Szabtech felkészülős doksi. 2007-01-26, a korábbi megoldott feladatsorokból összerakva

1. Feladat:
Egy folytonos rendszer állapotteres modellje a következõ:

$$A=\begin{bmatrix}-4 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -3 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{bmatrix}\qquad b=\begin{bmatrix}5\\0\\2\\7\end{bmatrix}\qquad c=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\qquad d=0$$

Adja meg a rendszer átviteli és átmeneti függvényét.

Megoldás:
Az átviteli függvény az állapotmodell irányítható és megfigyelhetõ alrendszerét reprezentálja:

$$H(s)=\frac{5}{s+4}+\frac{2}{s+2}$$

Az átmeneti függvény (az egységugrásra adott válasz):

$$v(t)=L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\cdot H(s)\right\}=\frac{5}{4}(1-e^{-4t})+1-e^{-2t}\qquad t\geq 0$$

2. Feladat:
Egy mintavételes, zárt szabályozási körben az $e[k]$ hibajel az $r[k]$ alapjel és az $y[k]$ szabályozott jellemzõ különbsége: $e[k]=r[k]-y[k]$.
A hibajel *Z*-transzformáltja $E(z)=z^{-1}+0.6z^{-2}+0.2z^{-3}$. Határozza meg és vázolja fel az $y[k]$ kimenõjel idõbeli lefolyását a *k=0,1,2,3,4,5* mintavételi idõpillanatokra, ha az alapjel egység sebességugrás függvény.

Megoldás:

$$e[k]=Z^{-1}\{E(z)\}=0\cdot\delta[k]+1\cdot\delta[k-1]+0.6\cdot\delta[k-2]+0.2\cdot\delta[k-3]+0\cdot\delta[k-4]+0\cdot\delta[k-5]$$

$$r[k]=k\cdot 1[k]=0\cdot\delta[k]+1\cdot\delta[k-1]+2\cdot\delta[k-2]+3\cdot\delta[k-3]+4\cdot\delta[k-4]+5\cdot\delta[k-5]+\ldots$$

$$y[k]=r[k]-e[k]=0\cdot\delta[k]+0\cdot\delta[k-1]+1.4\cdot\delta[k-2]+2.8\cdot\delta[k-3]+4\cdot\delta[k-4]+5\cdot\delta[k-5]$$

3. Feladat:
Határozza meg egy matematikailag mintavételezett $x(t)$ idõfüggvény Laplace transzformáltját.

Megoldás:
A T_s mintavételi idõvel matematikailag mintavételezett jel:

$$x_s(t)=\sum_{k=0}^{\infty}x(t)\delta(t-kT_s)=\sum_{k=0}^{\infty}x(kT_s)\delta(t-kT_s)$$

$x_s(t)$ Laplace transzformáltja:

$$L\{x_s(t)\} = \int_0^\infty \sum_{k=0}^\infty x(kT_s)\delta(t-kT_s)e^{-st}dt = \sum_{k=0}^\infty x(kT_s)\int_0^\infty \delta(t-kT_s)e^{-skT_s}dt =$$

$$= \sum_{k=0}^\infty x(kT_s)e^{-skT_s}\int_0^\infty \delta(t-kT_s)dt = \sum_{k=0}^\infty x(kT_s)e^{-skT_s}\cdot 1 = \sum_{k=0}^\infty x(kT_s)e^{-skT_s} = \sum_{k=0}^\infty x(kT_s)z^{-k} =$$

$$= \sum_{k=0}^\infty x[k]z^{-k} = X(z)$$

ahol $z = e^{sT_s}$ és $x[k] = x(kT_s)$.

4. Feladat:

Zárt folytonos szabályozási rendszerre vezesse le az alapjelkövetés statikus pontosságára vonatkozó összefüggéseket.

Megoldás:

Legyen

$$W_o(s) = \frac{K\prod_i (1+sT_i)}{s^j \prod_k (1+sT_k)}$$

a felnyitott kör átviteli függvénye. Ekkor az $E(s) = R(s) - Y(s)$ hibajel

$$E(s) = \frac{1}{1+W_o(s)}R(s) = \frac{s^j\prod_k(1+sT_k)}{s^j\prod_k(1+sT_k) + K\prod_i(1+sT_i)}R(s)$$

A végértéktétel alkalmazásával:

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s\cdot E(s) = \lim_{s\to 0} s\cdot \frac{s^j\prod_k(1+sT_k)}{s^j\prod_k(1+sT_k) + K\prod_i(1+sT_i)}R(s) = \lim_{s\to 0} s\cdot R(s)\frac{s^j}{s^j+K}$$

A fentiek alapján a statikus hiba:

Típusszám	r(t): egységugrás $R(s)=\frac{1}{s}$	r(t): egység sebesség ugrás $R(s)=\frac{1}{s^2}$	r(t): egység gyorsulás ugrás $R(s)=\frac{1}{s^3}$
$j=0$	$\frac{1}{1+K}$	∞	∞
$j=1$	0	$\frac{1}{K}$	∞
$j=2$	0	0	$\frac{1}{K}$

5. Feladat:

A $W(s)=\frac{K}{s}e^{-sT_H}$ átviteli függvényû holtidõs integrátort mereven visszacsatoljuk ($K>0$). A zárt kör $K=10$ esetén kerül a stabilitás határhelyzetébe. Határozza meg K azon értékét, amely mellett a fázistartalék 60°.

Megoldás:
A felnyitott kör frekvenciafüggvénye:

$$W_o(j\omega)=W(j\omega)=\frac{K}{j\omega}e^{-j\omega T_H}$$

A vágási körfrekvencia:

$$|W(j\omega_c)|=1 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{K}{\omega_c}=1 \qquad \Rightarrow \qquad \omega_c=K$$

A fázistartalék:

$$\varphi_t=\pi+phase\{W(j\omega_c)\}=\pi+(-\frac{\pi}{2}-\omega_c T_H)=\frac{\pi}{2}-K\cdot T_H$$

A stabilitási feltételbõl:

$$\varphi_t=0 \quad \Rightarrow \quad T_H=\frac{\pi}{2K}=\frac{\pi}{20}$$

Az elõírt fázistartalékhoz:

$$\varphi_t=60°=\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}-K\cdot T_H=\frac{\pi}{2}-K\cdot\frac{\pi}{20} \qquad \Rightarrow \qquad K=\frac{10}{3}$$

6. Feladat:
Folytonos rendszerekre definiálja a fázistartalék, erõsítési tartalék és metszési [másszóval vágási] körfrekvencia fogalmát. Taglalja e fogalmak jelentõségét a stabilitás és a szabályozótervezés szempontjából.

Megoldás:
Metszési körfrekvencia:

$$|W_o(j\omega_c)|=1$$

ahol $W_o(j\omega)$ a felnyitott kör frekvenciafüggvénye.

Fázistartalék:

$$\varphi_t=\pi+phase\{W_o(j\omega_c)\}$$

Erõsítési tartalék:

$$ET_t=\frac{1}{|W_o(j\omega_\pi|)}$$

ahol

$$phase\{W_o(j\omega_\pi)\}=-\pi$$

Stabilitáshoz: $\varphi_t>0$ és $ET_t>1$

Gyors szabályozáshoz: az elérhetõ legmagasabb ω_c érték

10%-nál kisebb túllendüléshez: $\varphi_t\approx 60^\circ$

7. Feladat:
Származtassa [vezesse le] a bilineáris transzformáció *w=f(z)* összefüggését.

Megoldás:
Az *x[k]* mintavételi értékek használatán alapuló integráláskor az integrál növekménye a trapéz szabály szerinti közelítõ integrálással:

$$I[k+1]-I[k]=\frac{x[k+1]+x[k]}{2}T_s$$

ahol T_s a mintavételezési idõ. A Z-transzformáltakkal kifejezve

$$\frac{I(z)}{X(z)}=\frac{z+1}{2(z-1)}T_s$$

A digitális integrátor fenti átviteli függvénye a folytonos integrálás $\frac{1}{s}$ átviteli függvényét közelíti:

$$\frac{1}{w}\cong\frac{T_s}{2}\cdot\frac{z+1}{z-1}\qquad\Rightarrow\qquad w\cong\frac{2}{T_s}\cdot\frac{z-1}{z+1}$$

ahol az s változót a közelítésre utalva a w változóval szokásos felváltani.

8. Feladat:
Írja fel a $H(s)=\frac{1}{s^2+3s+2}$ átviteli függvényû szakasz $x_1=y$ és $\dot{x}_1=x_2$ választással adódó állapotteres modelljét. Legyen $x_1(0)=7$, $x_2(0)=-4$ és $u(t)\equiv 0$. Határozza meg $x_1(1)$ és $x_2(1)$ értékét.

Megoldás:

$$H(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{1}{s^2+3s+2}\qquad\Rightarrow\qquad\frac{U(s)}{s^2+3s+2}=\xi(s)=Y(s)$$

ahonnan

$$s^2\xi(s)=U(s)-3s\xi(s)-2\xi(s)$$

vagy az idõtartományban:

$$\ddot{x}_1=\dot{x}_2=u(t)-3x_2-2x_1$$

Az állapotteres modell:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u(t)$$

$$\Phi(s)=(sI-A)^{-1}=\begin{bmatrix}s & -1\\ 2 & s+3\end{bmatrix}^{-1}=\frac{\begin{bmatrix}s+3 & 1\\ -2 & s\end{bmatrix}}{s^2+3s+2}=\begin{bmatrix}\frac{-1}{s+2}+\frac{2}{s+1} & \frac{-1}{s+2}+\frac{1}{s+1}\\ \frac{2}{s+2}+\frac{-2}{s+1} & \frac{2}{s+2}+\frac{-1}{s+1}\end{bmatrix}$$

$$\Phi(t)=\begin{bmatrix}-e^{-2t}+2e^{-t} & -e^{-2t}+e^{-t}\\ 2e^{-2t}-2e^{-t} & 2e^{-2t}-e^{-t}\end{bmatrix}$$

$$\Phi(1)=\begin{bmatrix}-e^{-2}+2e^{-1} & -e^{-2}+e^{-1}\\ 2e^{-2}-2e^{-1} & 2e^{-2}-e^{-1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.6 & 0.23\\ -0.47 & -0.1\end{bmatrix}$$

$$x(1)=\Phi(t)x(0)=\begin{bmatrix}0.6 & 0.23\\ -0.47 & -0.1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}7\\ -4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3.28\\ -2.89\end{bmatrix}$$

Exam1_pl1. vége.

1. Feladat:

Tekintsük a $H(s)=\dfrac{b_1s^2+b_2s+b_3}{s^3+a_1s^2+a_2s+a_3}$ átviteli függvényû harmadrendû rendszer fázisváltozós alakját.

Határozza meg a $k=[k_1 \quad k_2 \quad k_3]$ visszacsatolás értékét úgy, hogy az állapotvisszacsatolással kapott zárt rendszer pólusai a $p_1=-1$, $p_2=-2$, $p_3=-3$ helyre kerüljenek.

Megoldás:

$$H(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{b_1s^2+b_2s+b_3}{s^3+a_1s^2+a_2s+a_3} \quad \Rightarrow \quad \frac{U(s)}{s^3+a_1s^2+a_2s+a_3}=\xi(s)=\frac{Y(s)}{b_1s^2+b_2s+b_3}$$

ahonnan

$$s^3\xi(s)=U(s)-a_1s^2\xi(s)-a_2s\xi(s)-a_3\xi(s)$$

Az idõtartományban a fázisváltozók bevezetésével:

$$\begin{aligned}\dot{x}_3&=x_2\\ \dot{x}_2&=x_1\\ \dot{x}_1&=-a_1x_1-a_2x_2-a_3x_3+u(t)\\ y(t)&=b_1x_1+b_2x_2+b_3x_3\end{aligned}$$

Az állapotteres modell:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=Ax+bu=\begin{bmatrix}-a_1 & -a_2 & -a_3\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0\end{bmatrix}u(t)$$

$$y(t)=cx=[b_1 \quad b_2 \quad b_3]\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}$$

A zárt kör karakterisztikus egyenlete az állapotvisszacsatolással:

$$|sI-A+bk|=\begin{vmatrix}s+a_1+k_1 & a_2+k_2 & a_3+k_3\\ -1 & s & 0\\ 0 & -1 & s\end{vmatrix}=s^3+(a_1+k_1)s^2+(a_2+k_2)s+(a_3+k_3)=0$$ A

zárt kör elõírt karakterisztikus egyenlete:

$$\alpha_c(s)=(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)=(s+1)(s+2)(s+3)=s^3+6s^2+11s+6$$

Az együtthatók összehasonlításásval:

$$\begin{aligned}k_1&=6-a_1\\ k_2&=11-a_2\\ k_3&=6-a_3\end{aligned}$$

2. Feladat:

Határozza meg a

$H_1(s)=\dfrac{25}{s^2(1+0.01s)(1+0.001s)}$ illetve a $H_2(s)=\dfrac{25e^{-0.2s}}{s^2(1+0.01s)(1+0.001s)}$ átviteli függvénnyel adott rendszerek fázistartalékának különbségét [másszóval a φ_{t1}-φ_{t2} értéket].

Megoldás:

A $\frac{25}{s^2}$ kettõs integrátor metszési körfrekvenciája a $\left|\frac{25}{(j\omega)^2}\right| = 1$ feltételbõl $\omega_c = 5$. Tekintve, hogy $|H_1(j\omega)| = |H_2(j\omega)|$, továbbá a szakasz $\omega_1 = \frac{1}{0.01} = 100$ és $\omega_2 = \frac{1}{0.001} = 1000$ törési körfrekvenciáira $\omega_1 >> \omega_c$ illetve $\omega_2 >> \omega_c$, $H_1(j\omega)$ és $H_2(j\omega)$ metszési körfrekvenciája azonosan $\omega_c = 5$. Mindezekbõl adódóan

$$\varphi_{t_1} - \varphi_{t_2} = -0.2 \cdot \omega_c = -1 rad = -57.3^\circ$$

3. <u>Feladat</u>:

$T_1>0$ és $T_2>0$ esetén <u>vázolja fel</u> a $H(s) = \frac{1}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$ átviteli függvénnyel adott rendszer Nyquist diagramját. <u>Határozza meg</u> azt az ω értéket, ahol a frekvenciafüggvény tisztán képzetes összetevõbõl áll.

<u>Megoldás</u>:

$$H(j\omega) = \frac{1}{(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)} = \frac{1}{1-\omega^2 T_1 T_2 + j\omega(T_1+T_2)}$$

ahonnan az

$$1-\omega^2 T_1 T_2 = 0$$

feltétel, majd onnan

$$\omega = \pm\sqrt{\frac{1}{T_1 T_2}}$$

4. <u>Feladat</u>:

Egy <u>mintavételes</u> (diszkrét idejû) szabályozó az $u[k] = u[k-1] + 3e[k] - 2.7145e[k-1]$ rekurzív egyenlet szerint mûködik, ahol *u[k]* a szabályozó kimenõjele, *e[k]* pedig a szabályozó bemenőjele, azaz a szabályozás hibajele. $T_s=1$ sec mintavételi idõt feltételezve adja meg annak a <u>folytonos</u> szabályozónak az átviteli függvényét, amelynek a Tuschák-módszer szerinti kisfrekvenciás közelítését a megadott szabályozó megvalósítja. Vázolja fel a folytonos szabályozó közelítõ BODE amplitúdó diagramját.

<u>Megoldás</u>:

A mintavételes PI szabályozó egyenlete

$$W_{PI}(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = K \cdot \frac{z - z_1}{z-1}$$

ahol

$$z_1 = e^{-T_s/T_I}$$

továbbá *u* a szabályozó kimenete, *e* pedig a hibajel.
A példában adott esetre

$$\frac{U(z)}{E(z)} = K \cdot \frac{z-z_1}{z-1} = 3 \cdot \frac{z-0.7148}{z-1}$$

tehát $K = 3$ és $z_1 = 0.7148$, így a $z_1 = e^{-T_s/T_I}$ feltételbõl:

$$\ln(0.7148) = -\frac{T_s}{T_I} = -\frac{1}{T_I} \quad \Rightarrow \quad T_I = -\frac{1}{\ln(0.7148)} = -\frac{1}{-0.3357} \cong 3 \sec$$

5. <u>Feladat</u>:

Adja meg a gyökhelygörbe definícióját. K>0 esetén vázolja fel a gyökhelygörbét, ha a felnyitott kör átviteli függvénye $W_o(s) = K\dfrac{s^2 - 2s + 2}{s(s+1)}$. Határozza meg azt a K_{max} értéket, amely mellett a zárt kör még stabilis. Határozza meg a rendszer pólusait a stabilitás határhelyzetében.

Megoldás:
Feltételezve, hogy egy zárt rendszer hurokátviteli függvénye $W_o(s) = KG(s)$ alakú, a gyökhelygörbe a zárt rendszer pólusainak (másszóval a zárt rendszer karakterisztikus egyenlete gyökeinek) mértani helye, miközben $0 \le K < \infty$.
A pontos gyökhelygörbe a

rlocus([1 -2 2],[1 1 0]);

MATLAB utasítással rajzolható fel. A gyökhelygörbe ágainak száma azonos a rendszer fokszámával (ez jelen esetben 2), $W_o(s)$ pólusaiból (jelen esetben $p_1 = 0$ és $p_2 = -1$) indul és ágai $W_o(s)$ zérusaiba (jelen esetben $z_1 = 1 + j \cdot 1$ és $z_2 = 1 - j \cdot 1$) tartanak.
A valós tengely $-1 \le \sigma < 0$ szakasza része a gyökhelygörbének, mindezek alapján a gyökhelygörbének ki kell lépnie a valós tengelyen elhelyezkedõ szakaszából és $W_o(s)$ zérusai felé kell tartania, szükségképpen át kell lépnie a labilis tartományba. A stabilitás megítéléséhez a zárt rendszer

$$1 + W_o(s) = 0 \quad \Rightarrow \quad s^2 + s + K(s^2 - 2s + 2) = 0$$

karakterisztikus egyenletét vizsgáljuk. A Routh séma szerint

$$\begin{array}{cc} 1+K & 2K \\ 1-2K & \end{array}$$

$K = 0.5$ adódik K maximális értékére.
Ellenõrzés: $K = 0.5$ esetén a zárt rendszer karakterisztikus egyenlete

$$1.5s^2 + 1 = 0$$

ahonnan

$$p_{1,2} = \pm j\sqrt{\frac{2}{3}} = \pm j0.8165$$

6. Feladat:
Az

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad d = 0$$

állapottér-modellel adott rendszert $k = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$ erõsítéssel negatívan visszacsatolva a zárt rendszer pólusai: $p_{1,2} = -2 \pm j$. Határozza meg α és β értékét.

Megoldás:
A zárt rendszer karakterisztikus egyenlete:

$$|sI - A + bk| = \begin{vmatrix} s-\alpha & -1 \\ 1 & s-\beta+1 \end{vmatrix} = s^2 + (1-\alpha-\beta)\cdot s + \alpha\cdot\beta - \alpha + 1$$

illetve

$$\alpha_c(s) = (s - p_1)(s - p_2) = s^2 + 4s + 5$$

majd az együtthatók összehasonlításával:

$$1 - \alpha - \beta = 4 \text{ illetve } \alpha\cdot\beta - a + 1 = 5.$$

Innen

$$\alpha = -2 \text{ és } \beta = -1.$$

7. Feladat:
Mutassa meg, hogy egy állapotteres modelljével adott, külsõ gerjesztés nélküli ($u(t)\equiv 0$) lineáris folytonos rendszerre $x(t_2)=\Phi(t_2-t_1)x(t_1)$, ahol $\Phi(t)=e^{At}$ és $t_2>t_1>0$.

Megoldás:

$$x(t_2) = \Phi(t_2)x(0) = e^{At_2}x(0) = e^{A(t_2-t_1+t_1)}x(0) = e^{A(t_2-t_1)}e^{At_1}x(0) = e^{A(t_2-t_1)}x(1) = \Phi(t_2-t_1)x(1)$$

8. Feladat:

Egy mintavételes szabályozási körben a diszkretizált szakasz $P(z) = \frac{1}{z}$, a soros szabályozó pedig $C(z) = \frac{Kz}{z-1}$, ahol *K>0*. Határozza meg *K* maximális értékét (K_{max}), amely mellett a zárt kör még stabilis. Ezekután $K=K_{max}/2$ mellett számítsa ki *P(z)* bemenetének és kimenetének értékét a k=0, 1 és 2 mintavételi idõpillanatokban, ha az alapjel egységugrás.

Megoldás:

A felnyitott kör átviteli függvénye:

$$L(z) = C(z)P(z) = \frac{Kz}{z-1}\cdot\frac{1}{z} = \frac{K}{z-1}$$

A zárt kör karakterisztikus egyenlete:

$$1 + L(z) = 0 \quad \Rightarrow \quad z - 1 + K = 0$$

A stabilitáshoz a diszkrét pólusoknak a $|z| < 1$ tartományba kell esniük, innen $K_{\max} = 2$.

$K = K_{\max}/2 = 1$ mellett $L(z) = \frac{K}{z-1} = \frac{1}{z-1}$, az eredõ átviteli függvény:

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{L(z)}{1+L(z)} = \frac{\frac{1}{z-1}}{1+\frac{1}{z-1}} = \frac{1}{z} = z^{-1}$$

$y[k] = 1[k-1] \quad \Rightarrow \quad y[0] = 0,\ y[1] = 1,\ y[2] = 1.$

A bemenõjel $U(z) = \frac{Y(z)}{P(z)} = \frac{Y(z)}{\frac{1}{z}} = zY(z) \quad \Rightarrow \quad u[0] = 1,\ u[1] = 1,\ u[2] = 1.$

9. Feladat:

Egy zárt szabályozási kör felnyitott körének átviteli függvénye $W_o(s) = \frac{K}{s}e^{-sT_H}$. Határozza meg az erõsítési tartalék értékét.

Megoldás:

A Nyquist diagram (elsõ) metszéspontja a negatív valós tengellyel az $\omega = \omega_\pi$ körfrekvenciánál az alábbi feltételre vezet:

$$-\frac{\pi}{2} - \omega_\pi T_H = -\pi$$

ahonnan

$$\omega_\pi = \frac{\pi}{2T_H}$$

Az erõsítési tartalék:

$$ET = \frac{1}{\left|\frac{K}{\omega_\pi}\right|} = \frac{\pi}{2KT_H} \quad .$$

10. Feladat:

A $W(s) = \frac{17}{(1+2s)(1+3s)}$ átviteli függvényû szakaszt mereven visszacsatoljuk. Határozza meg a zárt rendszer százalékos túllendülését és a zárt rendszer átmeneti függvényében jelentkezõ lengések periódusidejét.

