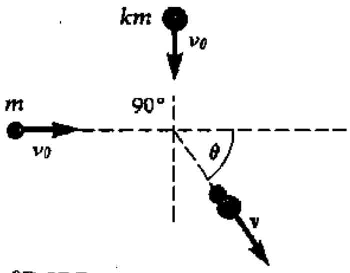
7-17 ábra
A 7B-4 feladathoz

7B-4 Egy részecske az x tengelyen *pozitív és negatív* irányban mozoghat. A 7-17 ábra a potenciális energia változását mutatja. A grafikon görbült részei olyan parabola ívek, amelyek az x tengely b hosszúságú szakaszaihoz tartoznak. Készítsük el a részecskére ható $F(x)$ erő változását x függvényében.

7B-12 Egy vásári akrobata kerékpáros álló helyzetből indulva súrlódásmentes pályán gurul le, amely függőleges síkú köralakú hurokban végződik, amint ez a 7-20 ábrán látható. Határozzuk meg azt a minimális H magasságot, amely szükséges ahhoz, hogy a kerékpár minden időpontban érintkezésben maradjon a pályával. A hurkot közelítő körpálya sugara R. (Útmutatás: a hurok legfelső pontja a kritikus helyzet.)

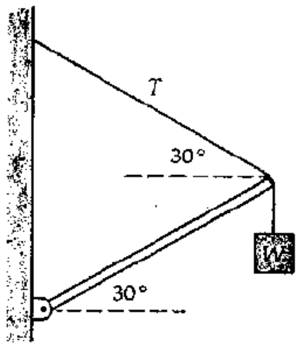


8B-11 Két m, ill. km (k állandó) tömegű test egyenlő v_0 nagyságú kezdősebességgel merőleges irányból a 8-15 ábrán látható módon közeledik egymáshoz és összeütközik, majd összeragadva mozog tovább. Fejezzük ki a végsebességük *irányát* meghatározó θ szöget k segítségével.

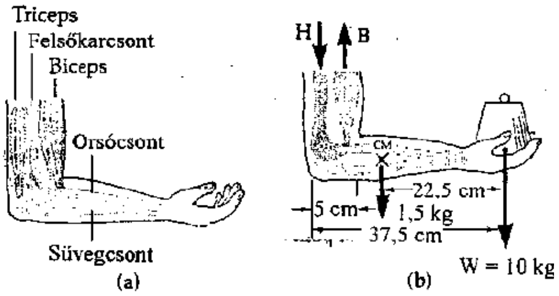


8B-27 Egy 5 kg tömegű kezdetben nyugalomban lévő testre 5 másodpercig 6 N állandó erő hat, majd az erő 3 s alatt egyenletesen zérusra csökken. Mekkora sebességet ér el a test?

10A-15 A 10-34 ábrán a súly 200 N, és a rúd súlya elhanyagolható. Határozzuk meg (a) a kötélben ébredő erőt, (b) annak az erőnek vízszintes és függőleges komponensét, amelyet a csukló gyakorol a rúdra!



10C-42 A 10-51b ábrán egy ember vízszintes alkarral 10 kg-os terhet tart. Az alkar 1,5 kg-os, tömegközéppontjának helyét az ábra mutatja. A bicepsz izom az alkart a könyöktől 5 cm-re függőlegesen felfelé húzza, míg a felsőkarcsont H erővel lefelé nyomja az izületet. (a) Készítsünk vektorábrát az alkarról (egyszerűen vízszintes rúdként ábrázolva), tüntessük fel rajta az összes erővektort, mindegyiknek végét az erő támadáspontjába helyezve! (b) Határozzuk meg azt a B erőt, amelyet a bicepsz fejt ki az orsócsontra! (c) Amikor a kéz a terhet tartja, akkor a felsőkarcsont kompresszió (összenyomás) alatt van. Határozzuk meg azt a H erőt, amelyet a felsőkarcsont a könyökizületre gyakorol!



Otthoni gyakorlásra:

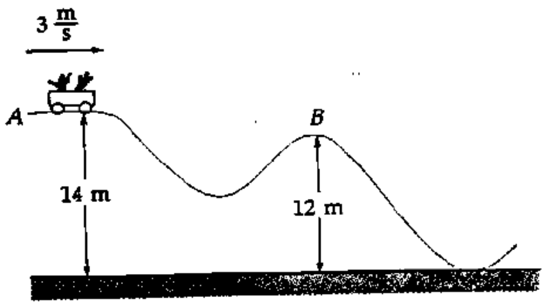
6B-6 Egy ember 30 kg-os dobozt emelt a földről 1,5 m magasba, állandó sebességgel. a) Mennyi munkát végzett az ember? b) Mennyi munkát végzett a gravitációs erő? c) Mennyi az ember és a gravitációs erő munkájának összege?

6B-15 Egy 5 g tömegű, 600 m/s sebességű golyó fatörzsbe csapódva 4 cm mélyen hatol a fába. a) Energetikai megfontolások alapján határozzuk meg a golyót lassító átlagos súrlódási erőt! b) Feltéve, hogy a súrlódási erő állandó, határozzuk meg, hogy mennyi idő telt el a golyónak a fába való behatolásába megállásáig!

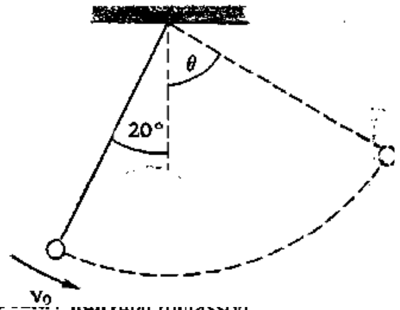
6A-25 Egy asszony 1300 J munka árán húz fel egy 12 kg-os vödröt a 10 m mély kútból. Mekkora mozgási energiával érkezik a vödör a felszínre?

6A-39 Egy 48 km/ó sebességgel egyenletesen haladó gépkocsira a légellenállás 900 N erővel hat. Mekkora teljesítménnyel dolgozik a motor a légellenállás leküzdésére?

7A-6 A hullámvasútikocsi sebessége, amikor a kocsi a 7-18 ábrán látható A helyen van, 3 m/s a) Mekkora a kocsi sebessége a pálya B, pontján ha a súrlódás elhanyagolhatóan kicsiny? b) Mekkora az a minimális görbület a B pontban, amelynél még biztonsági öv használata nélkül sem repülnek ki az ülésről az utasok?



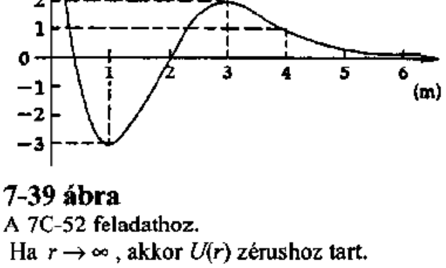
7B-23 Egy egyszerű inga egy 2 m hosszú fonálból és egy 3 kg tömegű ingatestből áll. Az ingatestet $v_0 = 2,4$ m/s kezdősebességgel elindítjuk midőn a fonal a függőlegessel 20°-os szöget zár be (7-28 ábra). Az inga ezután szabadon leng. a) Határozzuk meg a maximális θ szöget, amelyet a fonál függőlegessel bezár, midőn az inga kitérése maximális. b) Mekkora a fonál feszítő ereje, midőn az ingatest visszalendül az eredeti 20°-os helyzetébe?



7-28 ábra v_0

8B-29 Egy 5 g tömegű 700 m/s sebességű golyó behatol egy rögzített fakockába és megáll benne. Tegyük fel, hogy a fakocka $8 \cdot 10^3$ N nagyságú állandó erőt fejt ki a golyóra, míg az meg nem áll. Határozzuk meg a) mennyi idő alatt áll meg a golyó, b) milyen mélyen hatol be a fába, c) mennyi munkát végez a fakocka, míg a golyó megáll, d) mennyivel változik a golyó mozgási energiája.

7C-52 A 7-39 ábrán egy 400g-os részecske $U(r)$ helyfüggő potenciális energiafüggvénye látható. a) Hol maximális a részecskére ható vonzóerő? (Vonzóerőn itt az origó felé mutató, azaz $-r$ irányú erőt értünk.) b) Hol zérus a részecskére ható eredő erő? c) Milyen r tartományban hat taszító erő a részecskére? (Taszító erőn a $+r$ irányú erőt értjük) d) Mekkora az a maximális E energia, amellyel a részecske rendelkezhet, és mozgása még mindig véges tartományra korlátozódik. e) Abban az esetben, amikor a részecske kötött állapotban van, mint például a d) feladatban, becsüljük meg, hogy a potenciálgödörbe befogott részecske milyen r tartományban mozoghat? f) Tételezzük fel, hogy a részecske az $r = 3$ m helyen instabilis egyensúlyi állapotban nyugalomban van, s egy nagyon kicsit r irányában kimozdítjuk. Határozzuk meg a részecske sebességét az $r = 4$ m helyen. Végül vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor a részecske nagyon nagy r távolságból, ahol kinetikus energiája 3 J, az origó felé tart. A következő kérdések a részecske további $-r$ irányú mozgására vonatkoznak. g) Hol a legnagyobb az origó felé tartó részecske sebessége? h) Mekkora a maximális sebesség? i) Becsüljük meg (a lehető legpontosabban), hogy az origót mennyire tudja megközelíteni a részecske?



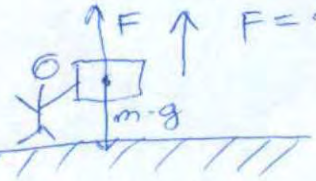
7-39 ábra
A 7C-52 feladathoz.
Ha $r \to \infty$, akkor $U(r)$ zérushoz tart.

A. 2 kg tömegű test 100 méterrel a Föld felszíne felett 30 m/s sebességgel közeledik a talajhoz. Földet éréskor sebessége 50 m/s. Mekkora a közegellenállás munkavégzése? (400 J)
B. Mekkora az **F** = -7**i** + 3**j** (N) erő forgatónyomatéka az **r** = 2**i** + 4**j** (m) helyvektorral kijelölt pontra vonatkozóan? (34 Nm)

C. 40 kg tömegű test 5m/s sebességét 100N nagyságú állandó erő 150m egyenes úton 20 m/s nagyságúra növeli. Mekkora szöget zár be az erő a sebességgel? (60^0)
D. 1,25 m magasból a 0,1 kg tömegű golyó a 0,1 s időtartamú kölcsönhatás után 80 cm magasra pattan vissza. (g=10 m/s^2) Mekkora átlagos erőt fejtett ki a talaj a golyóra? (9N)
E. 100 N súlyú testet 120 N nagyságú erővel emelünk. Mekkora az emelő erő átlag- teljesítménye az első 2 másodpercben? (240 W)
F. Egy 800 N súlyú testet nyugalmi helyzetéből indítva állandó gyorsulással, kötéllel húzunk függőlegesen felfelé. A test ily módon 5s alatt 50 m magasra jut. Mekkora munkát végzett az emelő erő? (56000 J)
G. Az 1000 m magasan lebegő léggömbről 70 kg tömegű bombát ejtenek le. A bomba 400 m esés után két részre robban szét. Az egyik, 30 kg tömegű rész a robbanás pillanatában vízszintes irányban 200 m/s sebességet kap. Hol éri el a talajt a másik rész? (A légellenállástól tekintsünk el.)
H.

6B36: $m = 30\,kg$

$h = 1{,}5\,m = s$



$F = m\cdot g = 30\cdot 10 = 300\ (N)$

a) $W = F\cdot \cos 0\cdot s = 300\cdot\cos 0^\circ\cdot 1{,}5 = 450 (J)$

b) $W_g = m\cdot g\cdot h = 300\cdot 1{,}5 = 450 (J)$

c) $W + W_g = 450 + 450 = 900 (J)$

6A39: $v = 48\,km/h = 13{,}\dot{3}\,m/s$

$F_{légellenállás} = 900\,N$

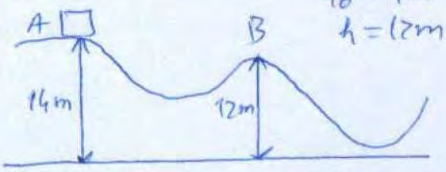
$P = ?$

$P = F_{légellenállás}\cdot v = 900\cdot 13{,}\dot{3} = 12000$

7A6: $v_0 = 3\,m/s$

$h_0 = 14\,m$

$h = 12\,m$



a) $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_0 - mgh$

$\frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2 = g h_0 - g h$

$\frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}3^2 = 140 - 120$

$v^2 = 49$

$v = 7 (m/s)$

b) $F_{cp} = m\cdot g$

$\cancel{m}\cdot a_{cp} = \cancel{m}\cdot g$

$\left.\begin{array}{l} v = 7\,m/s \\ \omega = \frac{v}{R} \\ a_{cp} = \omega^2\cdot R \end{array}\right\} \Rightarrow a_{cp} = \frac{v^2}{R}$

$\frac{v^2}{R} = g$

$\frac{49}{R} = 10$

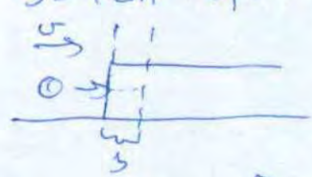
$R = 4{,}9 (m)$

$\rho = \frac{1}{R} = \frac{1}{4{,}9}$ (görbület)

6B15: $m = 5\,g = 5\cdot 10^{-3}\,kg$

$v = 600\,m/s$

$s = 4\,cm = 0{,}04\,m$



a) $E_m = \frac{1}{2}m\cdot v^2$

$W = F\cdot s$

$\frac{1}{2}mv^2 = F\cdot s$

$\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 10^{-3}\cdot 600^2 = F\cdot 0{,}04$

$22500 (N) = F$

b) $F = m\cdot a$

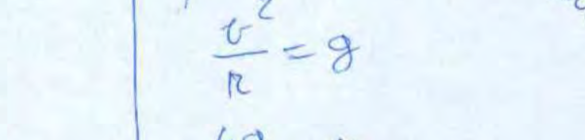
$a = \frac{F}{m} = \frac{22500}{5\cdot 10^{-3}} = 4500000 (m/s^2)$

$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{600}{4500000} = 0{,}00013 (s)$

6A25: $W = 1300\,J$

$m = 12\,kg$

$h = 10\,m$

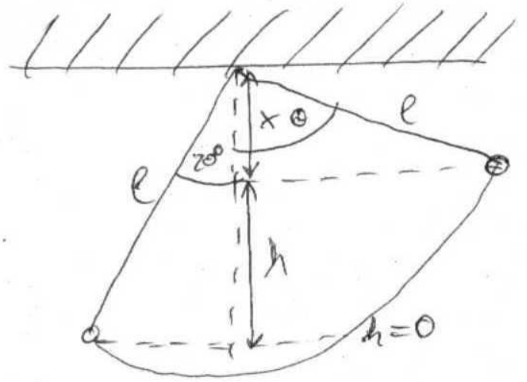


$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 = 0$

$\underbrace{\frac{1}{2}mv_1^2}_{E_m = ?} + mgh = W = 1300\,J$

$E_m = 1300 - 12\cdot 10\cdot 10 = 100 (J)$

7B23:



$l = 2\,m$
$m = 3\,kg$
$v_0 = 2{,}4\,m/s$

a) $\theta = ?$

$\frac{1}{2} \cancel{m} v_0^2 = \cancel{m} g h$

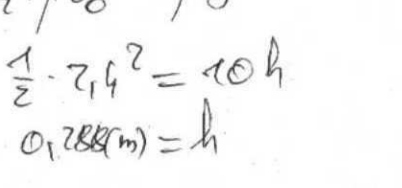
$\frac{1}{2} \cdot 2{,}4^2 = 10 h$

$0{,}288 (m) = h$

$x = l \cdot \cos 20° - h = 2 \cdot \cos 20° - 0{,}288 = 1{,}59 (m)$

$\cos\theta = \frac{x}{l} \Rightarrow \arccos\left(\frac{x}{l}\right) = \theta = \underline{\underline{37{,}34°}}$

b)



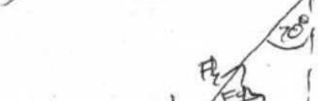
$F_{cp} = m \cdot a_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{l} = 3 \cdot \frac{\cancel{2}\ 2{,}4^2}{2} = \cancel{\frac{27}{2}} (N)\ 8{,}64$

$F_t = F_{cp} + mg\cos\alpha = \cancel{\frac{27}{2}}\ 8{,}64 + 3 \cdot 10 \cdot \cos 20° = \underline{\underline{\cancel{41{,}69}\ 36{,}83 (N)}}$

8B29: $m = 5g = 5 \cdot 10^{-3} kg$

$v_0 = 700\,m/s$

$F = 8 \cdot 10^3 N$



a) $t = ?$

$\frac{1}{2} m v_0^2 = F \cdot s$

$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 700^2 = 8 \cdot 10^3 \cdot s$

$0{,}153125 = s$

$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{8 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-3}} = 1{,}6 \cdot 10^6 (m/s^2)$

