

Alakfelismerés

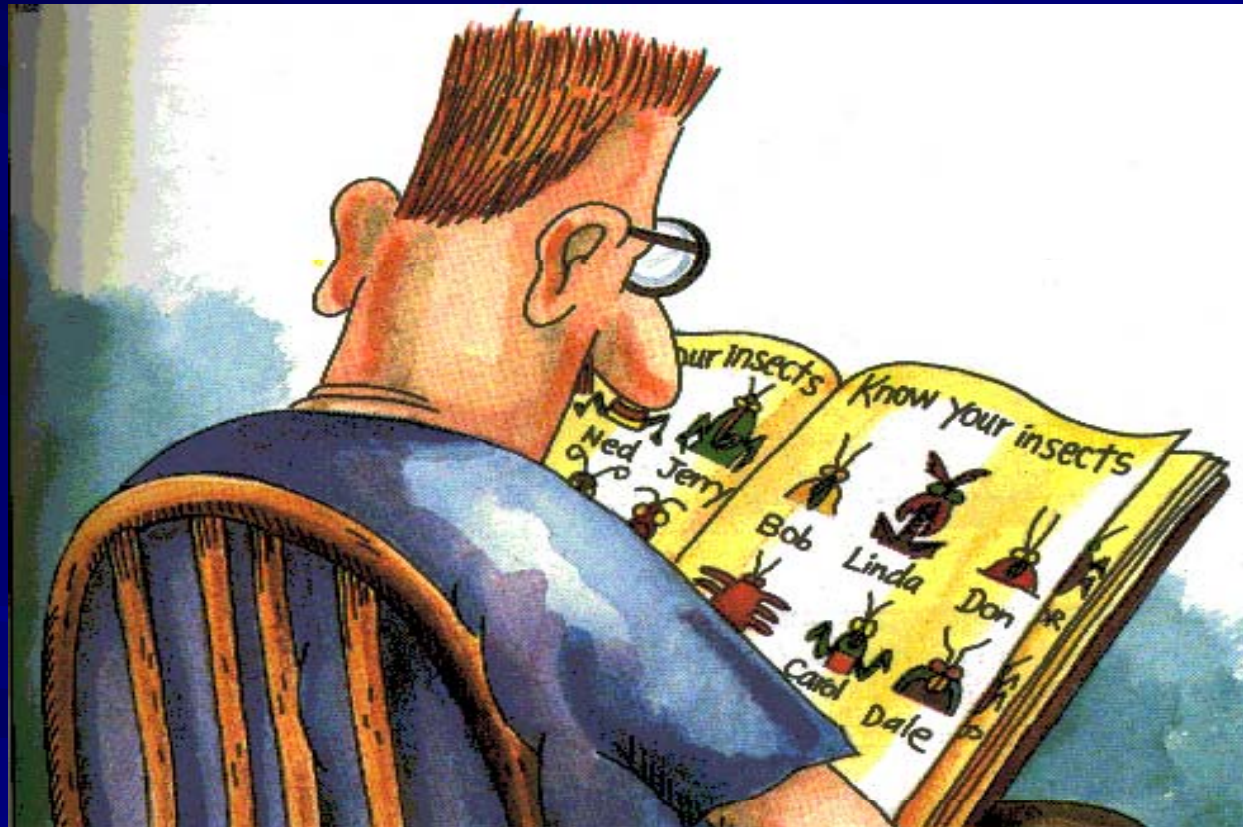
I. Bevezetés

EMBERI LÁTÁS TULAJDONSÁGAI

Arcfelismerés – de hogyan?

- Saját rassz egyedeinek felismerése mindig jobban megy
- + aktuális érzelem, habitus is könnyen felismerhető!!!???

Ez (nekünk) már kevésbé megy jól



Kognitív látás

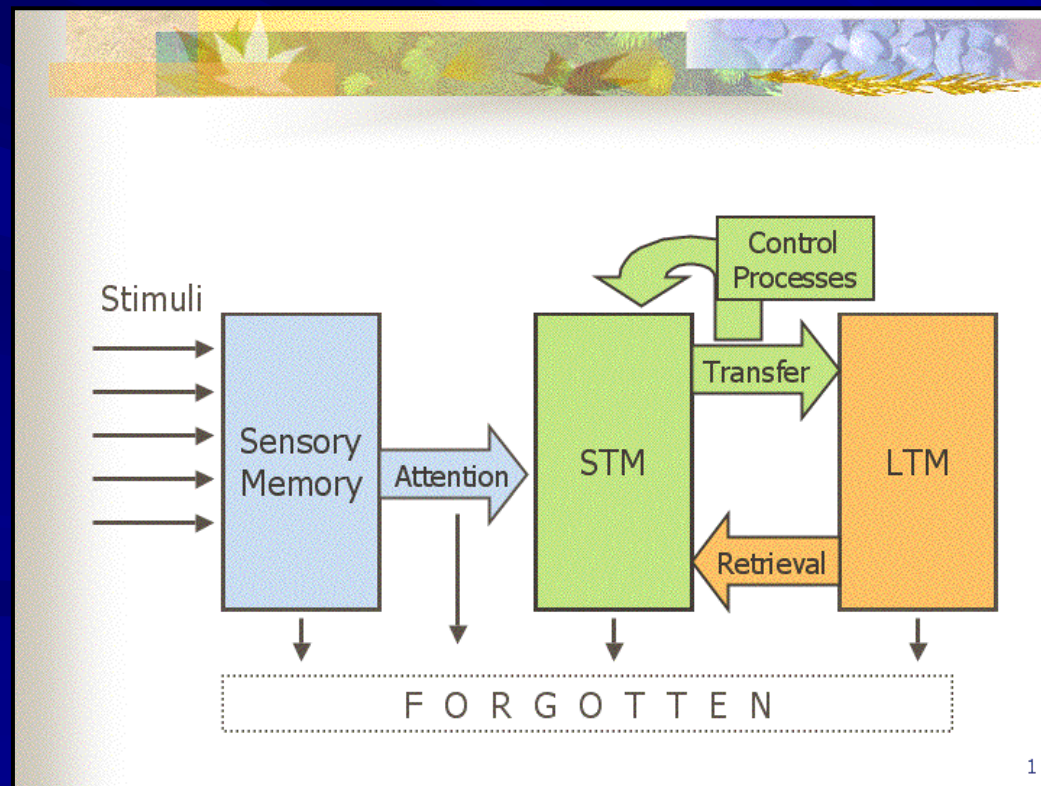
Kognitív folyamat része az érzékelés , memorizálás, döntés, érvelés oda-vissza kölcsönhatásban

Szemünkkel nézünk és az agyunkkal látunk!

A kognitív pszichológia definíciója szerint a percepció kiterjesztett definíciója: szenzoriális információ gyűjtése, interpretálása, válogatása (lényegkiemelés) és csoportosítása

Emberi információ feldolgozás kognitív modellje

- cél: eljárásokat és struktúrákat modellezünk, például: hosszútávú emlékezet (long term memory - LTM)
- Az emberi látás információ feldolgozása részben hasonlít a gépi látás eddig tanult algoritmusaihoz, részben azoknál magasabb rendű



Vizuális információk emberi feldolgozása

- Kódolás = ?
- CPU = ?
- RAM = ?
- ROM = ?
- Adatstruktúrák és hálózatok = ?

Vizuális információk emberi feldolgozása

A modell szerint:

- Bottom-up
 - Képi stimulus vezérelt. A részletekből épít fel egy globális leírást
- Top-down
 - Konceptió vezérelt. Egy feltételezett globális leírásból visszakövetkeztetve próbálja a képi részleteket értelmezni
- Soros feldolgozás:
 - Egy lépést befejez mielőtt a következőbe kezdene
- Paralell feldolgozás:
 - Párhuzamosan végrehajtott lépések. Például a vezető figyeli a környezetet, sebességet vált, kormányoz, fékez, mobil telefonál, ... (nem nagyon megy jól nekünk – korlátozott kommunikációs sávszélesség miatt is)

Alulról- felfelé (Bottom Up) feldolgozás

- Részletekből globális leírás
- Mit látunk?



Felülről lefelé (Top Down) feldolgozás

- Egy koncepcióból visszaigazolni a részleteket



koncepció: kutya



koncepció1: öreg néni

Koncepció2: fiatal lány

Összefüggéseket keresünk

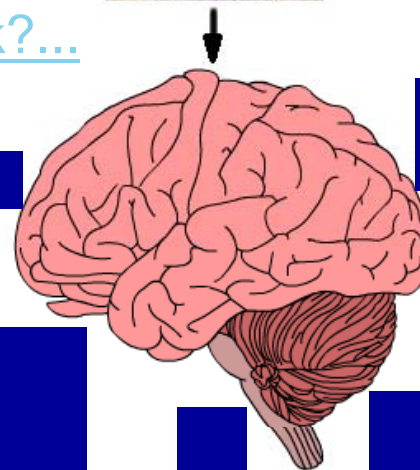
- Egyszerű primitívekből próbálunk komplex jelenségeket összerakni
- Új, gyakran előre nem sejtett de KOHERENS struktúrákat, tulajdonságokat generálunk
- Neurális háló modellnek biológiai analógiái vannak
- Tanulás képessége

Csak a vizuális érzékeléssel
foglalkozunk, pedig:

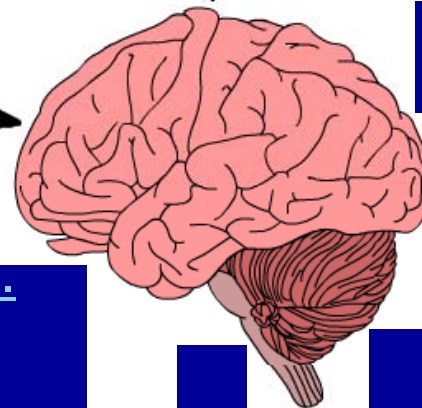
Látás



Hogy működik?...