Megoldás:
A zárt kör átviteli függvénye:

$$W_z(s) = \frac{W(s)}{1+W(s)} = \frac{\dfrac{17}{(1+2s)(1+3s)}}{1+\dfrac{17}{(1+2s)(1+3s)}} = \frac{17}{6s^2+5s+18} = \frac{17/6}{s^2+5s/6+3} = \frac{K}{s^2+2\varsigma\omega_o s+\omega_o^2}$$

ahonnan

$$\omega_o = \sqrt{3},\ 2\varsigma\omega_o = 5/6 \quad \Rightarrow \quad \varsigma = \frac{5}{12\sqrt{3}} = 0.24$$

A zárt rendszer százalékos túllendülése

$$M_p = 100 \cdot e^{\frac{-\varsigma\pi}{\sqrt{1-\varsigma^2}}} = 100 \cdot e^{\frac{-0.7536}{0.9708}} = 46\%$$

a lengések periódusideje

$$T_p = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{\omega_o\sqrt{1-\varsigma^2}} = \frac{2\pi/\sqrt{3}}{\sqrt{1-0.24^2}} = 3.74\,\mathrm{sec}$$

Exam_pl2.vége
1. **Feladat**:
Egy zárt folytonos rendszer hurokátviteli függvénye

$$W_o(s) = \frac{K}{s(s+4)(s^2+2s+5)}$$

Hány ága van a fenti rendszer gyökhelygörbéjének és ezekbõl hány ág nem tart a végtelenbe $K \to \infty$ esetén?
Határozza meg *K>0* maximális értékét ahhoz, hogy a zárt rendszer stabilis legyen.

Megoldás:
A gyökhelygörbe összes (4) ága a végtelenbe tart $K \to \infty$ esetén, mert a felnyitott kör átviteli függvényének nincs zérusa.

A zárt rendszer karakterisztikus egyenlete:

$$s^4+6s^3+13s^2+20s+K=0$$

A Routh-séma alkalmazásával

$$\begin{array}{ccc} 1 & 13 & K \\ 6 & 20 & \\ \dfrac{58}{6} & K & \\ \dfrac{580/3-6K}{580/3} & & \end{array}$$

így a stabilitáshoz $K_{\max} = 32.2$.
2. **Feladat**:
Tekintsük a $H(s) = \dfrac{\omega_o^2}{s^2+2\varsigma\omega_o s+\omega_o^2}$ kéttárolós rendszert a *ζ<1* feltétellel. Adja meg a következõ mennyiségek értékét a rendszerparaméterekkel kifejezve:
Százalékos túllendülés, csúcsidõ, a lengés periódusideje, emelkedési idõ (10-90%), beállási idõ (1%).

Megoldás:

Százalékos túllendülés:

$$M_p = 100 \cdot e^{\frac{-\varsigma\pi}{\sqrt{1-\varsigma^2}}}$$

Csúcsidõ:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

ahol $\omega_d = \omega_o\sqrt{1-\varsigma^2}$.
A lengés periódusideje:

$$T_p = \frac{2\pi}{\omega_d} = 2t_p$$

Emelkedési idõ (10-90%):

$$t_r = \frac{1.8}{\omega_o}$$

Beállási idõ (1%):

$$t_s = \frac{4.6}{\alpha}$$

ahol $\alpha = \varsigma\omega_o$.
3. <u>Feladat</u>:
<u>Ismertesse</u> [vezesse le] az alapmátrix meghatározására szolgáló Leverrier-Faddeeva algoritmust.

<u>Megoldás</u>:

$$(sI - A)^{-1} = \frac{adj(A)}{\det(A)} = \frac{E_1 s^{n-1} + \ldots + E_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_n}$$

Átrendezés után

$$(s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_n)(sI - A)^{-1} = E_1 s^{n-1} + \ldots + E_n$$

Tovább rendezve

$$s^n I + a_1 s^{n-1} I + \ldots + a_n I = (sI - A)(E_1 s^{n-1} + \ldots + E_n)$$

$$s^n I + a_1 s^{n-1} I + \ldots + a_n I = s^n E_1 + s^{n-1}(E_2 - AE_1) + \ldots + (E_n - AE_{n-1}) - AE_{n-1}$$

Az együtthatók összehasonlításából:

$E_1 = I$

$E_2 - AE_1 = a_1 I \quad \Rightarrow \quad E_2 = AE_1 + a_1 I$

...

$E_n - AE_{n-1} = a_{n-1} I \quad \Rightarrow \quad E_n = AE_{n-1} + a_{n-1} I$

$AE_n = a_n I$

Felhasználva, hogy $a_i = \frac{-1}{i} tr\{AE_i\}$ a következõ rekurzív algoritmus konstruálható:

$$i = 1$$
$$E_1 = I$$

$Cycle\_i$:

$$C_i = AE_i$$
$$a_i = \frac{-1}{i} tr\{AE_i\}$$
$$E_{i+1} = C_i + a_i I$$
$$if(i < n) \; goto \; Cycle\_i$$

4. Feladat:

Egy $P(s)=\dfrac{e^{-0.1s}}{s^2+5s+6}$ átviteli függvényû folytonos folyamatot merev visszacsatolás mellett egy $C(z)$ soros mintavételes [*azaz impulzusátviteli függvénnyel adott*] kompenzátorral, nulladrendû tartószerv közbeiktatásával szabályozunk.

a/ $T_s=0.05$ másodperces mintavételi idõ mellett adja meg a kisfrekvenciás közelítés Tuschák-módszerével tervezett PID szabályozó átviteli függvényét úgy, hogy egységugrás alakú alapjel esetén a beavatkozójel kezdeti értéke u[0]=10 legyen.

b/ Adja meg (továbbra is egységugrás alakú alapjel esetén) a beavatkozójel értékét a k=0,1 és 2 mintavételi idõpillanatokban.

Segítség: egy $\dfrac{1}{1+sT}$ átviteli függvényû folytonos szakasz nulladrendû tartószervvel együttesen vett impulzusátviteli függvénye $\dfrac{1-e^{-T_s/T}}{z-e^{-T_s/T}}$, ahol T_s a mintavételezési idõ.

Megoldás:

a/ Mivel a holtidõ és a mintavételezési idõ hányadosa 2, így

$$P(z)=z^{-2}(1-z^{-1})Z\left\{\frac{1}{s(s^2+5s+6)}\right\}=z^{-2}(1-z^{-1})Z\left\{\frac{1}{s(s+2)}-\frac{1}{s(s+3)}\right\}=$$

$$=z^{-2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1-e^{-T_s/0.5}}{z-e^{-T_s/0.5}}-z^{-2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1-e^{-T_s/0.33}}{z-e^{-T_s/0.33}}=z^{-2}\left(\frac{0.0476}{z-0.9048}-\frac{0.0464}{z-0.8607}\right)=$$

$$=0.0012\cdot\frac{z^{-2}(z+0.92)}{(z-0.9048)(z-0.8607)}$$

A szabályozó:

$$C(z)=K\cdot\frac{z-0.9048}{z-1}\cdot\frac{z-0.8607}{z}$$

A szabályozó bemenete a hibajel, kimenete a beavatkozó jel:

$$C(z)=\frac{U(z)}{E(z)}=K\cdot\frac{z-0.9048}{z-1}\cdot\frac{z-0.8607}{z}=K\cdot\frac{z^2-1.7655z+0.7788}{z(z-1)}$$

avagy az idõtartományban:

$$u[k]=u[k-1]+Ke[k]-1.7655Ke[k-1]+0.7788Ke[k-2]$$

Az $u[0]=10$ feltételbõl $K=10$

b/ A holtidõ miatt $e[0]=e[1]=e[2]=1$, így

$$u[0]=10$$

$$u[1]=10+10-17.655=2.345$$

$$u[2]=2.345+10-17.655+7.788=2.478$$

5. Feladat:

Tekintsünk egy folytonos kettõs integrátort: $P(s)=\dfrac{1}{s^2}$.

a/ Az $x_1=y$, $x_2=\dot{x}_1$ állapotváltozók bevezetésével írja fel $P(s)$ állapotteres modelljét.

b/ Határozza meg azt a $k=\begin{bmatrix}k_1 & k_2\end{bmatrix}$ erõsítési vektort, amelyen keresztüli negatív állapotvisszacsatolással a zárt rendszer természetes frekvenciája $\omega_0=4$, csillapítása pedig $\zeta=0.5$ lesz.

c/ T_s mintavételezési idõ és nulladrendû tartószerv feltételezésével származtassa [vezesse le] az a/ pontban kapott folytonos állapotteres modell diszkretizált alakját.

d/ Egy $k_d = \begin{bmatrix} k_{d1} & k_{d2} \end{bmatrix}$ erõsítési vektoron keresztül negatívan visszacsatoljuk a c/ pontban kapott állapotteres modellt. Írja fel a zárt rendszer karakterisztikus egyenletét.

Megoldás:

a/ Az

$x_1 = y$, $\dot{x}_1 = x_2$, $\dot{x}_2 = u$ egyenletekbõl felírható az állapotmodell:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = Ax + bu = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = cx = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

b/ A zárt kör karakterisztikus egyenlete:

$$|sI - A + bk| = \begin{vmatrix} s & -1 \\ k_1 & s + k_2 \end{vmatrix} = s^2 + k_2 s + k_1 = s^2 + 2\varsigma\omega_o s + \omega_o^2$$

ahonnan

$$k_1 = \omega_o^2 = 16 \text{ illetve } k_2 = 2\varsigma\omega_o = 4.$$

c/ A diszkretizált modell:

$$x[k+1] = A_d x[k] + b_d u[k]$$
$$y[k] = c_d x[k] + d_d u[k]$$

ahol

$$A_d = e^{AT_s} \qquad b_d = \int_0^{T_s} e^{A\eta} d\eta \cdot b \qquad c_d = c \qquad d_d = d$$

$$e^{At} = L^{-1}\left\{(sI - A)^{-1}\right\} = L^{-1}\left\{\begin{bmatrix} s & -1 \\ 0 & s \end{bmatrix}^{-1}\right\} = L^{-1}\left\{\begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s^2} \\ 0 & \frac{1}{s} \end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A_d = \begin{bmatrix} 1 & T_s \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b_d = \int_0^{T_s} e^{A\eta} d\eta \cdot b = \begin{bmatrix} T_s & \frac{T_s^2}{2} \\ 0 & T_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{T_s^2}{2} \\ T_s \end{bmatrix}$$

d/ A zárt rendszer karakterisztikus egyenlete:

$$\alpha_{cd}(z) = |zI - A_d + b_d k_d| = \begin{vmatrix} z - 1 + k_{d1}\frac{T_s^2}{2} & -T_s + k_{d2}\frac{T_s^2}{2} \\ k_{d2} T_s & z - 1 + k_{d2} T_s \end{vmatrix} =$$

$$= z^2 + z(k_{d1}\frac{T_s^2}{2} + k_{d2}T_s - 2) + (k_{d1}\frac{T_s^2}{2} - 1)(k_{d2}T_s - 1) + k_{d2}T_s(T_s - k_{d2}\frac{T_s^2}{2})$$

6. Feladat:

Tekintsünk egy merev visszacsatolású zárt szabályozási rendszert, amelyben a felnyitott kör átviteli fügvénye $W_o(s) = \dfrac{s + \alpha}{s^2 + 3s + 2}$. Vázolja fel a zárt kör pólusainak elhelyezkedését $0 < \alpha < \infty$ függvényében. Milyen α értéknél lép ki a gyökhelygörbe a valós tengelybõl?

Megoldás:

A zárt rendszer karakterisztikus egyenlete:

$$1+W_o(s)=1+\frac{s+\alpha}{s^2+3s+2}=0$$

$$s^2+3s+2+s+\alpha=0$$

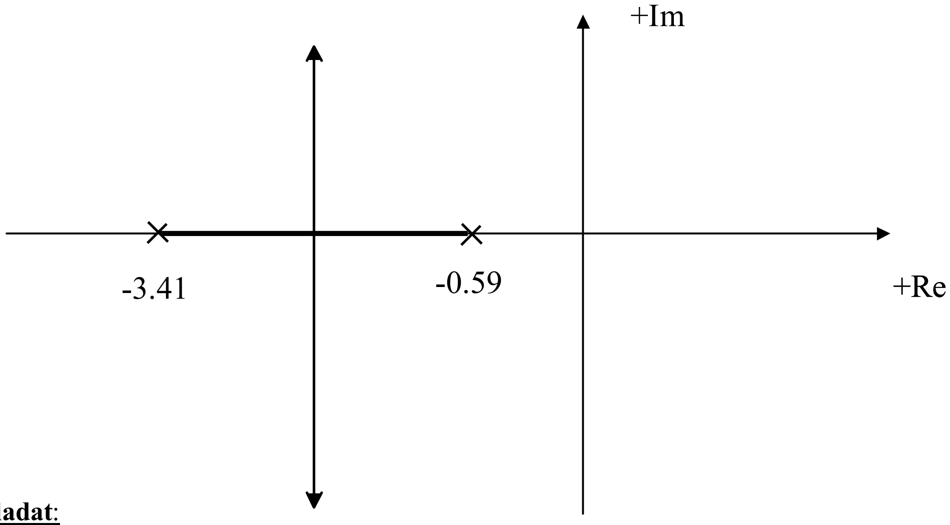
amelyet átalakítva

$$1+\frac{\alpha}{s^2+4s+2}=0$$

Látható, hogy a $W_o'(s)=\dfrac{\alpha}{s^2+4s+2}$ felnyitott kör az eretetivel azonos zárt karakterisztikus egyenletet ad. A gyökhelygörbe az $s^2+4s+2=0$ egyenlet $p_{1,2}=-2\pm\sqrt{2}$ gyökeibõl indul és az $\alpha=2$ értéknél lép ki a valós tengelybõl, ekkor ugyanis a zárt kör karakterisztikus egyenlete:

$$s^2+4s+2+\alpha=s^2+4s+4=(s+2)^2$$

α>2 esetén a gyökök komplex konjugáltak lesznek.



7. **Feladat**:

Egy zárt szabályozási kör felnyitott körének átviteli függvénye $W_o(s)=\dfrac{K}{s}e^{-sT_H}$. Határozza meg a fázistartalék értékét K és T_H függvényében.

Megoldás:

A $|W_o(j\omega_c)|=1$ feltételbõl $\omega_c=K$, innen

$$phase\{W_o(j\omega_c)\}=-\frac{\pi}{2}-\omega_c T_H=-\frac{\pi}{2}-KT_H$$

és a fázistartalék

$$\varphi_t=\pi+phase\{W_o(j\omega_c)\}=\pi-\frac{\pi}{2}-\omega_c T_H=\frac{\pi}{2}-KT_H$$

exam_pl3.vege

1. **Feladat**:

A $P(s)=\dfrac{e^{-2s}}{s(1+s)}$ átviteli függvényû folytonos szakaszt mereven visszacsatolva mintavételesen szabályozzuk zárt körben. $T_s=1$ sec mintavételezési idõ és egységugrás alakú alapjel esetén határozza meg azt a soros *C(z)* szabályozót, amely véges beállást biztosít:

a/ Minimális beállási idõvel a mintavételezési pontok közötti hullámosság megengedésével

b/ Minimális beállási idõvel a mintavételezési pontok közötti hullámosság kizárásával.

Segítség: Egy $\frac{K}{1+sT}$ átviteli függvényû folytonos szakasz nulladrendû tartószervvel együttesen vett impulzusátviteli függvénye $K\cdot\frac{1-e^{-T_s/T}}{z-e^{-T_s/T}}$, továbbá egy $\frac{K}{s}$ átviteli függvényû integrátor nulladrendû tartószervvel együttesen vett impulzusátviteli függvénye $\frac{KT_s}{z-1}$, ahol T_s a mintavételezési idõ.

Megoldás:

a/ Határozzuk meg elõször *P(z)* értékét. Annak érdekében, hogy a fent megadott összefüggéseket alkalmazni tudjuk, bontsuk részlettörtekre *P(s)* holtidõ mentes részét:

$$P'(s)=\frac{1}{s(1+s)}=\frac{1}{s}+\frac{-1}{1+s}$$

$$P'(z)=(1-z^{-1})\mathbf{Z}\left\{\frac{P'(s)}{s}\right\}=\frac{1}{z-1}-\frac{1-e^{-1}}{z-e^{-1}}=\frac{1}{z-1}-\frac{1-0.3679}{z-0.3679}=\frac{0.3679z+0.2642}{z^2-1.3679z+0.3679}$$

A holtidõ figyelembevételével

$$P(z)=z^{-2}P'(z)=\frac{0.3679z+0.2642}{z^4-1.3679z^3+0.3679z^2}$$

Mivel *P(s)* nem stabil, így a stabilis folyamatokra levezetett összefüggések közvetlenül nem alkalmazhatók, viszont a zárt rendszer átviteli függvényére felírható, hogy

$$W_z(z)=\frac{C(z)P(z)}{1+C(z)P(z)}=z^{-3}$$

ahonnan *C(z)* kifejezhetõ:

$$C(z)=\frac{z^{-3}(z-1)(z-0.3679)}{(1-z^{-3})0.3679(z+0.7183)z^{-2}}=\frac{z^2(z-1)(z-0.3679)}{0.3679(z^3-1)(z+0.7183)}=\frac{z^2(z-0.3679)}{0.3679(z^2+z+1)(z+0.7183)}$$

Látható, hogy a felnyitott körnek a hibamentes beálláshoz szükséges integrátorát most a szakasz, és nem a szabályozó tartalmazza.

A fenti szabályozó alkalmazásával egységugrás alakú alapjel esetén a kimenõjel mintavett értékei $Y(z)=z^{-3}R(z)$ szerint:

$y[0]=0 \quad y[1]=0 \quad y[2]=0 \quad y[3]=1 \quad y[4]=1 \quad y[5]=1$ ...

b/ *P(z)*-nek egyetlen zérusa van: $z_1=-0.7183$. A mintavételezési pontok közötti hullámosság elkerülésére ezt a zérust hagynunk kell megjelenni a zárt kör átviteli függvényében:

$$W_z(z)=\frac{C(z)P(z)}{1+C(z)P(z)}=B^-(z)z^{-4}$$

ahol

$$B^-(z)=\frac{z+0.7183}{1+0.7183}=0.582z+0.418$$

innen

$$C(z)=\frac{z^2(0.582z+0.418)(z-1)(z-0.3679)}{0.3679(z^4-0.582z-0.418)(z+0.7183)}=\frac{z^2(0.582z+0.418)(z-0.3679)}{0.3679(z^3+z^2+z+0.418)(z+0.7183)}$$

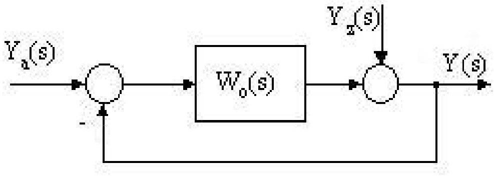
A fenti szabályozó alkalmazásával egységugrás alakú alapjel esetén a kimenõjel mintavett értékei $Y(z)=B^-(z)z^{-4}R(z)$ szerint:

$y[0]=0 \quad y[1]=0 \quad y[2]=0 \quad y[3]=0.582 \quad y[4]=1 \quad y[5]=1$ ...

Exam_pl5.vége…
1999. január 12.

1. Feladat (12 pont)

Tekintsük az alábbi rendszert:



ahol $W_r(s) = \dfrac{s + 0.5}{s}$ és [$Y_z(s)=0$]

a/ Határozza meg a vágási körfrekvencia értékét (2 pont)
b/ Határozza meg a fázistartalék értékét! (2 pont)
c/ Határozza meg az erõsítési tartalék értékét! (2 pont)
d/ $y_a=0$ és $y_z(t)=3\sin(5t)$ esetén adja meg analitikus formában meg y(t) <u>állandósult</u> értékét! (6 pont)

<u>Megoldás:</u>

$$\frac{Y}{Y_a} = \frac{W_0}{1+W_0} = \frac{\dfrac{8}{(1+5s)(1+s)(1+0.1s)}}{1+\dfrac{8}{(1+5s)(1+s)(1+0.1s)}} \Rightarrow W_0 = \frac{8}{(1+5s)(1+s)(1+0.1s)}$$

m=8; n=conv([5 1],[1 1]); n=conv(n, [0.1 1]);(n=[0.5 5.6 6.1 1])

[mag,phase,om]=bode(m,n);[Gm,Pm,W_{cg},W_{cp}]=margin(mag,phase,om)

Gm=8.42	a.) E.T.=8.42
Pm=47.86	b.) $\varphi_t = 47.86^o$
W_{cg}=3.49	c.) W_{cp}=1.06
ω_c = 1.06	

d.)

$$\frac{Y}{Y_z} = \frac{1}{1+W_0} = \frac{(1+5s)(1+s)(1+0.1s)}{(1+5s)(1+s)(1+0.1s)+8}$$

[mag,phase]=bode(n,n+8,5)

$\rightarrow$mag=0.136; phase=-58.5;

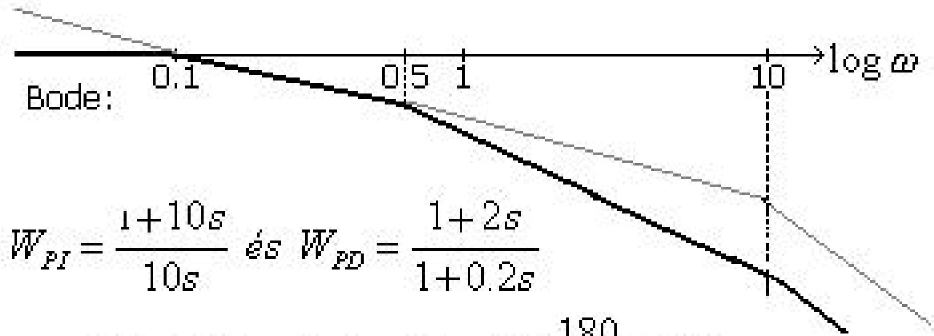
y(t)=3$*$0.136sin(5t-58.5^o)=<u>0.408sin(5t-58.5^o</u>)

2. Feladat (12 pont)

A $W_p(s) = \dfrac{e^{-s}}{(1+5s)(1+10s)}$ holtidõs folytonos szakaszhoz az alábbi specifikációkkal <u>tervezzen soros folytonos szabályozót:</u>

- a vágási körfrekvencia legyen $w_c \approx 0.4$
- a fázistartalék legyen $\varphi_t \approx 60°$
- a zárt szabályozási kör hibamentesen kövesse az egységugrás alakú alapjelet
- amennyiben PD kompenzációt is használ, annak túlvezérlési aránya [másszóval pólusáthelyezési aránya] 10 legyen.

Megoldás:



$$W_{PI}=\frac{1+10s}{10s}\ \text{és}\ W_{PD}=\frac{1+2s}{1+0.2s}$$

$$\omega_c=0.4\rightarrow K=4\rightarrow \omega_c T_H=0.4\frac{180}{\pi}\cong 23^{\circ}$$

$$W_0=KW_{PI}W_{PD}W_P=4\cdot\frac{1+10s}{10s}\,\frac{1+2s}{1+0.2s}\,\frac{e^{-s}}{(1+10s)(1+2s)(1+0.1s)}=$$

$$W_0=\frac{0.4e^{-s}}{s(1+0.2s)(1+0.1s)}$$

m=0.4; n=[0.02 0.3 1 0];[mag,phase,om]=bode(num,phase);

[Gm,Pm,W_{cg},W_{cp}]=margin(mag,phase,om)

Gm=37.896; Pm=83.08; W_{cg}=7.07; W_{cp}=0.3983

Pm= 83.08° - 23°≈ 60°

3. Feladat (14 pont)

$$W_c=4\frac{1+10s}{10s}\,\frac{1+2s}{1+0.2s}$$

A $W_p(s)=\dfrac{e^{-0.5s}}{(1+4s)(1+8s)}$ holtidõs folytonos szakaszhoz az alábbi specifikációkkal T=0.5 sec mintavételi idõvel <u>tervezzen soros mintavételes szabályozót:</u>

- a fázistartalék legyen φ_t≈60°
- a zárt szabályozási kör hibamentesen kövesse az egységugrás alakú alapjelet
- a tervezendõ diszkrét szabályozóban egy PI és egy PD kompenzációt alkalmazzon.