$s = \frac{a}{2} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}153125}{1{,}6 \cdot 10^6}} = \underline{0{,}0004375 (s)}$

b) $s = 0{,}153125 (m)$

c) $W = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 700^2 = 1225 (J)$

d) $\Delta E_k = W = \underline{\underline{1225 (J)}}$

A: $m = 2\,kg$

$v_0 = 30\,m/s$

$v = 50\,m/s$

$h = 100\,m$

O↓ $v_0 = 30\,m/s$

$v = 50\,m/s$ $E_h = 0$

$W_{súr} = ?$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + m g h = \frac{1}{2} m v^2 + W_{súr}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 30^2 + 2 \cdot 10 \cdot 100 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 50^2 + W_{súr}$$

$$\underline{\underline{400\,(J)}} = W_{súr}$$

B: $F = -7i + 3j$

$r = 2i + 4j$

$$M = |F \times r| = \begin{vmatrix} -7 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -7 \cdot 4 - 3 \cdot 2 = -34\,(Nm)$$

C: $m = 40\,kg$ $\quad \alpha = ?$

$F = 100\,N$

$s = 150\,m$

$v_0 = 5\,m/s$

$v = 20\,m/s$

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = F \cdot \cos\alpha \cdot s$$

$$\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 20^2 - \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 5^2 = 100 \cdot \cos\alpha \cdot 150$$

$$\frac{1}{2} = \cos\alpha \Rightarrow \alpha = \underline{\underline{60^\circ}}$$

E: $t = 2\,s$

$F_{em} = 120\,N$

$F_g = 100\,N = m \cdot g$

$P_{em\,átl.} = ?$

$$F_{em} - F_g = m \cdot a$$

$$20 = 10a$$

$$2 = a \Rightarrow v_v = 4\,(m/s) \Rightarrow v_{átl.} = \frac{v_v}{t} = \frac{4}{2} = 2\,(m/s)$$

$$P_{em\,átl.} = F_{em} \cdot v_{átl.} = 120 \cdot 2 = \underline{\underline{240\,(W)}}$$

F: $F_g = m \cdot g = 800\,(N)$

$t = 5\,s$

$h = 50\,m$

$a = áll.$

$W_{em} = ?$

$$50 = \frac{a}{2} t^2 \Rightarrow a = 4\,(m/s^2)$$

$$F_{em} = m \cdot a + m \cdot g = 80 \cdot 4 + 80 \cdot 10 = 1120\,(N)$$

$$W_{em} = F_{em} \cdot h = 1120 \cdot 50 = \underline{\underline{56000\,(J)}}$$

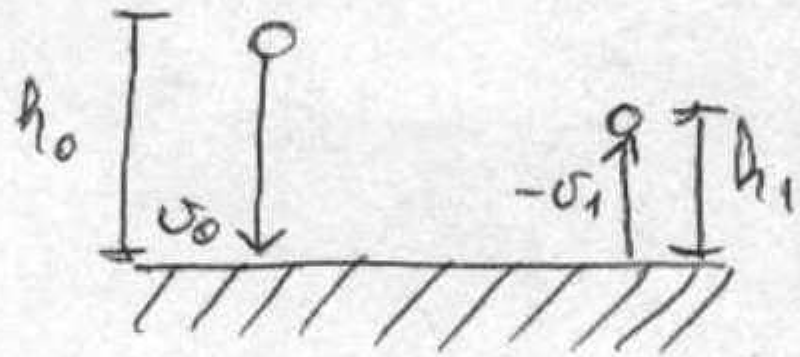
$\underline{D:}$ $h_0 = 1{,}25\,m$

$h_1 = 80\,cm = 0{,}8\,m$

$t = 0{,}1\,s$

$m = 0{,}1\,kg$

$F_{átl} = ?$



$E_h = 0 \quad E_{kin} = max.$

$\underline{v_0:}$ $m g h_0 = \frac{1}{2} m v_0^2$

$12{,}5 = \frac{1}{2} v_0^2$

$25 = v_0^2 \Rightarrow v_0 = 5\,(m/s)$ (akkora sebességgel csapódik be a földbe)

$\underline{v_1:}$ $h_1 = \frac{v_1^2}{2g} \Rightarrow 0{,}8 = \frac{v_1^2}{2 \cdot 10} \Rightarrow v_1^2 = 16 \Rightarrow v_1 = 4\,(m/s)$ (akkora sebességgel kell elindítani, hogy 0,8 m magasra visszapattanjon)

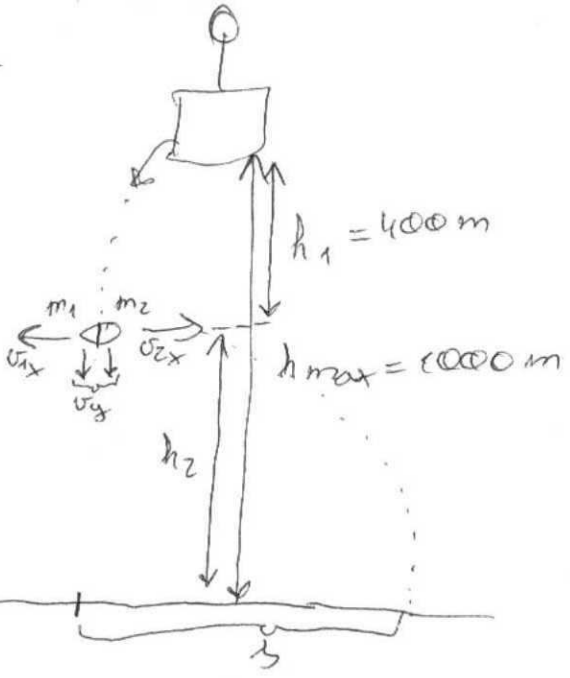
$I_0 = m v_0 = 0{,}1 \cdot 5 = 0{,}5\,(kg\,m/s)$

$-I_1 = -m v_1 = -0{,}1 \cdot 4 = -0{,}4\,(kg\,m/s)$ (negatív előjellel kell venni, mert v_1 ellentétes irányú v_0-lal)

$\Delta I = I_0 - I_1 = 0{,}5 - (-0{,}4) = 0{,}9\,(kg\,m/s)$

$F_{átl} = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{0{,}9}{0{,}1} = \underline{\underline{9\,(N)}}$ (DRS-ben, régebbi példakidolgozások során lehet találkozni 1N-os végeredménnyel is, de azok hibásak, mert nem veszik figyelembe a sebességvektorok irányát, így az impulzusváltozást hibásan számolják

G:



$h_2 = 600\,m$
$m_1 = 30\,kg$
$m_2 = 40\,kg$
$v_{1x} = 200\,m/s$
$s = ?$

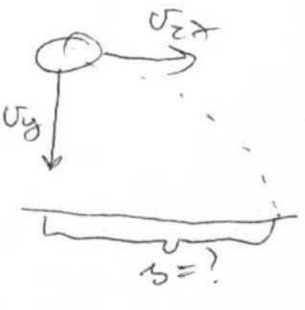
I: $t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 400}{10}} = 4\sqrt{5}\,(s)$

$v_y = g \cdot t_1 = 40\sqrt{5}\,(m/s)$

II: $m_1 \cdot (-v_{1x}) + m_2 \cdot v_{2x} = 0$

$m_2 v_{2x} = m_1 v_{1x}$

$v_{2x} = 150\,(m/s)$



$h_2 = \frac{g}{2} \cdot t^2 + v_y \cdot t$

$600 = \frac{10}{2} \cdot t^2 + 40\sqrt{5} \cdot t$

$t_{1,2} = \frac{-40\sqrt{5} \pm \sqrt{(40\sqrt{5})^2 + 20\cdot 600}}{10} = \frac{-40\sqrt{5} \pm 141{,}42}{10} = \begin{cases} \cancel{-23{,}09} \\ 5{,}2\,(s) \end{cases}$

$s = v_{2x} \cdot t = 150 \cdot 5{,}2 = \underline{\underline{780\,(m)}}$

7C52: Ahogy a gyakorlaton is szerepelt, egy adott potenciál esetén a részecskére ható erő a potenciál negatív deriváltja (hely szerint). Mivel itt nincs megadva a potenciál képlettel, ezért csak szemre tudjuk leolvasni. A lényeg az, hogy a derivált az adott pontbeli meredekségnek felel meg.

a) Akkor hat a részecskére vonzó erő, ha a potenciál növekszik pozitív r irányban haladva, és ott a legnagyobb ahol a legmeredekebb. Ez ránézésre 2m-nél van.

b) kérdésben akkor nem hat erő, ha a potenciál deriváltja zérus, ez 1m és 3m-nél áll fenn.

c) Taszító erő ott hat, ahol a potenciál csökken, ilyet (0,1) és (3,végtelen) tartományokban láthatunk.

d) Egy rendszert akkor nevezünk kötöttnek, ha mozgási és potenciális energia összege negatív (hiszen ekkor nem tud a részecske végtelen messze eltávolodni). Viszont figyelembe kell venni, hogy a teljes energia időben állandó, azaz, ha egy magasabb potenciálú rész felé halad a részecske (pl 1->2m), akkor visszahúzó erő hat rá, ezáltal csökken a mozgási energia, a potenciális pedig nő. Akkor lehet maximális a mozgási energiája, amikor a potenciális minimális, illetve ahhoz, hogy a végtelenbe szökjön a részecske meg kell másznia a 3m-nél lévő potenciál dombot, így akkor lenne szabad a rendszer, ha 5 J-tól nagyobb lenne a mozgási energiája. Az, hogy kötött esetben mekkora távon mozoghat, meg kell nézni, hogy mennyi az összenergiája, pl. 3 J maximális kinetikus energia esetén (az összenergia nulla) kb 0.5 és 2 méter között mozoghat. 5 J esetén pedig 0.x és 3 m közt mozoghat.

Az f) feladatban célszerű energia megmaradásból kiindulni. kezdetben áll a részecske, a potenciális energiája 2 J, a 4 m helyet 1 J a potenciális energiája, ezért a kinetikus energiája is 1 J = m v^2 / 2, ebből adott a sebesség.

g) Ha a végtelenből (nulla potenciális energia) jön a részecske 3 J kinetikus energiával, azaz a teljes energiája is 3 J. Az látszik, hogy ezzel a 3 m-nél lévő potenciál dombon át tud menni. A részecske sebessége akkor maximális ismét, ha minimális a potenciális energiája. Ez 1 m-nél van, ekkor a kinetikus energia 6 J, a sebességet a fenti képlet adja meg.

i) Az origót pedig annyira közelíti meg, ahol megáll, az az U=3 J-nál van, sacc per kábé 1/4 m-re.

Scherübl Zoltán kidolgozása

4. gyakorlat példái

Órai munkához ezekből válogassunk:

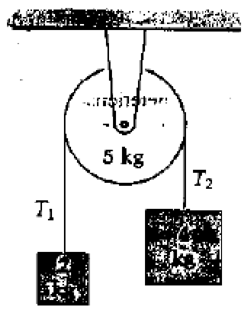
11A-5 Egy lemezjátszó tányérja kezdetben $33^1/3$ fordulat per perc sebességgel forog. Ha a lemezjátszó áramát kikapcsoljuk, akkor a tányér állandó 0,20 rad/s^2 szöggyorsulással lassul le. (a) Hány másodperc telik el, amíg a lemezjátszó leáll? (b) Hány fordulatot tesz meg a lemezjátszó a megállásig?

11B-6 Egy kerék forgásának irányát egy olyan berendezés fordítja meg, amely 100 rad/s^2 állandó szögsebesség-változást hoz létre. A kerék kezdetben percenként 2000 fordulatot tesz meg. (a) Határozzuk meg, mennyi idő kell ahhoz, hogy a kerék szögsebessége *ellenkező irányú* 2000 fordulat/percre változzon. (b) Határozzuk meg, hányat fordul a kerék addig, amíg a teljes visszafordulási folyamat felénél egy pillanatra megáll! (Vegyük észre a hasonlóságot e feladat és a függőlegesen feldobott labda esete között!)

11B-13 Egy D átmérőjű labda vízszintes asztallapon csúszás nélkül v sebességgel gördül. A labda legördül az asztal széléről, és h magasságból a földre esik. Hányat fordul, mialatt a levegőben van?

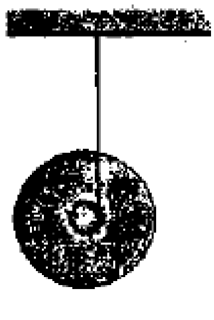
12B-13 Az (5m, 12m, 0) koordinátákkal megadott pontban $\mathbf{F} = 4\hat{\mathbf{x}} + 3\hat{\mathbf{y}} + 0\hat{\mathbf{z}}$ (newtonban kifejezett) erő hat. Határozzuk meg a koordinátarendszer origójára vonatkoztatott forgatónyomaték nagyságát és irányát.

12B-19 A 12-28 ábrán látható homogén tömör henger sugara 10 cm, tömege 5 kg, és vízszintes súrlódásmentes tengelyre van szerelve. A 2 kg-os és a 4 kg-os hasábokat nyugalmi helyzetből elengedjük. A kötél és a henger között csúszás nem lép fel. Newton törvényeinek alkalmazásával a két hasábra és a hengerre határozzuk meg (a) a T_1 és a T_2 kötelerőt.



13A-3 Homogén tömör gömb csúszás nélkül gördül le a vízszintessel 25°-os szöget bezáró lejtőn. Határozzuk meg a nyugalmi helyzetből induló gömb sebességét 6 m út befutása után!

13B-10 A jojó zsinórja a 2 mm sugarú belső tengelyre van felcsavarva, ahogyan a 13-20 ábra mutatja. A jojó tömege 200 g és inerciasugara 2 cm. (A zsinór vastagsága elhanyagolható.) (a) Mennyi idő alatt tekeredik le 1 m hosszú zsinór, midőn a jojót nyugalmi helyzetéből elengedik? (b) Mekkora a forgási kinetikus energia és a haladási kinetikus energia aránya a jojó süllyedése közben?



13-20 ábra.

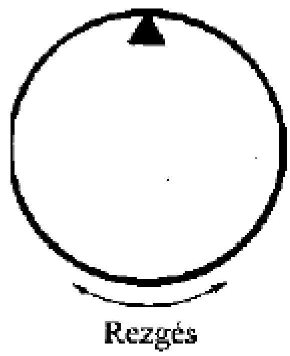
15A-1 20 g tömegű részecske egyszerű harmonikus rezgő mozgást végez 3 rezgés/másodperc frekvenciával és 5 cm amplitúdóval. (a) Mekkora teljes távolságot fut be a részecske egy teljes periódus folyamán? (b) Mekkora a legnagyobb sebessége? Hol lép ez fel? (c) Határozzuk meg a részecske legnagyobb gyorsulását. Hol lép fel a mozgás során a legnagyobb gyorsulás?

15B-5 f frekvenciával és A amplitúdóval egyszerű harmonikus rezgőmozgást végző vízszintes felületre pénzérmét teszünk. Határozzuk meg f és g függvényében a felület és az érme között azt a legkisebb μ_s nyugalmi súrlódási együtthatót, amely mellett az érme nem csúszik meg a felületen.

15B-6 Egy test egyszerű harmonikus rezgő mozgást végez az alábbi egyenlet szerint: $x = 2\cos(10t + \pi/4)$, ahol minden adat SI egységben van. Határozzuk meg a) az amplitúdót, b) a frekvenciát és c) a mozgás T periodusidejét! Határozzuk meg az idő függvényében d) a sebességet és e) a gyorsulást SI egységekben. f) Mekkora a test kitérése a $t = 0{,}2$ s időpontban? Határozzuk meg azt az időtartamot, ami alatt a test az $x = 0$ kitérésről az $x = 1{,}5$ m kitérésre jut.

15B-13 Egy 2 kg-os test 240 N/m rugóállandójú rugón függ. Most ráteszünk még egy 1 kg tömegű testet, és az együttest a 2 kg-os test nyugalmi helyzetéből kezdősebesség nélkül elengedjük. a) Mekkora az a legnagyobb távolság, amelyre ebből a pontból a testek az elengedés után süllyednek? b) Mennyi a rezgés frekvenciája?

15B-26 Vékony, 20 cm sugarú karikát vízszintesen álló késélre helyezünk (15-31 ábra) úgy, hogy fizikai ingaként a karika síkjában leng. a) Határozzuk meg kis amplitúdójú lengéseinek periodusidejét. b) Mekkora annak a fonálingának a hossza, amelynek azonos a lengésideje?



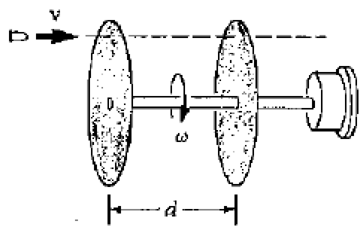
15-31 ábra

15B-28 Egy 2 kg tömegű testet 200 N/m rugóállandójú rugóra függesztünk. Súrlódás miatt a test csillapított harmonikus mozgást végez. A testet nyugalmi helyzetéből 0,20 m-rel kitérítjük, és kezdetisebesség nélkül elengedjük. 6 másodperc múlva amplitúdója 0,16 m-re csökken. a) Határozzuk meg a súrlódási erőtől származó csillapítási együtthatót. b) Határozzuk meg a rendszer rezonanciafrekvenciáját.