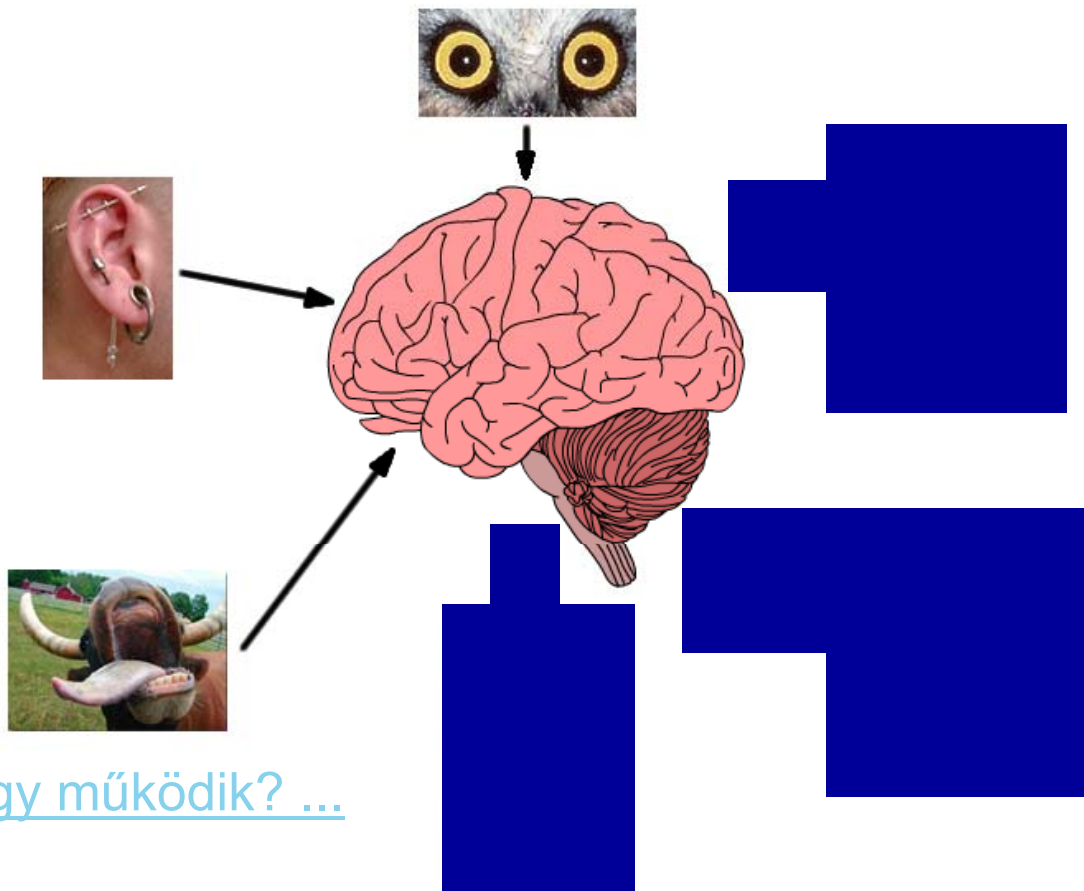


Hallás



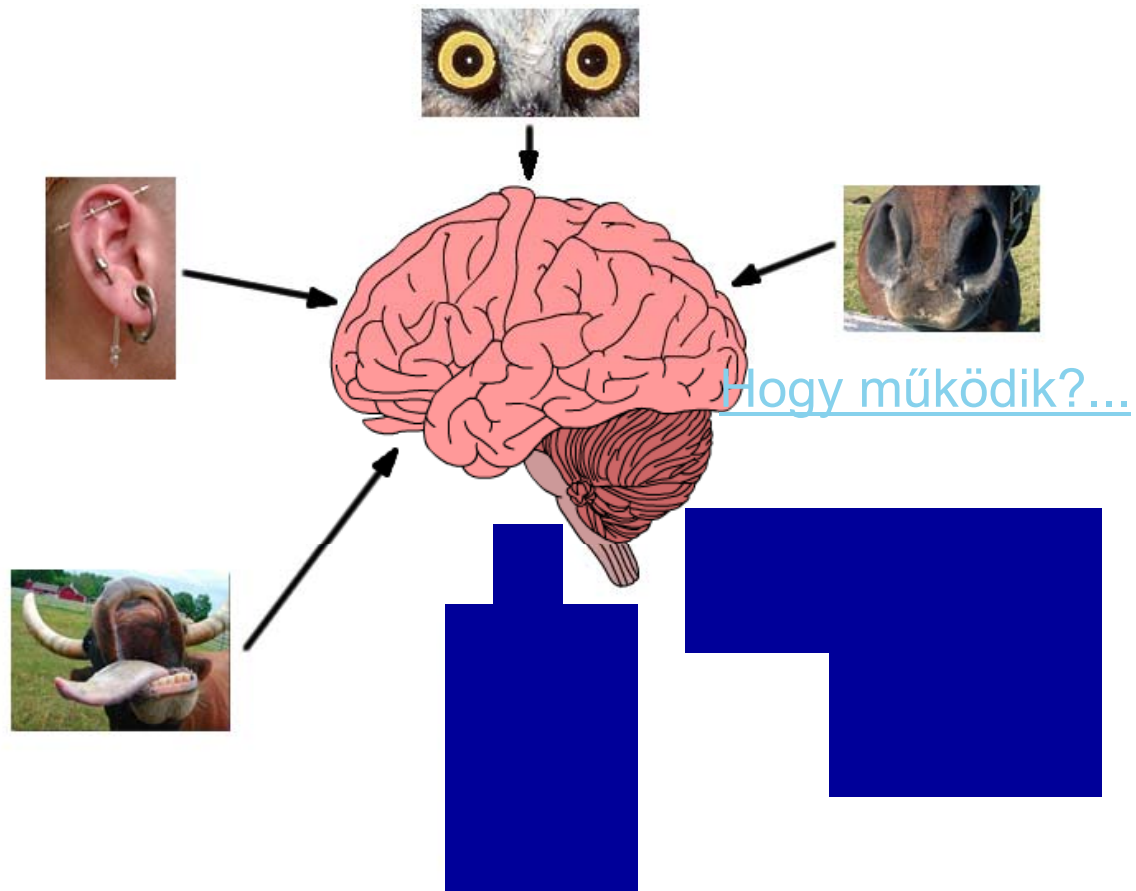
Hogy működik? ...

Izlelés

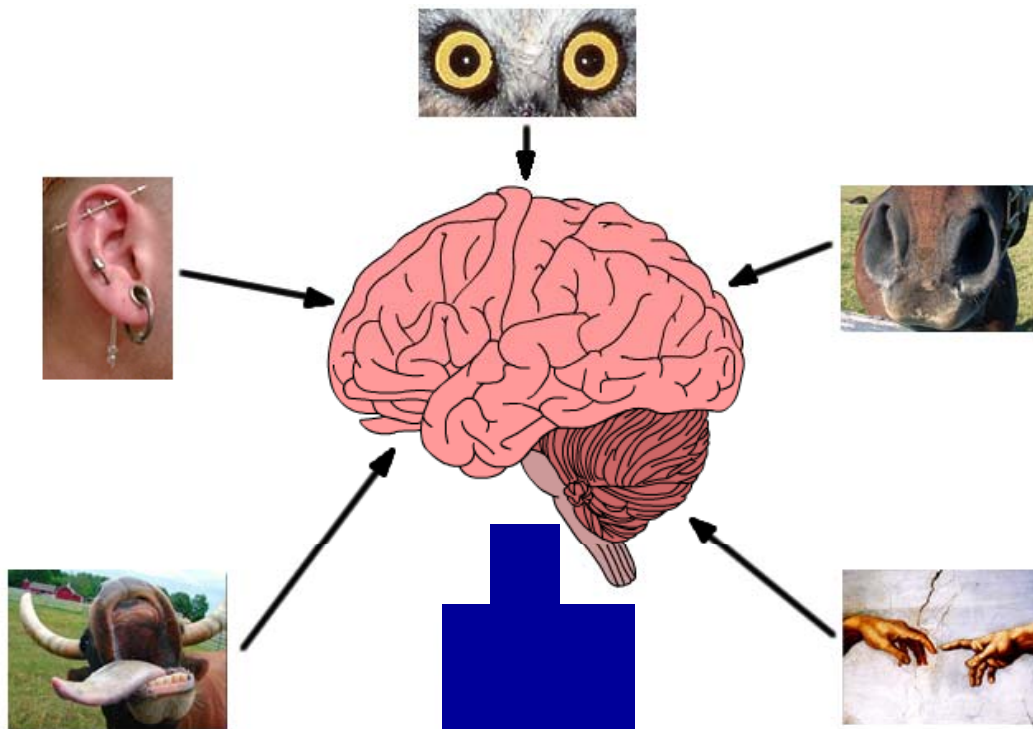


Hogy működik? ...

Szaglás

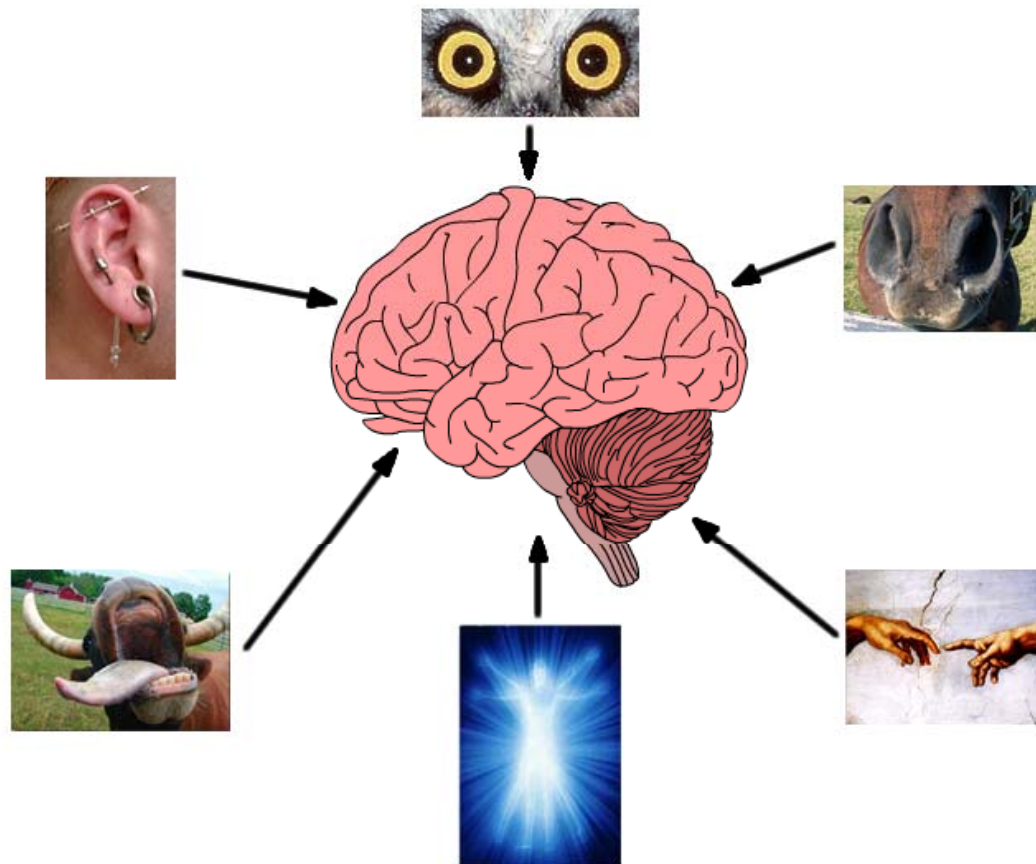


Tapintás



Hogy működik? ...

És az ember hatodik érzéke...



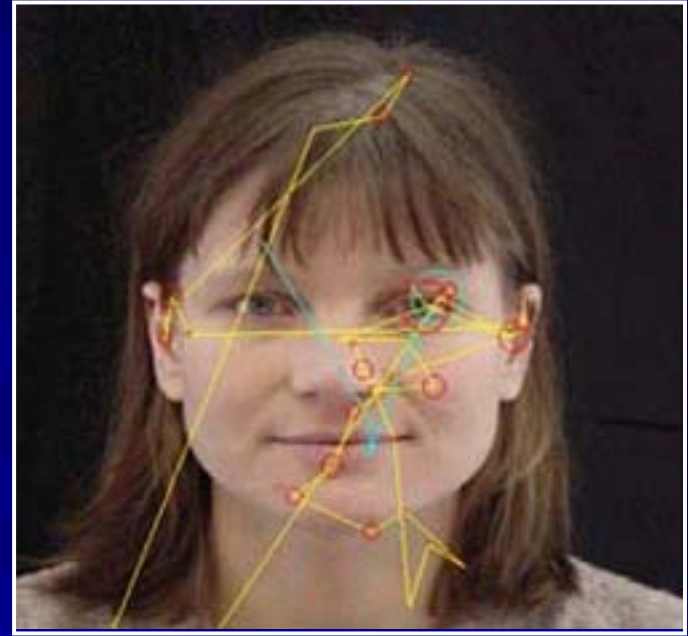
„Sensory Homunculus”

Kb. így nézne ki az ember, ha a különböző testrészei az ott található szenzorok jelének továbbításába és feldolgozásába bevont neuronok számával volnának arányban

Mi pedig csak a vizuális érzékeléssel foglalkozunk...

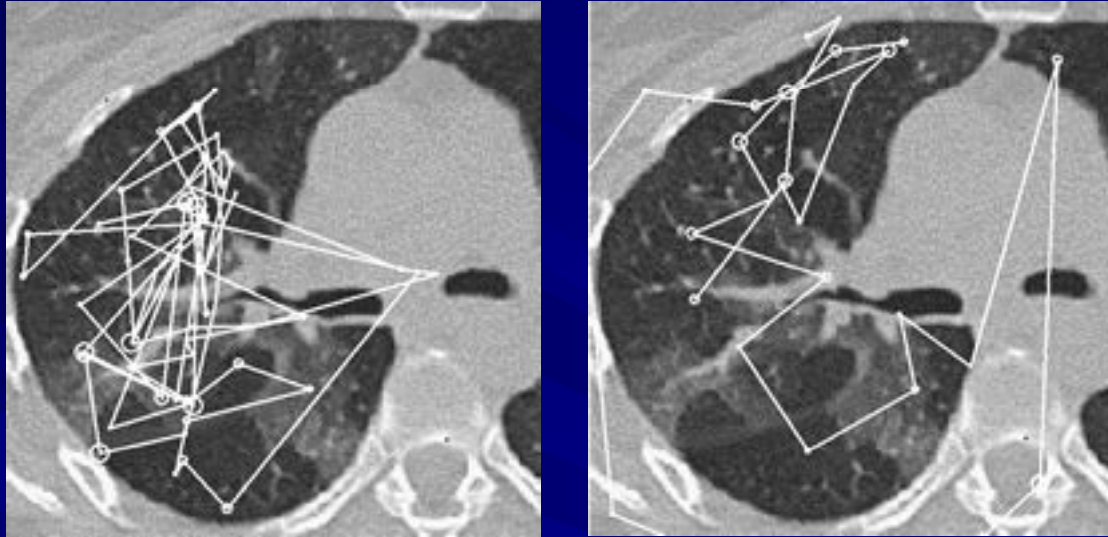


Szemmozgás



mozgás - fixálás - mozgás - fixálás - ...

Szemmozgás



Tüdőröntgen felvételek humán kiértékelése közben megmérve:

- Szemmozgás egy keresési stratégiát követ
- Kezdő / laikus
 - A szem nehezebben különbözteti meg a sötétebb foltokat
- Szakértő
 - szeme már precízebben, hatékonyabban pásztáz

Szemmozgás

Fizikailag nem folytonos a mozgás:

1. Egyik szemét csukja be
2. Tegye egyik ujját a szemöldökére
3. Lassan kövessen egy vízszintes vonalat a másik szemével

Érezni kell a szakaszos mozgásokat (saccade) és a rövid pihenőket (fixálás).