A tervezett szabályozó impulzusátviteli függvényén túlmenően adja meg a zárt rendszer átmeneti függvényének első 5 pontját is.

Megoldás:

[md,nd]=c2dm(1,[32 12 1],0.5,'zoh'); [z,p,k]=tf2zp(md,nd);

$$W_p(z)=0.0037\frac{z+0.9394}{z(z-0.9394)(z-0.8825)}$$

$$\rightarrow W_c(z)=K_d\frac{(z-0.9394)(z-0.8825)}{z(z-1)}$$

$$\rightarrow W_0(z)=0.0037K_d\frac{z+0.9394}{z^2(z-1)}$$

[mag,phase,om]=dbode([1 0.9394], [1 -1 0 0],0.5);

→mag=7.16; phase=-120.59° →K_d'=1/7.16=0.1397; → K_d=K_d'/0.0037=<u>37.75</u>

$$W_c=37.75\frac{(z-0.9394)(z-0.8825)}{z(z-1)}$$

[mclp,nclp]=cloop(0.1397*[1 0.9394],[1 -1 0 0],-1); yd=dstep(mclp,nclp)

yd[0]=0; yd[1]=0; yd[2]=0.1397; yd[3]=0.4106; yd[4]=0.6621

4. Feladat (12 pont)

Egy három bemenetû, két kimenetû lineáris folyamatot az alábbi állapotegyenletek írnak le:

$$\dot{x}_1 = -0.4x_1 + 0.2x_2 + 0.2u_1 + 0.2u_2$$
$$\dot{x}_2 = x_1 - x_2 + u_3$$
$$y_1 = x_1$$
$$y_2 = x_2$$

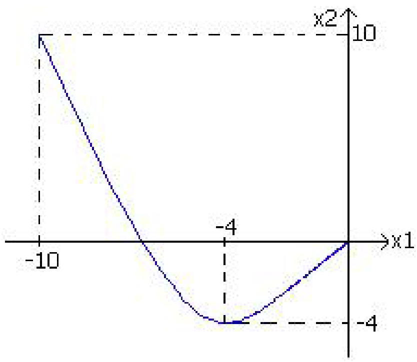
a/ Írja fel a rendszer paramétermátrixait! (3 pont)
b/ Írja fel a rendszer karakterisztikus egyenletét! (3 pont)
c/ Az $x_1(0)=-10$, $x_2(0)=10$ kezdeti feltételekre adja meg az állapottrajektóriát
[azaz vázolja fel az $x_2=f(x_1)$ függvényt]! (3 pont)
d/ Vázolja fel a rendszer y_1 és y_2 válaszát az $u_1(t)=\delta(t)$, $u_2(t)\equiv 0$ és $u_3(t)\equiv 0$ bemenetre. (3 pont)

Megoldás:
a.)

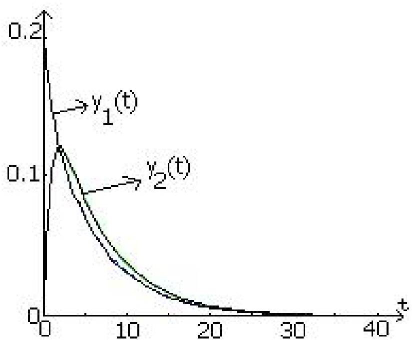
$$A = \begin{bmatrix} -0.4 & 0.2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

b.) poly(a) → $s^2+1.4s+0.2$

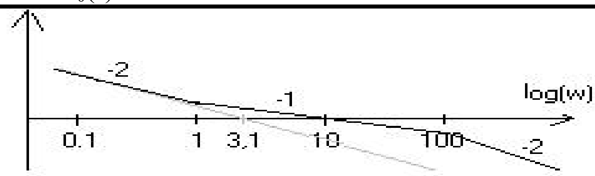
c.) x0=[-10 10]; [y,x,t]=initial(a,b,c,d,x0); plot(x(:,1),x(:,2));



d.) [y,x,t]=impulse(a,b,c,d,1); plot(t,y(:,1),t,y(:,2));

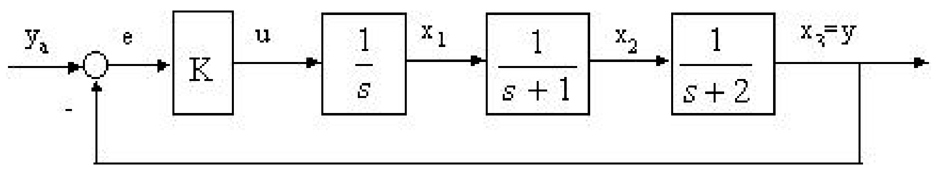


s1felmeg.vége

1. Sorolja fel a zárt szabályozási rendszerekkel szemben támasztott követelményeket! (2 pont)	- Stabilitás - Kis állandósult hiba - Gyors, lengésmentes beállás - Hatékony zajelhárítás
2. Definiálja az ω_c metszési körfrekvenciát! Mi a metszési körfrekvencia jelentõsége a szabályozási körök tervezésekor? (2 pont)	$\lvert W_o(j\omega)\rvert = 1$ ahol $W_0(s)$ a felnyitott kör átviteli függvénye. Az alapjelkövetés és zajelhárítás az $\omega<\omega_c$ tartományban hatásos.
3. Egy folytonos lineáris tagot a t≥0 tartományban $u(t)=e^{-0.2t}$ bemenõjellel gerjesztve a kimenet Laplace transzformáltjára $Y(s)=\dfrac{5}{s^2+1.2s+0.2}$ adódik. Adja meg az illetõ tag átmeneti függvényét. (2 pont)	$L\{u(t)\} = \dfrac{1}{s+0.2}$ $W(s) = \dfrac{y(s)}{u(s)} = \dfrac{5(s+0.2)}{(s+1)(s+0.2)} = \dfrac{5}{s+1}$ $v(t) = 5(1-e^{-t}),\ t \ge 0$
4. Ismertesse az általánosított Nyquist stabilitási kritériumot! (2 pont)	Ha a felnyitott kör $W_o(s)$ átviteli függvényének jobboldali (labilis) pólusai is vannak, a zárt kör lehet még aszimptotikusan stabilis, ha a $W_o(j\omega)$ teljes Nyquist diagramja az óramutató járásával ellentétes irányban anyiszor fogja körük a -1+0j pontot, ahány labilis pólusa van $W_0(s)$-nek.
5. Egy felnyitott kör átviteli függvénye: $Y(s)=\dfrac{1000(s+1)}{s^2(s+100)}$ Rajzolja fel az aszimptotikus Bode diagramot! (2 pont)	
6. Egy felnyitott kör átviteli függvénye: $W_o(s)=\dfrac{K}{(1+10s)(1+s)}$ Határozza meg K értékét úgy, hogy a zárt kör átviteli függvényének csillapítása ζ=0.7 legyen! (2 pont)	$\dfrac{W_0}{1+W_0} = \dfrac{K}{10s^2+11s+K+1} = \dfrac{K/10}{s^2+\frac{11}{10}s+\frac{K+1}{10}}$ $T=\sqrt{\dfrac{K+1}{10}}$; $2\xi T = 1.1$; $\to \xi=0.7 \to \underline{K=5.17}$
7. Adja meg a zavarkompenzációs szabályozás hatásvázlatát! Mi a zavarkompenzálás alkalmazhatóságának a feltétele? (2 pont)	Szgy4 (4. gyakorlati füzet) 11. oldal 9.ábra Ha u_{z1} mérhető.
8. Egy rendszer állapotegyenlete: $\dot{x}_1 = -2x_1$ $\dot{x}_2 = -4x_2 + 0.5u$ $y = 3x_2$ Állapot irányítható, állapot megfigyelhetõ, kimeneti irányítható-e a rendszer? Indokolja válaszát! (3 pont)	a) Nem, x_1 nem függ u-tól b) Nem, y-ban nem jelenik meg x_1 c) Igen, y csak irányítható állapottól függ.
9. Egy rendszer átviteli függvénye: $W(s)=\dfrac{Ke^{-sT_H}}{s}$.A fenti rendszer az u(t)=2sin(5t) bemenõjelre állandósult állapotban az y(t)=sin(5t-118.66°) választ adja.Határozza meg K és T_H értékét! (4 pont)	*Frekvencia függvény* : $\dfrac{K}{\omega}e^{-j(\omega T_H+\pi/2)}$ $\omega = 5 \to \dfrac{K}{5} = \dfrac{1}{2} \to K = 2.5$ $118.66^0 = 5T_H + 90^0 \to \underline{T_H = 0.1s}$
10. Egy rendszer átviteli függvénye: $W(s)=\dfrac{1+2s}{(1+2s)^2(1+3s)}$. Irányítható és megfigyelhetõ-e a rendszer? Indokolja válaszát! (2 pont)	A realizációtól függően nem irányítható és/vagy nem megfigyelhető a pólus-zérus kiejtés következtében.

11. Mit értünk egy szabályozási kör típusszámán? (2 pont)	$W_0(s)=\frac{K}{s^i}\frac{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)\ldots}{(1+sT_1)(1+sT_2)\ldots}e^{-sT_H}$ i a típusszám, az integrátorok száma.
12. Egy diszkrét idejû szabályozó mintavételezési ideje T_{mv}=2 sec, átviteli függvénye: $W_C(s)=\frac{z-0.9}{z-1}$.Milyen típusû szabályzó ez? Adja meg a szabályozó sarokfrekvenciáját! (3 pont)	PI $\frac{1+sT_i}{sT_i}\to K\frac{z-e^{-T_{mv}/T_i}}{z-1}$ $e^{-2/T_i}=0.9\to\underline{\frac{1}{T_i}=0.053}$
13. Egy folytonos szakasz átviteli függvénye: $W_P(s)=\frac{2}{1+8s}$. A szakaszt mintavételesen szabályozzuk egy soros arányos szabályozóval. A mintavételezési idõ T_{mv}=1 sec. Mekkora a szabályozó K_{max} maximális erõsítése a stabilitás határhelyzetében? (3 pont)	[md,nd]=c2dm(2,[8 1],1,'zoh'); $W_p(z)=\frac{0.235}{z-0.8825}$; A zárt kör nevezője: z-0.8825+0.235K = 1 $\to \underline{K\cong 8}$
14. Vázolja fel annak a zárt mintavételes szabályozási rendszernek az u(t), u[kT_{mv}] és y[kT_{mv}] jeleit, amelyre a folytonos szakasz átviteli függvénye: $W_P(s)=\frac{1}{(1+10s)(1+20s)}$,a mintavételezési idõ T_{mv}=1 sec, a szabályozó átviteli függvénye pedig $W_C(s)=\frac{5(z-0.9512)}{z-1}$.(4 pont)	[md,nd]=c2dm(1,[200 30 1],1,'zoh'); mcd=5*[1 -0.9512]; ncd=[1 -1]; [mwo,nwo]=series(mcd,ncd,md,nd); [mwc,nwc]=cloop(mwo,nwo,-1); [muwc,nuwc]=feedback(mcd,ncd,md,nd,-1);

A következő feladatok mindegyikéhez tekintsük az alábbi rendszert:



15. Adja meg K értékét úgy, hogy a fázistartalék 60° legyen. Mekkora az ehhez az erõsítéshez tartozó metszési körfrekvencia (ω_c) és erõsítési tartalék értéke? (3 pont)	[a,f]=bode(1,[1 3 2 0]; M=[a,f] ⇒1.3234 -119.3⇒K=1/1.32=0.7556 margin⇒$\underline{\omega_c\text{=0.3551 ET:7.974}}$
16. K=1 esetén adja meg az $Y_a(s)$ és U(s) jelek közötti átviteli függvényt! $y_a(t)$=1(t) alapjelet feltételezve határozza meg az u(t) jel kezdeti és végértékét! (3 pont)	$\frac{K}{1+\frac{K}{s(s+1)(s+2)}}=\frac{s^3+3s^2+2s}{s^3+3s^2+2s+K}$; $u(0)=1$; $\lim_{t\to\infty}u(t)=0$
17. K=1 esetén adja meg az e(t) hibajel kezdeti és végértékét, feltéve, hogy az alapjel egység sebességugrás: $y_a(t)$=t.1(t)! (3 pont)	$\lim_{t\to\infty}e(t)=\lim_{s\to 0}E(s)=\lim_{s\to 0}s\frac{1}{s^2}\frac{s^3+3s^2+2s}{s^3+3s^2+2s+K}=\underline{2}$ $\lim_{t\to 0}e(t)=\lim_{s\to\infty}E(s)=\lim_{s\to\infty}s\frac{1}{s^2}\frac{s^3+3s^2+2s}{s^3+3s^2+2s+K}=\underline{0}$
18. A ábrán jelölt állapotváltozók alkalmazásával K=1 mellett írja fel a rendszer állapotegyenleteit. A rendszer bemenete az y_a alapjel. [Segítség: Vegyük észre, hogy az x_1 változó deriváltja x_3-tól is függ!] (3 pont)	$A=\begin{bmatrix}0&0&-1\\1&-1&0\\0&1&-2\end{bmatrix}$ B=$\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$ C=$\begin{bmatrix}0&0&1\end{bmatrix}$

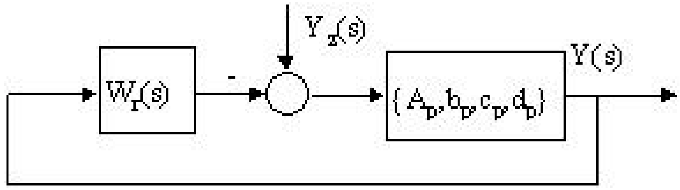
19. Az állapotmodell alapján írja fel a rendszer karakterisztikus egyenletét! Mi a kapcsolat a karakterisztikus egyenlet gyökei és a zárt kör pólusai között? Miért? (3 pont)	poly(A)$\Rightarrow s^3+3s^2+2s+1$ Azonosak, miután a rendszer irányítható és megfigyelhető.

S1kismeg.vége

1999. január 26.

1. Feladat (12 pont)

Tekintsük az alábbi rendszert :



ahol: $W_r(s) = \dfrac{s+0.5}{s}$ és $A_p = \begin{bmatrix} -2.5 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $B_p = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ $C_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$ $D_p = 0$

a/ $y_z(t)=1(t)$ esetén adja meg $y(t)$ analitikus kifejezését! (6 pont)

b/ Írja fel a $W_r(s)$ átviteli függvényt állapotteres alakban. Legyen továbbá $W_r(s)$ kimenete x_1, és az $\{A_p,B_p,C_p,D_p\}$ folyamat állapotváltozói x_2 és x_3. Adja meg a zárt rendszer állapotteres leírását az x_1, x_2 és x_3 állapotváltozókkal, valamint az y_z bemenettel és y kimenettel.

(6 pont)

<u>**Megoldás:**</u>

a.)

[mp,np]=ss2tf(ap,bp,cp,dp);

$$W_p(s) = \frac{1}{s^2+2.5s+1}$$

[mz,nz]=feedback(mp,np,[1 0.5], [1 0],-1);

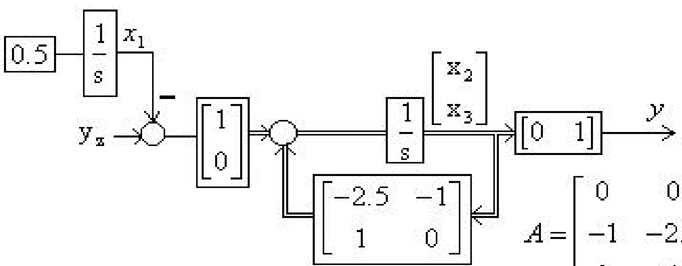
$$W_{zárt}(s) = \frac{s}{s^3+2.5s^2+2s+0.5}$$

[z,p,k]=residue (1,nz);

$$Y(s) = \frac{-4}{s+1} + \frac{-2}{(s+1)^2} + \frac{4}{s+0.5}$$

$y(t)=-4e^{-t}-2e^{-t}t+4e^{-0.5t},\ t\geq 0$

b.)



$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.5 \\ -1 & -2.5 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{x}_1 = 0.5x_3$$

$$\dot{x}_2 = -2.5x_2 - x_3 + y_z - x_1 - x_3$$

$$\dot{x}_3 = x_2$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Ellenőrzés: roots(poly(A)):-1,-1,-0.5

2. Feladat (12 pont)

A $W_p(s) = \dfrac{e^{-s}}{(1+5s)(1+10s)}$ holtidős folytonos szakaszt **T_{mv}=1** másodperces mintavételi idővel, zérusrendű tartószerv alkalmazásával az alábbi soros mintavételes (diszkrét idejű) szabályozóval, egységnyi visszacsatolás mellett zárt körben irányítjuk: $W_r(z) = \dfrac{20(z-0.9048)(z-0.8187)}{z(z-1)}$.

a/ Adja meg a felnyitott kör impulzusátviteli függvényét! (3 pont)

b/ Adja meg a zárt kör karakterisztikus egyenletét! (3 pont)

c/ Számítsa ki a rendszer vágási körfrekvenciáját és fázistartalékát! (3 pont)

d/ $y_a(t)=1(t)$ esetén adja meg a zérusrendű tartószerv kimenetének kezdeti és végértékét! (3 pont)

Megoldás:

a.)[md, nd] = c2dm(1, [50 15 1], 1, 'zoh'); [z, p, k]=tf2tp (md, nd):

$$W_p(z) = \frac{0.0091(z+0.9048)}{(z-0.9048)(z-0.8187)}$$

$$\Rightarrow W_0(z) = W_p(z)\cdot W_r(z) = \underline{\frac{0.182(z+0.9048)}{z^2(z-1)}}$$

b.) $z^2(z-1)+0.182(z+0.9048)=0$; $\rightarrow$ $\underline{z^3-z^2+0.182z+0.1647=0}$

c.) [mag,phase,om]=dbode(0.182*[1 0.9048],[1 -1 0 0],1);
[Gm,Pm,W_{cg},W_{cp}]=margin(mag,phase,om)
$\Rightarrow$ $\omega_c\underline{\approx 0.34}$ $\varphi_t\underline{\approx 51^o}$

d.)

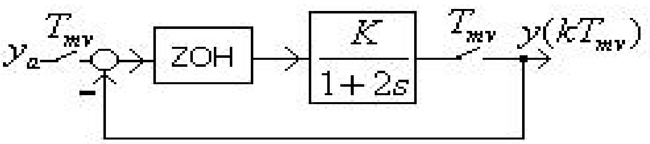
$$u(0)\underline{=20}$$

$$\lim_{k\to\infty} u(kT_{mv}) = 1 \rightarrow \lim_{t\to\infty} u(t)\underline{=1}$$

3. Feladat (12 pont)

a/ Az alábbi mintavételes szabályozás K_{max}=4 értéknél kerül a stabilitás határhelyzetébe. Határozza meg a mintavételi idő értékét! (6 pont)

b/ K=2 esetén adja meg a kimenet első 5 mintavett értékét, ha y_a egységugrás! (6 pont)



Megoldás:

a.)

$$W_p(z) = K\frac{1-e^{-0.5T_{mv}}}{z-e^{-0.5T_{mv}}};\ W_{zárt} = \frac{W_p}{1+W_{pz}} = \frac{K(1-e^{-0.5T_{mv}})}{z-e^{-0.5T_{mv}}+K(1-e^{-0.5T_{mv}})}$$

$$\Rightarrow K(1-e^{-0.5T_{mv}}) - e^{-0.5T_{mv}} = 1 \leftarrow K=4$$

$$4-5e^{-0.5T_{mv}} = 1; \rightarrow e^{-0.5T_{mv}} = {}^3\!/_5; \rightarrow \underline{T_{mv} = 1\text{sec}}$$

b.) [md, nd]= c2dm (2, [2 1], 1, 'zoh'); [mz, nz]= cloop (md, nd, -1); yd = dstep (mz, nz)
$\underline{\rightarrow y(0)=0;\ y(1)=0.7869;\ y(2)=0.645;\ y(3)=0.6706;}$

4. Feladat:

Egy folytonos szabályozási rendszer felnyitott körének átviteli függvénye

$$W_s(s) = \frac{-K}{(1-5s)(1+2s)^2}$$

a.) Stabilis-e a zárt rendszer az alábbi K értékekre:
K=10, K=5, K=2, K=1.5?

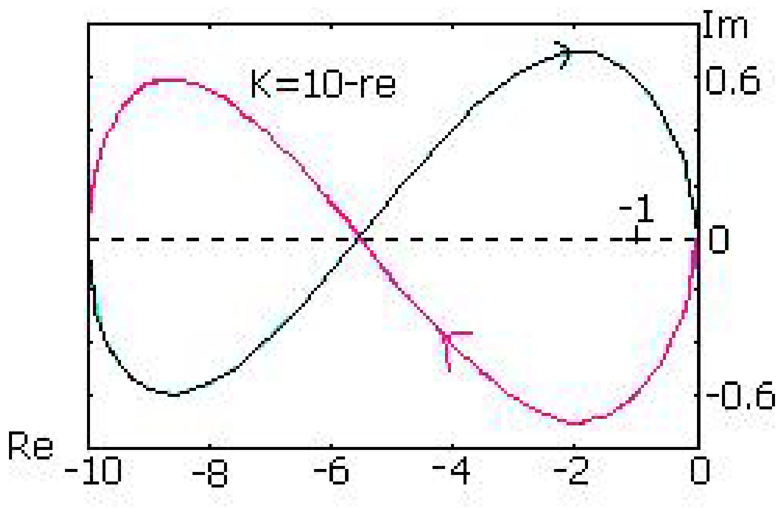
(6 pont)

b.) Határozza meg a kritikus körerősítés értékét!

(6 pont)

Megoldás:

a.) m=–10; n=conv(conv([-5 1],[2 1]),[2 1]); nyquist (m, n)



K=10 → stabil; K=5→stabil; K=2 →stabil; K =1.5 →labilis.