Otthoni gyakorlásra:

11B-7 Egy kerék 2 rad/s² állandó szöggyorsulással forog. Egy 3 másodperces időtartam alatt a kerék 90 radián szögelfordulást végez. Ha a kerék nyugvó helyzetből indult, mennyi ideig forgott a 3 másodperc időtartam előtt?

11B-8 Egy mozgó lövedék sebességét meg tudjuk határozni, ha a lövedéket két olyan forgó papírkorongon lőjük át, amelyek egymástól d távolságban közös tengelyre vannak szerelve. (11-8 ábra.) A korongokon lévő golyóütötte lyukak $\Delta\theta$ szögeltolódásából és a korong ω szögsebességéből a lövedék sebessége meghatározható. Állapítsuk meg a lövedék sebességét a következő adatok mellett: d = 80 cm, ω = 900 fordulat per perc, és $\Delta\theta$ = 31°.



11-8 ábra.

11B-12 Egy gépkocsi 30 m/s sebességgel halad, kerekeinek átmérője 90 cm. (a) Határozzuk meg a kerekek tengely körüli forgásának szögsebességét! (b) Határozzuk meg a szöggyorsulást, ha egyenletes fékezés esetén a kerekek 40 fordulat után megállnak. (c) Mekkora utat tesz meg a kocsi a megállásig?

12B-17 Egy 0,75 kg tömegű repülőgép-modell huzalon kipányvázva 30 m sugarú körpályán repül. A repülőgép motorja 0,80 N erőt fejt ki, a huzalra merőlegesen. (a) Határozzuk meg a kör középpontjára vonatkoztatva a motor által kifejtett forgatónyomatékot! (b) Határozzuk meg a repülőgép szöggyorsulását a repülés folyamán. (c) Határozzuk meg a repülőgép pályaérintő irányú gyorsulását!

12A-18 Egy tárcsa alakú homogén tömör köszörűkő sugara 7 cm, tömege 2 kg. Nyugalomból indul és egyenletesen gyorsul annak az állandó, 0,6 N·m forgatónyomatéknak hatására, amelyet a motor fejt ki a kerékre. (a) Mennyi ideig tart, amíg a kerék eléri 1200 fordulat per perc végső üzemi fordulatszámát? Hány fordulatot tesz meg a kerék a gyorsulás időtartama alatt?

12B-23 Elhanyagolható tömegű, 1 m hosszú merev rúd egyik vége függőleges tengelyhez van csapágyazva úgy, hogy a vízszintes síkban szabadon foroghat. Szabad végére 0,4 kg-os testet erősítettek. A rúd középpontjára a rúdra merőlegesen vízszintes irányú 5 N erőt alkalmaznak. (a) Határozzuk meg a rúdnak a csapágy körüli szöggyorsulását! (b) Nyugalomból indulva hány radiánnal fordul el 4 s alatt? (Az erő a mozgás folyamán merőleges marad a rúdra.)

13B-6 Egy homogén tömör gömb és egy homogén tömör henger nyugalmi helyzetből egyszerre indulva csúszás nélkül gördül le egy lejtőn. Mindkettő tömege M, sugara R. Melyik ér hamarabb a lejtő aljára? Indokoljuk a választ!

15B-4 Egy test az $x = 0{,}04\cos(2t)$ függvény szerint (minden mennyiség SI egységben) egyszerű harmonikus rezgő mozgást végez. Határozzuk meg a) a maximális gyorsulást, b) a mozgás periodusidejét és c) a kitérést 0,5 s-mal azután, hogy a test negatív irányban áthalad a középponton.

15B-15 Egy könnyű, 35 N/m rugóállandójú rugóra erősített 50 g tömegű test 4 cm-es amplitúdóval vízszintes felületen rezeg. A súrlódás elhanyagolható. Határozzuk meg a) a rezgő rendszer összes energiáját és b) a test sebességét 1 cm-es kitérésnél. Határozzuk meg a 3 cm-es kitéréshez tartozó c) kinetikus energiát és d) potenciális energiát.

15A-19 Határozzuk meg a 2,3 m hosszú fonálinga a) frekvenciáját és b) lengésidejét a Hold felszínén, ahol a gravitációtól származó gyorsulás 1,67 m/s².

11A5: $f = 33\frac{1}{3}$ fordulat/perc $\Rightarrow \omega = \frac{2\pi \cdot f}{60} = 3{,}49\left(\frac{rad}{s}\right)$

$\beta = 0{,}2\ rad/s^2$ a) $t = 0$

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\omega}{\beta} = \frac{3{,}49}{0{,}2} = 17{,}45(s)$$

b) $\varphi = \omega_0 t - \frac{\beta}{2} t^2 = 3{,}49 \cdot 17{,}45 - \frac{0{,}2}{2} \cdot 17{,}45^2 = 30{,}45$

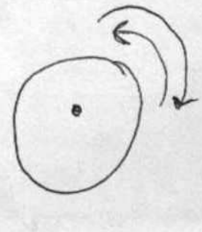
$$n = \frac{\varphi}{2\pi} = \underline{\underline{4{,}85}}$$

11B6: $\beta = 100\ rad/s^2$

$f_0 = 2000$ fordulat/perc $\Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi \cdot f_0}{60} = 209{,}3\left(\frac{rad}{s}\right)$

$$\left.\begin{array}{l} t_{lass.} = \frac{\Delta\omega_0}{\beta} \\ t_{gyors} = \frac{\Delta\omega_1}{\beta} \end{array}\right\} t = 2 \cdot \frac{\Delta\omega_0}{\beta} = 2 \cdot \frac{209{,}3}{100} = 4{,}187(s)$$

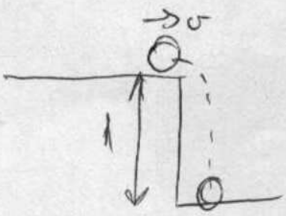
$\omega_1 = \omega_0$



$$\varphi = \omega_0 \cdot t_{lass} - \frac{\beta}{2} t_{lass}^2 = 209{,}3 \cdot \frac{4{,}187}{2} - \frac{100}{2} \cdot \left(\frac{4{,}187}{2}\right)^2 = 219{,}032$$

$t_{lass} = \frac{t}{2}$ $n = \frac{\varphi}{2\pi} = 34{,}88$

11B13:



$n = ?$

$$v = r \cdot \omega$$

$$h = \frac{g}{2} t^2 \to t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$n = f \cdot t = \frac{\omega}{2\pi} \cdot t = \frac{v}{r} \cdot \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

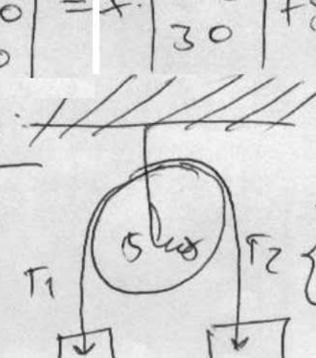
12B13: $r(5, 12, 0)$

$F = 4\hat{x} + 3\hat{y} + 0\hat{z} = 4e^x + 3e^y + 0e^z$

$$\vec{M} = r \times \vec{F}$$

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 5 & 12 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \end{vmatrix} = x \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 12 & 0 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}}_{0} + y \cdot \left(-\underbrace{\begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 4 & 0 \end{vmatrix}}_{0}\right) + z \cdot \begin{vmatrix} 5 & 12 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = z(5 \cdot 3 - 12 \cdot 4) = z(-33)(Nm) = -33(Nm) \cdot e^z$$

12B19:



$m_1 = 2\ kg$ $T_1 = ?$

$m_2 = 4\ kg$ $T_2 = ?$

$M = 5\ kg$

$\Theta = \frac{1}{2} m r^2$

$\underline{a = \beta \cdot r} \to \beta = \frac{a}{r}$

$\underline{v = r \cdot \omega}$

$$\begin{cases} T_1 - m_1 g = m_1 \cdot a \\ m_2 g - T_2 = m_2 \cdot a \end{cases}$$

$T_1 - T_2 = \frac{Ma}{2}$

$$\Theta \cdot \beta = \underline{M} = (T_1 - T_2) \cdot r = \frac{1}{2} \cdot M \cdot r^2 \cdot \frac{a}{r} \qquad (T_1 - T_2)\cancel{r} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \cancel{r} \cdot a$$

$$\begin{cases} T_1 - m_1 g = m_1 a \\ m_2 g - T_2 = m_2 a \\ T_1 - T_2 = \frac{Ma}{2} \end{cases}$$

$$(m_2 - m_1) g + \underbrace{(T_1 - T_2)}_{\frac{Ma}{2}} = (m_1 + m_2) a$$

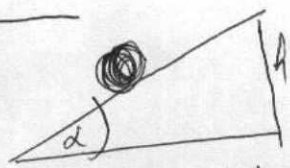
$$(4-2) 10 + \frac{5a}{2} = 6a$$

$$6a - \frac{5a}{2} = 20 \Rightarrow a = 5{,}71 (m/s^2)$$

$$T_1 = m_1 (a+g) = 2(15{,}71) = 31{,}42 (N)$$

$$T_2 = m_2 (g-a) = 4(10 - 5{,}71) = 17{,}16 (N)$$

13A3:



$s = 6m$ $\quad \sin\alpha = \frac{h}{s} \Rightarrow s = \frac{h}{\sin\alpha}$

$v = ?$

$\alpha = 25°$

$$\Delta h = s \cdot \sin\alpha = 6 \cdot \sin 25° = 2{,}5357$$

$$\begin{cases} \Theta = 2/5\, m r^2 \\ \omega = \frac{v}{r} \quad (v = r \cdot \omega) \end{cases}$$

$$m \cdot g \Delta h = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \Theta \cdot \omega^2$$

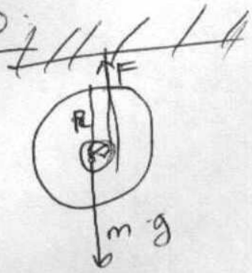
$$\cancel{m} g \Delta h = \frac{1}{2} \cancel{m} v^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5} \cancel{m} \cancel{r^2} \cdot \frac{v^2}{\cancel{r^2}}$$

$$g \cdot \cancel{14{,}197}\ 2{,}5357 = \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{5} v^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) v^2$$

$$\frac{\cancel{141{,}97}\ 25{,}357}{0{,}5 + 0{,}2} = v^2$$

$$\underline{6{,}02 (m/s) = |v|}$$

13B10:



$r = 2mm = 0{,}002m$ $\quad$ a) $h = 1m$

$R = 2cm = 0{,}02m$ $\quad t = ?$

$m = 200g = 200 \cdot 10^{-3} kg = 0{,}2 kg$

$$\Theta = \frac{1}{2} m R^2 \qquad \underline{a} = \underline{\beta} \cdot r \Rightarrow \beta = \frac{a}{r}$$

$$\begin{array}{l} \text{I.} \\ \text{II.} \end{array} \begin{cases} m \cdot g - F = m \cdot a \\ \Theta \cdot \beta = M = F \cdot r \end{cases}$$

$$\underbrace{\frac{1}{2} \cdot m R^2}_{} \cdot \frac{a}{r} = F \cdot r$$

$$m \cdot g - \frac{\Theta \cdot a}{r^2} = m a$$

$$a = \frac{m \cdot g}{m + \frac{\Theta}{r^2}} = 0{,}196 (m/s^2)$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2}{0{,}196}} = \underline{3{,}19 (s)}$$

$E_{tr} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (at)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,2 (0,196 \cdot 3,19)^2 = 0,039 (J)$
$E_{rot} = \frac{1}{2} \Theta \cdot w^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 0,02 \cdot \frac{(0,196 \cdot 3,19)^2}{0,002^2} = 97,73 (J)$ } $I. + II. = \underline{\underline{97,77 (J)}}$

$w = \frac{v}{r} \quad \Theta = \frac{1}{2} m R^2$

$v = a \cdot t$

11B12: $v = 30 m/s \qquad w = \frac{v}{r}$
$d = 90 cm = 0,9 m \Rightarrow r = 0,45$

a) $w = \frac{30}{0,45} = 66,\dot{6} (rad/s)$

b) $\beta = ? \quad 0,45 \qquad \beta = \frac{a}{r}$

$n = 40$ fordulat

$n = 40$ fordulat $\Rightarrow s = 40 \cdot 2 r \pi = 113,04 (m)$

$\varphi = n \cdot 2\pi = \boxed{251,2}$

$\varphi = \frac{\beta}{2} \cdot t^2 + w \cdot t$

$s = v t - \frac{a}{2} t^2 \qquad a = \frac{v}{t}$

$113,04 = 30 t - \frac{v}{2} \cdot t$

$t = 7,536 (s)$

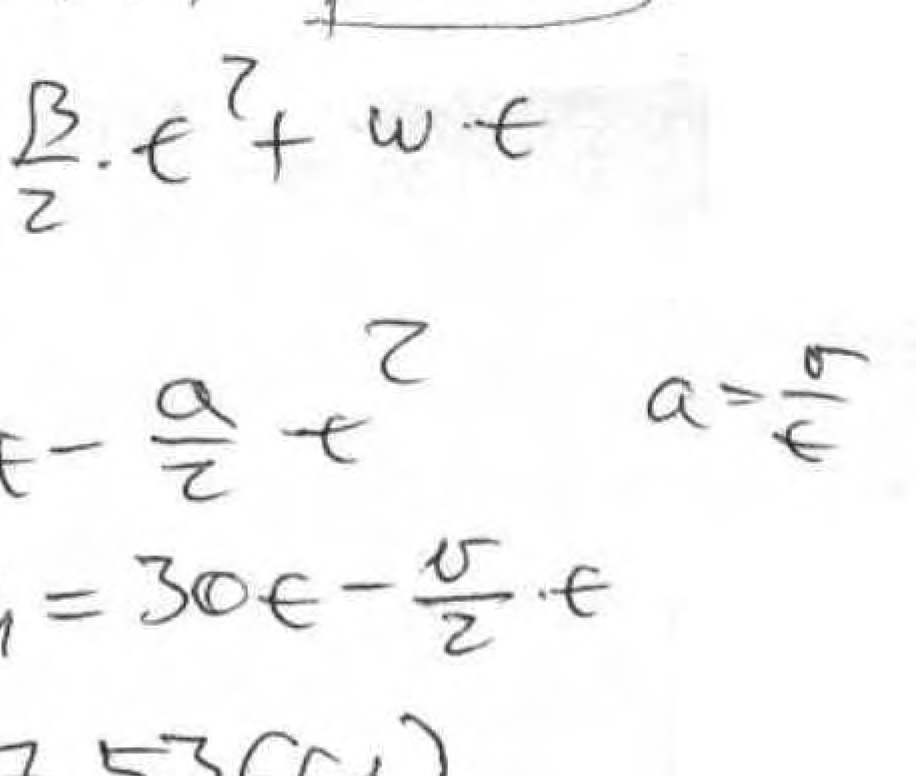
$M = l \cdot d = \Theta \cdot \beta$
$\Theta = \frac{1}{2} m r^2$

$a = \frac{30}{7,536} = 3,98 (m/s^2)$

$\beta = \frac{3,98}{0,45} = 8,846 (rad/s^2)$

$-\frac{\beta}{2} t^2 + w \cdot t = \varphi = 250,6976 \Rightarrow n = 39,92 \approx \underline{\underline{40}}$

12B17:



a) $M = r \times F = r \cdot F \cdot \sin \alpha = 24 (Nm)$

$m = 0,75 kg \qquad$ b) $\beta = ?$
$r = 30 m \qquad \beta = \frac{a_t}{r}$
$F = 0,8 N$

$m R^2 \cdot \beta = \Theta \cdot \beta = F \cdot r = M = 24$

$\beta = \frac{24}{m R^2} = 0,035 (rad/s^2)$

c) $a_t = \beta \cdot r = 0,035 \cdot 30 = 1,05 (m/s^2)$

15B15: $D = 35\,N/m$

$m = 50g = 0{,}05\,kg$

$A = 0{,}04\,m$

a) $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}DA^2 = 0{,}028 (J)$

b) $x = 1cm = 0{,}01m$

$\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}DA^2$

$\frac{1}{2}35(0{,}01)^2 + \frac{1}{2}0{,}05v^2 = 0{,}028$

$v = 1{,}025 (m/s)$

$x = 3cm = 0{,}03\,m$

d) $\frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}35(0{,}03)^2 = 0{,}01575 (J)$

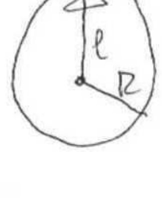
c) $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}DA^2 - \frac{1}{2}Dx^2 = 0{,}028 - 0{,}01575 = 0{,}01285 (J)$

15A19: $\ell = 2{,}3m \quad g = 1{,}67\,m/s^2$

a) $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\ell}{g}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2{,}3}{1{,}67}} = 0{,}18657 \left(\frac{1}{s}\right)$

b) $T = \frac{1}{f} = 5{,}35 (s)$

15B26: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta}{mg\ell}}$



$\ell = 20\,cm = R = 0{,}2\,m$

$\Theta_0 = mr^2$

$\Theta = \Theta_0 + mR^2 = mr^2 + mr^2 = 2mr^2$

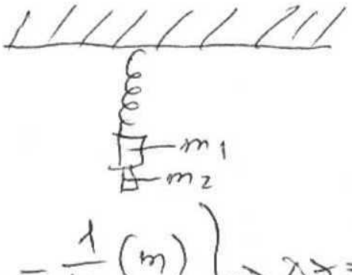
$T = 2\pi\sqrt{\frac{2mr^2}{mg\ell}} = 2\pi\sqrt{\frac{2\ell}{g}} = 1{,}256 (s)$

b) $1{,}256 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}} \Rightarrow \ell' = 0{,}4 (m)$