De az agy kisimítja a mozgás szerinti érzékelést

- A következő mozgás megtervezése az előző fixálás alatt történik

Vizuális érzékelés és feldolgozás

Marr teóriája szerint

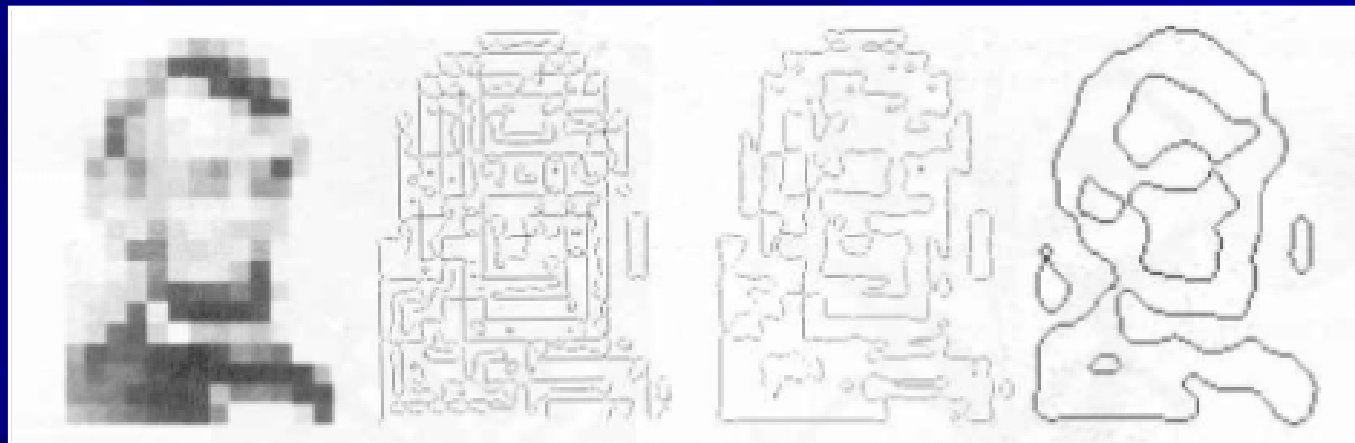
3 lépésben:

1. Primér jellemzők vázlata
2. 2.5D vázlat
3. 3D vázlat

Vizuális érzékelés és feldolgozás

1. Primér jellemzőkön alapuló vázlat készítés

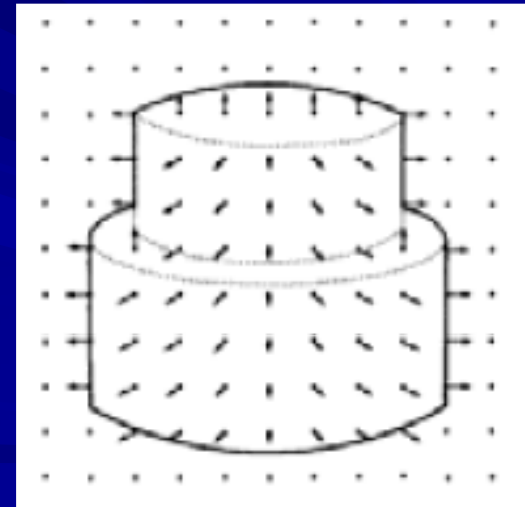
- Vonalak, élek, egyenesek, kontúrok...
- Hossz, kontraszt, orientáció,...
- ...



Vizuális érzékelés és feldolgozás

2. 2.5D vázlat készítés

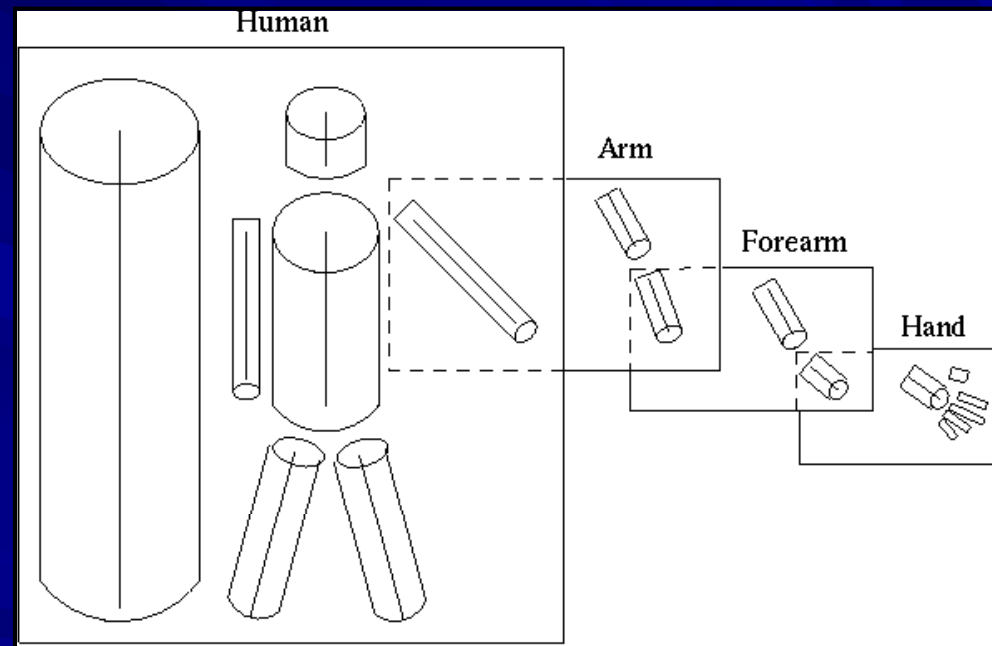
- továbblépés különböző módokon kinyert mélység információból
- Monoculáris (pl. textúrából, perspektívából,...)
- Binoculáris módszerek (pl. sztereo,...)



Vizuális érzékelés és feldolgozás

3. 3D vázlat készítés

- Objektum-központú reprezentáció
- Struktúra leírása



Vizuális érzékelés és feldolgozás

Alakfelismerés

– Minta alapú

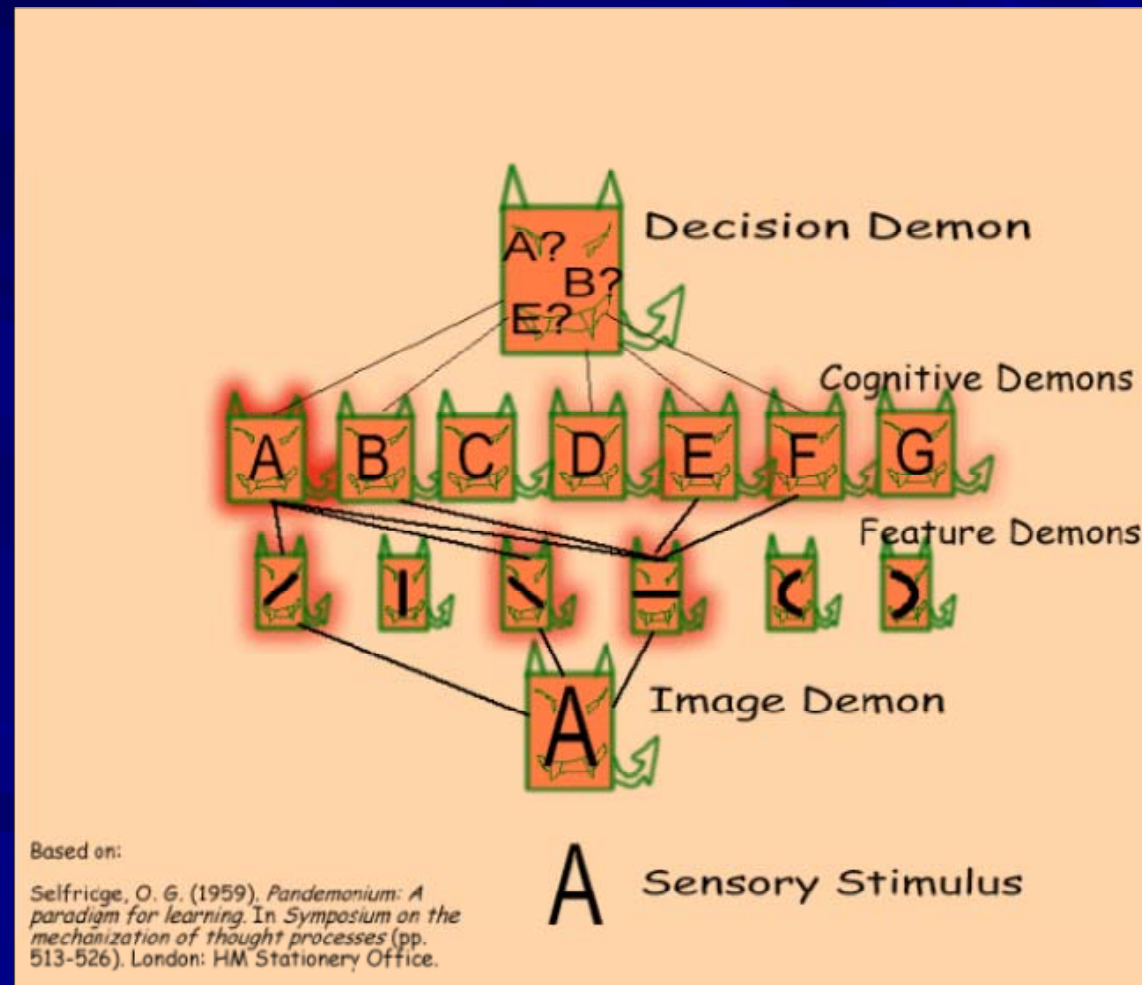
- Minden ismert objektumról mintákat tárolunk a memóriánkban. Ezeknek speciális tulajdonságait ismerjük
- probléma: túl sok lehet a variáció egy objektum esetében is

– Jellemző alapú

- Felismerés a jellemzők egy klaszteréhez tartozás alapján
- Jellemzők lehetnek: globális – lokális (alacsony szint)

Vizuális érzékelés és feldolgozás

Pandemonium model



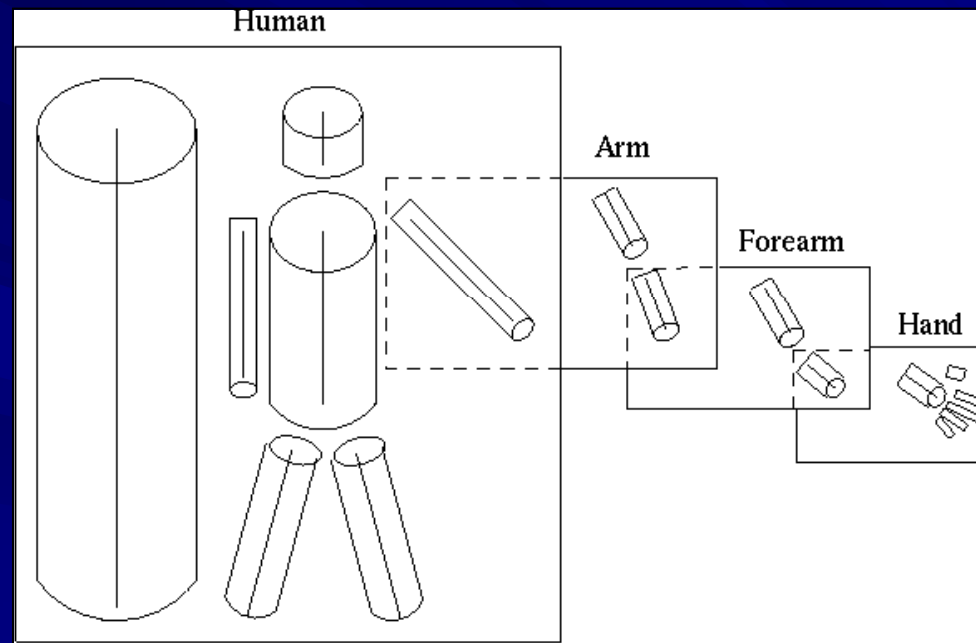
Vizuális érzékelés és feldolgozás

Alakfelismerés folyamata:

- Folyamatos átmenet a megfigyelő-központú leírásból az objektum-központú leírásba
- Objektum „hasonlóságok” megragadásának képessége – az aktuális vizuális percepció ingadozásai ellenére:
 - Perspektíva változás
 - elforgatás
 - Skálázás
 - ...

