1. feladat (7+7=14 pont)

a) Határozza meg a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)^n}{n!} x^n$ sor konvergenciasugarát!

b) Határozza meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n}{\sqrt[3]{n}} (x-4)^{2n}$ sor konvergenciatartományát!

2. feladat (6+6=12 pont)

Határozza meg a következő függvények $x_0 = 3$ bázispontú Taylor-sorát és ezek konvergenciasugarát!

$$a) \quad f(x) = e^{5x-2}, \qquad b) \quad g(x) = \frac{1}{3+2x}.$$

3. feladat (8+6=14 pont)

a) Határozza meg az $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{3+8x^3}}$ függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorát valamint a sor kovergenciasugarát!

b) Elemi műveletekkel adja meg az $f^{(9)}(0)$ és $f^{(10)}(0)$ deriváltakat!

4. feladat (7 pont)

Határozza meg a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} \cdot 4^n$ összeg pontos értékét!

5. feladat (6+5=11 pont)

a) Határozza meg az $f(x) = \sin(2x)\cos(3x)$ függvény Fourier-sorát!
b) Mondja ki a Fourier-soroknál tanult Dirichlet-tételt!

6. feladat (5+12+3=20 pont)

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x^3-y^2}{x^2+y^2}, & \text{ha } (x,y) \neq (0,0); \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$

a) Hol folytonos a függvény?
b) Adja meg a parciális deriváltakat mindenütt, ahol léteznek!
c) Hol létezik a függvény gradiense? (Indokoljon!)

7. feladat (7+3=10 pont)

$$f(x,y) = \sqrt{2x^2+y^4}, \qquad P = (-1,2)$$

a) Írja föl a függvény grafikonját a P pontban érintő sík egyenletét!
b) Adjon meg egy olyan $\underline{e}$ egységvektort, amelyre $\frac{df(P)}{d\underline{e}} = 0$.

8. feladat (12 pont)

Legyen g kétszer folytonosan deriválható egyváltozós valós függvény, és

$$f(x,y) := g(x^2 e^{3x+y}).$$

Határozza meg az f összes másodrendű parciális deriváltját!