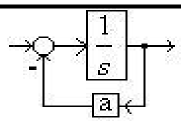
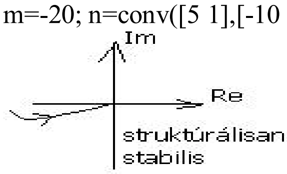
b.) m=-1; [mag,phase,om=bode(m,n); M=[mag,phase]

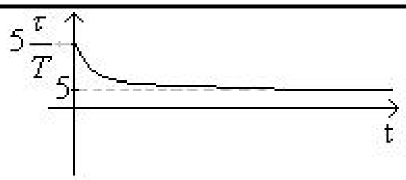
mag:	phase:
↓	↓
0.6861	-177.1435°
0.5605	***-180°***
0.5394	-180.4804°
↓	↓

→K_{krit}=1/0.5605=<u>1.784</u>

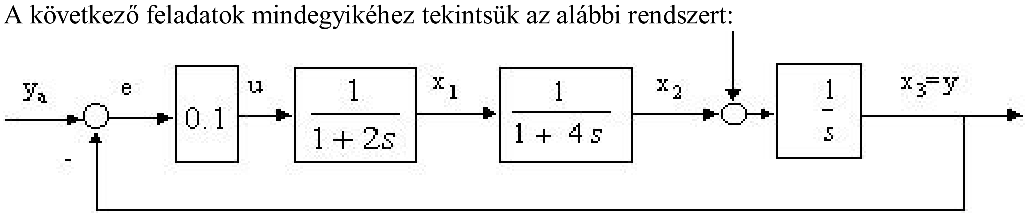
s2felmeg.vége

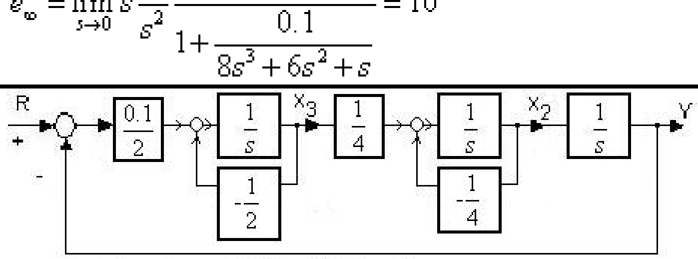
1. Adja meg egy folytonos szakasz mintavételes irányításának hatásvázlatát! Vázolja fel a hatásvázlat jeleinek jellegét! (3 pont)	szgy5 (5. gyakorlati füzet) 3 oldal 2 ábra
2. Egy zárt szabályozási körben a felnyitott kör átviteli függvénye: $W_o(s) = \frac{K(1+s)}{(2+s)(3+s)(4+s)}$ Határozza meg K értékét úgy, hogy a fázistartalék 45° legyen! (4 pont)	m=[1 1]; n=conv([1 5 6],[1 4]); [mag,phase,om]=bode(m,n); M=[mag,phase] →mag=0.01 phase=-135°→<u>K=110</u>

3. Egy folytonos lineáris tagot a $t \geq 0$ tartományban $u(t)=e^{-0.4t}$ bemenõjellel gerjesztve a kimenet Laplace transzformáltjára $Y(s)=\frac{10}{s^2+2.4s+0.8}$ adódik. Adja meg az illetõ tag átmeneti függvényét. (2 pont)	$u(s)=\frac{1}{s+0.4}$; $W(s)=\frac{y(s)}{u(s)}=\frac{10(s+0.4)}{(s+2)(s+0.4)}=\frac{10}{s+2}$ $\Rightarrow v(t)=5(1-e^{-2t}),\ t \geq 0$
4. Egy zárt szabályozási körben a felnyitott kör átviteli függvénye: $W_o(s)=\frac{K}{s^2}$ Határozza meg K értékét úgy, hogy a vágási [másszóval metszési] körfrekvencia ω_c=5 legyen! (2 pont)	$\omega_c: \ \frac{K}{\omega_c^2}=1 \Rightarrow \omega_c^2=K$ $\underline{K=25}$
5. Mikor fordulhat elõ, hogy egy nem állapotirányítható rendszer kimeneti irányítható? (2 pont)	Ha kimenet csak irányítható állapotok lineáris kombinációja (avagy nem függ nem irányítható állapotoktól)
6. Egy zárt szabályozási körben a felnyitott kör átviteli függvénye: $W_0(s)=\frac{2}{1+0.8s+s^2}$ Határozza meg a zárt rendszer csillapítási tényezõjét és sajátfrekvenciáját! (2 pont)	m=2; n=[1 0.8 1]; [mc,nc]=cloop(m,n,-1); [a,b,c,d]=tf2ss(mc,nc); damp(a); → ξ=<u>0.231</u> ω_l=<u>1.73</u>
7. Egy integrátort egy állandó erõsítésû tagon keresztül negatívan visszacsatolunk. Mekkora a visszacsatolás erõsítési tényezõje, ha a zárt rendszer átmeneti függvénye T=5 sec idõállandóval áll be állandósult értékére? (2 pont)	 $\frac{1/s}{1+a/s}=\frac{1}{s+a}; v(t)=\frac{1}{a}(1-e^{-at}),\ t \geq 0$ a= $1/T$ = <u>0.2</u>
8. Egy zárt szabályozási körben a felnyitott kör átviteli függvénye: $W_0(s)=\frac{-20}{(1+5s)(1-10s)}$ Stabilis-e a zárt rendszer? Válaszát indokolja! (3 pont)	m=-20; n=conv([5 1],[-10 1]); nyquist(m,n); 
9. Egy zárt szabályozási körben a felnyitott kör átviteli függvénye: $W_0(s)=\frac{-20e^{-sT_H}}{(1+5s)(1-10s)}$ Határozza meg T_H értékét, ha a zárt kör a stabilitás határhelyzetében van! (3 pont)	T_H=0 mellett: PM=8.84^0, ω_0=0.6128 →0.6128T_H=8.84(π/180) →<u>T_H=0.25s</u>
10. Adja meg az y(t) jelet analitikus formában, ha $Y(s)=\frac{128}{s^3+14s^2+56s+64}$ (2 pont)	[z,p,k]=residue(128,[1 14 56 64]); $Y(s)=\frac{5.33}{s+8}-\frac{16}{s+4}+\frac{10.66}{s+2}$ $Y(t)=5.33e^{-8t}-16e^{-4t}+10.66e^{-2t}$, $t \geq 0$

11. Adja meg a $W(s)=\dfrac{5(1+2s)}{1+4s}$ átviteli függvényû tag állandósult válaszát az u(t)=2sin(3t) bemenõ jelre! (2 pont)	[mag,phase]=bode([10 5],[4 1],3); mag=2.53, phase=-4.7→χ=-270° y=5.06sin(3t-270°)
12. Egy lineáris rendszer állapotmátrixa $A=\begin{bmatrix}-1 & \alpha \\ 3 & -2\end{bmatrix}$ α milyen értékeinél stabilis a rendszer? (3 pont)	$\lvert sI-A\rvert=0;\ (s+1)(s+2)\text{-}3\alpha=0;$ $s_{1,2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{9-4(2-3\alpha)}}{2}\Rightarrow\alpha<\dfrac{2}{3}$
13. Mi az állapotváltozó? (2 pont)	Adott pontbeli értékéből a bemenő jelek és a paraméterek ismeretében a következő időpontbeli értéke meghatározható.
14. Folytonos rendszert feltételezve adja meg az állapotegyenlet megoldását az idõtartományban és a Laplace operátoros tartományban! (2 pont)	$x(t)=e^{At}x(0)+\int_0^t e^{A(t-\tau)}\cdot b\cdot u(\tau)d\tau$ $x(s)=(sI-A)^{-1}x(0)+(sI-A)^{-1}bU(s)$
15. Vázolja fel a $W(s)=\dfrac{5(1+\tau s)}{1+Ts}$ tag átmeneti függvényét a τ>T esetre. Adja meg az átmeneti függvény kezdeti és végértékét is! (2 pont)	
16. Adja meg a Z-transzformáció kezdeti és végértéktételét! (2 pont)	$x(0)=\lim\limits_{z\to\infty}X(z)$ $\lim\limits_{k\to\infty}x(kT)=\lim\limits_{z\to1}(z-1)X(z)$

A következő feladatok mindegyikéhez tekintsük az alábbi rendszert:



17. Határozza meg a vágási körfrekvenciát, az erõsítési tartalékot és a fázistöbbletet! (3 pont)	[mag,phase,om]=bode(0.1,conv([4 1 0],[2 1])); [GM,PM,ω_{cg},ω_{cp}]=margin(mag,phase,om) $\Rightarrow$ ω_c=0.0922; ET=7.58; φ_t=59.2°
18. Adja meg az **y** kimenõjel és az u bemenõjel állandósult értékét, ha y_a=1(t) és y_z=1(t). Indokolja válaszát! (3 pont)	$y_a\Rightarrow$ y=1 u=1 $y_z\Rightarrow$ y=10 u=-1 Szuperpozícióval: y_∞=11 u_∞=-1
19. Adja meg az e hibajel állandósult értékét, ha az alapjel egység sebességugrás: y_a=t.1(t) és y_z=0. (3 pont)	$e_\infty=\lim\limits_{s\to0}s\dfrac{1}{s^2}\dfrac{1}{1+\dfrac{0.1}{8s^3+6s^2+s}}=10$
20. A ábrán jelölt állapotváltozók alkalmazásával írja fel a rendszer állapotegyenleteit. A rendszer bemenetei az y_a alapjel és az y_z zavarójel. (3 pont)	 $A=\begin{bmatrix}-0.5 & 0 & -0.05\\ 0.25 & 0.25 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$ B=$\begin{bmatrix}0.05 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ $C=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}$ D$=\begin{bmatrix}0 & 0\end{bmatrix}$

S2kismeg.vége

2000. január 11.

1. Feladat (8 pont)
Egy folytonos szakasz átviteli függvénye:

$$W_f(s) = \frac{K}{s(1+5s)^2}$$

A szakaszt mintavételezõ és nulladrendû tartószerv beiktatásával zárt körben irányítjuk (a visszacsatolás egységnyi). A mintavételezési idõ T_{mv} =0.2 sec.
Határozza meg K kritikus értékét, amely mellett a zárt kör a stabilitás határhelyzetébe kerül!
Megoldás:
m=1; n=[25 10 1 0];
[md,nd]=c2dm(m,n,0.2,'zoh');
[mag,phase,w]=dbode(md,nd,0.2);
M=[mag phase]
Stabilitás határhelyzete, ha phase=-180^o ekkot mag≈2.5,ezért K=1/mag≈<u>**0.4**</u>

2. Feladat (16 pont)

Egy folytonos folyamat átviteli függvénye

$$W_f(s) = \frac{e^{-0.6s}}{(1+5s)(1+4s)(1+0.2s)}$$

Tervezzen soros <u>folytonos</u> szabályozót a fenti folyamathoz az alábbi specifikációkkal:
- A zárt rendszer hiba nélkül kövesse az egységugrás alapjelet
- A vágási körfrekvencia ω_c≈0.7 legyen
- A fázistartalék ≈ 60° legyen
- Amennyiben PD kompenzációt is alkalmaz, annak dinamikus túlvezérlése 10 legyen.

a/ Adja meg a szabályozó átviteli függvényét (10 pont)
b/ Adja meg az erõsítési tartalék értékét (6 pont).

Megoldás:

a.) $W_c(s) = k\frac{1+5s}{5s}\frac{1+4s}{1+0.4s}$

$$W_0 = W_c W_f = \frac{Ke^{-0.6s}}{5s(1+0.4s)(1+0.2s)}$$

m=1; n=conv([5 0],conv([0.4 1],[0.2 1]));
[mag,phase,w]=bode(m,n,);
[Gm,Pm,Wcg,Wcp]=margin(mag,phase,w);
ω_c=0.2 ⇒K=0.7/0.2=3.5
Pm=83.1^o-0.7(180^o/Π)0.6=59^o
PID szabályzó:

$$\boxed{W_c(s) = 3.5\frac{1+5s}{5s}\frac{1+4s}{1+0.4s}}$$

b) w=logspace((0
[mag,phase]=bode(3.5,n,w);
m=[w' phase phase-0.6*180/pi*w' mag]
ω≈1.35 φ_d=-180^0 mag=0.44

<u>ET=1/0.44=2.27</u>

3. Feladat (14 pont)

Egy folytonos folyamat átviteli függvénye:

$$W_f(s) = \frac{e^{-0.6s}}{(1+5s)(1+4s)(1+0.2s)}$$

A fenti folyamatot T_{mv}=0.2 sec mintavételezési idõ mellett soros <u>mintavételes</u> szabályozó és nulladrendû tartószerv alkalmazásával zárt körben irányítjuk (a visszacsatolás egységnyi). A szabályozó impulzusátviteli függvénye:

$$W_c(z) = \frac{80(z-0.9608)(z-0.9512)}{z(z-1)}$$

a/ Egységurás alakú alapjelet feltételezve számítsa ki a folyamat u(t) bemenetének és y(t) kimenetének értékét az elsõ 6 mintavételi pontban (10 pont)
b/ Egységurás alakú alapjelet feltételezve számítsa ki a szabályozás hibajelének állandósult értékét (2 pont).
c/ Egység sebességugrás alakú alapjelet feltételezve számítsa ki a szabályozás hibajelének állandósult értékét (2 pont).

Megoldás:
m=1; n=4*poly([-0.2 -0.25 -5]);
[md,nd]=c2dm(m,n,0.2,'zoh');
[z,p,k]=tf2zp(md,nd);
A holtidő miatt z^{-3} -nal kell szorozni.

$$W_f(z) = 0.000258\frac{(z+2.9023)(z+0.2002)}{(z-0.9608)(z-0.9512)(z-03679)}z^{-3}$$

Így: $W_0(z) = 0.0206\dfrac{(z+2.9023)(z+0.2002)}{z^3 z(z-1)(z-03679)}$

mo=[0.0206 0.0639 0.012];
no=[1 -1.3679 0.3679 0 0 0 0];
Zárt kör: [mclp,nclp]=cloop(mo,no,-1);

a.) Egységugrásra a válasz:y=dstep(mclp,nclp,50)
y(1:6) 0; 0; 0; 0; 0.0206, 0.1127

mc=80*poly([0.9608 0.9512]); nc=[1 -1 0]
[mclpu,nclpu]=feedback(mc,nc,md,nd,-1);
Egységugrásra a bemnőjel:u=dstep(mclpu,nclpu,50)
u(1:6) 80; 7.04; 7.19; 7.34; 7.84, 0.12

b.) $y_e(t\to\infty)=0$

c.) $y_e(t\to\infty)=1/k=1/0.0206=48.54$

4. Feladat (12 pont)

Egy folytonos rendszer állapotmodelljének paraméterei a következõk:

$$A=\begin{bmatrix}-14 & -56 & -64 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix}\quad C=\begin{bmatrix}0 & 1 & 10 & 24\end{bmatrix}\quad D=\begin{bmatrix}0\end{bmatrix}$$

a/ Irányítható-e a rendszer? (1 pont)
b/ Megfigyelhetõ-e a rendszer? (1 pont)
c/ Írja fel az adott rendszer kanonikus (párhuzamos) realizációját! (2 pont)
d/ Határozza meg a rendszer pólusait! (2 pont)
e/ Határozza meg a rendszer átviteli függvényét! (2 pont)
f/ Határozza meg a rendszer átviteli függvényének pólusait! (2 pont)
g/ Határozza meg az állapotvisszacsatolási erõsítést [k vektort], amely mellett az állapotvisszacsatolt rendszer pólusai a p_1=-1 p_2=-10 p_3=-20 p_4=-30 (2 pont).

Megoldás:
n=4
a.) Q_c=ctrb(a,b); rank(Q_c)=4 = n⇒irányítható

b.) Q_o=obsv(a,c); rank(Q_o)=3 < n⇒nem megfigyelhető

c.) [ap,bp,cp,dp]=canon(a,b,c,d,'modal');

$$Ap = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \; Bp = \begin{bmatrix} 0.0156 \\ 2.0656 \\ 2.6877 \\ 0.3841 \end{bmatrix} \; Cp = \begin{bmatrix} 24 & 0 & -0.0155 & -0.8677 \end{bmatrix} \; Dp=0 .$$

d.) roots(poly(a)) p1=0 p2=-8 p3=-4 p4=-2

e.) [m,n]=ss2zp(a,b,c,d)

$$W(s) = \frac{(s+4)(s+6)}{s(s+2)(s+4)(s+8)} = \frac{s+6}{s(s+2)(s+8)}$$

f.) p1=0 p2=-2 p3=-8

g.) k=acker(a,b,[-1 -10 -20 -30]) k=[47 1104 7036 6000]

s6felmeg.vége

1. Definiálja a vágási (másszóval metszési) körfrekvenciát! (2 pont)	$\left\| W_0(j\omega) \right\|_{\omega=\omega_c} = 1$
2. Adja meg az ω_c metszési körfrekvencia értékét, ha a felnyitott kör átviteli függvénye $W_0(s) = \frac{20}{s^2}$ (2 pont)	$\frac{20}{\omega^2} = 1 \quad \Rightarrow \omega_c = \sqrt{20}$
3. Definiálja az erõsítésitartalékot és a fázistartalékot! (2 pont)	ω_1 az a frekvencia amelyen a nyitott kör fázisa - 180° fok. $\mathrm{ET} = \frac{1}{\left\| W_o(j\omega_1) \right\|}$ $\mathrm{FT} = 180^\circ + \sphericalangle W_o(j\omega_1)$

4. Egy zárt szabályozási körben a felnyitott kör átviteli függvénye $W_o(s) = \frac{K(s+5)}{s(s+1)(s+2)}$ Határozza meg K értékét úgy, hogy a fázistartalék 45° legyen! (3 pont)	m=[1 5]; n=[1 3 2 0];
	 om=logspace(-1,1,200);
	 [mag,phase]=bode(m,n,om)
	 mag ≈ 3 phase ≈ -135° k ≈ 1/3

5. Mi az állapotátmeneti mátrix? (2 pont)	$\Psi(t) = e^{At}$

6. Egy állapotteres leírással adott rendszer A mátrixa $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ u(t)=0 és $x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ esetén számítsa ki x(t) értékét a t=6 sec idõpillanatban! (3 pont)	a=[-3 -2 0;1 0 0,0 1 0];
	 xo=[1;2;3]
	 x=expm(6*a)*x0;
	 $X(6) = \begin{bmatrix} -0.0124 \\ 0.0124 \\ 6.4876 \end{bmatrix}$

7. Adott egy harmadrendû rendszer az alábbi állapotteres leíráss $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $D = 0$ A $k = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.6 & 0.7 \end{bmatrix}$ erõsítési vektorral negatív állapotvisszacsatolást valósítunk meg. Adja	roots(poly(a)) ⇒ p1=0 p2=-1 p3=-2 b=[1;1;1] k=[0.5 0.6 0.7] roots(poly(a-b*k)))) ⇒ p1=-3.31 p2=-0.74+0.85j p3=-0.74-0.85j

meg a visszacsatolás nélküli és a visszacsatolt rendszer pólusait! (3 pont)	
8. Adja meg az állapotteres leírásban szereplõ A,B,C és D mátrixok dimenzióját, ha a rendszernek 5 állapota, 4 bemenete és 3 kimenete van! (2 pont)	A:5 x 5 B:5 x 4 C:3 x 5 D: 3 x 4
9. Egy lineáris rendszer állapotteres leírásában szereplõ *A* mátrix sajátértékei és ugyanezen rendszer átviteli függvényének pólusai megegyeznek. Mikor igaz a fenti állítás? (2 pont)	Ha a rendszer megfigyelhető és állapotirányítható.
10. Adja meg az y(t) jelet analitikus formában, ha $Y(s) = \frac{25}{s^3+12s^2+44s+48}$ (3 pont)	m=25; n=[1 12 44 48]; [z,p,k]=residue(m,n) $Y(t)=3.125e^{-6t}-6.25e^{-4t}+3.125e^{-2t}\quad t \ge 0$

11. Legyen *v(t)* a $W(s)=\frac{10(1+s)}{(1-2s)(1+3s)}$ átviteli függvénnyel adott rendszer átmeneti függvénye. Határozza meg $\lim_{t\to\infty} v(t)$ értékét! [*Megjegyzés*: a végértéktétel alkalmazhatóságá-nak vannak feltételei!] (2 pont)	$\lim_{t\to\infty} v(t) = -\infty$ (labilis rendszer)
12. Egy másodrendû rendszer pólusai $p_1=-2+j5$ és $p_2=-2-j5$. Adja meg a rendszer átmeneti függvényében megjelenõ periódikus összetevõ periódusidejét és a rendszer csillapítását! (2 pont)	$\omega_d = 5 \quad \Rightarrow T = \frac{2\Pi}{\omega_d} = 1.256\,\mathrm{sec}$ $\xi = \frac{2}{\sqrt{29}} = 0.3714$
13. Vázolja fel a kaszkád szabályozás hatásvázlatát! Mikor alkalmazható ez a megoldás? (3 pont)	szgy4 (4. gyakorlati füzet) 9. oldal 6.ábra Ha y_k érzékelése megoldható
14. A $W(s)=\frac{K}{s(s+2)(s+4)}$ átviteli függvénnyel adott szakaszt mereven visszacsatoljuk. Határozza meg azt a K>0 értéket, amelynél a zárt kör labilissá válik! (3 pont)	m=1 n=[1 6 8 0] om=logspace(-1,2,200); [mag,phase]=bode(m,n,om) mag ≈ 0.2 phase ≈ -180° <u>k ≈ 50</u> Egyszerűbben: rlocus(m,n),rlocusfind(m,n)
15. A $W(s)=\frac{K}{(s+4)(s-5)}$ átviteli függvénnyel adott szakaszt mereven visszacsatoljuk. Létezik-e olyan K>0 érték, amelynél a zárt kör stabilis? Válaszát indokolja! (3 pont)	rlocus(1,[1 -1 -20]); Nincs ilyen K érték.
16. Adja meg egy folytonos szakasz mintavételes irányításának hatásvázlatát! Vázolja fel a hatásvázlat jeleinek jellegét! (3 pont)	szgy5 (5. gyakorlati füzet) 3 oldal 2 ábra
17. Adja meg a nulladrendû tartószerv átviteli függvényét és súlyfüggvényét! (3 pont)	$W_{zoh}(s) = \frac{1-e^{-sT_{mv}}}{s}$ $h_{zo}=1(t)-1(t-T_{mv})$

18. Adja meg az *s* és a *z* operátorok közötti függvénykapcsolatot! (2 pont)	$z = e^{sT_{mv}}$
19. Adja meg a PIPD szabályozó impulzusátviteli függvényét! (2 pont)	$W_{PIPD}(z) = \frac{(z - z_1)(z - z_2)}{z(z-1)}$
20. Egy diszkrét idejû szabályozó impulzusátviteli függvénye $W_c(z) = \frac{z - 0.7}{z}$. Adja meg a szabályozó differencia egyenletét és az egységugrásra adott válaszának elsõ 4 pontját! (3 pont)	$u[k] = \frac{z - 0.7}{z} e[k] = \frac{1 - 0.7z^{-1}}{1} e[k]$ $u[k] = e[k] - 0.7e[k-1]$ u[0]=1 u[1]=0.3 u[2]=0.3 u[3]=0.3

S6kismeg.vége
2000. január 25. *Nagyfeladatok megoldásai*

1. Feladat megoldása:

$$w_p(s) = w_{p1}(s)e^{-s} \qquad w_{p1}(s) = \frac{1}{(1+5s)^2} = \frac{mp1}{np1}$$

mp1 = 1, np1=[25 10 1], ts=1

A folyamat impulzusátviteli függvénye:

$$w_{pd}(z) = \frac{w_{pd1}(z)}{z} = \frac{1}{z}\frac{mpd1}{npd1} = \frac{mpd}{npd}$$

[mpd1,npd1]=**c2dm**(mp1,np1,ts); mpd=mpd1; npd=[npd1 0]

mpd =[0 0.0175 0.0153] **npd** =[1.0000 -1.6375 0.6703 0]

Zérus-pólus alakban: [zzp,zp,kpd]=**tf2zp**(mpd,npd)

$$zp = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.8187 \\ 0.8187 \end{bmatrix} \text{ zzp=-0.8752 kpd=0.0175}$$

$$w_{pd}(z) = 0.0175\frac{(z+0.8752)}{z(z-0.8187)^2}$$

Ahhoz, hogy a felnyitott kör frekvencia karakterisztikája az ωt_s<1 kisfrekvenciás tartományban egy folytonos holtidős integráló taggal legyen egyenértékű, a zp=0.8187 kétszeres pólust egy egyszeres PI és egy egyszeres PD diszkrét kompenzáló taggal kell kiküszöbölni.