Hasonlóságok megragadása

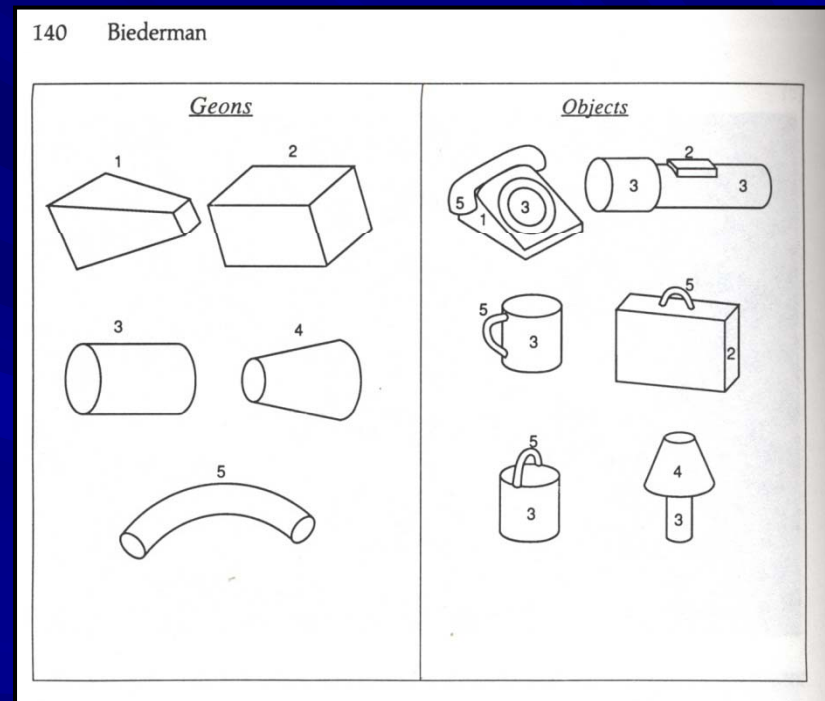
struktúra állandóság - Marr



Hasonlóságok megragadása

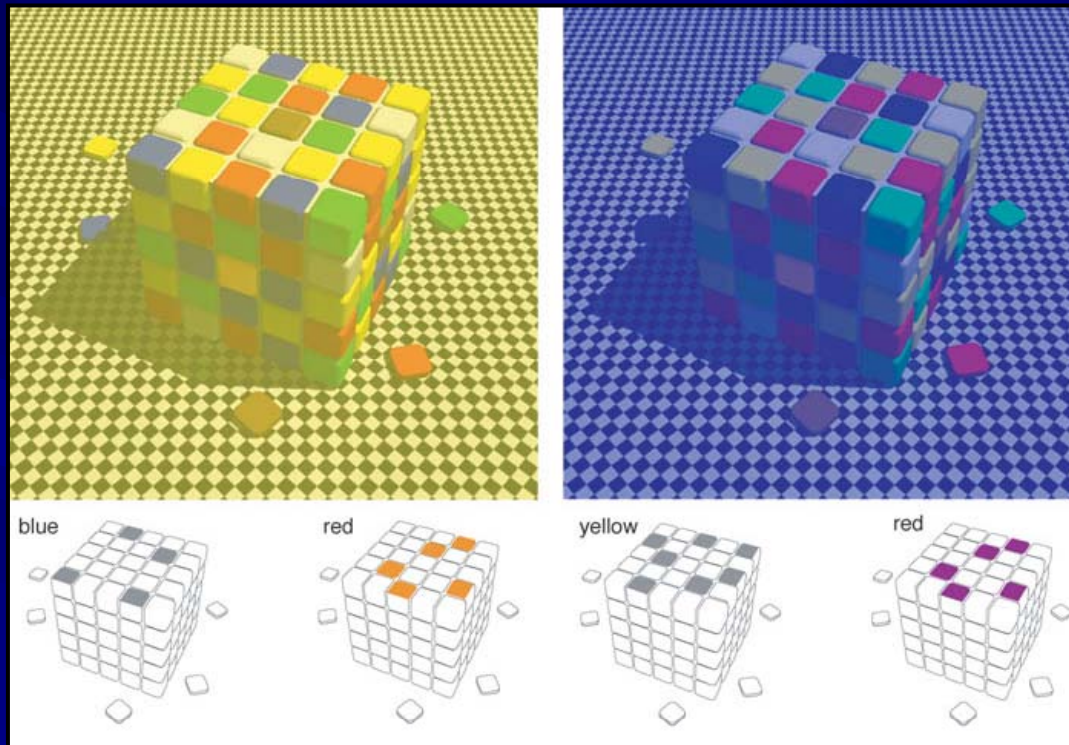
Struktúra állandóság - Irving Biederman

- Invariáns
(mindig megkülönböztethető)
építőelemekből
(geon-ok) összerakott
struktúrák
- Hasonlóság a geonok
invariáns jellemzőin alapul



Hasonlóságok megragadása

Szín - állandóság



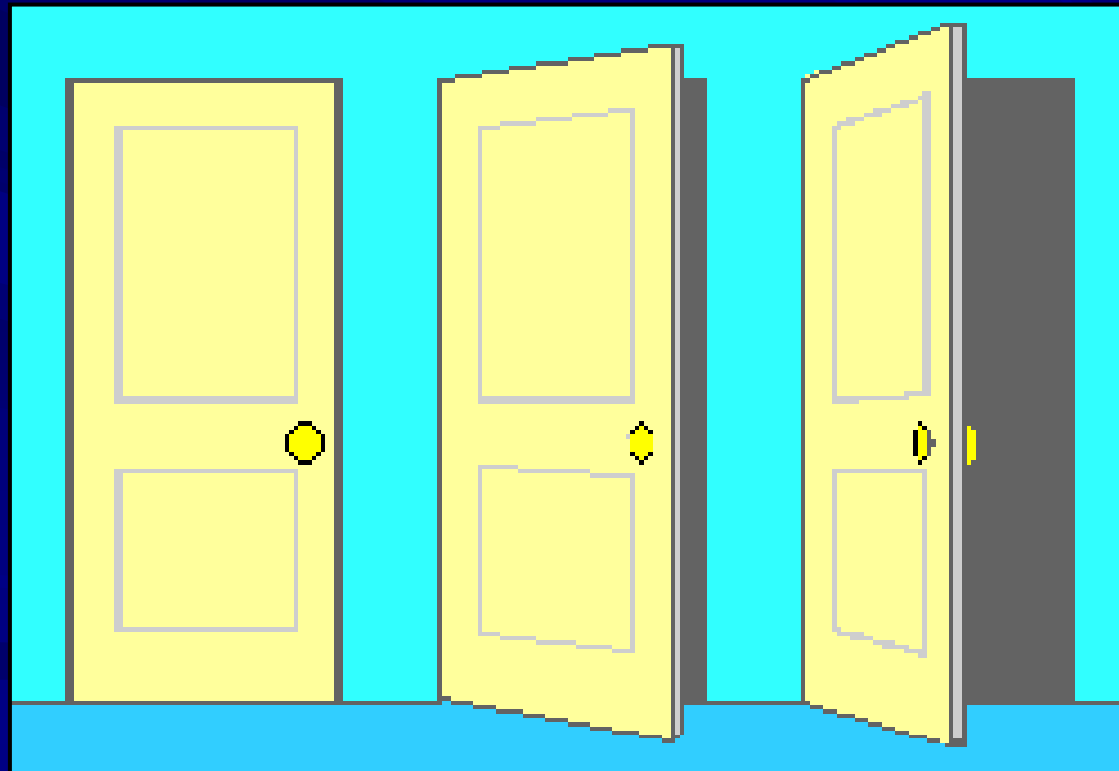
Hasonlóságok megragadása

Méret állandóság



Hasonlóságok megragadása

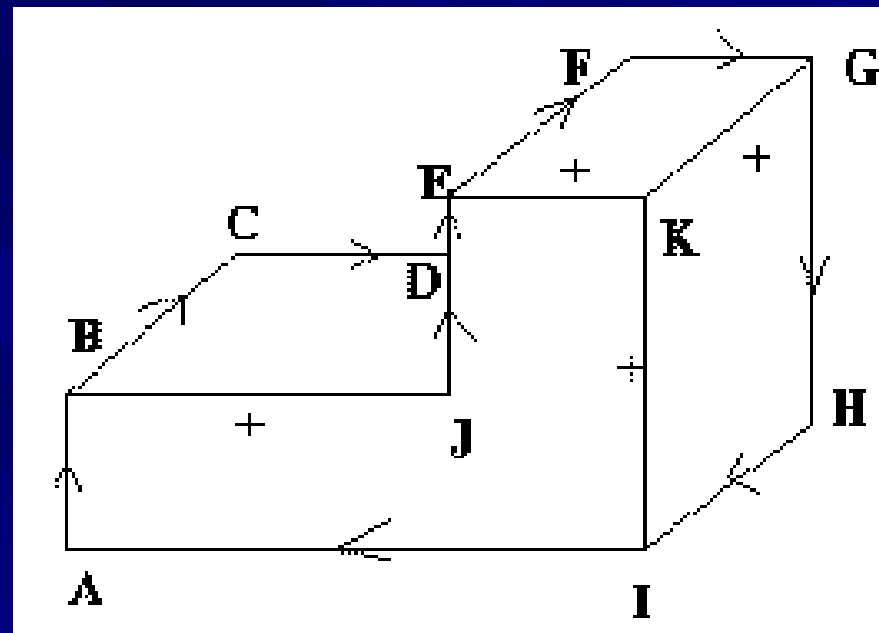
Alak állandóság



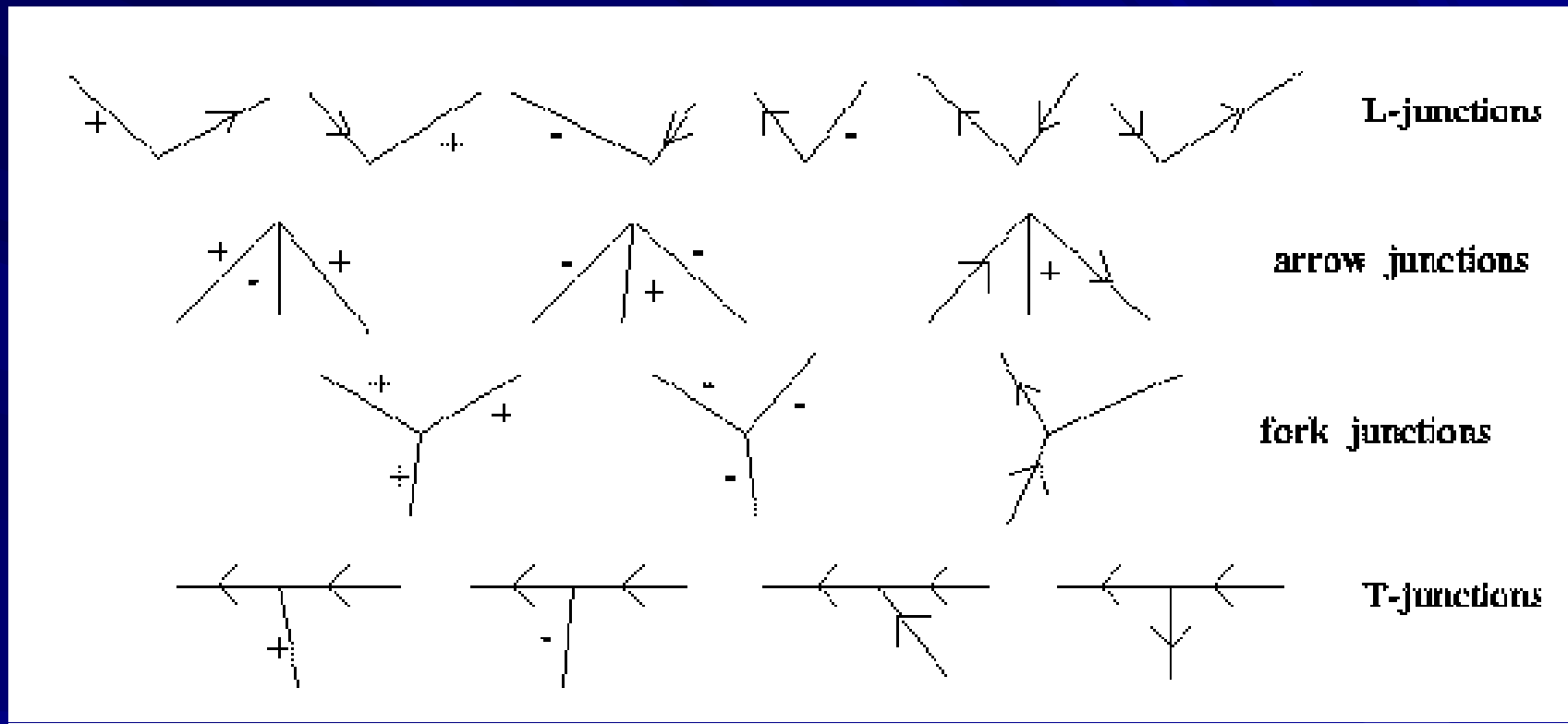
Az emberi látás modellezése

GÉPI LÁTÁSSAL (ALGORITMIZÁLÁS)