15B13: $m_1 = 2\,kg$

$m_2 = 1\,kg$

$D = 240\,N/m$



a) $\left.\begin{array}{l} Dx_0 = m_1 g \Rightarrow x_0 = \frac{1}{12}(m) \\ Dx_1 = (m_1+m_2)g \Rightarrow x_1 = \frac{1}{8}(m) \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta x = x_1 - x_0 = \frac{1}{24}(m)$

b) $w = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{240}{3}} = \sqrt{80} \Rightarrow f = \frac{w}{2\pi} = \frac{\sqrt{80}}{2\pi} \approx 1{,}4$

11B7

$\varphi = \frac{\beta}{2} \cdot t^2 + \omega t$

$90 = \frac{2}{2} \cdot 3^2 + \omega \cdot 3$

$\omega = 27 (rad/s)$

$t = \frac{\omega}{\beta} = \frac{27}{2} = \underline{\underline{13,5 (s)}}$

$\underline{12A18}$: $r = 7 cm = 0,07 m$

$m = 2 kg$

$M = 0,6 Nm$

$f = 1200$ fordulat/perc $= 20$ fordulat/sec $\Rightarrow \omega = 2\pi \cdot f = 125,6 \left(\frac{rad}{s}\right)$

$t = ?$

$\underline{\Theta \beta} = \underline{M}$

$\frac{1}{2} m r^2 \cdot \beta = 0,6$

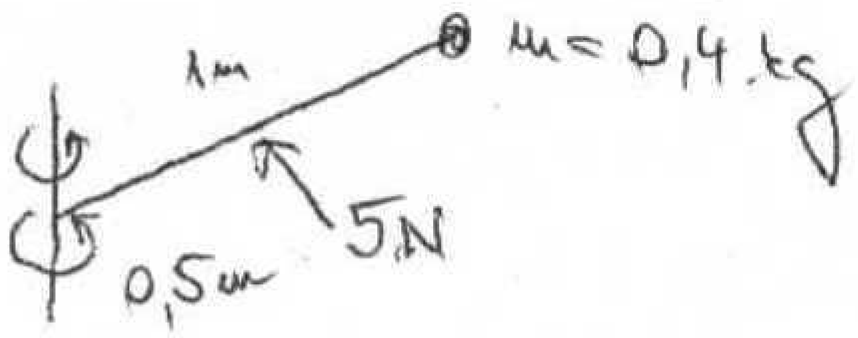
$\beta = \frac{0,6}{\frac{1}{2} m r^2} = \frac{0,6}{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,07^2} = 122,45 (rad/s^2)$

$t = \frac{125,6}{122,45} = 1,026 (s)$

$\varphi = \frac{\beta}{2} \cdot t^2 = \frac{122,45}{2} \cdot t^2 = 64,41 (rad)$

$n = \frac{\varphi}{2\pi} = \underline{\underline{10,26 \text{ (fordulat)}}}$

12B23:



$M = \Theta \cdot \beta$

$\Theta = m \cdot r^2$

$M = 5 \cdot 0,5 = 2,5\ (Nm)$

$\varphi = \beta \cdot \frac{1}{2} \cdot t^2 =$

$\beta = \frac{M}{m \cdot r^2} = \frac{2,5\ (Nm)}{0,4 \cdot 1^2\ (kg \cdot m^2)} = 6,25$

$\varphi = \frac{6,25}{2} \cdot 4^2 = 50\ rad$

$\Delta\varphi = 31^\circ = 0,5407\ (rad)$ $\boxed{11B8}$

$d = 0,8\ m$

$f = 900$ fordulat/perc $= 15$ fordulat/sec $\Rightarrow \omega = 2\pi f = 30\pi\ (rad/s) =$
$= 94,2\ (rad/s)$

$v = \frac{s}{t}$

$\omega = \frac{\varphi}{t} \Rightarrow t = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{0,5407}{94,2} = 0,00574\ (s)$

$v = \frac{s}{t} = \frac{0,8}{0,00574} = \underline{\underline{139,35\ (m/s)}}$

15B28: $m = 2\,kg$

$D = 200\,N/m$

$\Delta x = 0{,}2\,m$

$t = 6\,s$

$A_1 = 0{,}16\,m$

a) $k = ?$

$$x_{cs.}(t) = A \cdot e^{-\beta \cdot t} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \begin{cases} x(0) = A * \sin(\varphi) = 0{,}2 \; (= \Delta x) \\ v(0) = A * \omega * \cos(\varphi) = 0 \end{cases}$$

(A0 és φ kiszámítása, felhasználva, hogy kezdősebesség nélkül, 0,2m kitérésből indul a test)

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} \quad \text{és} \quad A = 0{,}2 = A_0$$

$$x_{cs.}(6) = 0{,}2 \cdot e^{-\beta \cdot 6} = 0{,}16 \Rightarrow \beta = \frac{1}{6} \cdot \ln \frac{0{,}2}{0{,}16} = 0{,}037 \left(\frac{1}{s}\right)$$

$$\left(A_1 = A_0 \cdot e^{-\beta t} \Rightarrow \beta = \frac{1}{t} \cdot \ln \frac{A_0}{A_1} \right)$$

$$\beta = \frac{k}{2m} \Rightarrow k = 2m \cdot \beta = 0{,}148 \left(\frac{kg}{s}\right)$$

b) $$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{10^2 - 0{,}037^2} = 9{,}999315$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = 10$$

rendszer sajátfrekvenciája

rezonancia frekvencia

5. gyakorlat példái

Órai munkához ezekből válogassunk:

18A-2 Az emberi fül a kb. 20-tól 20000 Hz -ig terjedő frekvencia-intervallumba eső hanghullámokat érzékeli. Határozzuk meg ezek (centiméterben mért) hullámhosszát a levegőben.

18B-7 Egy húr mentén az x tengely pozitív irányában 200 m/s sebességgel haladó transzverzális hullám amplitúdója 0,7 mm, hullámhossza 20 cm. Határozzuk meg (SI egységekben) a hullámot leíró $y = A\ \sin(kx-\omega t)$ egyenletben szereplő A, k és ω mennyiségek számértékét.

18B-13 Egy szerelőmunkás ütemesen szeget kalapál. A kalapács-ütések 0,8 s időközzel követik egymást. A munkástól bizonyos távolságban lévő gyermek megfigyeli, hogy a kalapácsütések hangját az ütések között eltelt időtartam felében hallja. Határozzuk meg, milyen messze van a gyermek a szerelőmunkástól.

18B-22 A 18-23 ábrán látható fűrészfog alakú impulzus 100 m/s sebességgel halad egy kifeszített huzalon. (A transzverzális amplitúdót az ábra túlzottan nagyítva mutatja.) A $t = 0$ időpontban az impulzus vezető éle 6 méterre van a huzal rögzített végétől. Készítsünk vázlatot, amelyen a huzal 0,10 másodperccel későbbi alakja van feltüntetve. Jelöljük be az impulzus jellegzetes méreteit is!

18A-25 A piccolo (kisméretű fuvola) teljes hossza 32 cm. Rezonáló légoszlopa úgy rezeg, mint a mindkét végén nyitott síp légoszlopa. a) Határozzuk meg azt a legmélyebb hangot, amit a piccolóval játszani lehet, feltételezve, hogy a hang terjedési sebessége 330 m/s! b) A síp oldalában lévő lyukak a rezonáló légoszlop hosszát lerövidítik. A piccolo legmagasabb hangjának frekvenciája 4000 Hz; határozzuk meg az ennek megfelelően kialakuló állóhullám csomópontjainak egymástól való távolságát.

18A-34 Egy 20 m/s sebességgel haladó vonat utasai vasúti kereszteződéshez közelednek, ahol egy 400 Hz alapfrekvenciájú gong figyelmeztet a vonat közeledésére. Ezen a napon a hang terjedési sebessége levegőben 330 m/s. a) Milyen frekvenciájú hangot hallanak az utasok, amikor a kereszteződéshez közelednek? b) Milyen frekvenciájú hangot hallanak az utasok, amikor a kereszteződést elhagyják és távolodnak a gongtól? c) Milyen frekvenciát hallana a földön álló megfigyelő, ha a 20 m/s sebességgel közeledő vonaton lenne a 400 Hz frekvenciájú hangot kibocsátó gong?

18A-38 Léglökéses vadászgép 1,2 Mach sebességgel (azaz a levegőben terjedő hang sebességénél 1,2-szer gyorsabban) vízszintesen repül. A földi megfigyelő a gépet mekkora szög alatt látja a vízszintes fölött, amikor a hangrobbanást hallja?

18B-40 Egy orgonasíp hangmagassága azonos a zongora 440 Hz frekvenciájú hangjával, ha a hangsebesség a levegőben 340 m/s. A hőmérséklet annyira megnő, hogy a sebesség 346 m/s -ra növekedik. Mekkora lebegési frekvencia lesz hallható, ha ezt a hangot mindkét hangszer egyszerre bocsátja ki? (Tegyük fel, hogy a zongora hangmagassága nem változott meg.)

8.26. Egyik végén zárt csőben 440 Hz frekvenciájú hangvillával rezgéseket keltünk. A rezgésnek a csőben a nyitott végén kívül még egy duzzadó helye van. A cső hossza 60 cm. Határozzuk meg a hanghullám hullámhosszát és a hang terjedési sebességét a csőben levő levegőben! Mennyi ennek a levegőnek a hőmérséklete, ha a hang terjedési sebessége 0°C-os levegőben 331 m/s, és a hőmérséklet emelkedésével ez a sebesség fokonként 0,6 m/s értékkel növekszik?

Otthoni gyakorlásra:

18B-11 Egy követ elengedve egy kútba ejtünk. A csobbanást pontosan 2 másodperccel később halljuk. Milyen mély a kút?

18A-27 Egyik végén zárt orgonasíp alapfrekvenciája 110 Hz. a) Ha a hangsebesség a levegőben 340 m/s, milyen hosszú a síp? b) Milyen hosszú lenne a síp, ha mindkét vége nyitott volna? Mekkora a síp következő állóhullámának frekvenciája az a), illetve a b) kérdés esetén.

18A-29 Vékony sárgaréz rúdban a longitudinális hullámok sebessége 3480 m/s. Határozzuk meg az egyik végén befogott 1 m hosszú sárgaréz rúd longitudinális rezgései során keletkező állóhullámok két legkisebb frekvenciáját. Készítsünk vázlatot az állóhullámok alakjáról.

18B-32 Függőlegesen álló 1,2 m hosszú üvegcsőben tetszésszerinti magasságra beállítható víz van. Rendelkezésünkre áll egy centiméter skála, hogy a vízszint és a cső (nyitott) felső vége közötti távolságot mérni tudjuk. A cső felső végéhez 528 Hz frekvenciával rezgő hangvillát tartunk. Határozzuk meg ezen a skálán azoknak a vízoszlopmagasságoknak megfelelő értékeket, amelyek mellett 20°C-os levegőben rezonancia jön létre!

18B-37 Egy napon, amikor a levegőben terjedő hang sebessége 330 m/s (és nem fúj a szél), egy hangforrás 1000 Hz frekvenciájú hangot ad ki. Milyen frekvenciát hall a megfigyelő az alábbi körülmények között: a) A megfigyelő 30 m/s sebességgel közeledik a forrás felé. b) A megfigyelő nyugalomban van, és a forrás közeledik a megfigyelő felé 30 m/s sebességgel. c) A megfigyelő is és a forrás is nyugalomban van, de most 30 m/s sebességű szél fúj a forrástól a megfigyelő felé.

18A-39 Az aerodinamikában használatos *Mach szám* a repülőgép sebességének és a gépet környező levegőben terjedő hang sebességének a hányadosa. Ha a szuperszónikus *Concorde* gép 2,1 Mach sebességgel repül ott, ahol a helyi hangsebesség 320 m/s, mekkora a keletkező kúp alakú lökéshullám fél kúpszöge?

8.20. Függőleges irányú harmonikus rezgéseket végző vízszintes fémlapon egy pénzdarab helyezkedik el. Megfigyelték, hogy első ízben akkor sikerült becsúsztatni egy vékony papírlapot a pénzdarab és a fémlap közé, amikor a rezgésszám elérte a 80-at másodpercenként. Mennyi volt a fémlap rezgésének amplitúdója?

8.48.

Súlytalan merev rúd hossza 3 méter. Végeire 1 kg tömegű, kis méretű golyókat erősítettek. Az egész rendszer a felső végétől 1 méterre levő vízszintes tengely körül kis kitérésű lengéseket végez. Mekkora a lengésidő?

B.2. Harmonikus rezgőmozgást végző részecske egy teljes periódusidő alatt 20 cm utat tesz meg. Legnagyobb gyorsulása 4 cm/s². Mekkora a rezgésszám?

Fizika 1i
5.gyakorlat feladatai

Nagyfalusi Balázs

gyakorlatvezető

1. 18A-2-es feladat

Az emberi fül a kb....

A határfrekvenciák:

$$f_1 = 20\ Hz,\ f_2 = 20\ 000\ Hz$$

A hang terjedési sebessége, $c = 330 m/s$, és a terjedési sebesség, frekvencia és hullámhossz között a következő összefüggés igaz: $c = \lambda f$. Ez alapján a két határhullámhossz:

$$\lambda_1 = \frac{c}{f_1} = 1650\ cm$$

$$\lambda_2 = \frac{c}{f_2} = 1{,}65\ cm$$

2. 18B-7

Egy húr mentén az x tengely ...

A megadott adatok, $c = 200\ m/s$, $A = 0,\ 7\ mm$, $\lambda = 20\ cm$. Az előző feladatban használt összefüggés és korábbi ismeret alapján:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{c}{\lambda} = 62831/s$$

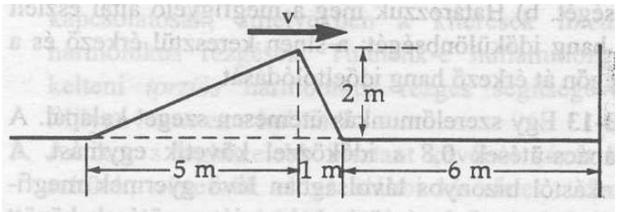
A hullámszám pedig:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 31{,}41/m$$

3. 18B-22

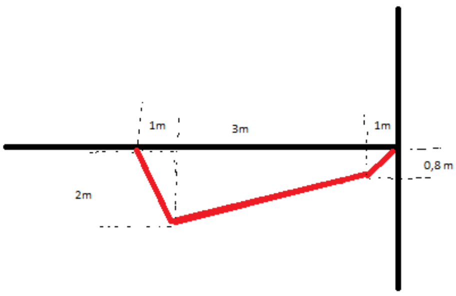
A 18-23 ábrán látható fűrészfog ...

A hullám sebessége $v = 100\ m/s$. Az eltelt idő $\Delta t = 0{,}1\ s$, vagyis a hullám pontjai által megtett út $s = v\Delta t = 10\ m$



1. ábra. Fűrészfog impulzus

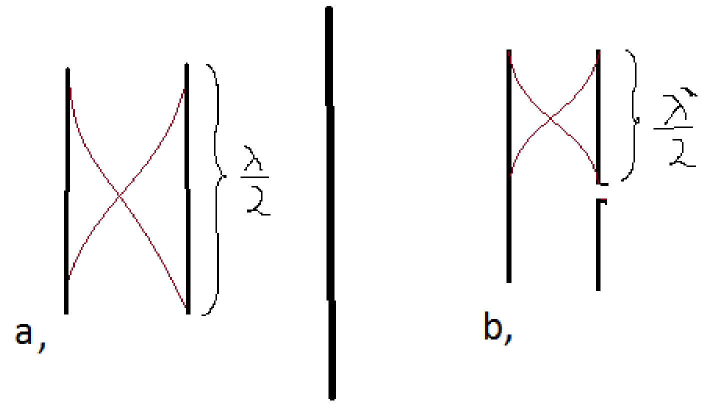
Ekkora távolságot a pontok úgy tunak megtenni, hogy visszaverődnek a faltól. Rögzített végről való visszaverődésnél a visszavert hullám a beérkezővel ellentétes fázisú lesz, ami jelen esetben azt jelenti, hogy „lefelé fog dudorodni”. Az ábra megrajzolásánál már csak azt kell figyelembe venni, hogy az impulzus utolsó egy métere a faltól több mint 10 méterre van tehát ennyi idő alatt nem ér oda, és nem verődik vissza, hanem a már visszavert utolsó előtti méterrel összeadóik. Ez alapján a 2. ábrán látható képet várhatjuk.