A szabályozó diszkrét átviteli függvénye:

$$w_{rd}(z) = krd\frac{(z-0.8187)^2}{(z-1)z}$$

A felnyitott kör impulzusátviteli függvénye:

$$w_{od}(s) = krd * 0.0144\frac{(z+0.8752)}{(z-1)z^2} = kod\frac{mod1}{nod} = \frac{mod}{nod}$$

mod1= poly(zzp)=[1.0000 0.8752] **nod** =[1 -1 0 0]

kod = 1 -re a felnyitott kör frekvencia karakterisztikája:

om=**logspace**(-1,0,25)';[wod1,fod]=dbode(mod1,nod,ts,om);W=[fod,wod1,om];

W =

fod	wod1	om
-112.0550	9.5497	0.1957
-114.2755	8.6702	0.2154
-116.7195	7.8706	0.2371
-119.4095	*7.1435*	*0.2610*
-122.3702	*6.4822*	*0.2873*
-125.6288	5.8806	0.3162
-129.2153	5.3332	0.3481

Mivel a fod szög monoton változik az fod=-120^o fázisszögre a **table1** utasítással lehet interpolálni:

W1=**table1**(W,-120) **W1** =[7.0116 0.2663] **omc**=W1(2)**=0.2663**

kod=1/W1(1)=**0.1426** **krd**=kod/kpd= **8.1390**

mod = kod*mod1=[0.1426 0.1248]

A zárt kör átviteli függvénye:

$$w_d(z)=\frac{w_o}{1+w_o}=\frac{nod}{mod+nod}=\frac{md}{nd}$$

[md,nd]=**cloop**(mod,nod)

md =[0 0 0.1426 0.1248]

nd=[1.0000 -1.0000 0.1426 0.1248]

Az irányító jel és az alapjel közötti átviteli függvény:

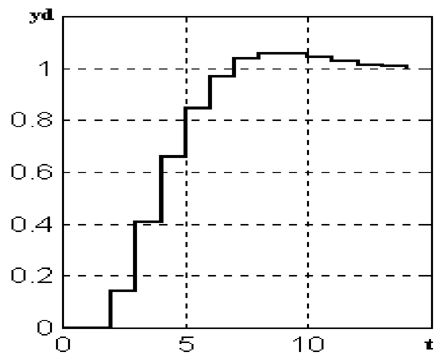
$$w_{ud}(z)=\frac{w_{rd}(z)}{1+w_{od}(z)}=\frac{\frac{mrd}{nrd}nod}{mod+nod}=\frac{mud}{nd}$$

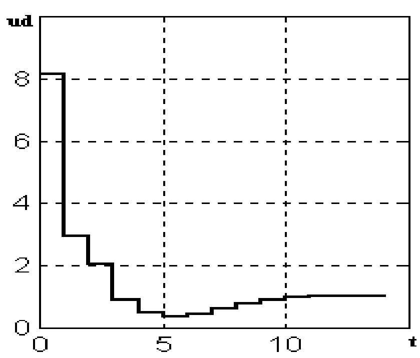
$$mud=krd\frac{(z-0.8187)^2}{(z-1)z}(z-1)z^2=krd(z-0.8187)^2 z=krd*npd$$

mud = [8.1390 -13.3273 5.4557 0]

A kimenő jel és az irányító jel:

yd= **dstep**(md,nd,15); ud=**dstep**(mud,nd,15);





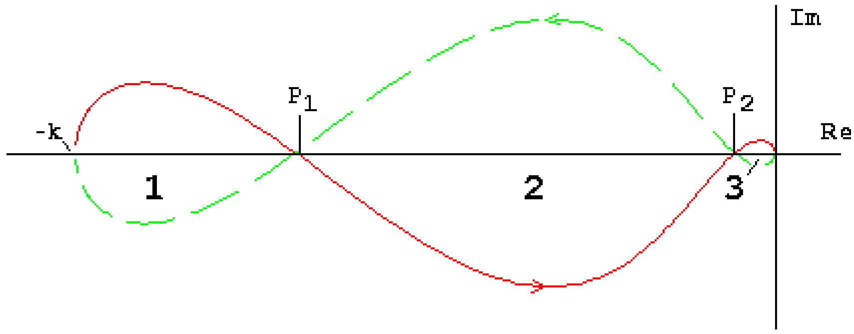
ydmax = 1.0584 **udmax = 8.1390**

tk	yd	ud
0	0	8.1390
2.0000	0.1426	2.0573
4.0000	0.6572	0.4938

2. Feladat megoldása

wo(s)=mo/no **mo** = -2 -1 **no** = -25.0000 -72.5000 -42.0000 6.5000

A Nyquist diagram:



Mivel wo-nak egy instabil pólusa van, az általános Nyquist kritérium szerint **zárt kör akkor lehet stabilis**, ha a diagram az óramutató járásával ellentétesen egyszer körülveszi a -1 pontot. Ez akkor következhet be, **ha a -1 pont a 2 jelű hurok belsejébe esik**. k stabilis értéktartományának határai azoknál a k1 ill. k2 értékeknél vannak, ahol a -1 pont a P1 ill. a P2 pontba esik. Ezek a pontok vagy úgy kereshetők ,hogy ott wo képzetes része zérus, vagy pedig úgy, hogy wo fázistöbblete zérus. Az első módszerrel pl. először valamilyen durvább frekvencia osztással megkeressük az im=Im(wo) képzetes rész előjelváltásának körülbelüli helyét, majd ezeknek a pontoknak a szűkebb környezetében finomabb frekvencia osztással meghatározzuk a zérus átmenet pontosabb helyét (pl a **spline** vagy a **table1** interpolációs utasítással).

Az átviteli függvényből látszik, hogy a változásokra jellemző frekvencia tartomány om=0.1 és om=5 értékek közé esik ekkor pl. :

om=**logspace**(-1,log10(5),25)'; [re,im]=**nyquist**(mo,no,om)
W=[om,re,im]
utasításokkal a W mátrixból megállapítható, hogy a P1 pont om=0.25
a P2 pont helye om=2.5 frekvencia környékén van. Ezzel a P1 pont helyén az Re1 valós rész

om1=**logspace**(log10(0.22);log10(0.3),25);[re1,im1]=**nyquist**(mo,no,om)
Re1=**spline**(im1,re1,0)= **-0.6853**

A P2 helyen a Re2 valós rész

om2=**logspace**(log10(.8),log10(1.2),25);[re2,im2]=**nyquist**(mo,no);
Re2=**spline**(im2,re2,0) = -0.0585

om2=**logspace**(log10(2.2),log10(3),25);[re2,im2]=**nyquist**(mo,no);
Re2=**spline**(im2,re2,0) **= -0.0655**

A stabilitás határán k-nak annyira kell megnőni, hogy a -1 pont a P1 ill. a P2 pontba kerüljön

k1=-1/Re1 = 1.4593 **k2=-1/Re2 = 15.2574**

A zárt rendszer stabilis, ha 1.4593≤ k ≤15.2574

3. Feladat megoldása

Wr=mr/nr **mr** =[60 90 30] **nr** =[1 11 0]

A szabályozó állapotegyenlete: [ar,br,cr,dr]=tf2ss(mr,nr)

$$A_r = \begin{bmatrix} -11 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} B_r = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} C_r = \begin{bmatrix} 570 & 30 \end{bmatrix} D_r = 60.$$

A felnyitott kör állapotegyenletének a paraméterei:[ao,bo,co,do]=**series**(ap,bp,cp,dp,ar,br,cr,dr)

$$A_o = \begin{bmatrix} -1.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 11 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathrm{B}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_o = \begin{bmatrix} 0 & 30 & -570 & 30 \end{bmatrix} \mathrm{D}_0 = 0$$

A zárt rendszer állapotegyenlete: [a,b,c,d]=**cloop**(ao,bo,co,do)

$$A = \begin{bmatrix} -1.5 & -30.5 & 570 & 30 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & -11 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathrm{B}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_o = \begin{bmatrix} 0 & 30 & -570 & 30 \end{bmatrix} \mathrm{D}_0 = 0$$

Co=**rank(ctrb**(a,b)) = 4, **a rendszer irányítható**.

O=**rank(obsv**(a,c)) = 2, **a rendszer nem megfigyelhető**

Áttérés a kanonikus koordinátákra.

[v,Ap]=**eig**(a); rank(v)= 4 ezért a v mátrix használható transzformációs mátrixnak, p = v

A kanonikus alak a hasonlósági transzformációval: [Ap,Bp,Cp,Dp]=**ss2ss**(a,b,c,d,inv(p))

$$A_d = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix} \mathrm{B}_d = \begin{bmatrix} 6.6367 \\ -8.4995 \\ 1.4160 \\ -0.4765 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} -4.5203 & -3.5296 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathrm{D}_d = 0$$

A bemenő jeltől valamennyi állapotkoordináta függ, ezért **a rendszer irányítható**, két állapotváltozó azonban hiányzik a kimenő jelből, ezért a rendszer e **két változója nem megfigyelhető.**

4. Feladat megoldása

A w_1 és w_v tagokból álló belső hurok eredő átviteli függvénye:

$$w_b(s) = \frac{w_1(s)w_v(s)}{1 + w_1(s)w_v(s)} = \frac{1+20s}{(1 \quad +2s)(1+20s) \quad +200s} = \frac{1+20s}{1+222s+40s^2} = \frac{mb}{nb}$$

nb =[40 222 1]

A belső hurok pólusai: sb=**roots**(nb) = [-5.5455 -0.0045]'

A belső hurok időállandói: Tb = - 1./sb = [0.1803 221.8197]'

Ezzel a w_b függvény:

$$\mathbf{w_b(s) = \frac{1 + 20s}{(1 + 221.8197s)(1 + 01803s)}}$$

- **A felnyitott külső hurok átviteli függvénye**:

$$w_o(s) = w_b(s)w_2(s) = \frac{221.82}{(1 + 221.82s)(1 + 0.1803s)} = \frac{mo}{no}$$

no=nb; mo= [0 0 221.82]

- **A zárt kör átviteli függvénye**:

$$w(s) = \frac{w_o(s)}{1 + w_o(s)} = \frac{mo}{no + mo} = \frac{m}{n}$$

m=mo = [0 0 221.8200];

n = [40.0000 222.0000 222.8200]

Pólus - zérus alakban ill. időállandós formában:

[sz,s,k]=**tf2zp**(m,n);

s = [-4.2345 -1.3155]'

k =5.5455

T = - 1./s =[0.2362 0.7602]';

kt=k/**prod**(s) = 0.9955

$$\mathbf{w(s) = \frac{5.5445}{(s + 1.3155)(s + 4.2345)} = \frac{0.9955}{(1 + 0.7602s)(1 + 02362s)}}$$

- **A zárt kör kéttárolós tag**, amelynek két valós pólusa van, ezért **a csillapítási tényezője ξ = 1.**

S7felmeg.vége

1. Rajzolja fel a mintavételes szabályozás blokkvázlatát. Adja meg az egyes blokkok elnevezését és rajzolja be a jelek jellegét.(A rendszer mely pontján van mintavételezett, mely pontján van folytonos jel). (2 pont)	szgy5 (5. gyakorlati füzet) 3 oldal 2 ábra
2. Fogalmazza meg a Shannon mintavételezési tételt. (2 pont)	Olyan mintavételezési frekvenciát kell választani, hogy az ω_h határfrekvencia kétszeresénél nagyobb ($\Omega>2\omega_h$) legyen, tehát még a határfrekvenciás összetevőből is periódusonként kettőnél több mintát kell venni.
3. Egy szakasz átviteli függvénye: $\frac{1}{1+2\varsigma Ts+T^2s^2}$. Adja meg a frekvenciafüggvény abszolút értékét, ha $\omega = 1/T$. (2 pont)	$\lvert W(j\omega)\rvert = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\omega^2T^2\right)^2+\left(2\xi T\omega\right)^2}}\Bigg\rvert_{\omega T=1} = \frac{1}{2\xi}$
4. Egy másodrendű rendszer pólusai p_1=-3+j4 és p_2=-3-j4. Adja meg a rendszer átmeneti függvényében megjelenõ periódikus összetevő periódusidejét és a rendszer csillapítását! (3 pont)	$\omega_d = 4 \quad \Rightarrow T = \frac{2\Pi}{\omega_d} = 1.57\sec$ $\xi = \cos\vartheta = \frac{3}{5} = 0.6$

5. Egy szakasz átviteli függvénye: $$W(s)=\frac{A}{1+5s}.$$ Bemenőjele u = sinωt, kimenőjele állandósult állapotban y= 0.2 sin (ωt -45°). Határozza meg ω és A értékét! (3 pont)	$\vartheta=-arctg5\omega=-45^0 \rightarrow \omega=0.2$ $\lvert W(j\omega)\rvert=\frac{A}{\sqrt{1+25\omega^2}}=0.2;\quad \frac{A}{\sqrt{2}}=0.2$ $A=0.2\sqrt{2}=0.282$
6. Egy zárt szabályozási körben a felnyitott kör átviteli függvénye: $W_o(s)=\frac{K(1+10s)}{s^2(1+s)}$. Határozza meg K értékét úgy, hogy a fázistöbblet maximális legyen! (3 pont)	om=logspace(-1,0,100); m=[10 1]; n=[1 1 0 0]; [a,f]=bode(m,n,om); v=[om' a f]; 0.3199 *31.19* -125,09° :*31.19* a min értéke $K=\frac{1}{a_{min}}=\frac{1}{31.19}=0.0321$
7. Egy állapotteres leírással adott rendszer A mátrixa $A=\begin{bmatrix}-1 & -2\\ 1 & 0\end{bmatrix}$.u(t)≡0 és $x_0=\begin{bmatrix}3\\ 5\end{bmatrix}$ esetén számítsa ki x(t) értékét a t=4 sec idõpillanatban! (3 pont)	$X(t)=e^{At}X(0)$ A=[-1 -2;1 0]; X0=[3;5]; x=expm(4*A)*X0 $X(4)=\begin{bmatrix}1.2069\\ -0.1006\end{bmatrix}$
8. Adja meg az állapotteres leírásban szereplõ A,B,C és D mátrixok dimenzióját, ha a rendszernek 7 állapota, 2 bemenete és 3 kimenete van! (2 pont)	A: 7 x 7 C: 3 x 7 B: 7 x 2 D: 3 x 2
9. Egy rendszer állapotmátrixai $$A=\begin{bmatrix}-0.5 & 0.5\\ 0 & 0\end{bmatrix};\quad B=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix};$$ $$C=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix};\quad D=0.$$ Teljesen állapotirányítható-e a rendszer? Kimeneti irányítható-e? Megfigyelhető-e a rendszer? Válaszait indokolja! (2 pont)	Co=ctrb(A,B); rank(Co)=1 Nem teljesen állapotirányítható, mert rank(Co)<2. rank(C* Co)=1 A rendszer kimenetirányítható, mert egy kimenőjelünk van. Ob=obsv(A,C); rank(Ob)=2 A rendszer megfigyelhető.
10. Adja meg az y(t) jelet analitikus formában, ha $$Y(s)=\frac{5}{s^3+6s^2+11s+6}$$ (3 pont)	m=5; n=[1 6 11 6]; [z,p,k]=residue(m,n) $y(t)=2.5e^{-3t}-5e^{-2t}+2.5e^{-t}$

11. Adja meg az általánosított Nyquist stabilitási kritériumot! (2 pont)	Ha a felnyitott kör $W_o(s)$ átviteli függvényének jobboldali (labilis) pólusai is vannak, a zárt kör lehet még aszimptotikusan stabilis, ha a $W_o(j\omega)$ teljes Nyquist diagramja az óramutató járásával ellentétes irányban anyiszor fogja körük a -1+0j pontot, ahány labilis pólusa van $W_0(s)$-nek.
12. A $W(s)=\frac{-K}{1-5s}$ átviteli függvénnyel adott szakaszt mereven visszacsatoljuk. Létezik-e olyan K>0 érték, amelynél a zárt kör stabilis? Válaszát indokolja! (2 pont)	Igen, K>1. Ekkor a teljes Nyquist diagram egyszer körülfogja a -1 pontot az óramutató járásával ellentétben.
13. Egy szakasz átviteli függvénye $$W(s)=\frac{1}{1+2s}.$$ Bemenőjele $u=e^{-0.1t}$. Adja meg az y kimenőjel kvazistacionárius és tranziens összetevőinek analitikus kifejezését. (Segítség: Bontsa a kimenőjel Laplace transzformáltját két összetevőre.) (3 pont)	$Y(s)=\frac{1}{s+0.1}\frac{0.5}{s+0.5}$ [z,p,k]=residue(0.5,[1 0.6 0.05]); $y(t)=-1.25e^{-0.5t}+1.25e^{-0.1t}$ (tranziens összetevő)+(kvázistacionárius összetevő)

14. Adja meg a $W(s)=\dfrac{5}{1+2s}$ átviteli függvénnyel adott szakasz impulzusátviteli függvényét T=0.2 mintavételezési idő mellett zérusrendű tartószerv feltételezésével. Írja fel a tag differenciaegyenletét. (3 pont)	[m,n]=c2dm(5,[2 1],0.2,'zoh') $W(z)=\dfrac{0.4758z^{-1}}{1-0.9048z^{-1}}=\dfrac{0.4858}{z-0.9048}$ $y(nT)=0.4758u((n-1)T)+0.9048y((n-1)T)$
15. Vázolja fel a $W(s)=\dfrac{5}{1+2s}$ átviteli függvénnyel adott folytonos szakasz **és** a T=0.2 idővel mintavételezett szakasz Bode diagramját (abszolút érték és fázisszög) az $\omega=0.1$ - 5 közötti frekvenciatartományban. Mi a különbség a folytonos és a diszkrét frekvenciafüggvények között? (3 pont)	om=logspace(-1,log10(5),100); [ad,fd]=dbode(5,[2 1],om); [a,f]=bode(5,[2 1],om); loglog(om,[ad,a]): Az abszolút érték diagramok szinte egybeesnek. semilogx(om,[fd,f]): A fázisszögben eltérés van, omega=0.5-nél, kb. -1 rad.A A mintavételezés járulékos holtidőt hoz be.
16. Adja meg a diszkrét PI szabályozó impulzusátviteli függvényét! (2 pont)	$W_{PI}(z)=A\dfrac{z-a}{z-1}$
17. Egy mintavételes rendszerben a felnyitott kör impulzusátviteli függvénye $W(z)=\dfrac{K}{z-0.5}$. A negatív visszacsatolás egységnyi. Határozza meg K kritikus értékét, ahol a rendszer a stabilitás határán van. (2 pont)	A karakterisztikus egyenletből: $1+\dfrac{K}{z-0.5}=0 \rightarrow z-0.5+K=0 \rightarrow z=0.5-K$ A stabilitás határán: $\lvert z\rvert=1 \rightarrow K_{krit}=1.5$
18. Egy folytonos szabályozó átviteli függvénye $W(s)=5\dfrac{1+2s}{1+0.5s}$.Milyen kompenzációt valósít meg? Rajzolja fel a szabályozó átmeneti függvényének jellegét minőségileg helyesen. Adja meg az átmeneti függvény kezdeti és végértékét. (3 pont)	PD (fázissiettető) kompenzáció. step([10 5],[0.5 1]) kezdeti érték:20; végérték:5
19. Mit értünk egy szabályozás típusszám alatt? (2pont)	$W_0(s)=\dfrac{K}{s^i}\dfrac{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)\ldots}{(1+sT_1)(1+sT_2)\ldots}e^{-sT_H}$ i a típusszám, az integrátorok száma. Lehet:0,1,2
20. Egy folytonos zárt szabályozási körben a felnyitott kör átviteli függvénye: $W_o(s)=\dfrac{9(1+s)}{s^2}$. Mekkora hibával követi a szabályozás az egységugrás, az egységsebesség-ugrás és az egységgyorsulás-ugrás alakú alapjelet? (3 pont)	A szabályozás 2. típusú. Az egységugrást statikus hiba nélkül, a sebességugrást is statikus hiba nélkül, a gyorsulásugrást 1/K=1/9 statikus hibával követi.

S7kismeg.vége

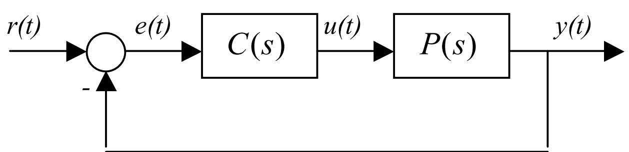
Szabályozástechnika Vizsga **Megoldás**

2003. Január 17. Informatikus

---

1. Példa: Egy folytonos folyamat átviteli függ vénye: $P(s)=\dfrac{1}{(1+2s)^2(1+0.5s)}$

Soros szabályozási körben szabályozzuk a folyamatot.



a. P szabályozás alkalmazása esetén ($C(s)=K$) határozza meg *K* azon értékeit, melyekre a zárt kör stabilis. **(5pont)**

b. Tervezzen soros PID szabályozót úgy, hogy a zárt rendszer viselkedése tegyen eleget a következő feltételeknek:
   - egységugrás bemeneti jelet stacionárius állapotban hiba nélkül kövesse.

- egységugrás bemenet esetén a kimeneti túllövés 5% és 15% között legyen.

Határozza meg a szabályozó átviteli függvényét és annak paramétereit. **(5pont)**

c. Adja meg a rendszer fázistartalékát, kimeneti túllövését és a vágási körfrekvenciát. Ábrázolja a kimeneti jel viselkedését. **(4pont)**

Megoldás:

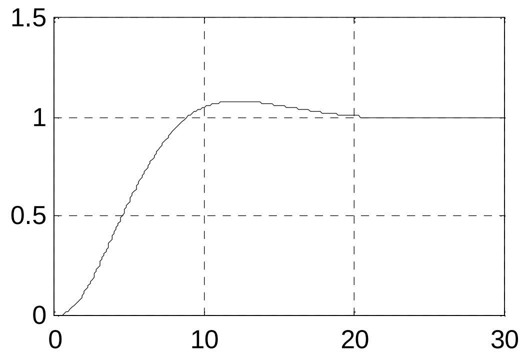
a.

numP=1;
denP=conv(conv([2 1],[2 1]),[0.5 1]);
[Gm,Pm,Wcg,Wcp] =margin(numP,denP)

K=Gm=12.5

b. A stacionárius hiba feltétel miatt integrátort kell tenni a rendszerbe, de gyorsasági feltétel nincs, ezért PI szabályozót elég tervezni. $C(s) = k\dfrac{1+2s}{2s}$

A 5% és 15% közötti túllövést biztosíthatjuk, ha a fázistartalékot beállítjuk 60°-ra.
k=1 feltétellel:



numC=[2,1]; denC=[2,0];
[numL,denL]=series(numC,denC,numP,denP);
w=logspace(-1,1,100);
[mag,phase]=bode(numL,denL,w);
margin(mag,phase,w);
T=[phase,mag,w'];

Kikeressük a -120°-hoz tartozó erősítést és frekvenciát:

-120.0906 2.0621 0.2205

k =1/ 2.0621 = 0.4849, $\omega_c =$ **0.2205**

A zárt rendszer átviteli függvénye:

numC=k*numC;
[numL,denL]=series(numC,denC,numP,denP);
[numCL,denCL]=cloop(numL,denL,-1)
t=0:0.05:30;
y=step(numCL,denCL,t);
plot(t,y);
ym=max(y)
ytl=(ym-1)*100

ytl = 8.0849%

2. Példa: Egy folytonos folyamat átviteli függvénye: $P(s) = \dfrac{5e^{-s}}{s(1+s)(1+5s)}$.

Tervezzen soros mintavételes szabályozót Tustin módszerrel. A mintavételezési idő: *Tmv=1*

a. Nulladrendű tartószerv esetén adja meg a folyamat *P(z)* impulzusátviteli függvényét. **(2 pont)**

b. Ábrázolja a *P(z)* ill. a *P(s)* pólusait a komplex *z* ill. *s* síkon. **(2 pont)**

c. Tervezze meg a szabályozót a következő feltételekre:
- egységugrás bemenet esetén a stacionárius hiba legyen zérus.
- a fázistartalék legyen 60°.