Élek koherens címkézése

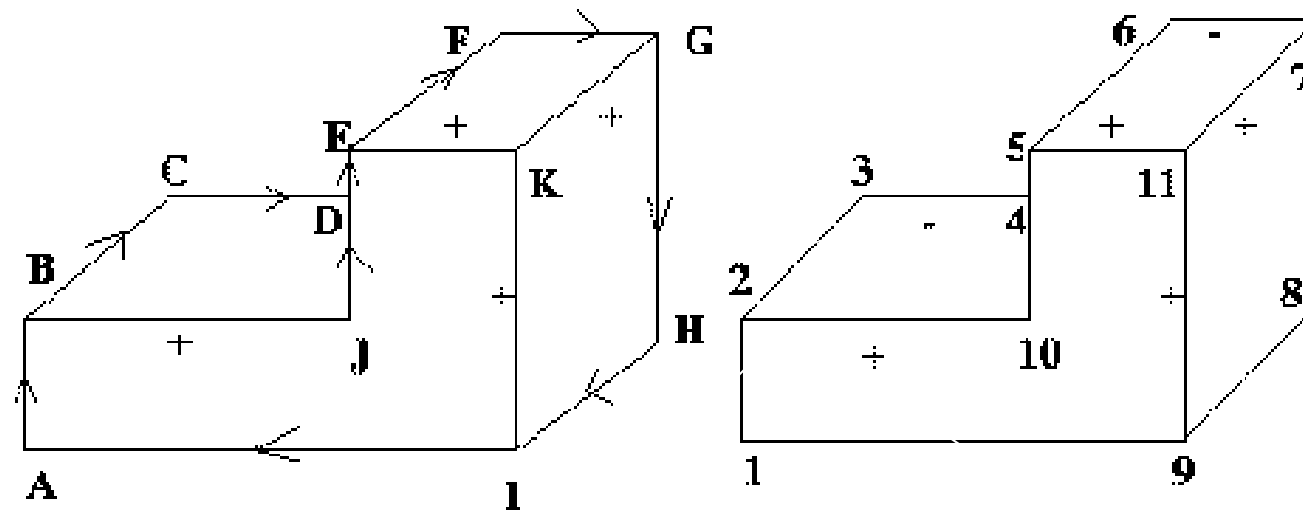


Csak 16 lehetséges csúcs konfiguráció



csak 16 különböző csúcspont leképezése lehetséges a 2D képen
a 3 sík metszékében lévő 3D objektum csúcsoknak – azokat
tetszőleges nézőpontból nézhetve

Eltérő koncepciók szerinti címkézés

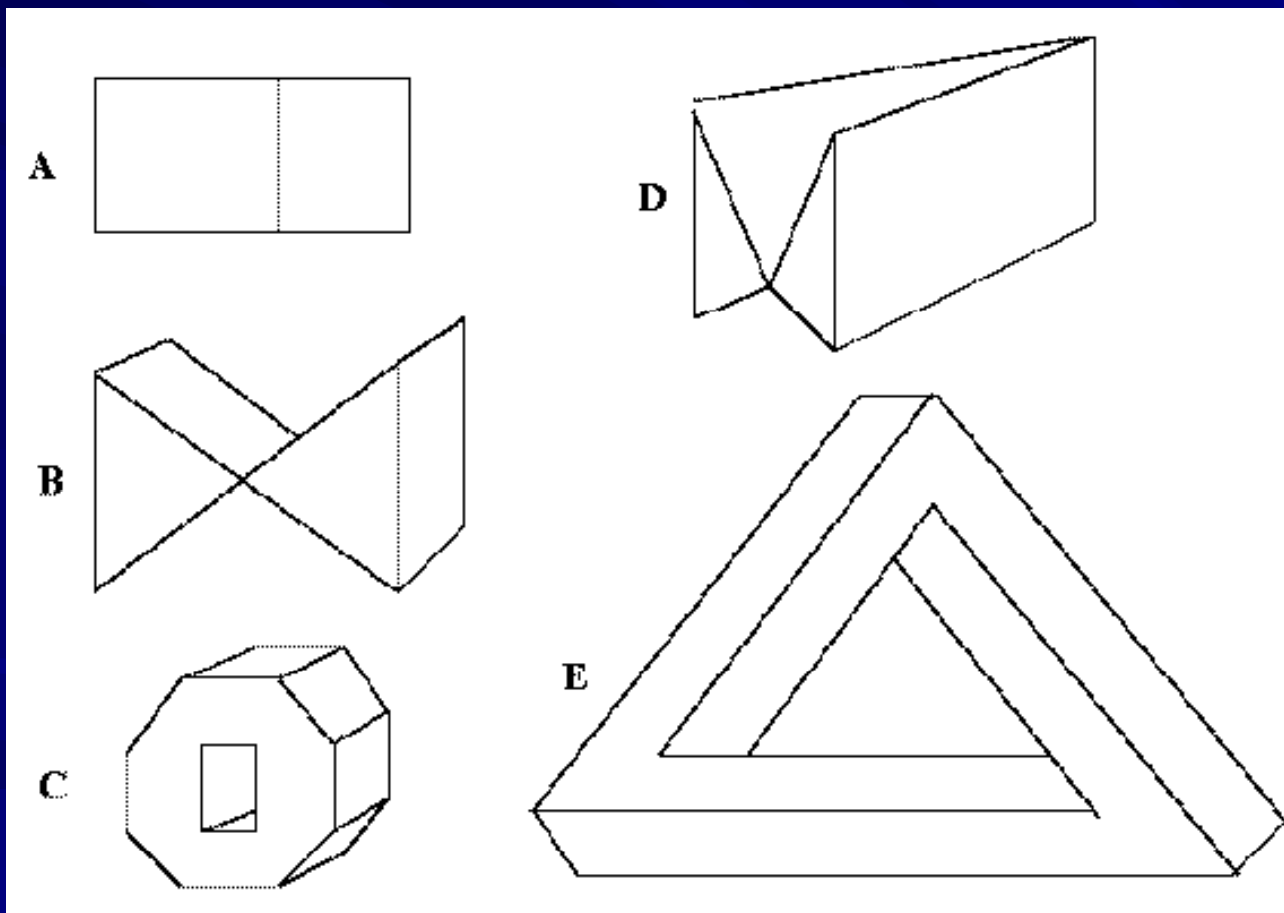


Once a few lines are (interpreted) labeled, they all are!

Bal objektum
lebeg a térben

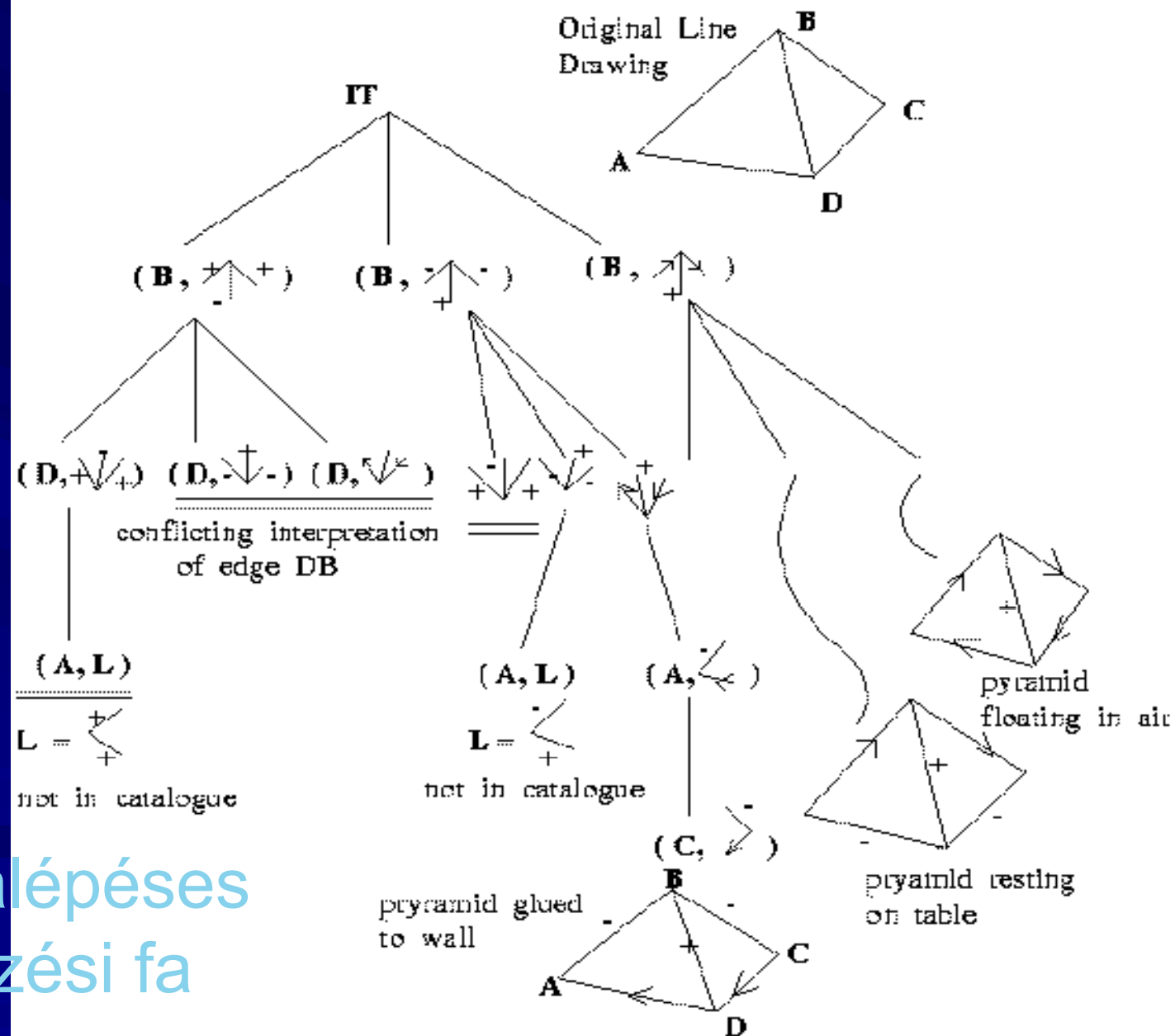
Jobb objektum
falhoz ragasztva

Nem lehet koherensen címkézni az éleket

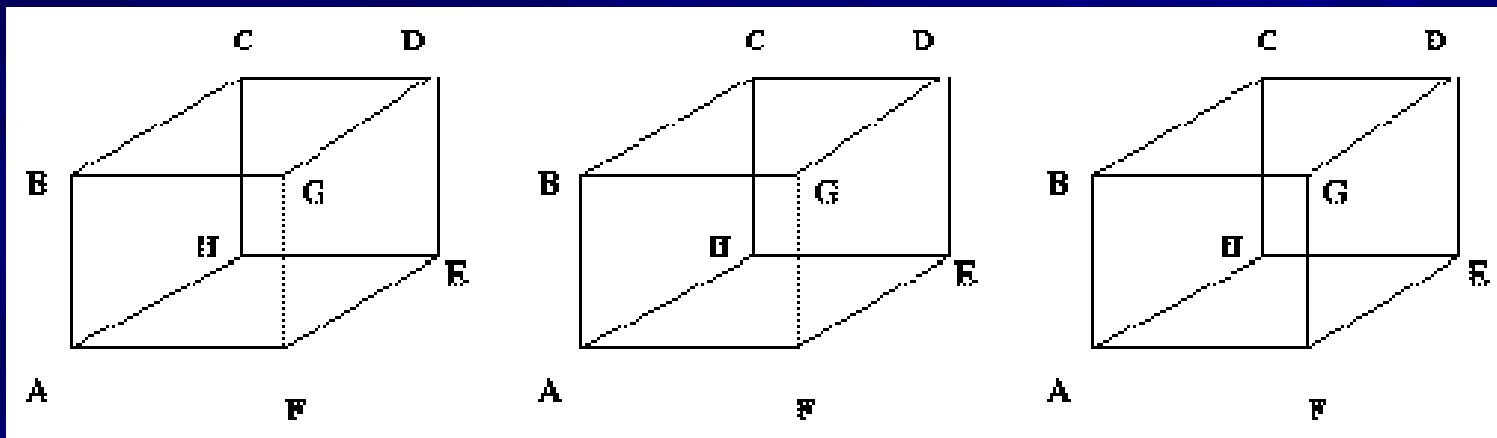


Mit jelent ha
nem tudunk
egyértelműen
címkézni?

Visszalépéses címkézési fa



“Necker kockájának” több koherens interpretációja lehetséges



HF: címkézze be otthon a lehetséges koherens variánsokat!

Ha az ember sokáig nézi, tipikusan 2 variáció között oszcillál az interpretációja: a 2 „villa” (G és H) váltakozva elő-sarok vagy hátul-sarok. Mi a magyarázat?

Mi az hogy alakfelismerés?