2. ábra. A visszavert impulzus

4. 18A-25

A piccolo(kisméretű fuvola) teljes hossza ...



a, Mindkét végén nyitott húr $-->$ fél hullámhossz fér bele minimálisan. Vagyis $l = \frac{\lambda}{2} = 32\ cm$, és $c = 330\ m/s$, a frekvencia:

$$f = \frac{c}{\lambda} = 515{,}62\ Hz$$

b, Most $f' = 4000\ Hz$, ez alapján az új hullámhossz:

$$\lambda' = \frac{c}{f'} = 8{,}25\ cm$$

5. 18A-34

Egy 20 m/s sebességgel közeledő ...

a, Doppler effektus közeledő megfigyelő, álló hangforrás esete:

$$f' = f_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right) = 424{,}6\ Hz$$

b, Doppler effektus távolodó megfigyelő, álló hangforrás esete:

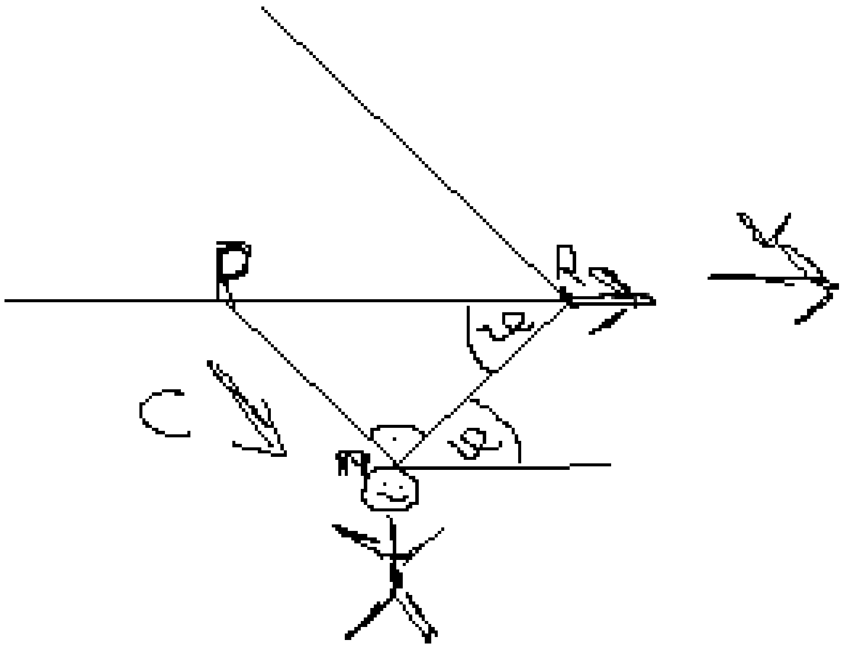
$$f'' = f_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right) = 375{,}3\ Hz$$

c, Doppler effektus álló megfigyelő, közeledő hangforrás esete:

$$f''' = f_0 \frac{1}{1 - \frac{v}{c}} = 425{,}8\ Hz$$

6. 18A-38

Léglökéses vadászgép 1,2 Mach sebességgel ...



A repülő a P pontból indult, és az észlelésig $PR = s = vt$ utat tett meg. Ezalatt a hang által megtett PM távolság $PM = ct$. A 6. ábra alapján felírható az alábbi összefüggés a szög és a sebesség között:

$$\sin\vartheta = \frac{ct}{vt} = \frac{c}{v}$$

Vagyis a szög:

$$\vartheta = \arcsin\left(\frac{c}{v}\right) = 56{,}4\ ^\circ$$

7. 18B-40

Egy orgonasíp hangmagassága azonos a zongora ...

Tudjuk, hogy $c = 340\ m/s$-os sebességnél, és $f_{zong} = f_{org1} = 440\ Hz$-es frekvenciával $\lambda = \frac{c}{f_{org1}} = 0{,}772\ m$. A hőmérsékletváltozás hatására változik as terjedési sebesség $c_2 = 346\ m/s$-ra. Emiatt az orgona légoszlopába más frekvenciájú hanghulám fér be:

$$f' = \frac{c_2}{\lambda} = 447\ Hz$$

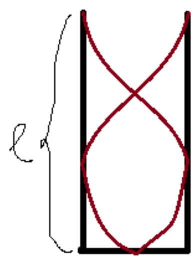
Emiatt a zongora és az orgona együttes játékát kíséri a lebegés jelensége, melynek frekvenciája:

$$f_{lebeg} = f' - f_{zong} = 7\ Hz$$

8. 8.26

Egyik végén zárt csőben 440 Hz ...

A cső a 3. ábrán látható, $l = 60\ cm$, $f = 440\ Hz$. A hullám felrajzolásakor azt kell figyelembe venni, hogy nílt végnél duzzadóhely, míg zártnál csomópont kell, hogy legyen.



3. ábra. Egyik végén zárt cső

a, Az ábráról jól látszik, hogy $l = \frac{3}{4}\lambda$, vagyis $\lambda = \frac{4}{3}l = 80\ cm$. A terjedési sebesség $c = \lambda f = 352\ m/s$

b, A terjedési sebességre az alábbi összfüggés igaz:

$$c = c_0 + 0{,}6(T - T_0),$$

ahol $c_0 = 331 m/s$, és $T_0 = 0°C$. Ez alapján $T = T_0 + \frac{c - c_0}{0{,}6} = 35°C$

9. 18B-11

Egy követ elengedve ...

A hallás ideje két részből áll, a leesés és a hang felérése, vagyis $t = 2\ s = t_{le} + t_{fel}$. A le- és felfelé megtett út ugyanannyi, vagyis:

$$\frac{g}{2}t_{le}^2 = h = ct_{fel}$$

Így két egyenletünk van t_{le} és t_{fel} időkre, amik így meghatározhatóak, és ezekből h is kijön.

10. 18A-27

Egyik végén zárt orgonasíp …

a, lásd 8.26 feladat a, része, de most más ábra kell! b, mint 18A-25 b része

11. 18A-29

Vékony sárgaréz rúdban a longitudinális …

A feladat ugyanaz, mint a 8.26-ban

12. 18B-32

Függőlegesen álló 1,2 m hosszú üvegcsőben …

A víz zárt vég, a levegő nyílt. A 20 $°C$-os sebesség legyen $c = 330\ m/s$, így a hullámhossz már kiszámolható. A feladat márcsak az, hogy megnézzük a lehetséges negyed-, háromnegyed-, …-hullámhosszú levegőszintek beférnek-e az 1,2 m-be.

13. 18B-37

Egy napon, amikor a levegőben …

Doppler-effektus $>$18A-34-es feladat

14. 18A-39

Az aerodinamikában használatos Mach szám …

A 18A-38-as feladatban kiszámolt szög pont a Mach szög, vagyis …

6. gyakorlat példái

Órai munkához ezekből válogassunk:

19A-2 15,24 m hosszú acél vasúti síneket úgy raknak le, hogy végeik között kis réseket hagynak a hőtágulásra. Ha 10 °C-os hőmérsékleten fektették le a síneket, mekkora minimális réssel lehet megakadályozni, hogy 50 °C-os hőmérsékleten összeérjenek? A lineáris hőtágulási tényező a sínekre $1{,}1 \times 10^{-5}$ 1/°C.

19A-13 Egy 2 kg-os, 90 °C-os bronz tárgyat 1 liter 20 °C-os vízbe merítenek. Az egyensúlyi hőmérséklet 32 °C lesz. Határozzuk meg a bronz fajhőjét!

19A-15 Mennyi vizet kellene egy 70 kg-os ember bőréről elpárologtatni ahhoz, hogy teste 1 °C-kal lehűljön, ha feltételezzük, hogy az emberi test fajhője megegyezik a vízével? A 37 °C-os (a felnőtt ember „normál" hőmérséklete) víz párolgáshője 2427 kJ/kg.

19A-25 Egy épület téglafalának mérete: 4 m × 10 m és a fal 15 cm vastag. (λ = 0,8 W/(m °C). Mennyi hő áramlik át a falon 12 óra alatt, ha az átlagos belső hőmérséklet 20 °C, a külső pedig 5 °C?

19B-28 A kereskedelmi forgalomban kapható „hőszállító cső" olyan zárt, légmentes, 28 cm hosszú, 0,95 cm átmérőjű cső, amiben a munkafolyadékot tartalmazó kapilláris szál található. Az egyik végét melegítve, a folyadék elpárolog, miközben a cső gyorsan megtelik gőzzel. A gőz – a nem melegített felülettel érintkezve, – lecsapódik és párolgáshőjét átadja a falnak. Azt állítják, hogy ez a cső „százszor" jobb hővezető, mint a legjobb fémes vezető. Határozzuk meg az ekvivalens hővezetési tényezőt a következő adatokból: maximális hőmérséklet-gradiens 9,84 °C/m, a hőáramerősség 60 W. Hasonlítsuk össze az eredményt a 19-4 táblázat értékeivel!

19-4 táblázat Hővezetési tényező (0 °C-on és ≈10^5 Pa nyomáson)

Anyag	(W/m·°C)	(cal/m·s·°C)
Szilárd anyagok		
Polisztirol hab	0,01	0,002
Fa *	0,09	0,02
Üveg *	0,8	0,2
Beton *	0,9	0,2
Jég	2,21	0,528
Acél *	48	11
Vas	86,5	20,7
Alumínium	236	56,4
Vörösréz	403	96,3
Ezüst	429	102
Folyadékok		
Víz	0,566	0,135
Gázok		
Széndioxid	0,0145	0,00346
Száraz levegő	0,0237	0,00566
Hélium	0,141	0,0337
Hidrogén	0,167	0,0398

* Az anyag összetételének megfelelően változó

20A-2 Egy autó kerekét $1{,}655 \cdot 10^5$ Pa nyomásúra fújták fel 27°C-on. Rövid ideig tartó vezetés után a nyomás 2,34 10^5 Pa-ra nőtt. Mekkora a levegő hőmérséklete az autógumi belsejében?

20A-5 Egy nitrogén-tartályban a nyomás 21°C-on $1{,}86 \cdot 10^7$ Pa. Mekkora a tartály térfogata, ha 10^5 Pa nyomáson és 21°C hőmérsékletnél a nitrogén térfogata 8,5 m³ lenne?

20A-12 A Föld népességét 2000-re 6,3 milliárdra becsülik. Hány mólnyi ember ez?

20A-14 a) Hány mól H_2O van a 200 g vizet tartalmazó pohárban? b) Hány vízmolekula van a pohárban?

20B-17 a) Határozzuk meg az 500 literes tartályban tárolt 10 mól széndioxid (CO_2), 25°C hőmérsékleten felvett nyomását! b) Mekkora a tartályban levő gáz sűrűsége?

20A-31 A deutérium (atomtömege 2u) fúziós reakciója csak akkor megy végbe, ha a deutérium kinetikus energiája nagyobb, mint $1{,}2 \cdot 10^{-13}$ J. Határozzuk meg azt a hőmérsékletet, amelynél a deutérium atommagjainak átlagos kinetikus energiája éppen megindítaná a fúziós reakciót!

21A-2 Tételezzük fel, hogy 0,2 mól $20 \cdot 10^5$ Pa nyomású és 27 °C hőmérsékletű egyatomos gáz, izotermikusan tágul eredeti térfogatának kétszeresére. a) Határozzuk meg a gáz által végzett munkát. b) Mennyi a gázzal közölt hő? c) Mekkora a gáz belső energiájának megváltozása? d) Határozzuk meg a gáz végső térfogatát.

21B-11 Egyatomos ideális gázt 27°C-ról hirtelen kisebb térfogatra nyomunk össze. Ezután állandó térfogaton eredeti hőmérsékletére hűtjük, majd izotermikusan eredeti térfogatáig tágítjuk. a) Vázoljuk a folyamat p–V diagramját! b) Mekkora a ciklus alatt a gázon végzett összes munka, ha a folyamat alatt a hőcserék eredménye $2{,}09 \cdot 10^4$ J elvont hő?

22A-3 Hőerőgép 1000 J munkát végez, miközben 6000 J hőt ad le a hidegebb hőtartálynak. Határozzuk meg a hőerőgép hatásfokát.

22B-12 Egy bizonyos hőerőgép, amely 300 °C és 9°C között működik, 25 % maximális elméleti hatásfokot ér el. Mekkora befektetett hőmennyiség szükséges 10^4 J munkavégzéshez?

Otthoni gyakorlásra:

19A-4 1971-ben a világ leghosszabb hajója az acélból készült *Europoort* olajszállító tartályhajó volt, amelynek hossza 347,8 m. Mekkora hőmérsékletváltozás okozna rajta egy 28 cm-es hossznövekedést?

19A-10 Mennyi hőt kell közölni egy 40 g-os, 0 °C-os jégkockával ahhoz, hogy 27 °C-os vízzé alakuljon?

19B-18 Hideg napokon testünk termikus energiájának egy részét a belélegzett levegő felmelegítésére fordítjuk. Nyugalomban lévő felnőtt ember percenként kb. 11-szer lélegzik, minden légzés térfogata 0,5 l. Számoljuk ki az óránkénti hőveszteséget egy –18 °C-os hideg napon, feltételezve, hogy a tüdő a beszívott levegőt a 37 °C-os normál testhőmérsékletre melegíti fel.

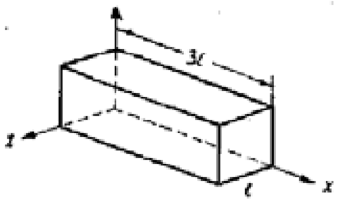
19A-24 Alumínium edény fenekének átmérője 20 cm, vastagsága 1 mm. A tűzhelyre helyezett edény aljának külső és belső felülete között állandó, 4,2 °C hőmérséklet-különbség áll fenn. Hány joule energia áramlik át az edény fenekén 1 perc alatt?

20A-4 Nagy magasságokban végzett kutatásokra használt nagy méretű léggömb térfogata 500 m^3. Ha a hélium 150.10^5 Pa nyomású, 40 literes tartályokban kapható, hány tartályra van szükség ahhoz, hogy a léggömböt 1.10^5 Pa nyomásra feltöltsük?

20A-7 Mekkora 2 mól ideális gáz térfogata $4 \cdot 10^5$ Pa nyomáson és 20 °C hőmérsékleten?

20A-32 Egy p_0 nyomású, T_0 hőmérsékletű ideális gázt tartalmazó tartályt addig fűtenek, amig a molekulák átlagos kinetikus energiája megkétszereződik. a) Határozzuk meg az új hőmérsékletet T_0-lal kifejezve. b) Határozzuk meg az új nyomást p_0-lal kifejezve.

20B-34 Részecskék egy csoportjának sebességértékei a következők: 3, 4, 6, 6, 7, 8, 8, 8, 10, 13. a) Mekkora az átlagsebesség? b) Mekkora a négyzetes középsebesség?



20-10 ábra
A 20B-37 feladathoz

20B-37 A 20-10 ábrán látható doboz 6.10^{12} hidrogén molekulát tartalmaz. Használjuk fel azt az egyszerűsítő feltevést, hogy a molekulák egyharmada mozog a $\pm x$ tengely mentén, egyharmada a $\pm y$ tengely mentén, és egyharmada a $\pm z$ tengely mentén. Tegyük fel azt is, hogy minden molekula a 27°C-nak megfelelő négyzetes középsebességgel mozog. Határozzuk meg a falra gyakorolt nyomást az l élhosszúsággal kifejezve.

21A-4 0,4 mól egyatomos ideális gázt $6 \cdot 10^5$ Pa állandó nyomáson, 27°C kezdeti hőmérsékletről addig melegítünk, amíg térfogata megkétszereződik. a) Határozzuk meg a gáz által végzett munkát! b) Mennyi hőt közlünk a gázzal? c) Mennyivel változott a gáz belső energiája?

21B-7 Két mól normál állapotú egyatomos ideális gázt állandó nyomáson melegítünk, míg térfogata megkétszereződik. a) Határozzuk meg a végső hőmérsékletet! b) Mekkora a gáz által végzett munka? c) Határozzuk meg a gázzal közölt hőt! d) Mekkora a gáz belső energiájának megváltozása?

21B-10 4 mól egyatomos ideális gáz a kezdeti 1 m^3 térfogatról és 300 K hőmérsékletről adiabatikusan 10 m^3 végső térfogatra tágul. a) Mennyi munkát végez a gáz? b) Mekkora a végső hőmérséklet? c) Mekkora munkát végez a gáz, ha izotermikusan tágul 10 m^3-re? d) A c) pontban honnan származik a munkavégzéshez szükséges energia?

22A-1 Egy Carnot-gép a 400 K és 300 K hőmérséklet között működik. Mekkora a hőerőgép által végzett munka, ha 600 J hőt vesz fel a magasabb hőmérsékletű hőtartályból?

22A-6 Határozzuk meg annak a hőerőgépnek a maximális hatásfokát, amely egy 100 °C-os szénsavas melegvízű forrás és az 5 °C-os levegő között működik.

22A-7 Egy energiatakarékos hőerőgépre tett javaslat a trópusokon az óceán felszíni vizét magasabb hőmérsékletű (22 °C -os) hőtartályként, a 700 m mélységben lévő, 5 °C -os víznek pedig alacsonyabb hőmérsékletű hőtartályként való felhasználását ajánlja. Határozzuk meg az ilyen hőerőgép maximális termikus hatásfokát.