Adja meg a szabályozót a Tustin tartományban. Adja meg a szabályozó impulzusátviteli függvényét. **(5 pont)**

d. Vázolja fel a szabályozott rendszer kimeneti jelének viselkedését. **(3 pont)**

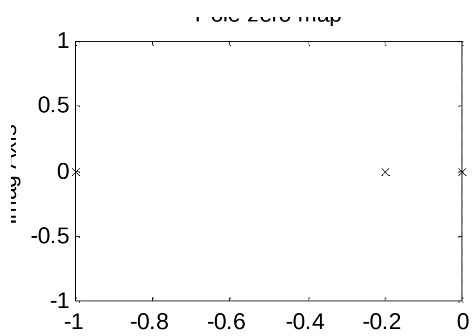
Megoldás:

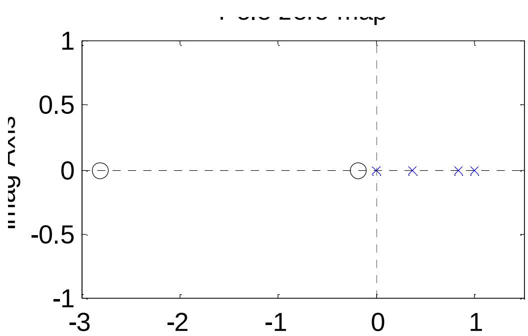
a. A folyamat impulzusátviteli függvénye: A z^{-1} tagot a késleltetés miatt kellett hozzáadni.

numPs=5; denPs=[5 6 1 0]; Ts=1;
[numPz,denPz]=c2dm(numPs,denPs,Ts,'zoh')
denPz=[denPz,0]
[zz,pz,kz]=tf2zp(numPz,denPz)

$$P(z) = 0.1255\frac{(z+2.8210)(z+0.1949)}{(z-1)(z-0.8187)(z-0.3679)}\frac{1}{z}$$

b. pzmap(numPs,denPs); pzmap(numPz,denPz);





c. A folyamatot át transzformáljuk a Tustin tartományba.
[numPw,denPw]=d2cm(numPz,denPz,Ts,'tustin');
[zw,pw,kw]=tf2zp(numPw,denPw);

$$P(w) = \text{-}0.0370\frac{(w+2.968)(w+4.1965)(w-2)(w-2)}{w(w+0.199)(w+0.9242)(w+2)}$$

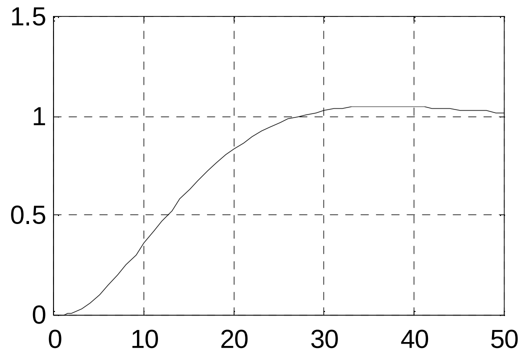
Mivel a folyamat tartalmaz integrátort és nincs gyorsasági követelmény egy **P** szabályozó is elég. $C(w)=k$

k=1 feltétellel:
numCw=1; denCw=1;
[numLw,denLw]=series(numCw,denCw,numPw,denPw);
w=logspace(-2,0,100);
[mag,phase]=bode(numLw,denLw,w);
T=[phase,mag,w']

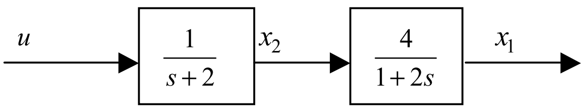
-120.8466 63.3035 0.0739

k=1/63.303;
Transzformáljuk a szabályozót vissza a z tartományba.
Konstans esetén ez nem változik.

$C(z)=C(w)=k$, **k=0.0158**



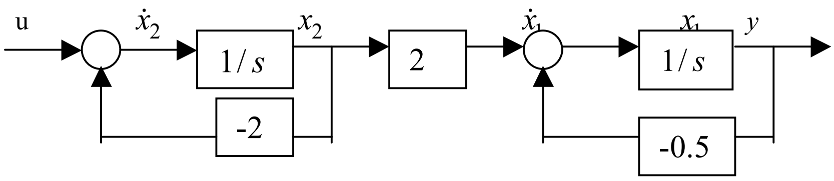
3. Példa: Adott az alábbi folytonos folyamat:



a. Adja meg a rendszer állapotegyenletét a megjelölt állapotváltozókkal. **(5pont)**
b. Tervezzen állapotvisszacsatolásos szabályozást úgy, hogy a zárt rendszer pólusai S=[-4, -5] legyenek. **(6pont)**
d. Határozza meg az alapjelkövetéshez a statikus kompenzációs tényező értékét is. **(3 pont)**

Megoldás:

a. Alakítsuk át a rendszert(zérus-pólus alak):



$\dot{x}_2 = -2x_2 + u$
$\dot{x}_1 = 2x_2 - 0.5x_1$
$y = x_1$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x2 \end{bmatrix} + 0u$$

b.

S=[-4,-5];
k=acker(a,b,S)

k=[7.8750   6.5000]
A pólusokat ellenőrizhetjük:
p=eig(a-b*k)

c. A statikus kompenzáció értékét úgy választjuk meg, hogy az egyenáramú átviteli tényező egy legyen.

g=1/dcgain(a-b*k,b,c,d)
vagy
g1=-inv(c*inv(a-b*k)*b)

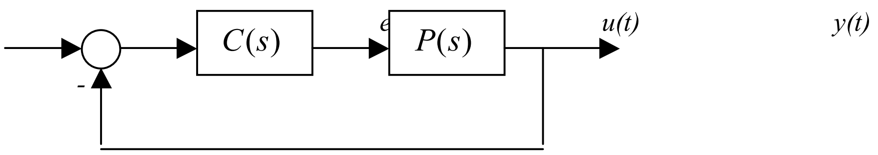
g=10

vinfofel2003.janu17.vége
Szabályozástechnika Vizsga
Megoldás
2003. Január 24. Informatikus

---

1. Példa: Egy folytonos folyamat átviteli függvénye: $P(s) = \dfrac{1}{s(1+2s)}$

Soros szabályozási körben szabályozzuk a folyamatot.



d. P szabályozás alkalmazása esetén ($C(s) = K$) határozza meg *K* azon értékeit, melyekre a zárt kör stabilis.

(3pont)

e. Tervezze meg azt a legegyszerűbb soros PID szabályozót(P,PI,PD,PID) úgy, hogy a zárt rendszer viselkedése egységugrás bemenet esetén tegyen eleget a következő feltételeknek:
  - stacionárius állapotban hiba nélkül kövesse a bemenetet.
  - a kimeneti túllövés 5% és 15% között legyen.
  - a beállási idő kisebb legyen mint 5.
  - a vezérlőjel maximuma kisebb legyen mint 10.

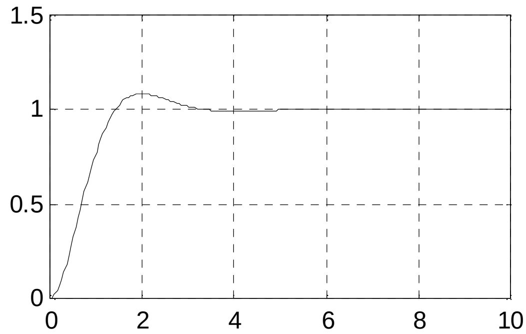
Határozza meg a szabályozó átviteli függvényét és annak paramétereit.

(6pont)

c. Adja meg a rendszer fázistartalékát, egységugrás bemenet esetén a kimeneti jel túllövését és a beállási idejét(közelítőleg) és az *u(t)* vezérlő jel maximumát. Ábrázolja a kimeneti jel viselkedését.
(5pont)

Megoldás:
a. A fázis késleltetés mindig kisebb mint 180° (a fázistartalék mindig pozitív), ezért a rendszer minden K-ra stabil (strukturálisan stabil).
b. A stacionárius hiba feltétel miatt egy integrátornak kell a nyílt körben lennie, de mivel a folyamat tartalmaz egy integrátort, ezért a szabályozóban nem szükséges még egyet belevenni. A gyorsaság elérésére egy PD szabályozót kell tervezni. P szabályozó esetén a beállási idő jóval 5 időegység felett van. A túllövési kritériumot a fázistartalék 60°-os beállításával érhetjük el. A PD póluseltolási arányt 5-nek választjuk (első közelítés, de ki fog jönni a túlvezérlési korlát). A szabályozó egyenlete: $C(s) = k\dfrac{1+2s}{1+0.4s}$

k=1 feltétellel:
numP=1; denP=[2, 1, 0];
numC=[2, 1]; denC=[0.4, 1];
[numL,denL]=series(numC,denC,numP,denP);
w=logspace(-1,1,100);
[mag,phase]=bode(numL,denL,w);
margin(mag,phase,w);
T=[phase,mag,w'];
Kikeressük a -120°-hoz tartozó erősítést és frekvenciát:
-119.5528   0.6137   1.4175
k =1/ 0.6137 **=1.6295,   ft=60.4°**
A zárt rendszer átviteli függvénye:
numC=k*numC;
[numL,denL]=series(numC,denC,numP,denP);
[numCL,denCL]=cloop(numL,denL,-1)
t=0:0.05:10;
y=step(numCL,denCL,t);
plot(t,y);
ytl=(max(y)-1)*100   **ytl = 8.38%**



A vezérlő jel:
[numU,denU]=feedback(numC,denC,numP,denP,-1) ;
u=step(numU,denU,t);
um=max(u)   **um=8.1475 , ts=3**

2. Példa: Egy folytonos folyamat átviteli függvénye: $P(s) = \dfrac{5e^{-2s}}{s(1+5s)}$

Tervezzen mintavételes Smith prediktoros szabályozót. A diszkrét szabályozót a késleltetés nélküli rendszerre a kisfrekvenciás közelítés módszerével tervezze.
d. Nulladrendű tartószerv esetén adja meg a folyamat *P(z)* impulzusátviteli függvényét.
A mintavételezési idő: *Ts=1*

(4 pont)

e. Tervezze meg a szabályozót a következő feltételekre:
- egységugrás bemenet esetén a stacionárius hiba legyen zérus.
- a fázistartalék legyen közelítőleg 60°.

(10 pont)

Adja meg a szabályozó egyenletét és vázolja fel a szabályozott rendszer kimeneti jelének viselkedését.

Megoldás:
b. A folyamat impulzusátviteli függvénye: A z^{-2} tagot a késleltetés miatt kellett hozzáadni.
numPs=5; denPs=[5 1 0]; Ts=1;
[numPz,denPz]=c2dm(numPs,denPs,Ts,'zoh')
denPz=[denPz,0]
[zz,pz,kz]=tf2zp(numPz,denPz)

$$P(z) = 0.4683\frac{(z+0.9355)}{(z-1)(z-0.8187)}\frac{1}{z^2}$$

b. A Smith prediktor alkalmazásánál először a késleltetés nélküli rendszerre tervezünk egy $C(z)$ szabályozót.

Mivel a folyamat tartalmaz integrátort és nincs gyorsasági követelmény egy **P** szabályozó is elég. $C(z) = k$.
A 60°-os feltétel a k beállításával érjük el.
k=1 feltétellel:
numCz=1; denCz=1;
[numLz,denLz]=series(numCz,denCz,numPz,denPz);
w=logspace(-2,0,100);
[mag,phase]=dbode(numLz,denLz,Ts,w);
T=[phase,mag,w']
Kikeressük a -120°-hoz tartozó erősítést és frekvenciát:

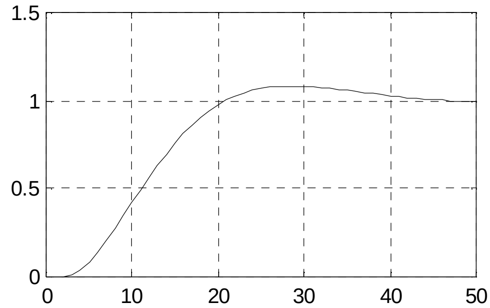
-120.0339 43.4677 0.1024

k=1/*43.4677* **k=0.023**
A Smith prediktort az alábbi összefüggéssel számítjuk:

$$Csmp(z) = \frac{C(z)}{1+(1-z^{-d})P(z)C(z)} = \frac{z^2 k\, denPz}{z^2 denPz + (z^2-1)k\, numPz}$$

numSmp=[k*denPz 0 0]
denSmp=[denPz 0 0]+k*conv([0 1 0 -1], numPz)
[z,p,k]=tf2zp(numSmp,denSmp)

numSmp=[0.0230 -0.0418 0.0188 0 0]
denSmp =[1 -1.8080 0.8288 -0.0108 -0.0101]



$$Csmp(z) = 0.023\frac{(z-1)(z-0.8187)z^2}{(z-1)(z-0.7633)(z-0.1394)(z+0.0947)}$$

A szabályozó kimenetét SIMULINK segítségével kaphatjuk meg.

3. Példa: Egy folytonos folyamat átviteli függvénye:

$$P(s) = \frac{1}{(1+2s)(1+s)(1+0.2s)}$$

a. Határozza meg a folyamat állapotmátrixait.

(4pont)

b. Tervezzen állapotvisszacsatolásos szabályozást úgy, hogy a zárt rendszer karakterisztikus egyenlete a következő legyen:

$$\varphi(s) = s^3 + 1.1s^2 + 1.1s + 1$$

Határozza meg az alapjelkövetéshez a statikus kompenzációs tényező értékét is.

(8pont)

Megoldás:

a.

num=1;
den=conv([1 1],conv([2 1],[0.2 1]))
[a,b,c,d]=tf2ss(num,den)

$$\mathbf{a}=\begin{bmatrix} -6.5 & -8 & -2.5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},\ \mathbf{b}=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ \mathbf{c}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2.5 \end{bmatrix},\ \mathbf{d}=0$$

b.

f=[1, 1.1, 1.1, 1]
S=roots(f)

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} -1 \\ -0.0500 + 0.9987i \\ -0.0500 - 0.9987i \end{bmatrix}$$

k=acker(a,b,S)

k=[-5.4 -6.9 -1.5]
(A diagonális reprezentációra k=[4.1153 -5.1962 -6.2192])
A pólusokat ellenőrizhetjük:
p=eig(a-b*k)

A statikus kompenzáció értékét úgy választjuk meg, hogy az egyenáramú átviteli tényező egy legyen.

gain=1/dcgain(a-b*k,b,c,d)
vagy
gain=-inv(c*inv(a-b*k)*b)

g=4

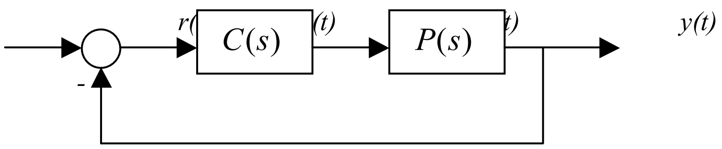
2003jan24.vége

Szabályozástechnika Vizsga
Megoldás
2003. Január 31. Informatikus

---

1. Példa: Egy folytonos folyamat átviteli függvénye $P(s) = \dfrac{1}{s(1+s)(1+5s)}$

Soros szabályozási körben szabályozzuk a folyamatot.



f. P szabályozás alkalmazása esetén ($C(s) = K$) határozza meg K azon értékeit, melyekre a zárt kör stabilis.

(3pont)

g. Tervezze meg azt a legegyszerűbb soros PID szabályozót(P,PI,PD,PID) úgy, hogy a zárt rendszer tegyen eleget a következő feltételeknek:
- hiba nélkül kövesse az egységugrás alapjelet
- egységugrás bemenet esetén a kimeneti túllövés 5% és 15% között legyen.
- a vezérlőjel maximuma kisebb legyen mint 5.

Határozza meg a szabályozó átviteli függvényét és annak paramétereit.

(6pont)

c. Adja meg a rendszer fázistartalékát, egységugrás bemenet esetén a kimeneti jel túllövését és a beállási idejét(közelítőleg) . Ábrázolja a kimeneti jel viselkedését és adja meg, hogy a szabályozott rendszer mekkora hibával követi az egységsebességugrás alapjelet.

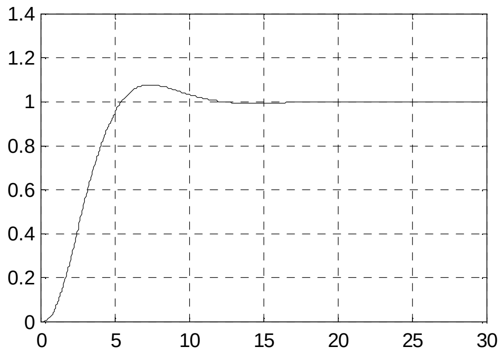
(5pont)

Megoldás:

a.
numP=1;denP=[5 6 1 0];
[mag,phase,w]=bode(numP,denP);
[gm,Pm,Wcg,Wcp]=margin(mag,phase,w) **gm=1.2059**

b. A stacionárius hiba feltétel miatt egy integrátornak kell a nyílt körben lennie, de mivel a folyamat tartalmaz egy integrátort, ezért a szabályozóban nem szükséges még egyet belevenni. A gyorsaság elérésére egy PD szabályozót kell tervezni. P szabályozó esetén a beállási idő jóval 15 időegység felett van. A túllövési kritériumot a fázistartalék 60°-os beállításával érhetjük el. A PD póluseltolási arányt 10-nek választjuk (első közelítés, de ki fog jönni a túlvezérlési korlát). A szabályozó egyenlete: $C(s) = k\dfrac{1+5s}{1+0.5s}$

k=1 feltétellel:




```
numC=[5, 1];  denC=[0.5, 1];
[numL,denL]=series(numC,denC,numP,denP);
w=logspace(-1,1,100);
[mag,phase]=bode(numL,denL,w);
T=[phase,mag];
k=1/table1(T,-120)
```
k =0.3885,   ft=60°

A zárt rendszer átviteli függvénye:

```
numC=k*numC;
[numL,denL]=series(numC,denC,numP,denP);
[numCL,denCL]=cloop(numL,denL,-1)
 t=0:0.05:20;
 y=step(numCL,denCL,t);
 plot(t,y);
 ytl=(max(y)-1)*100
```
ytl = 7.8%

A vezérlő jel:

```
[numU,denU]=feedback(numC,denC,numP,denP,-1)  ;
 u=step(numU,denU,t);
 um=max(u)
```
um=3.88 , ts=12

Ax egységugrás alapjelet 1/k hibával követi e=1/**0.3885=2.574**

2. Példa: Egy folytonos folyamat átviteli függvénye:

$$P(s) = \frac{2e^{-s}}{(1+2s)(1+10s)}$$

Tervezzen diszkrét mintavételes szabályozót a kisfrekvenciás közelítés módszerével.

f. Nulladrendű tartószerv esetén adja meg a folyamat *P(z)* impulzusátviteli függvényét zérus-pólus alakban. A mintavételezési idő: *Ts=1*

(4 pont)

g. Tervezze meg a szabályozót a következő feltételekre:
   - egységugrás bemenet esetén a stacionárius hiba legyen zérus.
   - a fázistartalék legyen közelítőleg 60°.

   Adja meg a szabályozó egyenletét és vázolja fel a szabályozott rendszer kimeneti jelének viselkedését.

(10 pont)

Megoldás:

c. A folyamat impulzusátviteli függvénye: A z^{-1} tagot a késleltetés miatt kellett hozzáadni.

```
numPs=5; denPs=[20 2 1]; Ts=1;
[numPz,denPz]=c2dm(numPs,denPs,Ts,'zoh')
denPz=[denPz,0]
[zz,pz,kz]=tf2zp(numPz,denPz)
```

$$P(z) = 0.0412\frac{(z+0.8189)}{(z-0.9048)(z-0.6065)}\frac{1}{z}$$

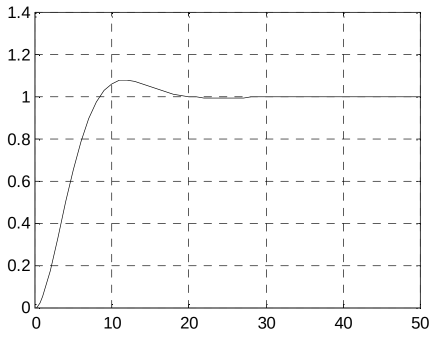
b. Mivel a nincs gyorsasági követelmény egy **P** szabályozó is elég. A $z_i = \exp(-1/5) = 0.9048$

$$C(z) = k\frac{z-0.9048}{z-1}.$$

A 60°-os feltétel a *k* beállításával érjük el.

k=1 feltétellel:

```
numCz=1; denCz=1;
[numLz,denLz]=series(numCz,denCz,numPz,denPz);
w=logspace(-2,0,100);
[mag,phase]=dbode(numLz,denLz,Ts,w);
T=[phase,mag]
k=1/table1(T,-120)
```
k =1.2671



4. Példa: Egy folytonos folyamat átviteli függvénye:

$$P(s)=\frac{1}{(1+s)(1+5s)}$$

c. Határozza meg a folyamat állapotmátrixait diagonális alakban. **(4pont)**
d. Rajzolja fel a rendszer blokk diagrammját párhuzamos realizációban **(4pont)**
e. Rajzolja fel a rendszer kimenetének változását és az állapotrajektóriáját nulla bemenet és
f. x0=[-1, 2] kezdeti feltétel esetén.

(állapotrajektória: a x2 állapotváltozó az x1 függvényében) **(4pont)**

Megoldás:

a.

```
num=1;
den=[5 6 1]
[a,b,c,d]=tf2ss(num,den);
[a,b,c,d]=canon(a,b,c,d,'modal')
```

$$\mathbf{a}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -0.2\end{bmatrix},\ \mathbf{b}=\begin{bmatrix}-1.767\\ -1.2748\end{bmatrix},\ \mathbf{c}=\begin{bmatrix}0.1414 & -0.1961\end{bmatrix},\ \mathbf{d}=0$$

b(1)*c(1)=-0.25, b(2)*c(2)=0.25

c.