Emberi és számítógépes felismerési stratégia különböző

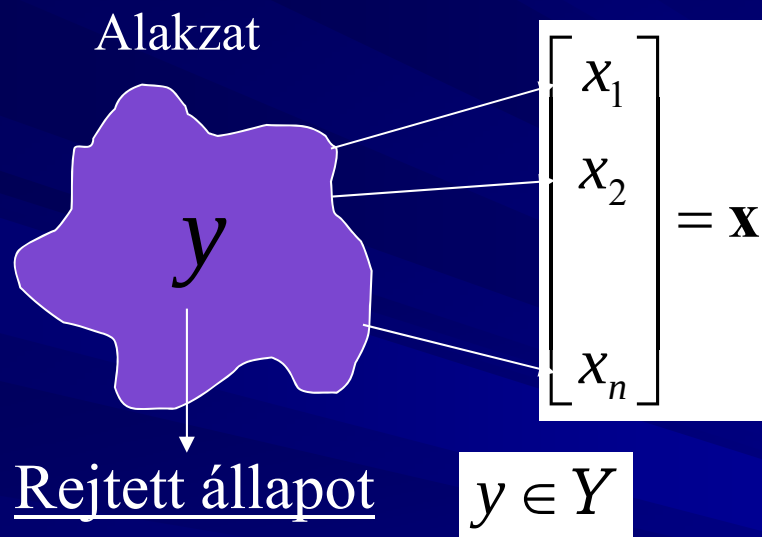
- Ember: ismerős dolgok („objects”) felismerése
- Számítógép: ismerős minták („patterns”) felismerése

Kérdés: mennyiben ugyanaz a két séma?

Minta- vs. Tárgyfelismerés

- Minta: 2D kép jellemzőinek halmaza („jellemző vektor”)
- Általánosabb: 3D tárgyak 2D vetülete, mely nagyon függ az érzékelés különböző paramétereitől

Osztályozás alapvető koncepciója



Jellemző-vektor $\mathbf{x} \in X$

- megfigyelésen (mérésen alapul)

- $\mathbf{x}$ egy pont a jellemző-térben X

- Nem mérhető közvetlenül
- Azonos rejtett állapottal bíró alakzatok azonos osztályhoz tartoznak.

Cél

- Osztályozó tervezése (döntési szabály)

$$q: X \rightarrow Y$$

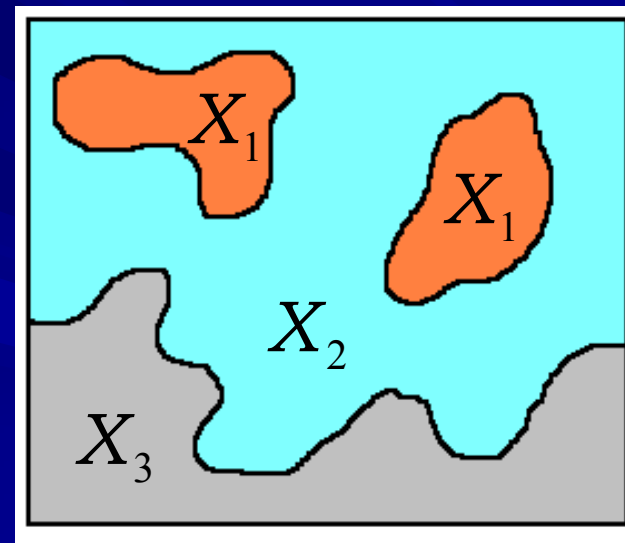
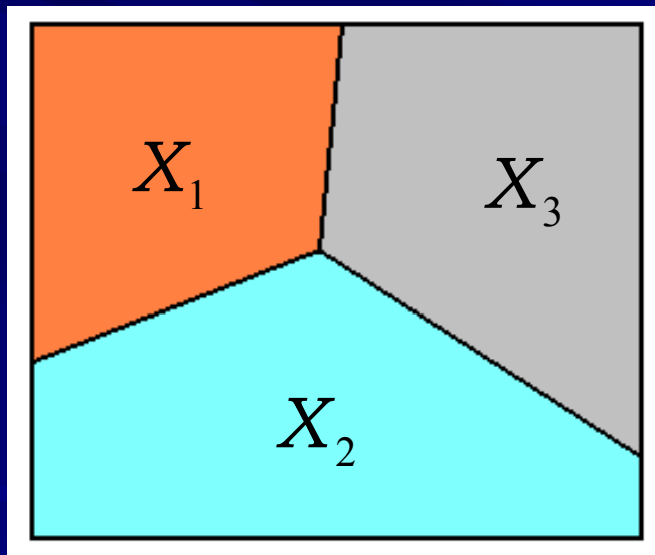
Döntés a rejtett állapotokról – a megfigyeléseken alapulva

Osztályozó feladata

Az osztályozó az X jellemző teret **osztály-cimkézett** régiókra osztja az alábbi módon

$$X = X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_{|Y|} \quad \text{és}$$

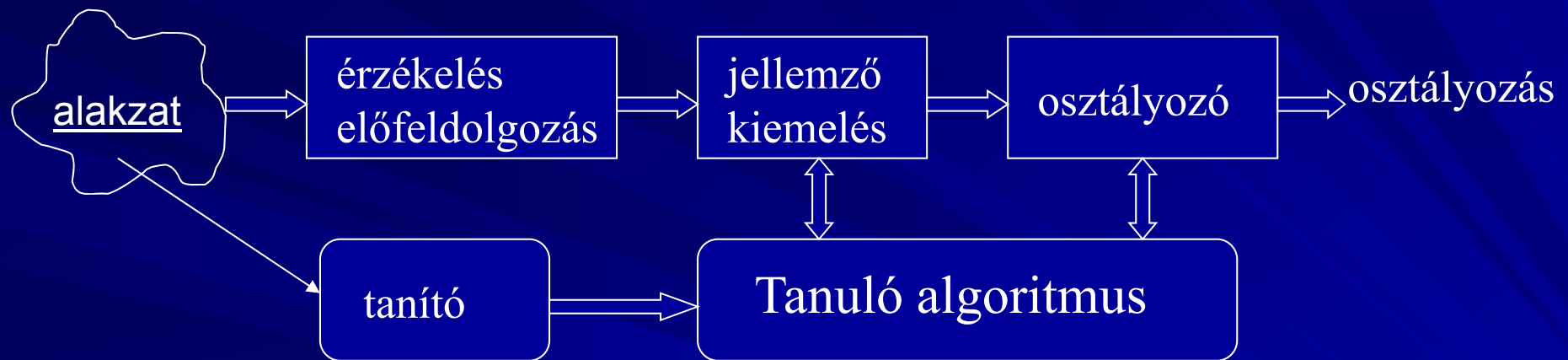
$$X_1 \cap X_2 \cap \dots \cap X_{|Y|} = \{0\}$$



Ezután az alábbi kérdésre ad választ: x **jellemző-vektorával** jellemzett ismeretlen besorolású alakzat melyik osztályhoz tartozik

Meghatározhatunk **döntési felületeket**, melyek az egyes osztály-régiókat elválasztják egymástól

Alakfelismerés komponensei az általános séma



- **jellemzők kiemelése:** legyenek „diszkriminatívak” - hatékony osztályozás
- **tanító:** biztosítja a tanító mintákhoz rendelhető „rejtett” osztály információt
- **tanuló algoritmus:** a címkézett tanító mintákból indul ki (supervised learning)

Két alapvető megközelítés

- **Döntéshelméleti alapon**

- Minták reprezentációja: kvantitatív jellemzőkből kiindulva

- **Strukturális leírás alapján**

- Minták reprezentációja: primitívek sorozata + nyelvtan

Döntés - általában

Döntési függvényen alapul

- Legyen $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ n-dimenziós minta-vektor
- Legyen $W = (w_1, w_2, \dots, w_W)$ minta-osztály

Döntési függvény

- Keresünk W döntési függvényt $d_1(x)$, $d_2(x), \dots, d_w(x)$ az alábbi tulajdonsággal:

- Ha x minta w_i osztályba tartozik:

$$d_i(x) > d_j(x),$$

ahol $j = 1, 2, \dots, W; j \neq i$

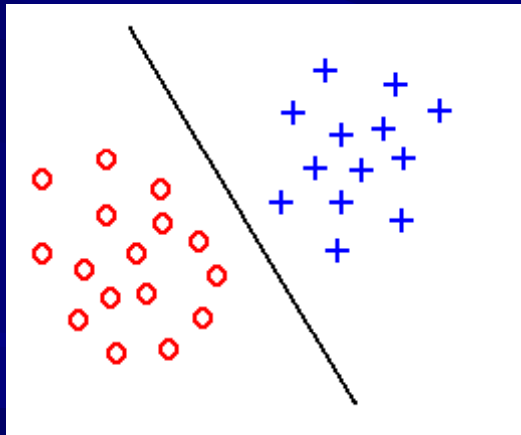
Strukturális leírás

- Tárgyak reprezentációja: sorozatok, fák, gráfok..
- Nyelvtan, felismerési szabályok megadva
(pl. ld. az előbbi „címkézési” algoritmust)

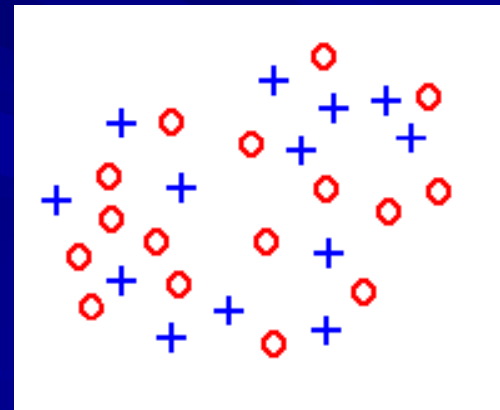
Jó a jellemző?

Feladat: „jó“ jellemzőket kell mérni a digitális képen

- „Jó“ jellemző:
- azonos osztályhoz tartozó objektumoknak azonos jellemző értékeik vannak.
 - különböző osztályhoz tartozó objektumoknak különböző jellemző értékeik vannak.

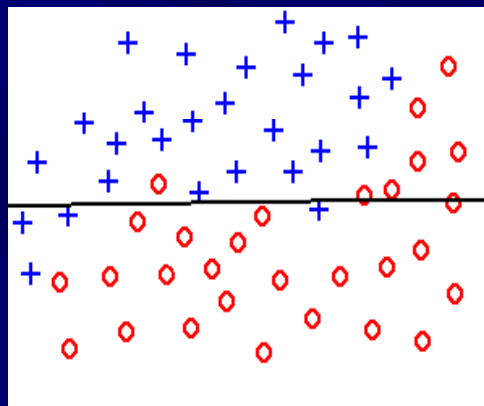


„Jó” jellemző

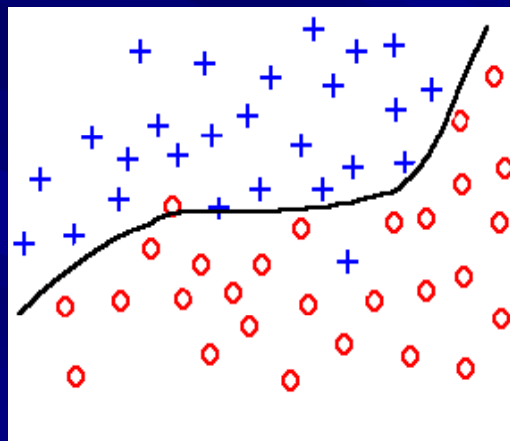


„rossz” jellemző

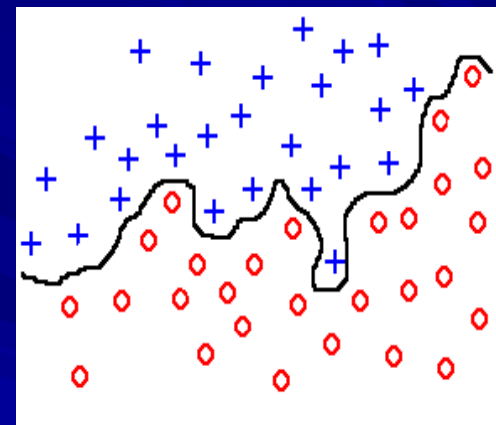
Túlillesztés / alulillesztés



alulillesztés



Jó illesztés



túlillesztés

Konklúzió

- Modern gépi alakfelismerési technikák – ellenőrzött környezetben – akár jól is működhetnek
- Az emberi alakfelismerési képességek teljes szimulációjától azért még nagyon messze vagyunk