22B-9 Egy bizonyos termodinamikai gép 100°C és 400°C között működik. a) Határozzuk meg, az elméletileg elérhető maximális hatásfokot! b) Mekkora a tényleges hatásfok, ha a hőerőgép háromszor annyi hőt ad le, mint amekkora a végzett munka nagysága?

Feladatok

$\boxed{19A-2}$

$l_0 = 15{,}24\ m$

$T_1 = 10\ °C$

$T_2 = 50\ °C$

$\alpha = 1{,}1 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{°C}$

$$\Delta l = \alpha\, l_0\, \Delta T = \alpha\, l_0 (T_2 - T_1) =$$
$$= 1{,}1 \cdot 10^{-5} \cdot 15{,}24 \cdot 40 = \underline{\underline{6{,}7056 \cdot 10^{-3}\ m}}$$

$\boxed{19A-13}$

$m_b = 2\ kg$

$T_b = 90\ °C$

$m_{víz} = 1\ l = 1\ kg$

$T_{víz} = 20\ °C$

$T_e = 32\ °C$

$c_{víz} = 4180$

c_b

$$Q_{le} = Q_{fel}$$
$$c_b \cdot m_b (T_b - T_e) = c_{víz} m_{víz} (T_e - T_{víz})$$
$$c_b\, 2 (90 - 32) = 4180 \cdot 1 (32 - 20)$$
$$\underline{\underline{c_b \approx 432{,}41}}$$

$\boxed{19A-15}$

$m_e = 70\ kg$

$\Delta T = 1\ C$

$c_e = c_v = 4180$

$L_p = 2.427.000\ J/kg$

m_v

$$\left.\begin{aligned} Q_{le} &= c_v m_e \Delta T \\ Q_v &= L_p m_v \end{aligned}\right\}$$
$$c_v m_e \Delta T = L_p m_v$$
$$4180 \cdot 70 \cdot 1 = 2427000\ m_v$$
$$m_v \approx 0{,}121\ kg$$

$\boxed{19A-25}$

$A = 4 \cdot 10 = 40\ m^2$

$\Delta x = 15\ cm = 0{,}15\ m$

$\lambda = 0{,}8\ W/m°C$

$\Delta t = 12\ h = 43\,200\ s$

$\left.\begin{aligned} T_1 &= 20°C \\ T_2 &= 5°C \end{aligned}\right\}\ \Delta T = 15°C$

ΔQ

$$\boxed{\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x}}$$
$$\frac{\Delta Q}{43200} = -0{,}8 \cdot 40 \cdot \frac{15}{0{,}15}$$
$$\Delta Q = \cancel{-\frac{3200}{43200}}$$
$$= -3200 \cdot 43200 =$$
$$= 138.240.000\ J$$

19B - 28

$\Delta x = 28\,cm = 0{,}28\,m$

$d = 0{,}95\,cm = 0{,}95 \cdot 10^{-2}\,m$

Maximális hőmérséklet-gradiens

$$\frac{\Delta T}{\Delta x} = 9{,}84\,\frac{°C}{m}$$

Hőáramerősség: $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = 60\,W$

λ

$$A = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi =$$
$$= 2{,}25625 \cdot 10^{-5}\,\pi$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$$60 = -\lambda\, 2{,}25625 \cdot 10^{-5}\,\pi \cdot 9{,}84$$

$$\lambda = 86024{,}26781\,\frac{W}{m\,°C}$$

20A - 2

$p_1 = 1{,}655 \cdot 10^5\,Pa$

$T_1 = 27\,°C = 300\,K$

$p_2 = 2{,}34 \cdot 10^5\,Pa$

T_2

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} \approx 151{,}169\,K$$

20A - 5

$T_1 = 21\,°C = 294\,K$

$p_1 = 1{,}86 \cdot 10^7\,Pa$

$p_2 = 10^5\,Pa$

$T_2 = 21\,°C = 294\,K$

$V_2 = 8{,}5\,m^3$

V_1

$T_1 = T_2 = \text{áll}$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$1{,}86 \cdot 10^7\, V_1 = 10^5 \cdot 8{,}5$$

$$V_1 = \frac{1}{22} \approx 0{,}045\,m^3$$

20A - 12

$N = 6{,}3$ milliárd $= 6{,}3 \cdot 10^9$

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{6{,}3 \cdot 10^9}{6{,}02 \cdot 10^{23}} = 1{,}05 \cdot 10^{-14}\,mol$$

20A - 14

$m = 200\,g$

$M_v = 2 \cdot 1 + 16 = 18\,\frac{g}{mol}$

$$n = \frac{m}{M} = 11{,}11\,mol$$

$$n \cdot N_A = 11{,}1 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \approx 6{,}68 \cdot 10^{24}$$

$\boxed{20B-17}$

$n = \frac{m}{M}$

$V = 500\ l = 0{,}5\ m^3$

$n = 10\ mol$

$T = 25°C = 298\ K$

$M_{CO_2} = 12 + 16 \cdot 2 = 44\ \frac{g}{mol}$

p

ρ

$pV = nRT$

$pV = \frac{m}{M} \cdot RT$

$pM = \frac{m}{V} \cdot RT$

$\boxed{\frac{p \cdot M}{R \cdot T} = \frac{m}{V} = \rho}$

$pV = nRT$

$p = \frac{nRT}{V} = \frac{10 \cdot 8{,}314 \cdot 298}{0{,}5} = \underline{49551{,}44\ Pa}$

$\left.\begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ m = n \cdot M \end{array}\right\} \rho = \frac{n \cdot M}{V} = \frac{10 \cdot 44}{0{,}5} = \underline{880}$

$\boxed{20A-31}$

$E_{kin} = 1{,}2 \cdot 10^{-13}\ J \quad | \ T = ?$

$E_{kin} = \frac{3}{2} kT \longrightarrow$ mert egyatomos $\Rightarrow$ deuterium atom

$1{,}2 \cdot 10^{-13} = \frac{3}{2} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ T$

$T = \underline{0{,}579 \cdot 10^{10}\ K}$

$\boxed{21A-2}$

$n = 0{,}2\ mol$

$p = 20 \cdot 10^5\ Pa$

$T = 27°C = 300\ K$

$V_2 = 2V_1$

W

Q

ΔE_b

$T =$ áll

$pV_1 = nRT$

$\Delta V = V_1 = \frac{nRT}{p} = \frac{0{,}2 \cdot 8{,}314 \cdot 300}{20 \cdot 10^5} = \underline{2{,}4942 \cdot 10^{-4}\ m^3}$

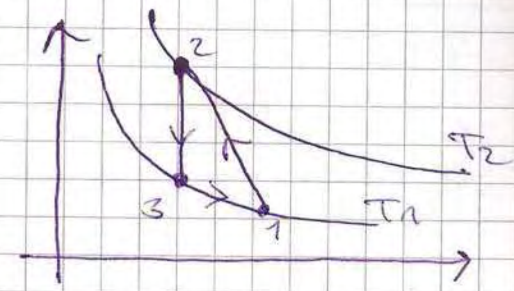
$W = -p\Delta V = -20 \cdot 10^5 \cdot 2{,}49 \cdot 10^{-4} = \underline{-498{,}84\ J}$

$Q = -W = \underline{498{,}84\ J}$

$\Delta E_b = \frac{1}{2} N k \Delta T = \frac{1}{2} nR\Delta T = 0$

21B-11

$T = 27\,°C = 300\,K$
$Q = 2{,}09 \cdot 10^4\ J$ | W



$1 \to 2$ adiabatikus

$Q_1 = 0$

$\Delta E_{b1} = W$

$2 \to 3$ izochor $V = áll$

$Q_2 = \Delta E_{b2}$

$W = 0 = p\Delta V = p \cdot 0$

$3 \to 1$ izoterm

$Q_3 = -W$

$\Delta E_{b3} = 0$

$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 2{,}09 \cdot 10^4$

$0 + Q_2 - W = 2{,}09 \cdot 10^4$

és

$\Delta E_{b1} + \Delta E_{b2} + \Delta E_{b3} = 0$

$W + Q_2 + 0 = 0$

$W = -Q_2$

$Q_2 - W = 2{,}09 \cdot 10^4$
$W = -Q_2$

$-2W = 2{,}09 \cdot 10^4$

$W = -10\,450\ J$

22A-3

$W_h = 1000\ J$
$W_e = 6000\ J$

$\eta = \dfrac{1000}{1000 + 6000} = \dfrac{1}{7}$

22B-12

$T_1 = 300\,°C$
$T_2 = 9\,°C$
$\Delta T = 291\,°C$

$\eta_{max} = 25\,\%$

$W_h = 10^4\ J$

$\dfrac{1}{\eta} \cdot W = Q_1$

$Q_1 = \dfrac{1}{0{,}25} \cdot 10^4 = 40\,000\ J$

19A-4

$l_0 = 347{,}8\ m$
$\Delta l = 28\ cm = 0{,}28\ m$
$\alpha_{acc} = 1{,}6 \cdot 10^{-5}$

| ΔT

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{\Delta l}{\alpha l_0} = \frac{0{,}28}{1{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 347{,}8} = \underline{\underline{50{,}316\ °C}}$$

19A-10

$m = 40\ g = 0{,}04\ kg$
$T_f = 0\ °C = 273\ K$
$T_v = 27\ °C = 300\ K$
$L_0 = 335\,000\ \frac{J}{kg}$
$c_v = 4200$

| Q

$$Q = L_0 m + c_v m \Delta T =$$
$$= 335000 \cdot 0{,}04 + 4200 \cdot 0{,}04 \cdot 27 =$$
$$= \underline{\underline{17\,936\ J}}$$

19B-18

1 lègrebo $\rightarrow 0{,}5\ l = 0{,}5\ kg = m$
$T_1 = -18\ °C$
$T_2 = 37\ °C$ $\Big\}$ $\Delta T = 55$
$c_{cervegi} = 0{,}712$

| Q

$$Q = c_e \cdot m \Delta T = 19{,}58$$
11/pere
$$11\,Q = \underline{\underline{215{,}38\ J}}$$

19A-24

$d = 20\ cm = 0{,}2\ m$
$\Delta x = 1\ mm = 1 \cdot 10^{-3}\ m$
$\Delta T = 4{,}2\ °C$
$\Delta t = 1\ min = 60\ s$
$\lambda_{alu} = 236\ \frac{W}{m\,°C}$

| ΔQ

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$
$$\frac{\Delta Q}{60} = -236 \cdot \left(\frac{0{,}2}{2}\right)^2 \pi\ \frac{4{,}2}{10^{-3}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \Delta Q = \underline{\underline{1\,868\,367{,}98\ J}}$$

20A-4

$V_1 = 500\ m^3$
$p_1 = 150 \cdot 10^5\ Pa$
$p_2 = 10^5\ Pa$

| V_2

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2}$$
$$V_2 = 75000\ m^3$$
$$V = 40\ l = 40\ dm^3 = 40 \cdot 10^{-3}\ m^3$$
$\Big\}$ $\frac{V_2}{V} = \ldots$ db

$\boxed{20A-7}$

$n = 2\,mol$

$p = 4 \cdot 10^5\,Pa$

$T = 20^\circ C = 293\,K$

V

$pV = nRT$

$V = \frac{nRT}{p} = 0{,}012\ m^3$

$\boxed{20A-32}$

$p_0,\ T_0$

$E_{k_1} = 2\,E_{k_0}$

$E_k = \frac{3}{2} kT_0$

$E_{k_1} = 2 \cdot \frac{3}{2} kT_0 = \frac{3}{2} kT_1$

$3\cancel{k}T_0 = \frac{3}{2} \cancel{k}T_1$

$T_0 = \frac{1}{2} T_1 \Rightarrow T_1 = 2T_0$

b) $V = konst$

$\frac{p_0}{\cancel{T_0}} = \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_1}{2\cancel{T_0}}$

$p_0 = \frac{1}{2} p_1 \Rightarrow p_1 = 2p_0$

$\boxed{20B-34}$

a) $v_{avg} = \frac{3+4+2\cdot 6+7+3\cdot 8+10+13}{10} = 7{,}3$

b) $v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3^2+4^2+2\cdot 6^2+7^2+3\cdot 8^2+10^2+13^2}{10}} =$

$= \sqrt{60{,}7} \approx 7{,}79$

$\boxed{20B-37}$

$N = 6 \cdot 10^{12}$ čest

$T = 27^\circ C = 300\,K$

$M_{H_2} = 2\ g/mol$

$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \left(\frac{1}{2} m\overline{v^2} \right)$

1 mol $6 \cdot 10^{23}$ čest

x mol $6 \cdot 10^{12}$ čest

$x = \frac{10^{12}}{10^{23}} = 10^{-11}$ mol

$n = x = \frac{m}{M} \Rightarrow m = x M = 10^{-11} \cdot 2 = \underline{\underline{2 \cdot 10^{-11}}}\ g$

$\overline{v^2} = \frac{3kT}{m} = \frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{2 \cdot 10^{-11}} = \underline{\underline{6{,}21 \cdot 10^{-10}}}$

$\Rightarrow p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \left(\frac{1}{3} m \overline{v^2}\right) = \frac{2}{3} \frac{6 \cdot 10^{12}}{3l^3} \left(\frac{1}{\cancel{2}} \cancel{2} \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}21 \cdot 10^{-10}\right) =$

$= \frac{2}{3} \cdot \frac{6 \cdot 10^{12}}{3l^3} \, 6{,}21 \cdot 10^{-21} = \frac{2{,}484 \cdot 10^{-8}}{3l^3} =$

$= \underline{\underline{\frac{8{,}28 \cdot 10^{-9}}{l^3}}}$

$V = l \cdot l \, 3l = 3l^3$

$\boxed{R1A-4}$

$n = 0{,}4$ mol	W
$p = 6 \cdot 10^5$ att	Q
$T_1 = 27\ °C = 300\ K$	E_b
$V_2 = 2V_1$	

$\left.\begin{array}{l} p V_1 = nRT_1 \\ p \underbrace{V_2}_{=2V_1} = nRT_2 \end{array}\right\}$ $V_1 = \frac{nRT_1}{p} = \frac{0{,}4 \cdot 8{,}314 \cdot 300}{6 \cdot 10^5} = \underline{\underline{1{,}66 \cdot 10^{-3}\ m^3}}$

$T_2 = \frac{2pV_1}{nR} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^5 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-3}}{0{,}4 \cdot 8{,}314} = \underline{\underline{600}}$

$W = -p\Delta V = -6 \cdot 10^5 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{-997{,}68\ J}}$

$\Delta E_b = \frac{3}{2} nR\Delta T = Q + W$

$\frac{3}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 8{,}314 \cdot 300 = Q - 997{,}68$

$Q = \underline{\underline{2494{,}2\ J}}$

$\Delta E_b = \underline{\underline{1496{,}52\ J}}$

$\boxed{21B-7}$

$n = 2\,mol$	T_2
$p = áll$	W
$V_2 = 2V_1$	Q
$f = 3$	ΔE_b

$T_1 = 0°C = 273\,K$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{2V_1}{T_2}$$

$$\frac{1}{T_1} = \frac{2}{T_2}$$

$$\underline{\underline{T_2 = 2T_1}} = 546\,K$$

$$W = -\int p\,dV = -p(V_2 - V_1) = -p(2V_1 - V_1) = \underline{-pV_1} =$$
$$= -nR(T_2 - T_1) = -nRT_1 = \underline{\underline{-2RT_1}} \approx -4539{,}4\ J$$

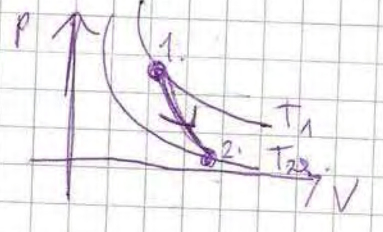
$$Q = \Delta E_b + W = n\frac{5}{2}R\Delta T = 2\cdot\frac{5}{2}RT_1 = \underline{\underline{5RT_1}} \approx 11348{,}6\ J$$

$$\Delta E_b = Q - W = 5RT_1 - (-2RT_1) = \underline{\underline{7RT_1}} \approx 15888{,}05\ J$$

$$n\frac{3}{2}RT_1 + (-2RT_1) =$$
$$= RT_1\left(n\frac{3}{2} - 2\right)$$

$\boxed{21B-10}$

$n = 4\,mol$	W
$V_1 = 1\,m^3$	T_2
$T_1 = 300\,K$	W, ha izoterm
$V_2 = 10\,m^3$	



a) adiabatikusan $Q = 0$

$$\Delta E_b = W + Q = W + 0 = W$$

$$\frac{3}{2}nR\Delta T = -p\Delta V$$

$$\Delta T = -\frac{2}{3}\frac{p\Delta V}{nR} = -\frac{2}{3}\frac{p\,9}{4\cdot 8{,}314}$$

$pV_1 = nRT_1$

$p \approx 9976{,}8\ Pa$

$$W = -p\cdot\Delta V = -9976{,}8\cdot 9 = \underline{89791{,}2}$$

$\Delta T = -1800 = T_2 - T_1$

$\underline{\underline{T_2 = -1500\,K}}$?

c) izoterm $T = áll$

$$\Delta E_b = 0$$

$$Q = -W = -nRT_1 \ln\frac{V_2}{V_1}$$

$\boxed{22A-1}$ Carnot-gép

$T_1 = 300\,K$

$T_2 = 400\,K$

$Q_1 = 600\,J$

W

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow Q_2 = \frac{3}{4} \cdot 600 = 450\,J$$

$$W = Q_1 - Q_2 = 150\,J$$

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= nRT_1 \ln\frac{V_B}{V_A} \\ Q_1 &= nRT_2 \ln\frac{V_B}{V_A} \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} 600 &= 300\,nR \ln\frac{V_B}{V_A} \\ Q_2 &= -400\,nR \ln\frac{V_B}{V_A} \end{aligned}\right\} Q_2 = -\frac{6}{4}\,300 = -450\,J$$

$$W = Q_1 + Q_2 = 600 - 450 = 150\,J$$

$\boxed{22A-6}$

$T_1 = 100\,°C$

$T_2 = 5\,°C$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1-278/373=0,255$$

$\boxed{22A-7}$

$T_1 = 22\,°C$

$T_2 = 5\,°C$

$h = 700\,m$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1-278/295=0,058$$

$\boxed{22B-9}$

$T_1 = 100\,°C$

$T_2 = 400\,°C$

$$\eta_{max} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1-373/673=0,446$$

$$\eta_{tényleges} = 1 - \frac{Q_2}{3Q_1} \quad ?$$

7. gyakorlat példái

Órai munkához ezekből válogassunk:

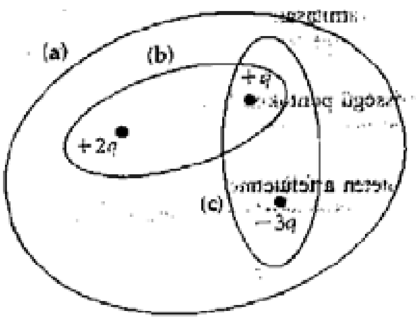
24A-1 Számítsuk ki, mennyi elektront kellene a Földre és a Holdra juttatni, hogy az ezek által létrehozott taszítóerő éppen egyenlő legyen a Föld és a Hold közötti vonzóerővel?