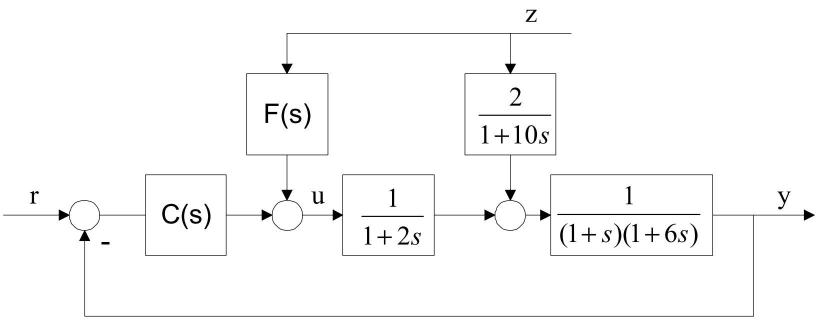
```
x0=[-1,2]
[y,x,t]=initial(a,b,c,d,x0);
x1=x(:,1);
x2=x(:,2);
figure(1);plot(t,y,'k');grid
figure(2);plot(x1,x2,'k');grid
```

2003jan13.vége

Szabályozástechnika Vizsga **Megoldás**
2003. június 18. Informatikus

---

1. Példa Adott az alábbi szabályozási kör:



ahol

$$C(s)=k\frac{1+sT_I}{s}\qquad\qquad F(s)=-k\frac{1+sT_1}{1+sT_2}$$

a. Méretezze a *F(s)* zavarkompenzáló tagot oly módon, hogy a zavarás hatása egyáltalán ne jelenjen meg az y kimenő jelben. **(5pont)**

b. Méretezze a C(s) kompenzáló tagot a póluskiejtéses módszer alapján úgy, hogy a felnyitott szabályozási kör fázistöbblete kb. 60 fok legyen. **(5pont)**

c. r=1(t) és z=0 bemenőjel esetén számitsa ki az y kimenőjel eredő átviteli függvényét zérus-pólus alakban. Minőségileg helyesen rajzolja fel a kimenőjelet, adja meg a maximális értékét. **(4pont)**

Megoldás:

a. A zavarkompenzáló tagon áthaladó jelnek ki kell ejtenie a yavarás hatását.

$$F(s)\frac{1}{1+2s}+\frac{2}{1+10s}=1,\quad F(s)=-2\frac{1+2s}{1+10s}$$

b. Szabályozó méretezése:

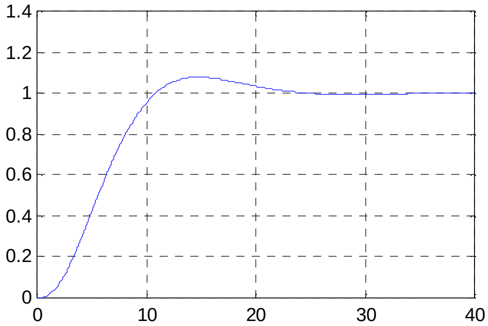
```
s=tf('s')
P=1/((1+2*s)*(1+s)*(1+6*s))
P=zpk(P)
C=(1+6*s)/s
L=C*P
L=minreal(L)
[mag,phase,w]=bode(L);
k=margin(mag,phase-60,w)
```

% k= 0.1940

```
C=k*C
```

Ellenőrizzük a rendszert:

```
margin(C*P)
```




```
T=C*P/(1+C*P), T=minreal(T)
```

$$T(s)=-2\frac{0.09697}{(s+1.135)\ (s^2+0.3653s+0.08547)}$$

```
t=0:0.05:40;
y=step(T,t);
plot(t,y),grid
ym=max(y)
```

ym= 1.0777

2. Példa

Egy folytonos szakasz átviteli függvénye:

$$P(s)=\frac{2}{(1+2s)(1+5s)}.$$

Mintavételes szabályozási körben egységnyi negatív visszacsatolást és soros kompenzációt alkalmazunk. A mintavételezési idõ $Ts=1$ sec. Zérusrendű tartószervet feltételezünk a szakasz bemenetén. **(8pont)**

a. Tervezzen diszkrét PID kompenzációt a Tustin módszerrel kb. 60°-os fázistöbbletre. Adja meg a szabályozó impulzusátviteli függvényét;

b. Ábrázolja minőségileg helyesen a kimenőjel időbeli lefolyását. **(5pont)**

Megoldás:

a. A folyamatot át transzformáljuk a w, Tustin tartományba é s ott tervezünk egy folytonos szabályozót. A folytonos szabályozót vissza transzformáljuk a diszkrét z tartományba.

```
s=tf('s')
Ts=1;
z=tf('z',Ts)
Ps=2/((1+2*s)*(1+5*s))
Ps=zpk(Ps);
Pz=c2d(Ps,Ts)
```

$$P(z)=0.079605\ \frac{z+0.7919}{(z-0.6065)\ (z-0.8187)}$$

```
Pw=d2c(Pz,'tustin')
```

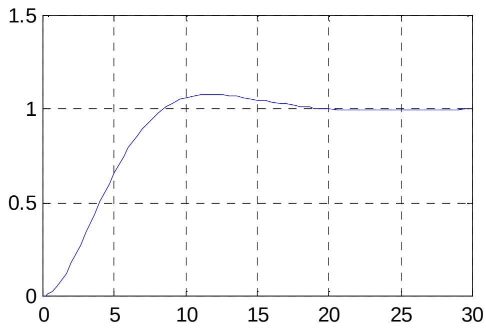
$$P(w)=-0.0056684\frac{(w+17.23)\ (w-2)}{(w+0.4898)\ (w+0.1993)}$$

PI szabályozót elég tervezni mivel nincs gyorsasági feltétel. Kompenzáljuk a legkisebb frekvenciájú pólust.

$$C(w)=k\frac{w+0.1993}{w}$$

k=1 feltételezéssel a folytonos szabályozó:

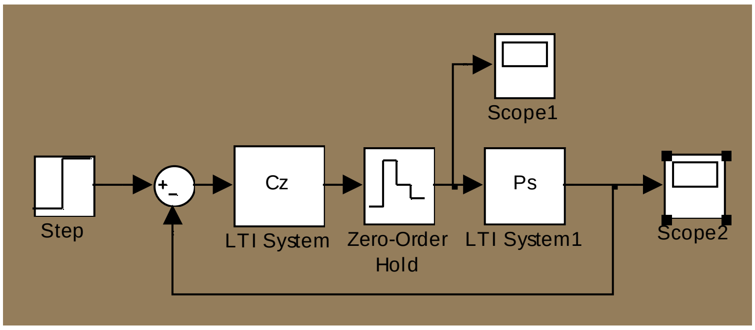
```
Cw=(s+0.1993)/s
```



Lw=Cw*Pw
Lw=minreal(Lw,1e-3)
A k értékét a 60°.-os fázistartalék feltétel alapján tervezzük
[mag,phase,w]=bode(Lw);
k=margin(mag,phase-60,w)
k= 0.6048
Cw=k*Cw
Ellenőrzés:
margin(Cw*Pw)
A szabályozót vissza transzformáljuk a diszkrét z tartományba
Cz=c2d(Cw,Ts,'tustin')

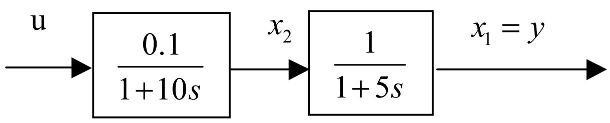
$$C(z)=0.665\frac{z-0.5445}{z-1}$$

A rendszer viselkedését Simulink segítségével vizsgálhatjuk



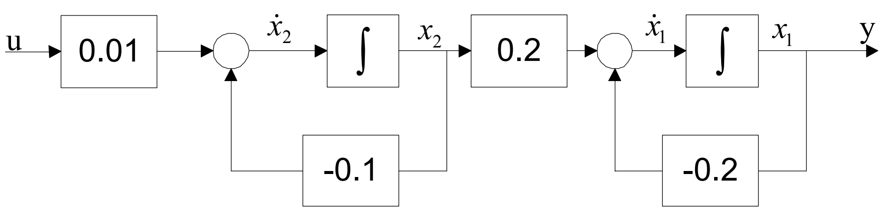
3. Példa
a./ Adja meg az ábrán látható rendszer állapotegyenletét oly módon, hogy az állapotváltozók az ábrán megjelölt állapotváltozók legyenek. **(5 pont)**
b./ Tervezzen állapotvisszacsatolást a zárt rendszerre előírt alábbi pólusokkal:
S=[-1 -1]'
Adja meg az állapotvisszacsatoló konstansok értékét. **(8 pont)**
c./ Határozza meg az alapjel követéséhez a statikus kompenzációs (kalibrációs) tényező értékét.

Megold



Megoldás
a. Alakítsuk át az átviteli függvényeket zérus-pólus alakra:

$$H_1=\frac{0.1}{1+10s}=\frac{0.01}{0.1+s},\quad H_2=\frac{1}{1+5s}=\frac{0.2}{0.2+s}$$



$$\dot{x}_1 = -0.2x_1 + 0.2x_2$$
$$\dot{x}_2 = -0.1x_2 + 0.01u$$
$$y = x_1$$
$$A = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.2 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.01 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, D = 0$$

b.

```
A=[-0.2, 0.2; 0, -0.1]
B=[0;0.01]
C=[1, 0]
D=0
S=[-1;-1]
k=acker(A,B,S)
```

k=[320 170]

c.

```
gain=1/dcgain(A-B*k,B,C,D)
```

gain=500

2003juni18.vége

Szabályozástechnika Vizsga **Megoldás**

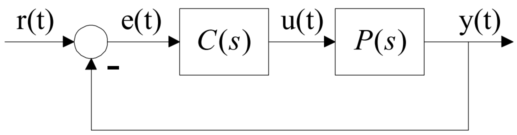
2003. június 25. Informatikus

---

1. Példa: Egy folytonos folyamat átviteli függvénye

$$P(s) = \frac{A}{s(1+s)(1+5s)}; A = 1$$

Soros szabályozási körben szabályozzuk a folyamatot.



h. Tervezze meg azt a legegyszerűbb soros PID szabályozót (P,PI,PD,PID) úgy, hogy a zárt rendszer eleget tegyen a következő feltételeknek:
   - hiba nélkül kövesse az egységugrás alapjelet;
   - a fázistartalék legyen kb. 60˚
   - a beavatkozó maximuma kisebb legyen mint 5
   - a beállási idő kisebb legyen mint 20

   Határozza meg a szabályozó átviteli függvényét és annak paramétereit. **(5pont)**

i. Adja meg a rendszer fázistartalékát, egységugrás bemenet esetén az y kimeneti jel maximumát, beállási idejét (közelítőleg) és az u beavatkozó jel maximumát. Ábrázolja a kimeneti és a beavatkozó jel viselkedését. **(5pont)**

j. Az A átviteli tényező $\pm 10\%$-kal történő megváltozása esetén milyen tartományban változik a fázistartalék? **(4pont)**

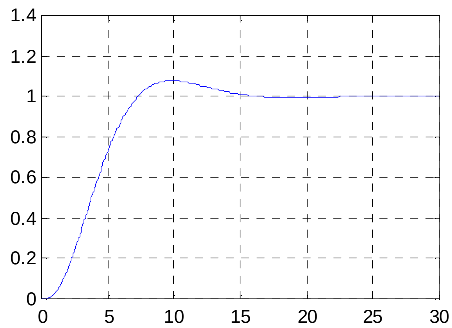
Megoldás:

a. Integrátor már van a rendszerben de a gyorsasági feltételt ki kell elégíteni, ezért PD szabályozót kell tervezni.

$$C(s) = k\frac{1+5s}{1+(5/n)s} = k\frac{1+5s}{1+s}$$, az n póluseltolási arányt 5-nek választva.

A túllövés feltételt biztosíthatjuk, ha a fázistartalékot beállítjuk $\varphi_t = 60°$-ra. $k=1$ feltételezéssel:

```
s=tf('s')
P=1/(s*(1+s)*(1+5*s))
P=zpk(P)
C=(1+5*s)/(1+s)
L=C*P
L=minreal(L)
[mag,phase,w]=bode(L);
```



kc=margin(mag,phase-60,w)

k = 0.2862

Ellenőrizzük a rendszert:

C=kc*C

margin(C*P)

pm= 60º

b. A zárt rendszer átviteli függvénye:

T=C*P/(1+C*P); T=minreal(T)

t=0:0.05:30;

y=step(T,t);

plot(t,y),grid

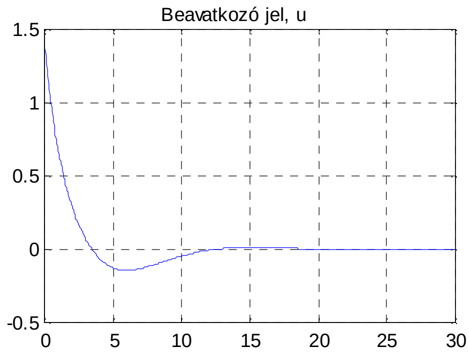
ym=max(y) **ym= 1.0769,** $t_s \cong 15$

A beavatkozó jel:

U=C/(1+C*P); U=minreal(U)

u=step(U,t);plot(t,u),grid;

um=max(u) **um= 1.43**



c. A fázistartalék megváltozás:

P1=P*1.1

P2=P*0.9

margin(C*P1)

margin(C*P2)

pm1= 57.6º, pm2= 62.6º

2. Példa: Egy folytonos folyamat átviteli függvénye:

$$P(s) = \frac{2e^{-s}}{1+2s}$$

Tervezzen diszkrét mintavételes szabályozót a kisfrekvenciás közelítés módszerével.

h. Nulladrendű tartószerv esetén adja meg a folyamat *P(z)* impulzusátviteli függvényét zérus-pólus alakban. A mintavételezési idő: *Ts=1.* **(4 pont)**

i. Tervezze meg a szabályozót a következő feltételekre: **(5 pont)**
  - egységugrás bemenet esetén a stacionárius hiba legyen zérus.
  - a fázistartalék legyen közelítőleg 60˚.

c. Adja meg a szabályozó impulzusátviteli függvényét és vázolja fel a szabályozott rendszer kimeneti jelének viselkedését. **(4 pont)**

Megoldás:

a.

s=tf('s')

Ts=1;

z=tf('z',Ts)

Ps=2/(1+2*s)

Ps=zpk(Ps);

Pz=c2d(Ps,Ts)

A két mintavételnyi e^{-s} késleltetés miatt z^{-1} -el ki kell bővíteni a diszkrét átviteli függvényt.

Pz=Pz/(z)

$$P(z)= \frac{0.78694}{(z-0.6065)z}$$

A szabályozó: PI szabályozót elég tervezni

$$C(z)= k\frac{z-0.6065}{z-1}$$

k=1 feltételezéssel.

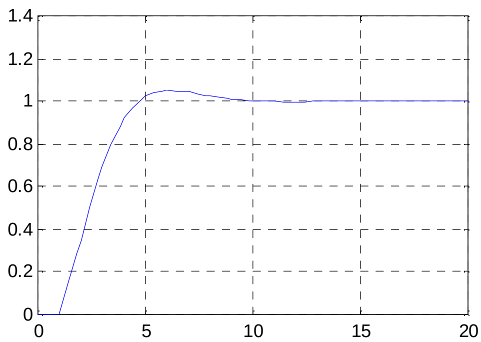
Cz=(z-0.6065)/(z-1)

Lz=Cz*Pz

Lz=minreal(Lz,1e-3)

A k értékét a 60˚.-os fázistartalék feltétel alapján tervezzük

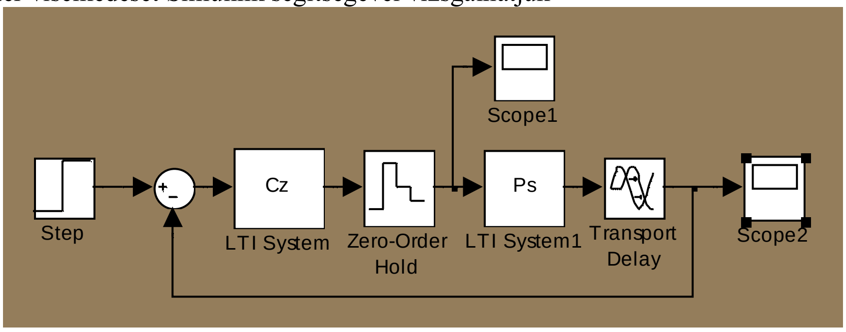
[num,den]=tfdata(Lz,'v')



w1=logspace(-2,2,200)
[mag,phase]=dbode(num,den,Ts,w1);
T=[mag,phase,w1']

[mag,phase,w]=bode(Lz);
k=margin(mag,phase-60,w)
k= 0.4407
Cz=k*Cz
Ellenőrzés:
margin(Cz*Pz)

A rendszer viselkedését Simulink segítségével vizsgálhatjuk



3. Példa: Egy folytonos folyamat átviteli függvénye:

$$P(s) = \frac{1}{(1+s)(1+5s)}$$

g. Határozza meg a folyamat állapotmátrixait diagonális alakban. **(4pont)**

h. Rajzolja fel a rendszer blokk diagrammját párhuzamos realizációban. **(5pont)**

i. Rajzolja fel a rendszer kimenetének változását és az állapottrajektóriáját nulla bemenet és x0=[-1, 2] kezdeti feltétel esetén (állapotrajektória: a x2 állapotváltozó az x1 függvényében). **(4pont)**

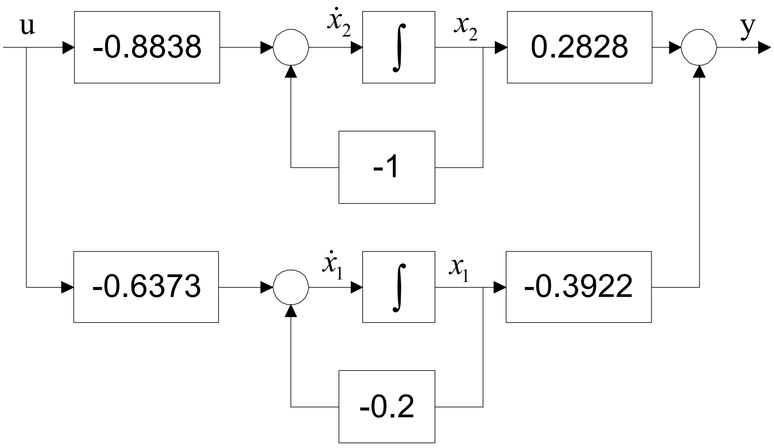
Megoldás:

a.

s=tf('s')
P=1/((1+s)*(1+5*s))
Pd=canon(P)

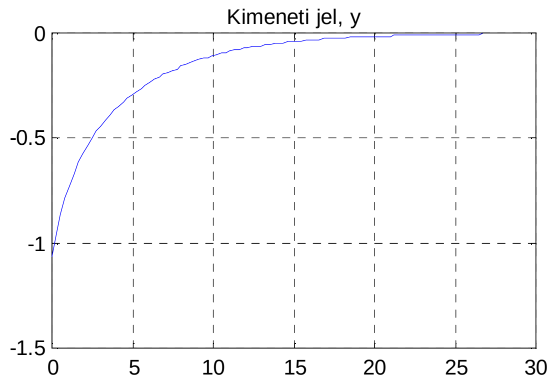
$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -0.2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -0.88388 \\ -0.63738 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0.28284 & -0.39223 \end{bmatrix}, D = 0$$

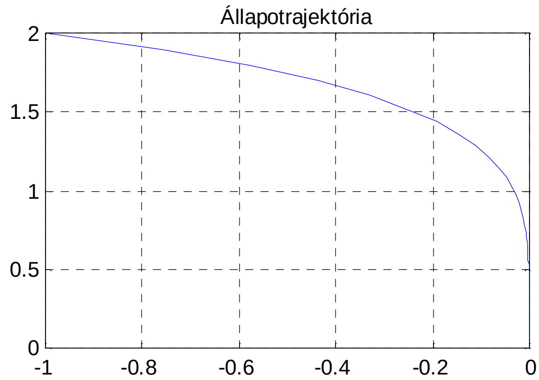
b. A párhuzamos realizáció:



c. állapotrajektória

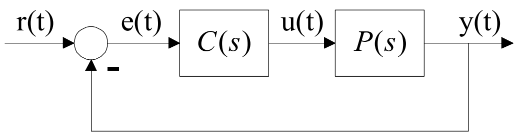
```
x0=[-1, 2 ]
[y,t,x]=initial(Pd,x0);
x1=x(:,1);
x2= x(:,2);
plot(t,y),grid
plot(x1,x2),grid
```





1. Példa: Egy folytonos folyamat átviteli függvénye: $P(s)=\dfrac{A}{s(1+2s)}$; $A=1$

Soros szabályozási körben szabályozzuk a folyamatot.



k. P szabályozás alkalmazása esetén ($C(s)=K$) határozza meg K azon értékeit, melyekre a zárt kör stabilis.

(2pont)

l. Tervezze meg azt a legegyszerűbb soros PID szabályozót (P,PI,PD,PID) úgy, hogy a zárt rendszer viselkedése egységugrás bemenet esetén tegyen eleget a következő feltételeknek:
- stacionárius állapotban hiba nélkül kövesse a bemenetet.
- a kimeneti túllövés 5% és 15% között legyen.
- a beállási idő kisebb legyen mint 5.
- a vezérlőjel maximuma kisebb legyen mint 10.

Határozza meg a szabályozó átviteli függvényét és annak paramétereit. **(5pont)**

c. Adja meg a rendszer fázistartalékát, egységugrás bemenet esetén a kimenőjel túllövését és beállási idejét (közelítőleg) és az *u(t)* vezérlő jel maximumát. Ábrázolja a kimenőjel viselkedését. **(3pont)**

d. Milyen tartományban változik a kimenőjel túllövése, ha a szakasz A átviteli tényezője $\pm 10\%$-kal változik? **(4pont)**

Megoldás:

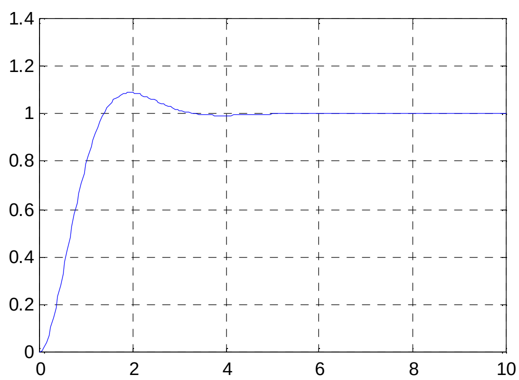
a. Strukturálisan stabilis. K bármely értékére stabilis, mivel a fázistolás mindig kisebb mint $-180°$.

b. Integrátor már van a rendszerben, de a gyorsasági feltételt ki kell elégíteni, ezért PD szabályozót kell tervezni.

$C(s)=k\dfrac{1+2s}{1+(2/n)s}=k\dfrac{1+2s}{1+0.4s}$, az n póluseltolási arányt 5-nek választva.

A túllövés feltételt biztosíthatjuk, ha a fázistartalékot beállítjuk $\varphi_t=60°$-ra. *k=1* feltételezéssel:

```
s=tf('s')
P=1/(s*(1+s)*(1+5*s))
P=zpk(P)
C=(1+2*s)/(1+0.4*s)
```



L=C*P, L=minreal(L)
[mag,phase,w]=bode(L);
kc=margin(mag,phase-60,w), **k = 1.665**
Ellenőrizzük a rendszert:
C=kc*C
margin(C*P) $\varphi_t = 60°$
A zárt rendszer átviteli függvénye:
T=C*P/(1+C*P); T=minreal(T)
t=0:0.05:10;
y=step(T,t);
plot(t,y),grid;
ym=max(y), **ym=1.0 876,** $t_s \cong 5$
A vezérlő jel:
U=C/(1+C*P); U=minreal(U)
u=step(U,t);
plot(t,u),grid;
um=max(u) **um= 8.32**
d. A fázistartalék megváltozás:
P1=P*1.1, T1= C*P1/(1+C*P1);
P2=P*0.9, T2= C*P2/(1+C*P2);
y1=step(T1,t);
y2=step(T2,t);
ym1=max(y1)
ym2= max(y2) **ym1= 1.1042, ym2= 1.0701**

2. Példa: Egy folytonos folyamat átviteli függvénye:

$$P(s) = \frac{5e^{-3s}}{s(1+5s)}$$

Tervezzen mintavételes Smith prediktoros szabályozót. A diszkrét szabályozót a késleltetés nélküli rendszerre a kisfrekvenciás közelítés módszerével tervezze. A mintavételezési idő: *Ts=1*

j. Nulladrendű tartószerv esetén adja meg a folyamat *P(z)* impulzusátviteli függvényét. **(4 pont)**

k. Tervezze meg a szabályozót a következő feltételekre:
   - egységugrás bemenet esetén a stacionárius hiba legyen zérus.
   - a fázistartalék legyen közelítőleg 60°.