Alakfelismerés

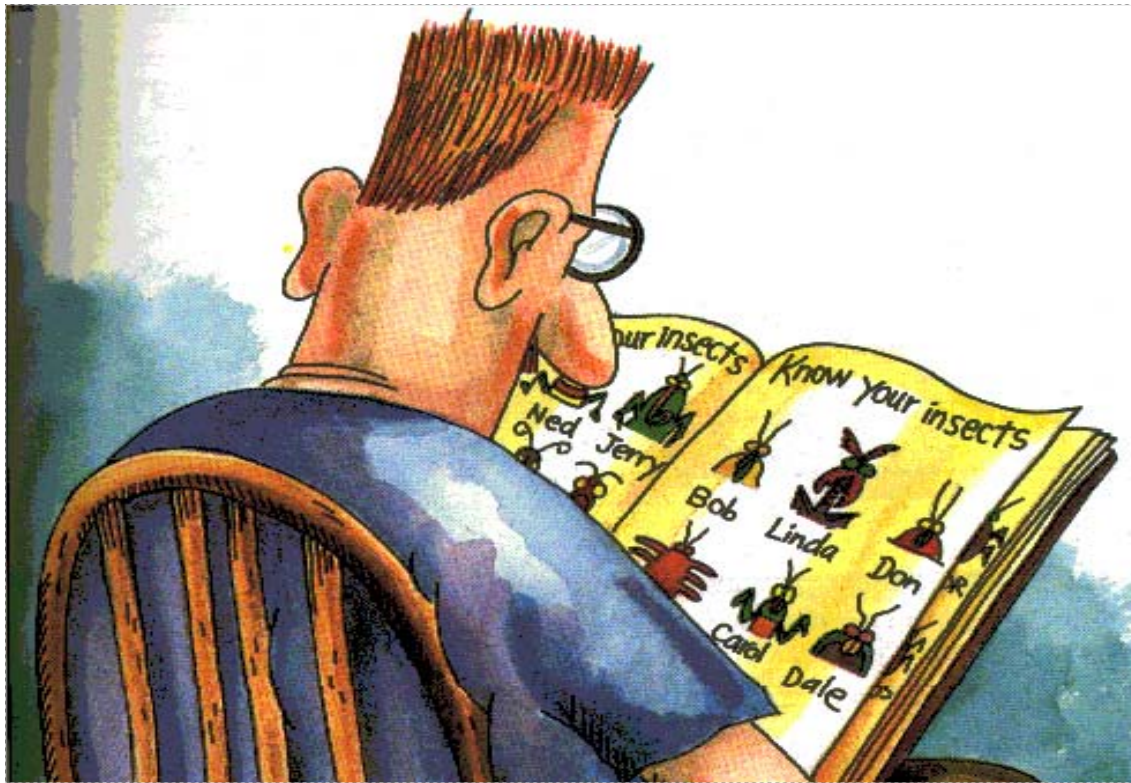
II. Algoritmusok
(külön pdf fájl)

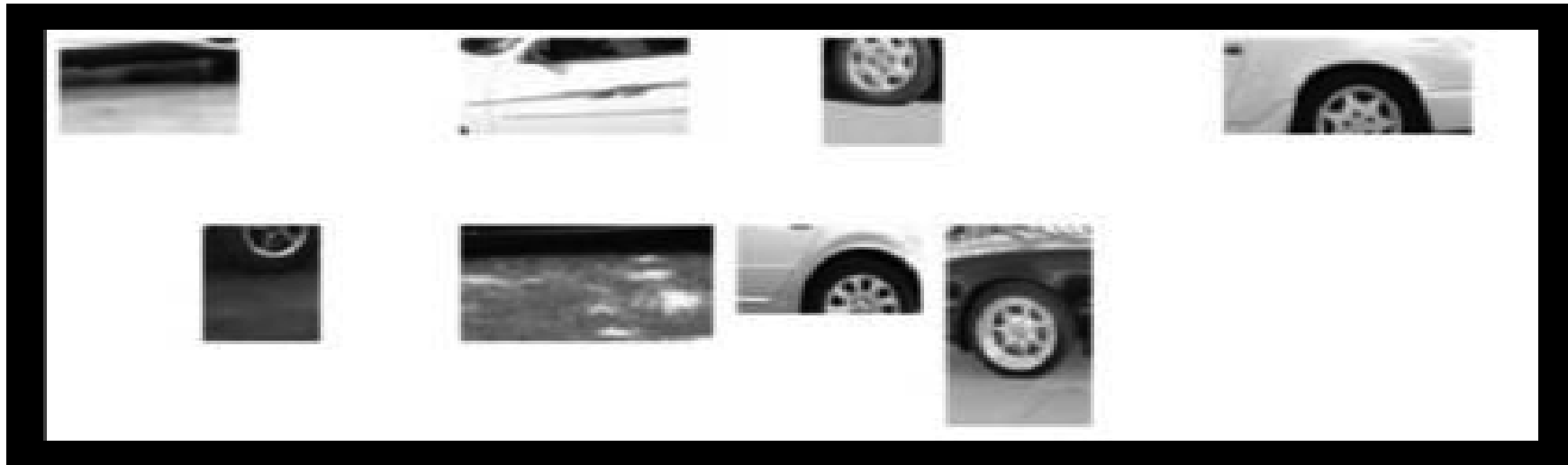
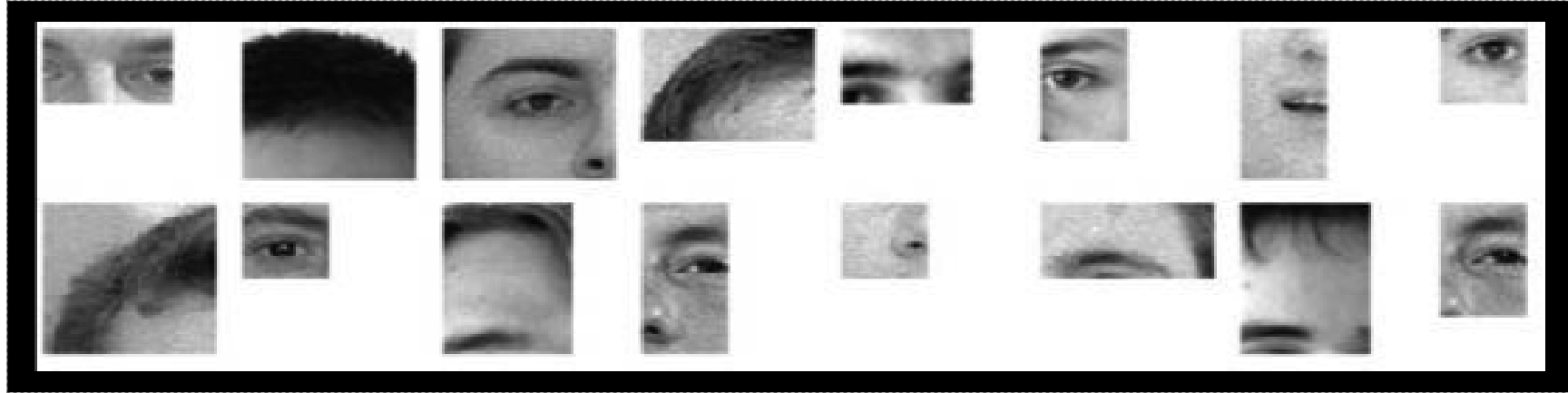
Bevezetés

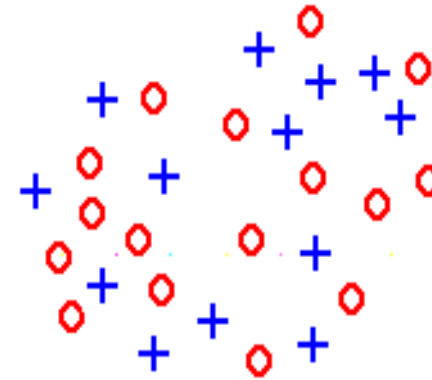
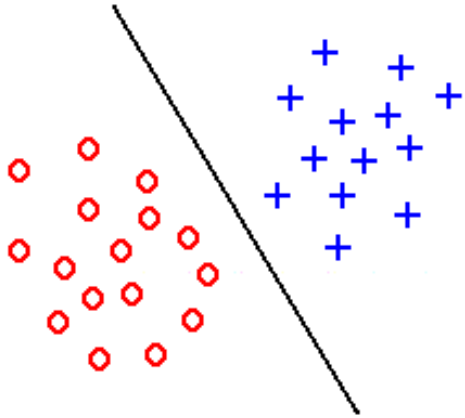
Emberi vs. gépi döntés

Saját rassz egyedeinek felismerése mindig jobban megy

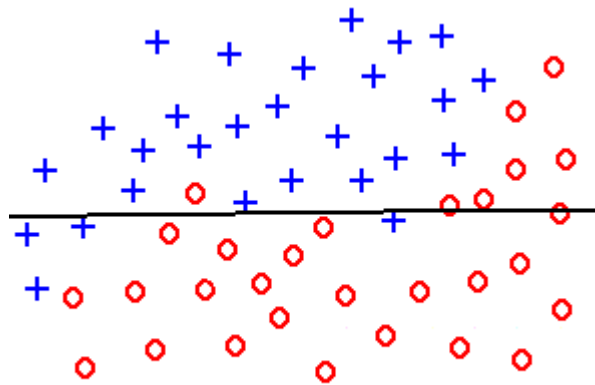
+ aktuális érzelm, habitus is könnyen felismerhető!!!???



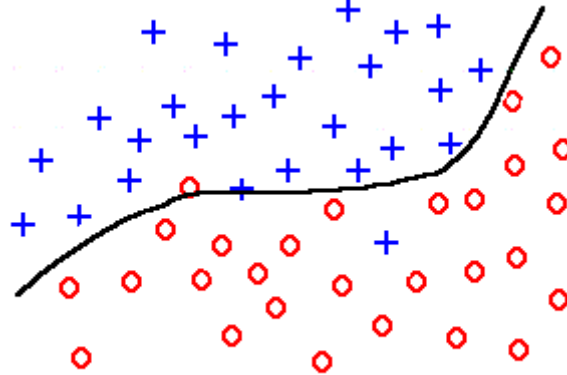




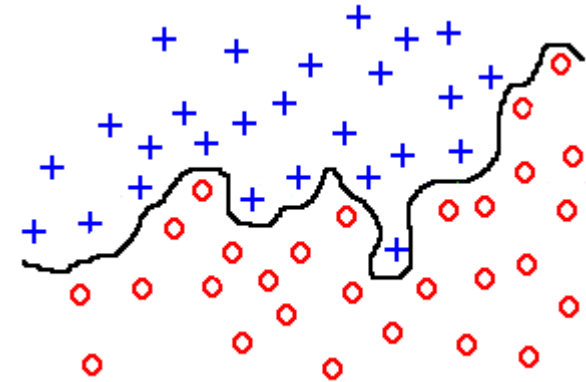
alulillesztés



jó illesztés



túlillesztés



- Modern gépi alakfelismerési technikák – ellenőrzött környezetben – akár jól is működhetnek
- De az emberi alakfelismerési képességek szimulációjától még nagyon messze vagyunk

Különböző bonyolultságú esetek

- vannak-e tanulóminták?
- Ismert-e előre az osztályok száma?
- Jellemzővektor: determinisztikus / valószínűségi vált.

Számítógépes alakfelismerés

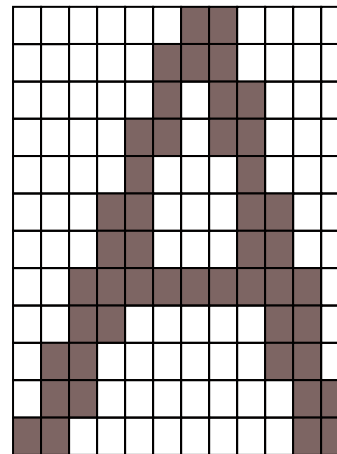
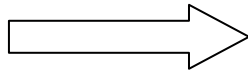
Algoritmusok:

1. Mintaillesztés
2. NN, KNN osztályozó
3. Hipersík osztályozó
4. NC osztályozó
5. Strukturális osztályozó
6. Bayes osztályozó

1. Mintaillesztés

(Template Matching)