24A-5 Tekintsünk egy +3 μC töltést, amely az $x = 4$ cm, $y = 0$ pontban valamint egy -2 μC töltést, amely az $x = 0$, $y = 5$ cm koordinátájú pontban helyezkedik el. Számítsuk ki, mekkora erő hat az origóban lévő +6 μC nagyságú töltésre.

24B-15 Egy homogén elektromos erőtér térerőssége (derékszögű koordinátarendszerben) $\mathbf{E} = E_0\hat{y}$, ahol E_0 konstans. Egy m tömegű és $+q$ töltésű részecskét juttatunk a koordinátarendszer origójába, $\mathbf{v} = v_0\,\hat{x}$ sebességgel. Számítsuk ki a részecske pályájának az egyenletét.

24A-16 Számos molekulának van elektromos dipólusmomentuma, mert a pozitív töltések (protonok) tömegközéppontja nem esik egybe a negatív töltésekével (elektronokéval). A vízmolekula dipólusmomentuma gázfázisban 6,24 10^{-30} Cm. a) Számítsuk ki a vízmolekulára ható maximális forgatónyomatékot 10 N/C térerősségű elektromos erőtérben. b) Számítsuk ki, hogy milyen nagyságrendű a vízmolekula dipólusának potenciális energiája ebben az erőtérben.

25A-1 Számítsuk ki a Φ_E fluxust a 25-23 ábrán illusztrált töltéseloszlás esetére, az a, b és c zárt felületekre.



25-23 ábra

25A-5 Két végtelen, szigetelő sík mindegyikén egyenletes σ töltéssűrűség van. A síkok egymással párhuzamosak. A szuperpozíciós elv használatával határozzuk meg a két sík közötti, illetve az azokon kívül lévő elektromos térerősséget.

25A-10 Tekintsünk egy 10 cm sugarú üreges fémgömböt, amelyen +10 μC töltés van. Legyen a gömb középpontja a koordinátarendszer origójában. A gömb belsejében, az $x = 5$ cm pontban legyen egy −3 μC nagyságú pontszerű töltés. Számítsuk ki az elektromos térerősséget a gömbön kívül, az x tengely mentén. Vázoljuk fel az erővonalakat a gömbön kívül és azon belül.

26A-1 Két, egymással párhuzamos fémlemezt 12 voltos elem pólusaihoz csatlakoztatunk. a) Egy nyugalmi helyzetű elektront a negatív lemez mellett elengedünk. Mekkora sebessége lesz a pozitív lemezbe történő becsapódásakor? b) Számítsuk ki az elektron maximális kinetikus energiáját, és adjuk meg eV és joule egységekben is. c) Ha a lemezek távolsága 4 mm, mennyi ideig repül az elektron a lemezek között? d) Ha a lemezek távolsága ettől különböző lenne, változna-e az a) és b) kérdésekre adandó válasz?

26B-7 Mutassuk meg, hogy két pozitív töltésű koncentrikus vezető gömbhéj közül mindig a belső a nagyobb potenciálú, függetlenül az egyes gömbhéjakon lévő (pozitív) töltés nagyságától.

26B-9 A tér egy tartományában a *volt* egységekben kifejezett V potenciált a V = (3 V/m^2)x^2 + (0,2 V/m)y függvény adja meg, ahol x és y méterekben megadott távolságok. Számítsuk ki az $x = 10$ cm, $y = 15$ cm koordinátájú helyen lévő elektronra ható erő nagyságát és irányát.

26B-11 Két izolált vezető gömbön egyenlő Q_0 töltés van. Az egyik gömb sugara R, a másiké $3R$. A két gömböt összeérintjük, majd elválasztjuk egymástól. Számítsuk ki, hogy ezután mekkora az egyes gömbök töltése.

27B-8 A 2μF és 3μF kapacitású kondenzátorra egyenként V_{max} maximális feszültség adható. Ha e két kondenzátort sorba kapcsoljuk, a két végpont közötti maximális feszültség 800 V. Mekkora V_{max}?

27B-10 Sorba kapcsolt 2μF és 6μF kondenzátorok végpontjai között 200 V feszültség van. a) Számítsuk ki az egyes kondenzátorok feszültségét és töltését. b) A feltöltött kondenzátorokat egymástól és a feszültségforrástól elválasztjuk, majd azonos polaritással párhuzamosan kapcsoljuk. Számítsuk ki ezután az egyes kondenzátorok feszültségét és töltését. c) Ha a b) pontban leírt eljárást úgy hajtjuk végre, hogy a kondenzátorokat ellentétes polaritással kapcsoljuk párhuzamosan, mekkora lesz az egyes kondenzátorokon a feszültség és a töltés?

27B-15 Síkkondenzátort (C = 5 pF) egy 20 V-os feszültségforráshoz kapcsolunk, majd: 1) Egy szigetelő réteget illesztünk a lemezek közé, (x = 4) amely a lemezek közötti teret teljesen kitölti;. 2) A kondenzátort elválasztjuk a feszültségforrástól.; 3) A szigetelő réteget kihúzzuk. Számítsuk ki a) a kondenzátor Q töltését és b) a V feszültségét az eljárás végén.

27A-23 Egy 8μF kapacitású kondenzátort 20 V-os feszültség-forráshoz kapcsolunk. a) Mekkora energia tárolódik a kondenzátorban? b) A feltöltött kondenzátort a feszültségforrástól elválasztjuk, és egy másik, töltetlen 8μF kapacitású kondenzátorhoz csatlakoztatjuk. Mekkora ezután a két kondenzátorban összesen tárolt energia? c) Magyarázzuk meg, miért kisebb ez az energiamennyiség, mint az eredeti?

Otthoni gyakorlásra:

24A-3 Számítsuk ki a hidrogénatomban lévő proton és elektron között ható elektrosztatikus és gravitációs erők arányát.

24B-9 Két pontszerű töltés a következőképpen helyezkedik el: egy −3 μC töltés az origóban, és egy +2 μC töltés attól x = 0,15 m távolságban. Keressük meg azt a helyet, ahol egy pozitív q' ponttöltésre ható erő zérus.

24B-11 Egy tiszta ezüstből vert érem tömege 2,49 g. Adjuk meg, hogy 10^{12} elektrononként hányat kell eltávolitani, hogy az éremnek 1 μC töltése legyen? Az ezüst atomsúlya 107,870, rendszáma 47.

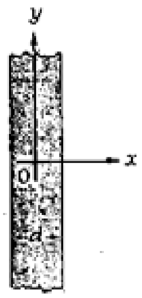
24C-28 Vízszintes irányban mozgó és $v = 8\times10^6$ m/s sebességű elektron a 24-28 ábrán vázolt két vízszintes eltérítő lemez közé repül. A lemezek 3 cm hosszúak, és a közöttük lévő távolság 1,5 cm; közöttük 40 V potenciálkülönbség van. Számítsuk ki azt a θ szöget, amelyet a lemezek közül éppen kilépő elektron sebességvektorának iránya a vízszintessel bezár. Hanyagoljuk el azt, hogy a lemezek szélénél az erőtér inhomogén.

24-28 ábra

(25A5 az órai résznél!)

25A-6 Oldjuk meg az előző példát úgy is, hogy az egyik síkon a töltéssűrűség $-\sigma$.

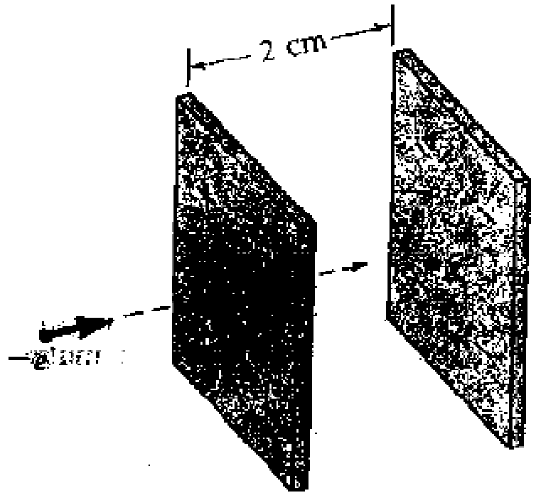
25B-7 Egy d vastagságú lemezben egyenletes ρ térfogatmenti töltés van. A lemez a $\pm y$ és $\pm z$ irányokban gyakorlatilag végtelen (25-25 ábra); az x tengely zéruspontját úgy választottuk meg, hogy az a lemez d szélességének a felénél legyen. Számítsuk ki az elektromos térerősség nagyságát x pozitív értékeire az a) $0 < x < d/2$; b) $x > d/2$ esetekre.



25-25 ábra

25B-12 Egy nagyon hosszú, R sugárú fémrúdon σ egyenletes felületmenti töltéssűrűség van. a) Elhanyagolva a rúd végeinek hatását, számítsuk ki az **E** térerősséget a henger felszínétől R távolságban. b) Számítsuk ki azt a v sebességet, amellyel egy elektron a rúd körül R távolságban stacionárius körpályán mozogna.

26A-2 Két, egymástól 2 cm távolságra elhelyezett, egymással párhuzamos fémlemez között 90 V potenciálkülönbség van (26-17 ábra). A pozitív lemezen lévő kis lyukon keresztül 5×10^6 cm/s sebességű elektron hatol be a lemezek közötti térbe. Számítsuk ki, milyen távolságra közelítheti meg az elektron a negatív lemezt.

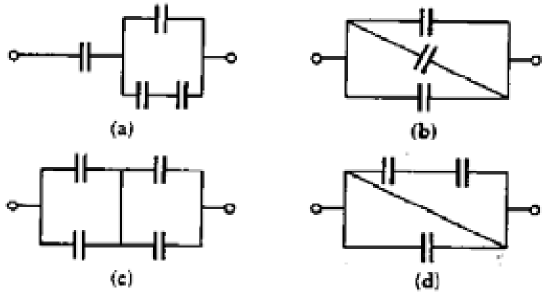


26-17 ábra

26B-10 Töltött vezető gömb felszínén az elektromos potenciál 200 V; a gömb középpontjától számított 10 cm távolságban 150 V. Számítsuk ki a) a gömb sugarát és b) a gömb töltését.

26B-13 Képzeljünk el két üreges, koncentrikus (egymásba helyezett) fémgömböt. A belső gömb sugara 30 cm, töltése -80 μC. A külső gömb sugara 50 cm, töltése 40 μC. Számítsuk ki a) az elektromos térerősséget és b) a potenciált mindhárom tartományban: a külső gömbön kívül, a gömbök között, és a belső gömb belsejében. c) Ábrázoljuk az $E(r)$ és a $V(r)$ függvényeket.

26C-19 Elektromos térerősséget az $\mathbf{E} = 2000\hat{\mathbf{x}} + 3000\hat{\mathbf{y}}$ képlet ad meg, ahol a mennyiségek SI mértékegységben adottak. Számítsuk ki az A és B pontok közötti ($V_B - V_A$) potenciálkülönbséget, ahol az A és B pontok koordinátái a következők: A: $x = 0$, $y = 3$ m, $z = 2$ m; B: $x = 2$ m, $y = 1$ m, $z = 0$. (Útmutatás: minthogy **E** konzervatív erőtér, a $V_B - V_A$ különbség bármely, a pontokat összekötő út mentén számítható.)



27-15 ábra
A 27A-3 feladathoz

27A-3 Határozzuk meg a 27-15 ábra áramköreinek eredő kapacitását. Minden kondenzátor C kapacitású.

27B-6 Ismeretlen kapacitású kondenzátort 100 V feszültségre töltünk fel, majd feltöltetlen, 10 μF-os kondenzátorral párhuzamosan kapcsoljuk. A kondenzátorok lemezein mérhető feszültség ekkor 30 V-ra csökken. Számítsuk ki az ismeretlen kapacitást.

27B-20 Egy 0,1 μF kapacitású síkkondenzátor lemezei 0,75 m^2 területűek, a szigetelő réteg dielektromos állandója 2,5. A kondenzátort 600 V-os feszültségre töltjük fel. a) Számítsuk ki a lemezek töltését. b) Számítsuk ki a szigetelő réteg felületén indukált töltést. c) Számítsuk ki a szigetelő rétegben az elektromos térerősséget.

Feladatok:

$\boxed{24A-1}$

$$\left.\begin{aligned} F_G &= \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2} \\ F_E &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R^2} \end{aligned}\right\} \quad \gamma m_1 m_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q_1 q_2$$

$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$

$q = 5{,}72 \cdot 10^{13}$ C

$\Updownarrow$

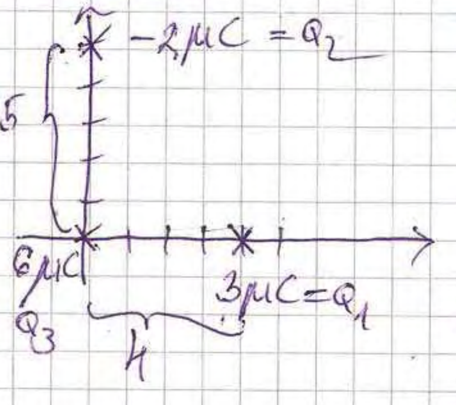
$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = k = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$

$3{,}25$ kg $e^- = 3{,}575 \cdot 10^{32}$ db

$m_F = 5{,}974 \cdot 10^{24}$ kg

$m_H = 7{,}347 \cdot 10^{22}$ kg

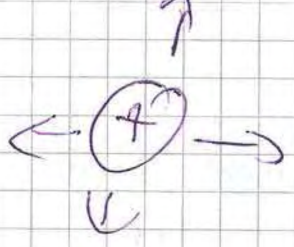
$\boxed{24A-5}$



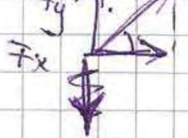
$Q_1 = 3\mu C = 3 \cdot 10^{-6}$ C

$Q_2 = -2\mu C = -2 \cdot 10^{-6}$ C

$Q_3 = 6\mu C = 6 \cdot 10^{-6}$ C



$F_x = k \frac{Q_3 Q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{(0{,}04)^2} =$



$=$

$F_y = k$

$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

$\boxed{24B-15}$

$\underline{E} = E_0 \underline{e}_y$

$\underline{v} = v_0 \underline{e}_x$

$\underline{F} = m\underline{a} = Eq \quad \rightarrow \quad a = \frac{E_0 q}{m} \underline{e}_y = \text{const.}$

$\boxed{24A-16}$

$$p = 6{,}24 \cdot 10^{-30}\ Cm \qquad M_{max}$$
$$E = 10\ \frac{N}{C} \qquad E_{pot}$$

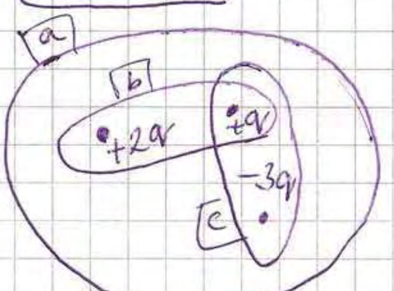
$$\underline{M} = \underline{E} \times \underline{p}$$