   Adja meg a szabályozó impulzusátviteli függvényét és vázolja fel a szabályozott rendszer kimeneti jelének viselkedését. **(9 pont)**

Megoldás:

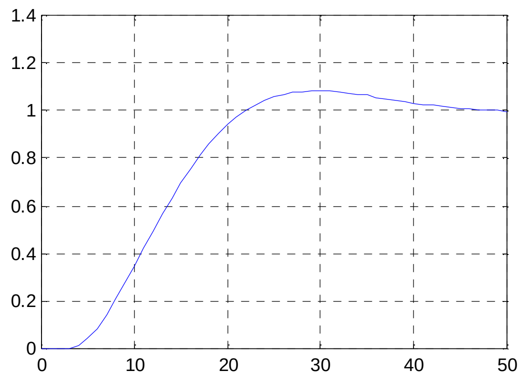
Az első lépésben megtervezzük a szabályozót a késleltetés nélküli rendszerre.
A folyamat *P(z)* impulzusátviteli függvényének számítása (a késleltetés nélküli rendszerre)
s=tf('s')
Ts=1;
z=tf('z',Ts)
Ps=5/(s*(1+5*s))
Ps=zpk(Ps);
Pz=c2d(Ps,Ts)

$$P(z)=0.46827\ \frac{z+0.9355}{(z-1)\ (z-0.8187)}$$

A szabályozó: P szabályozót elég tervezni

C(z)= k

k=1 feltételezéssel.
Cz=1
Lz=Cz*Pz
A k értékét a 60°.-os fázistartalék feltétel alapján tervezzük
[mag,phase,w]=bode(Lz);
k=margin(mag,phase -60,w)



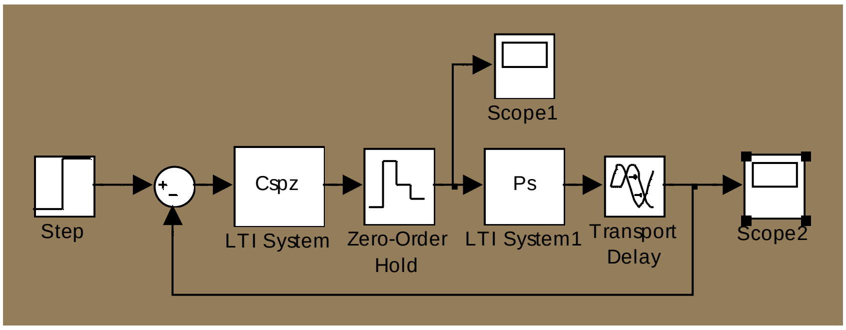
k= 0.0229
Cz=k*Cz
Ellenőrzés:
margin(Cz*Pz)

Második lépés a Smith prediktor kiszámítása: $Csp(z) = \dfrac{C(z)}{1+(1-z^{-d})C(z)P(z)}$, $d = \dfrac{T_D}{T_s} = 3$

d=3
Cspz=Cz/(1+(1-z^(-d))*Pz*Cz)

$$Csp(z) = 0.02294 \frac{z^3 (z-1)\ (z-0.8187)}{(z-1)\ (z-0.7091)\ (z-0.3526)\ (z^2 + 0.2538z + 0.04019)}$$

A rendszer viselkedését Simulink segítségével vizsgálhatjuk :



3. Példa Egy folyamat átviteli függvénye:

$$H(s) = \frac{s^2 + 1.5s + 0.5}{s^3 + 1.45s^2 + 0.5s + 0.05}$$

a. Irányítható, ill. megfigyelhető-e a rendszer? **(5 pont)**

b. Adja meg a rendszer és az átviteli függvény pólusait! **(4 pont)**

c. Adja meg a rendszer állapotegyenletét kanonikus formában! **(4 pont)**

Megoldás:
a.
num=[1, 1.5, 0.5]
den=[1, 1.45, 0.5, 0.05]
H=tf(num,den)
H=zpk(H)

$$H(s) = \frac{s^2 + 1.5s + 0.5}{s^3 + 1.45s^2 + 0.5s + 0.05} = \frac{(s+1)\ (s+0.5)}{(s+1)\ (s+0.25)\ (s+0.2)} = \frac{(s+0.5)}{(s+0.25)\ (s+0.2)}$$

Mivel egy zérus-pólus pár kiejthető, a rendszer nem megfigyelhető vagy nem irányítható a reprezentációtól függően.

Irányíthatóság, megfigyelhetőség
H=ss(H)
co=ctrb(H)
ob=obsv(H)
rco=rank(co)
rob=rank(ob)

rco=3 → Irányítható (n=3, rco=n)
rob=2 → Nem megfigyelhető

b. a rendszer pólusai: **-1, -0.25, -0.2**
az átviteli függvény pólusai: **-0.25, -0.2**

b. diagonizálás:

Hd=canon(H)

$$A=\begin{bmatrix} -0.2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.25 \end{bmatrix} \quad b=\begin{bmatrix} 6 \\ -1.8856 \\ -5.1854 \end{bmatrix} \quad c=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0.96424\end{bmatrix} \quad d=0$$

2003juni4.vége

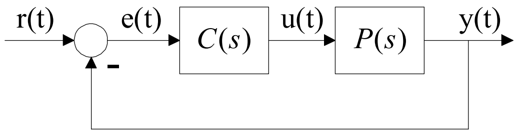
Szabályozástechnika Vizsga **Megoldás**
2003. május 22. **Informatikus**

---

1. Példa: Egy folytonos folyamat átviteli függvénye

$$P(s)=\frac{5}{(1+Ts)(1+s)^2};\ T=10$$

Soros szabályozási körben szabályozzuk a folyamatot.



m. P szabályozás alkalmazása esetén ($C(s)=K$) határozza meg K azon értékeit, melyekre a zárt kör stabilis. **(3pont)**

n. Tervezzen soros PID szabályozót úgy, hogy a zárt rendszer viselkedése tegyen eleget a következő feltételeknek:
   - egységugrás bemeneti jelet stacionárius állapotban hiba nélkül kövesse.
   - egységugrás bemenet esetén a kimeneti túllövés kisebb legyen mint 10%.

Határozza meg a szabályozó átviteli függvényét és annak paramétereit. **(4pont)**
Adja meg a rendszer fázistartalékát, kimeneti túllövését és a vágási körfrekvenciát. **(3pont)**

o. Milyen tartományban változik a szabályozott rendszer fázistartaléka, ha a T időállandó $\pm 10\%$-kal változik?

Megoldás:

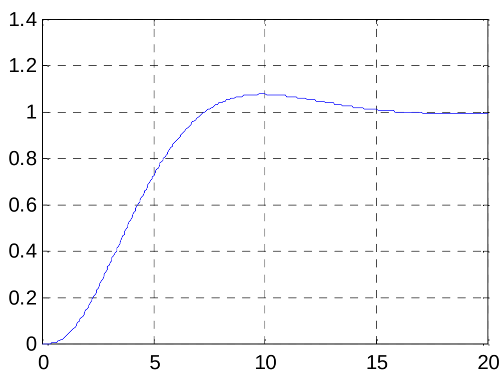
a.

s=tf('s')
P=5/((1+10*s)*(1+s)*(1+s))
P=zpk(P)
gm=margin(P)
K=gm=4.84

b. A stacionárius hiba feltétel miatt integrátort kell tenni a rendszerbe, de gyorsasági feltétel nincs, ezért PD szabályozót elég tervezni. $C(s)=k\dfrac{1+10s}{10s}$

A túllövés feltételt biztosíthatjuk, ha a fázistartalékot beállítjuk 60°-ra. *k=1* feltételezéssel:

C=(1+10*s)/(10*s)
L=C*P
L=minreal(L)
[mag,phase,w]=bode(L);
kc=margin(mag,phase-60,w)
k = 0.5724,
Ellenőrizzük a rendszert:
C=kc*C



margin(C*P)

$\omega_c = 0.267$

A zárt rendszer átviteli függvénye:

```
T=C*P/(1+C*P); T=minreal(T)
t=0:0.05:20;
y=step(T,t);
plot(t,y);
ym=max(y)
```

ytl= 7.69 %

c. A fázistartalék megváltozás:

```
P1=5/((1+11*s)*(1+s)*(1+s))
P2=5/((1+9*s)*(1+s)*(1+s))
[gm1,pm1,wg1,wc1]=margin(C*P1)
[gm2,pm2,wg2,wc2]=margin(C*P2)
dpm=pm1-pm2
```

dpm=0.6826

2. Példa Egy folytonos folyamat átviteli függvénye

$$P(s) = \frac{2}{(1+5s)(1+2s)}.$$

Tervezzen soros mintavételes szabályozót véges beállású rendszerre.

A mintavételezési idő: *Ts=0.5*

l. Nulladrendű tartószerv esetén adja meg a folyamat impulzusátviteli függvényét. **(3pont**

m. Tervezzen véges beállású szabályozót úgy, hogy a mintavételi pontok között ne legyen lengés. Adja meg a szabályozó impulzusátviteli függvényét zérus-pólus alakban. **(6pont)**

n. Vázolja fel a kimenet és a beavatkozójel viselkedését egységugrás bemenet esetén. **(4pont)**

(A rendszer viselkedését Simulink segítségével vizsgálja.)

Megoldás:

Matlab program:

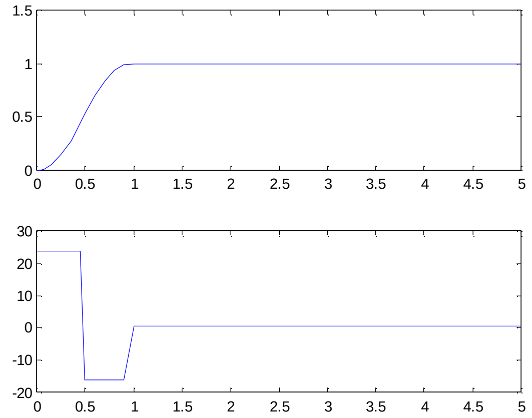
```
clear
s=tf('s')
z=tf('z')
Ps=2/((1+5*s)*(1+2*s))
Ps=zpk(Ps);
Ts=0.5;
Pz=c2d(Ps,Ts)
```

$$P(z) = 0.022276\frac{(z+0.8899)}{(z-0.7788)\,(z-0.9048)}$$

```
Bm=(z-Pz.z{1}) %
Bmn=Bm/dcgain(Bm)
Tz=Bmn/(z^2)
Cz=Tz/(Pz*(1-Tz))
Cz=minreal(Cz) %
```

$$C(z) = 23.7531\frac{(z-0.9048)\,(z-0.7788)}{(z+0.4709)\,(z-1)}$$

Simulink szimuláció.



3. Példa

Egy folytonos rendszer állapotmodelljének paraméterei a következõk:

$$A=\begin{bmatrix} -14 & -56 & -64 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{b=}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad c=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 10 & 24 \end{bmatrix} \quad \text{d=0}$$

a. Irányítható-e és megfigyelhetõ-e a rendszer? **(3 pont)**
b. Írja fel az adott rendszer kanonikus (diagonális) realizációját! **(3 pont)**
c. Határozza meg a rendszer átviteli függvényét! **(2 pont)**
d. Határozza meg a rendszer és az átviteli függvény pólusait! **(2 pont)**
e. Határozza meg az állapotvisszacsatolási erõsítést [k vektort], amely mellett az állapotvisszacsatolt rendszer pólusai a p_1= -1 p_2= -10 p_3= -20 p_4= -30 **(3 pont)**

Megoldás:

A=[-14,-56,-64,0; 1,0,0,0; 0,1,0,0; 0,0,1,0]
B=[1;0;0;0]
C=[0,1,10,24]
D=0
H=ss(A,B,C,D)

a. Irányíthatóság, megfigyelhetőség
co=ctrb(A,B)
ob=obsv(A,C)
rco=rank(co)
rob=rank(ob)

rco=4 → Irányítható
rob=3 → Nem megfigyelhető
b. diagonizálás:

Hd=canon(H)

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{b=}\begin{bmatrix} 0.0156 \\ \text{-2.0656} \\ \text{-2.6877} \\ 0.38410 \end{bmatrix} \quad c=\begin{bmatrix} 24 & 0 & 0.0155 & \text{-0.8677} \end{bmatrix} \quad \text{d=0}$$

c. Az átviteli függvény kiolvasható ay állapotmátrixokból, mivel irányíthatósági alakban vannak megadva. A számláló a C, a nevező az A mátrixból. A matlabbal is meghatározható.
Htf=tf(H)

$$H(s)=\frac{s^2+10s+24}{s^4+14s^3+56s^2+64s}=\frac{(s+4)(s+6)}{s(s+4)(s+2)(s+8)}=\frac{(s+6)}{s(s+2)(s+8)}$$

d. A rendszer pólusai:
p=eig(A)

p=[0, -4, -8, -2]

Az átviteli függvény pólusai:

p=[0, 8, -2] (a p2= -4 pólus kiesett)

e. Állapotvisszacsatolás:
S=[-1;-10;-20;-30]
k=acker(A,B,S)

k= [47, 1104 , 7036, 6000]

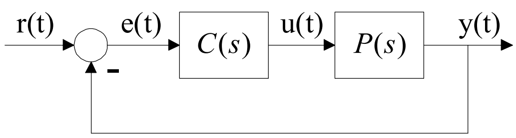
2003.maj22.vége

Szabályozástechnika Vizsga **Megoldás**
2003. május 28. Informatikus

---

1. Példa: Egy folytonos folyamat átviteli függvénye: $P(s)=\frac{e^{-s}}{1+2s}$

Soros szabályozási körben szabályozzuk a folyamatot.



p. P szabályozás alkalmazása esetén ($C(s)=K$) határozza meg K azon értékeit, melyekre a zárt kör stabilis. **(5pont)**

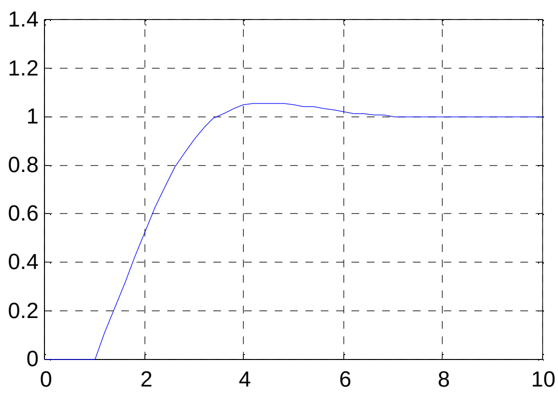
q. Tervezzen soros PI szabályozót úgy, hogy a zárt rendszer viselkedése tegyen eleget a következő feltételeknek:
- egységugrás bemeneti jelet stacionárius állapotban hiba nélkül kövesse.
- egységugrás bemenet esetén a kimeneti túllövés 5% és 15% között legyen.

Határozza meg a szabályozó átviteli függvényét és annak paramétereit. **(5pont)**

r. Adja meg a rendszer fázistartalékát, kimeneti túllövését és a vágási körfrekvenciát. Ábrázolja a kimenőjel viselkedését. **(4pont)**

Megoldás:

a. s=tf('s')
P=1/(1+2*s)
P=zpk(P)
[num,den]=tfdata(P,'v')
%(polinom alakot kell itt használni)
[mag,phase,w]=bode(num,den);
gm=margin(mag,phase-180*w/pi,w)
K=gm=3.8

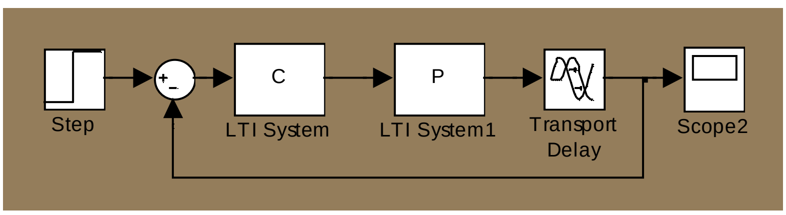


b. A stacionárius hiba feltétel miatt integrátort kell tenni a rendszerbe, de gyorsasági feltétel nincs, ezért PIszabályozót elég tervezni. $C(s)=k\frac{1+2s}{2s}$

A túllövés feltételt biztosíthatjuk, ha a fázistartalékot beállítjuk $\varphi_t=60°$-ra. $k=1$ feltételezéssel:

C=(1+2*s)/(2*s)
L=C*P
L=minreal(L)

$$L(s)=k\frac{0.5}{s}e^{-s}$$



Analítikusan megoldható:

Fázis feltétel: $-\frac{\pi}{2}-\omega=-\frac{2\pi}{3}$, $\omega=\omega_c=\frac{\pi}{6}$

Amplitúdó feltétel: $k\frac{0.5}{\omega}=1$, $k=\frac{\pi}{3}$

k=pi/3 , **k=1.047**

Matlab segítségével is ki számíthatjuk:

```
[num,den]=tfdata(L,'v')
[mag,phase,w]=bode(num,den);
k=margin(mag,phase-180*w/pi-60,w)

C=k*C
```

A rendszer viselkedését Simulink segítségével vizsgálhatjuk.

ytl= 5.7 %,

2. Példa: Egy folytonos folyamat átviteli függvénye

$$P(s)=\frac{e^{-s}}{1+2s}.$$

Tervezzen soros mintavételes szabályozót kisfrekvencias közelítés módszerrel.

A mintavételezési idő: *Ts=1*

o. Nulladrendű tartószerv esetén adja meg a folyamat *P(z)* impulzusátviteli függvényét. **(2pont)**

b. Tervezze meg a szabályozót a következő feltételekre:

- egységugrás bemenet esetén a stacionárius hiba legyen zérus.
- a fázistartalék legyen kb. 60°.

Adja meg a szabályozó impulzusátviteli függvényét. **(6 pont)**

c. Vázolja fel a szabályozott rendszer kimenőjelének viselkedését. **(3 pont)**

Megoldás:

```
clear
s=tf('s')
Ts=1;
z=tf('z',Ts)
Ps=1/(1+2*s)
Ps=zpk(Ps);
Pz=c2d(Ps,Ts)
```

Az egy mintavételnyi e^{-s} késleltetés miatt z^{-1} -el ki kell bővíteni a diszkrét átviteli függvényt.

```
Pz=Pz/z
```

$$P(z)=\frac{0.39347}{(z-0.6065)z}$$

A szabályozó: PI szabályozót elég tervezni

$$C(z)=k\frac{z-0.6065}{z-1}$$

k=1 feltételezéssel.

```
Cz=(z-0.6065)/(z-1)
Lz=Cz*Pz
Lz=minreal(Lz,1e-3)
```

A k értékét a 60°.-os fázistartalék feltétel alapján tervezzük

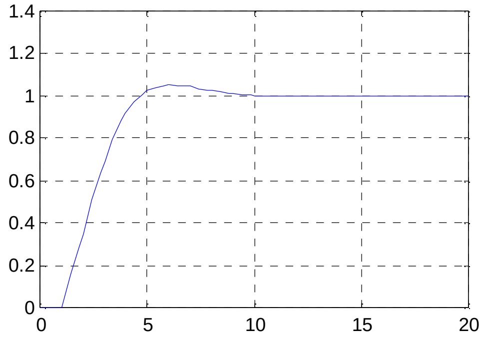
```
[mag,phase,w]=bode(Lz);
k=margin(mag,phase -60,w)
```

k= 0.8813

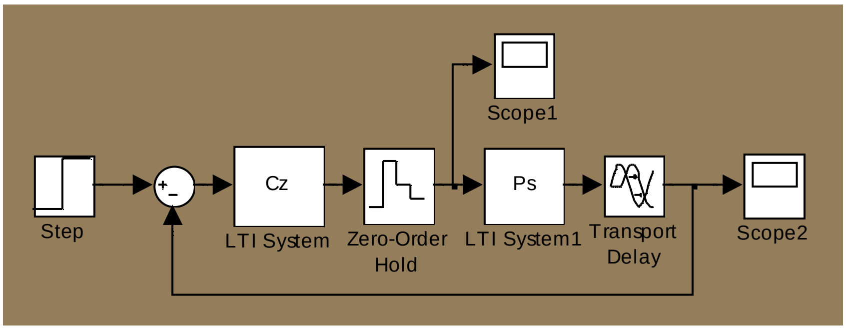
```
Cz=k*Cz
```

Ellenőrzés:

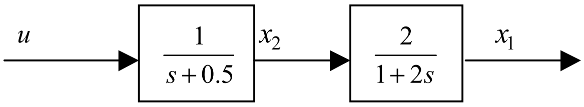
```
margin(Cz*Pz)
```



A rendszer viselkedését Simulink segítségével vizsgálhatjuk



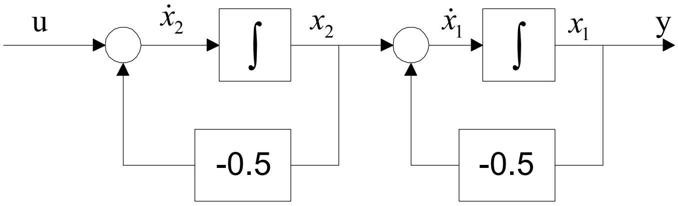
3. Példa: Adott az alábbi folytonos folyamat:



a. Adja meg a rendszer állapotegyenletét a megjelölt állapotváltozókkal. **(5pont)**
b. Tervezzen állapotvisszacsatolásos szabályozást úgy, hogy a zárt rendszer pólusai S=[-1, -2] legyenek. **(5pont)**
c. Határozza meg az alapjelkövetéshez a statikus kompenzációs tényező értékét is . **(3 pont)**

Megoldás:

a. $\frac{2}{1+2s} = \frac{1}{0.5+s}$



$$\dot{x}_1 = -x_1 + x_2$$
$$\dot{x}_2 = -0.5x_2 + u$$
$$y = x_1$$
$$A = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, D = 0$$

b.

A=[-0.5, 1; 0, -0.5]
B=[0;1]
C=[1, 0]
D=0
S=[-1;-2]
k=acker(A,B,S)
k=[0.75 2]

c.

gain=1/dcgain(A-B*k,B,C,D)
gain=2

Az átviteli függvény alapján: (Más állapotváltozókkal)

A folyamat: $P(s) = \frac{1}{(s+0.5)(s+1)} = \frac{1}{s^2+1.5s+0.5}$

A visszacsatolt rendszer: $T(s) = \dfrac{k_g}{(s+1)(s+2)} = \dfrac{k_g}{s^2+3s+2}$

$s^2+(1.5+k_1)s+(0.5+k_2) = s^2+3s+2$

k=[1.5 1.5]

A statikus erősítési feltétel: T(s=0)=1, $k_g = 2$

2003.maj28.vege