$M_{max} \Rightarrow$ merőleges egymásra $\underline{E}$ és $\underline{p}$

$$M_{max} = E \cdot p \cdot \sin 90^\circ = 10 \cdot 6{,}24 \cdot 10^{-30} = \underline{\underline{6{,}24 \cdot 10^{-29}\ Nm}}$$

$$W = \underline{E} \cdot \underline{p} = 6{,}24 \cdot 10^{-29}$$

$\boxed{25A-1}$



$$\Phi = ?$$

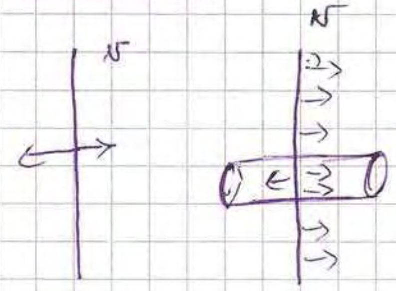
$$\oint \underline{E}\, dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi_E^{(a)} = 0$$

$$\Phi_E^{(b)} = \frac{3q}{\varepsilon_0} = \frac{2q + q}{\varepsilon_0}$$

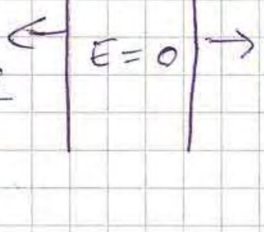
$$\Phi_E^{(c)} = \frac{-2q}{\varepsilon_0} = \frac{-3q + q}{\varepsilon_0}$$

$\boxed{25A-5}$



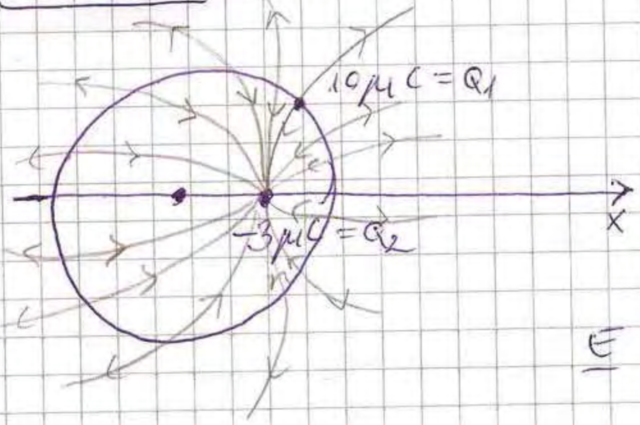
$$E \cdot 2A = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$\boxed{25A-10}$



$Q_1 = 10\,\mu C = 10\cdot 10^{-6}\,C$

$Q_2 = -3\,\mu C = -3\cdot 10^{-6}\,C$

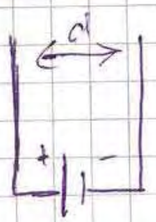
$x_1 = 10\,cm = 0{,}1\,m$

$x_2 = 5\,cm = 0{,}05\,m$

$$E = k\frac{Q_1}{x_1} + k\frac{Q_2}{(x_1 - x_2)} =$$

$$= k\left(\frac{10\cdot 10^{-6}}{0{,}1} + \frac{3\cdot 10^{-6}}{0{,}1-0{,}05}\right) = 1\,440\,000$$

$\boxed{26A-1}$



$U = 12\,V$

$d = 4\,mm$ | v

$e = 1{,}6\cdot 10^{-19}\,C$ | $E_{kin\,max}$

$v_0 = 0$ | t

$m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}\,kg$

a) $W = F\cdot d = U\cdot e = \frac{1}{2}mv^2$

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 12}{9{,}1\cdot 10^{-31}}} \approx \underline{\underline{2{,}05\cdot 10^{6}\,\frac{m}{s}}}$$

b) $E_{kin} = W = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 2{,}05\cdot 10^{6} = \underline{\underline{1{,}92\cdot 10^{-18}\,J}}$

$\boxed{1\,eV = 1{,}6\cdot 10^{-19}\,J}$

$1{,}92\cdot 10^{-18}\,J = \underline{\underline{12\,eV}}$

c) $F = E\cdot q = E\cdot e = ma$

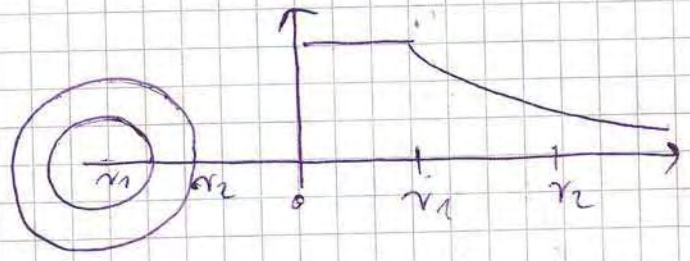
$$a = \frac{E\cdot e}{m} = \frac{3000\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}{9{,}1\cdot 10^{-31}} = \underline{\underline{5{,}27\cdot 10^{14}\,\frac{m}{s^2}}}$$

$$E = \frac{U}{d} = \frac{12}{4\cdot 10^{-3}} = 3000$$

$$s = d = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{a}} \approx \underline{\underline{3{,}89\cdot 10^{-9}\,s}}$$

$\boxed{26B-7}$

$$U = \int_{-\infty}^{r} E \, dr$$



$$E = \frac{-\partial U}{\partial r}$$

$\boxed{26B-9}$

$U = 3x^2 + 0{,}2y$

$x = 0{,}1 \text{ m}$

$y = 0{,}15 \text{ m}$

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

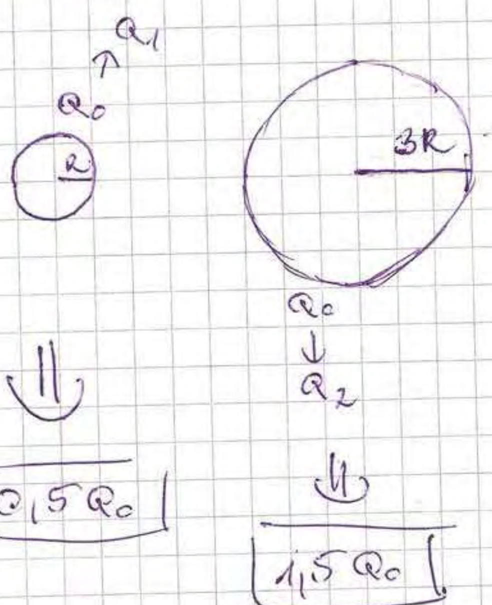
$\underline{F} = e \cdot \underline{E}$

$$E = -\frac{\partial U}{\partial r} = -(6x + 0{,}2) = -6x - 0{,}2$$

$$\underline{E}(0{,}1; 0{,}15) = (-0{,}6; -0{,}2; 0)$$

$$\underline{F} = e \cdot \underline{E} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} (-0{,}6; -0{,}2; 0) =$$

$\boxed{26B-11}$



$\Downarrow$ $\boxed{0{,}5 Q_0}$

$\Downarrow$ $\boxed{1{,}5 Q_0}$

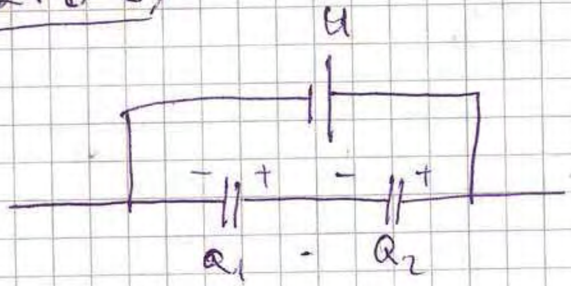
$$U = \frac{Q}{C} \rightarrow Q = C \cdot U$$

$$C = 4\pi \varepsilon_0 R$$

$$\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 3R}$$

$$\left.\begin{array}{l} Q_1 = \frac{Q_2}{3} \\ Q_1 + Q_2 = 2Q_0 \end{array}\right\} \frac{4}{3} Q_2 = 2Q_0$$

$\boxed{27B-8}$



$C_1 = 2\mu F$

$C_2 = 3\mu F$

$U_{max} = 800V$

Soros $\Rightarrow$ $Q_1 = Q_2$

$U = U_1 + U_2$

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}\ \mu F$$

$$C_e = \frac{6}{5}\ \mu F = \underline{1,2 \cdot 10^{-6} F}$$

$$Q = C_e \cdot U = 1,2 \cdot 10^{-6} \cdot 800 = \underline{\underline{9,6 \cdot 10^{-4} C}}$$

$$Q = C \cdot U \Rightarrow U = \frac{Q}{C}$$

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{9,6 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-6}} = \underline{\underline{480 V}}$$

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{9,6 \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 10^{-6}} = \underline{\underline{320 V}}$$

$U_1 + U_2 = \underline{800}$

$\boxed{27B-10}$

$C_1 = 2\mu F = 2 \cdot 10^{-6} F$

$C_2 = 6\mu F = 6 \cdot 10^{-6} F$

$U = 200V$

| U_1, U_2
| Q

a)  Soros:

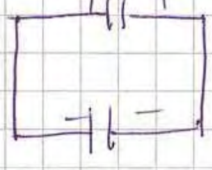
$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{2}{3}\ \mu F$$

$$C_e = \frac{3}{2} = 1,5\ \mu F = \underline{1,5 \cdot 10^{-6} F}$$

$Q = C_e \cdot U = \underline{\underline{3 \cdot 10^{-4} C}}$

$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \underline{\underline{150 V}}$

$U_2 = \frac{Q}{C_2} = 50V$

b) 

Párhuzamos:

$U_1 = U_2$

$Q = Q_1 + Q_2$

$C_e = C_1 + C_2 = \underline{\underline{8\cdot 10^{-6}\ F}}$

$\boxed{27B-15}$

$C_0 = 5\,\mu F = 5\cdot 10^{-6}\ F$	Q
$U = 20\ V$	U
$x = 4$	

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C_r = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} = \varepsilon_r \cdot C_0$$

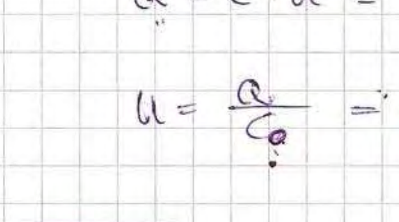
$$Q = C\cdot U = \underbrace{\varepsilon_r \cdot C_0}_{C_r}\cdot U =$$

$$U = \frac{Q}{C_0} = \varepsilon_r \cdot U =$$

$\boxed{27A-23}$

$C = 8\,\mu F = 8\cdot 10^{-6}\ F$	W_1
$U = 20\ V$	W_2

a) $$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 10^{-6}\cdot 20^2 = \underline{\underline{1{,}6\cdot 10^{-3}\ J}}$$

b) 

$$\left.\begin{array}{l} Q' = \dfrac{Q}{2} \\ U \to \dfrac{U}{2} \end{array}\right\} W_2 = 2\cdot \frac{1}{2} C \left(\frac{U}{2}\right)^2 =$$

$$= C\cdot \frac{1}{4} U^2 = \frac{W_1}{2}$$

$\boxed{24A-3}$

$H \to p^+ = 1{,}6\cdot10^{-19}\,C$

$e^- = -1{,}6\cdot10^{-19}\,C$

$m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}\,kg$

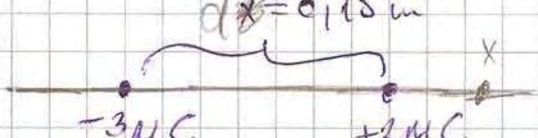
$m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}\,kg$

$\vec{F}_e$

$\vec{F}_g$

$$\left.\begin{aligned} F_e &= k\,\frac{Q_1 Q_2}{r^2} \\ F_g &= \gamma\,\frac{m_1 m_2}{r^2} \end{aligned}\right\} \quad k\,Q_1 Q_2 = \gamma\, m_1 m_2$$

$\boxed{24B-9}$



$d = 0{,}15\,m$

$Q_1 = -3\,\mu C = -3\cdot10^{-6}\,C$

$Q_2 = 2\,\mu C = 2\cdot10^{-6}\,C$

$F_e = 0$

$$\cancel{F_x = k\,\frac{Q_1 Q_2}{r^2} = 9\cdot10^{9}\cdot\frac{3\cdot10^{-6}\cdot2\cdot10^{-6}}{0{,}15^2}} = 2{,}4\,N$$

$F_1 = F_2$

$$\cancel{k}\,\frac{Q_1 \cancel{q}}{(d+x)^2} = \cancel{k}\,\frac{Q_2 \cancel{q}}{x^2} \to Q_1 x^2 = Q_2\,(d^2 + 2dx + x^2)$$

$\boxed{24B-11}$

$m = 2{,}49\,g$

10^{12} electroni[illegible]

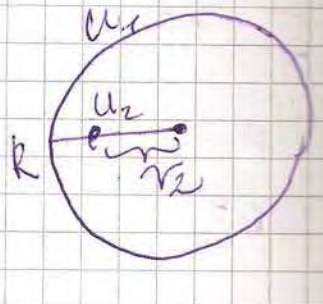
$Q = 1\,\mu C = 10^{-6}\,C$

26B-10

$U_1 = 200\,V$ | $r_1 = R$

$r_2 = 10\,cm = 0{,}1\,m$ | Q

$U_2 = 150\,V$



$$\oint_A \vec{E}\, d\vec{A} = \frac{Q_{\sigma}}{\varepsilon_0}$$

$$\cancel{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}} \qquad \cancel{E_2 = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{0{,}1^2}}$$

$$U = k\frac{Q}{r}$$

$$150 = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{0{,}1} \Rightarrow Q = \frac{150\cdot 0{,}1}{9\cdot 10^9} = 1{,}66\cdot 10^{-}$$

$$200 = 9\cdot 10^9 \frac{Q}{R} \Rightarrow R = \frac{9\cdot 10^9\cdot Q}{200} = 13{,}39$$

26B-13

$r = 30\,cm$ | E

$q = 80\,\mu C = 8\cdot 10^{-5}\,C$ | U

$R = 50\,cm$ | $E(r)$

$Q = 40\,\mu C = 4\cdot 10^{-5}\,C$ | $U(r)$

$E_1 =$ [illegible] 0

$0{,}3 - 0{,}5 - ig$

$E_2 =$

$$E_3 = k\frac{q+Q}{R^2}$$

$U_1 =$

$U_2 =$

$U_3 =$

$\boxed{26C - 19}$

$\underline{E} = 2000\,\underline{e}_x + 3000\,\underline{e}_y$

$A = (0, 3, 2)$

$B = (2, 1, 0)$

$U_B - U_A = -4000 + 6000 = 2000\ V$

$U = -\int E\,dr$

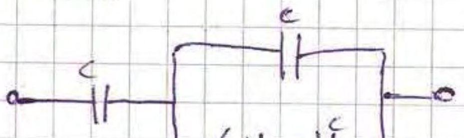
$U_x = -\int_0^2 E\,dx = -[2000x]_0^2 = -4000\ V$

$U_y = -\int_3^1 E\,dy = -[3000y]_3^1 = -3000 + 9000 =$
$= 6000\ V$

$\boxed{27A - 3}$

$C_e = ?$

a)

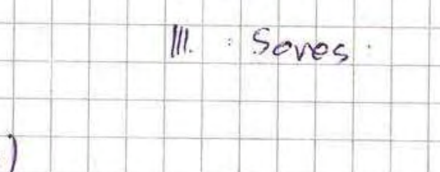


I. Soros: $\frac{1}{C_{e_1}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C} \Rightarrow C_{e_1} = \frac{C}{2}$

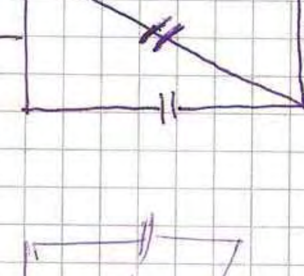
II. Párh.: $C_{e_1} + C = \frac{C}{2} + C = \frac{3}{2}C$

III. Soros $\frac{3}{2}C + C = \underline{\frac{5}{2}C}$

b)



$C_e = ?$



(7.6-20)

$C_r = 0,1\ \mu F$ | Q_1
$A = 0,75\ m^2$ | Q_2
$\varepsilon_r = 2,5$
$U = 600\ V$ | E

a) $Q = C_r U = 0,1 \cdot 10^{-6} \cdot 600 =$
lemezen, szigetelővel

b)

$$C_r = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

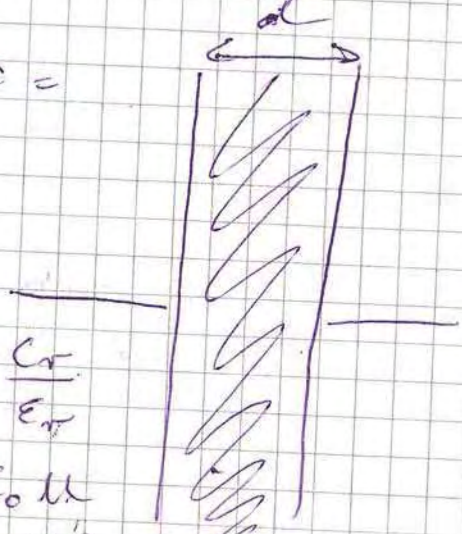
$$C_0 = \frac{C_r}{\varepsilon_r}$$

$$Q_0 = C_0 U$$

lemezen vákuum

$$E = \frac{U}{d}$$

U/d



c)

$$E_{ny} = \frac{U}{d}$$

+ −

E_{ny}