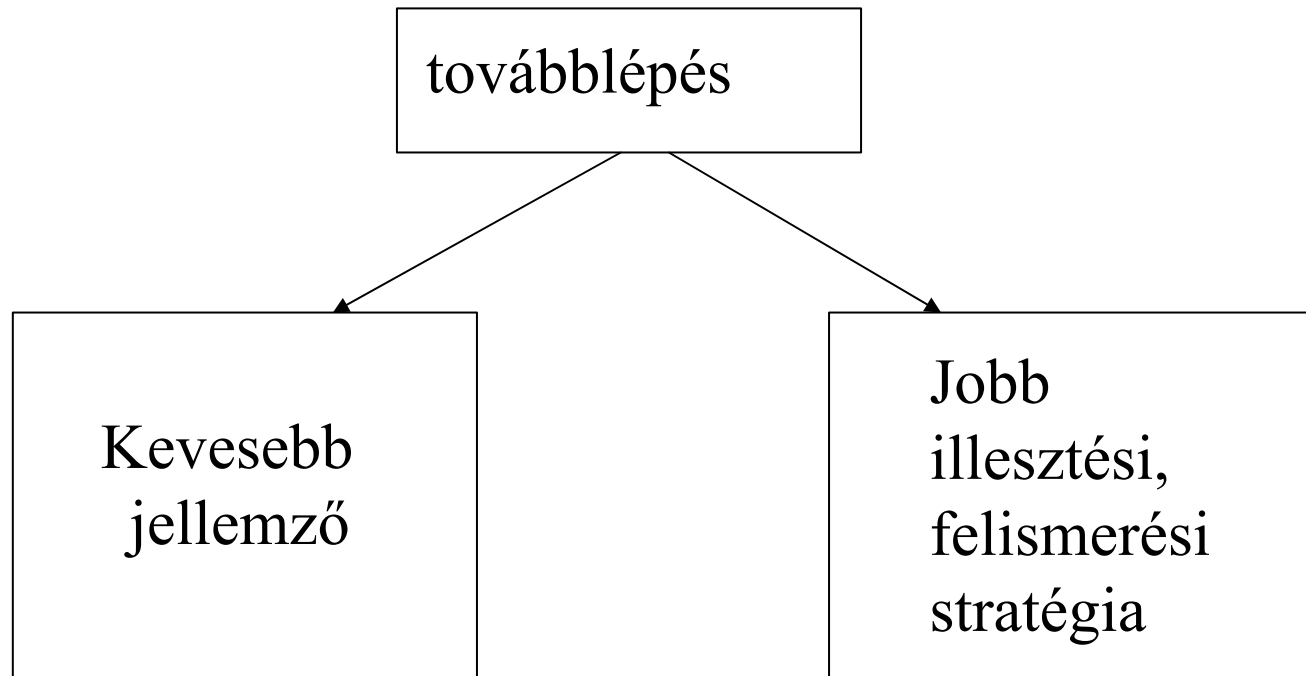
A kép 12x12-es bitmap-be konvertálható



Mintaillesztés

Tárolandó minták száma: 2^{144}

Ha kevesebbet tárolunk, nő a rossz osztályozások esélye.
(ez egyszerű de nem túl hatékony osztályozási stratégia)

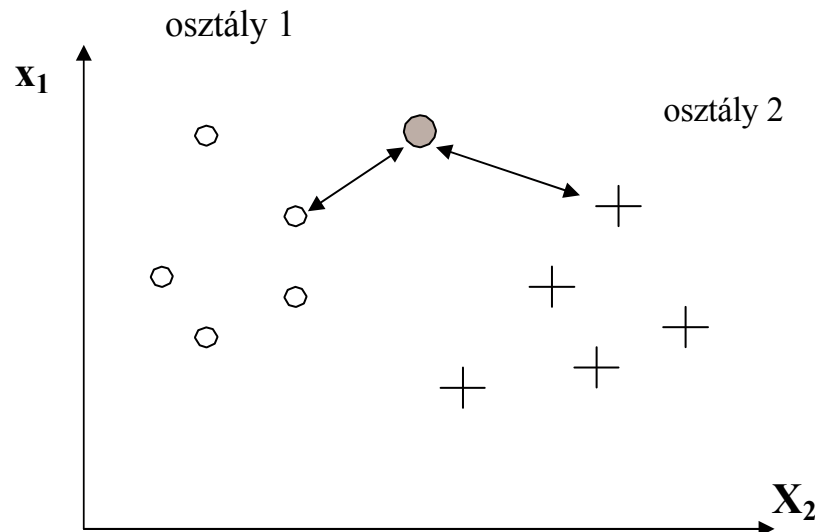


2. NN - jellemzők „távolsága”

Pontosan illeszthető template-k helyett „közeli” jellemző vektorok keresése egy un. jellemző térben:

NN (Nearest Neighbor) Legközelebbi Szomszéd osztályozó

1. legközelebbi input minta megkeresése
2. ezen minta által képviselt osztályba sorolás



NN: különböző távolságmértékek szerint

Szimmetrikus távolság definíciók

- **Euklideszi**
- **Minkovsky**
- **City Block (Manhattan)**
- **Mahalanobis**
- **Hamming**
- **Pearson**

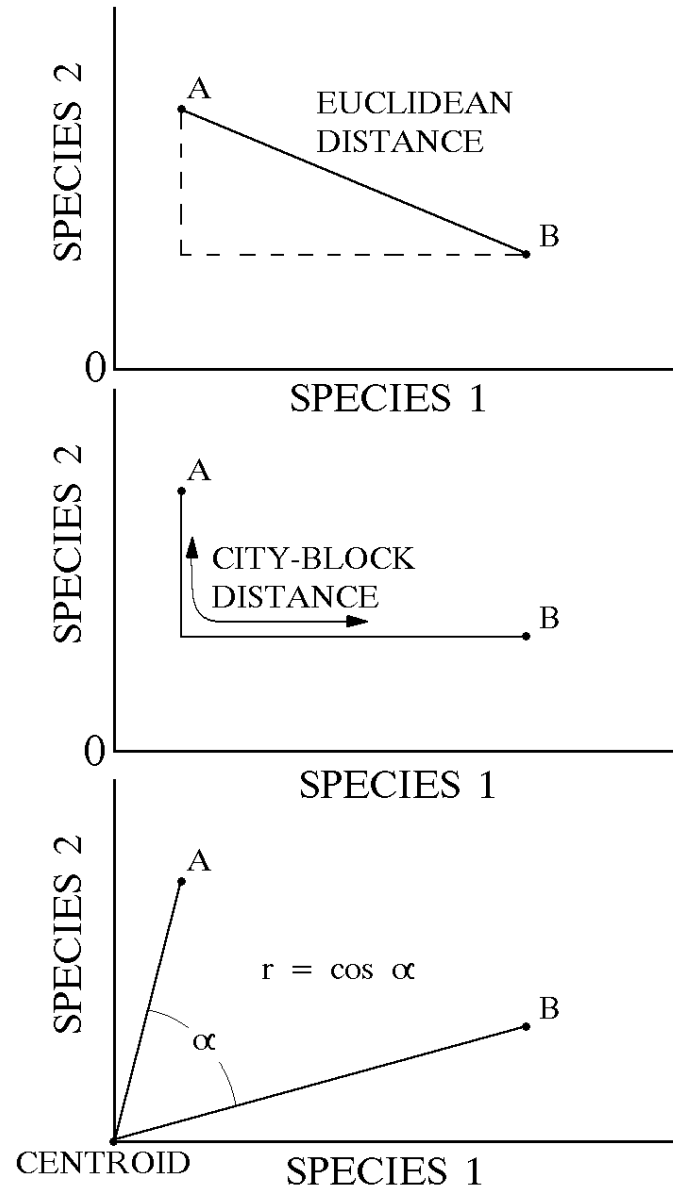
...

$$Distance_{i,h} = \sqrt[k]{\sum_{j=1}^p (a_{i,j} - a_{h,j})^k}$$

Minkovsky távolság (p dim. jell. vektor)

k=2 Euklideszi

k=1 City Block



$$ED_{i,h} = \sqrt{\sum_{j=1}^p (a_{i,j} - a_{h,j})^2}$$

$$CB_{i,h} = \sum_{j=1}^p |a_{i,j} - a_{h,j}|$$

NN tanítás jellemzői:

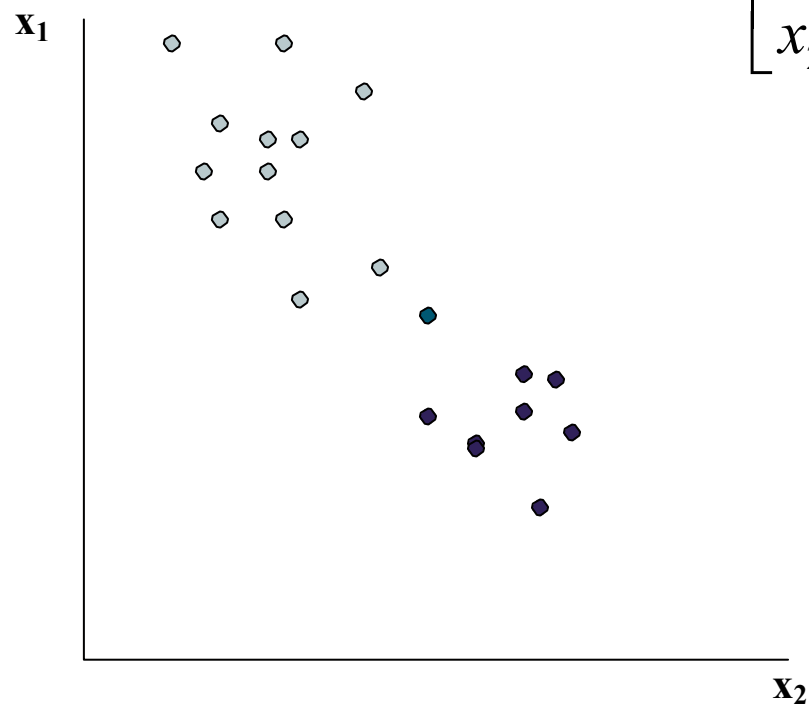
- csak a mintavektorok letárolása kell
- nincs további általánosítás
- minden számításra csak az osztályozás során kerül sor ezért hívják „lusta” tanulásnak is
- egyszerű, jól működhet, de számításigényes
(távolságokat minden új ismeretlen mintára újra ki kell számolni)

NN osztályozó - példa

Egyszerű példa:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \mathbf{x} \quad \text{2 dimenziós jellemző tér}$$

osztályozás 2 osztályra:



két jellemzőre

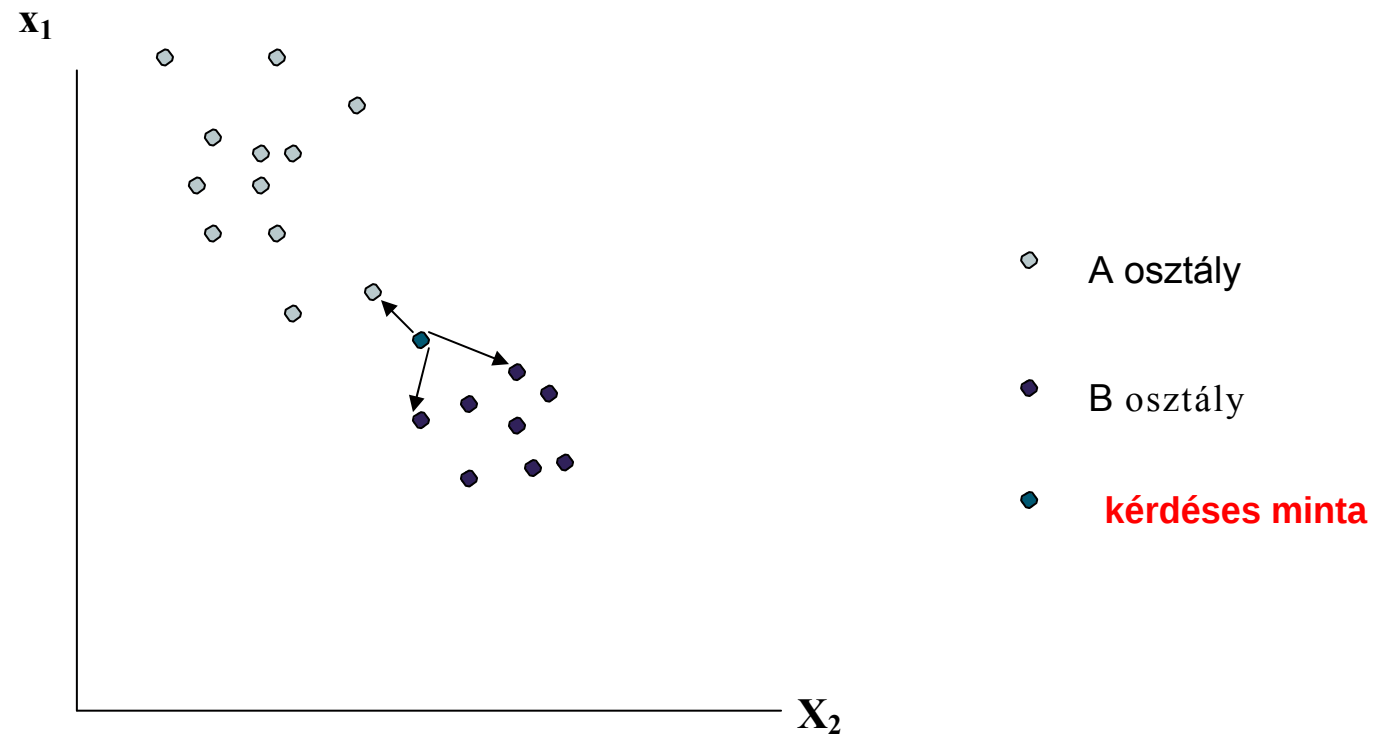
◇ A osztály tanító mintái

◆ B osztály tanítómintái

◆ **kérdéses minta**

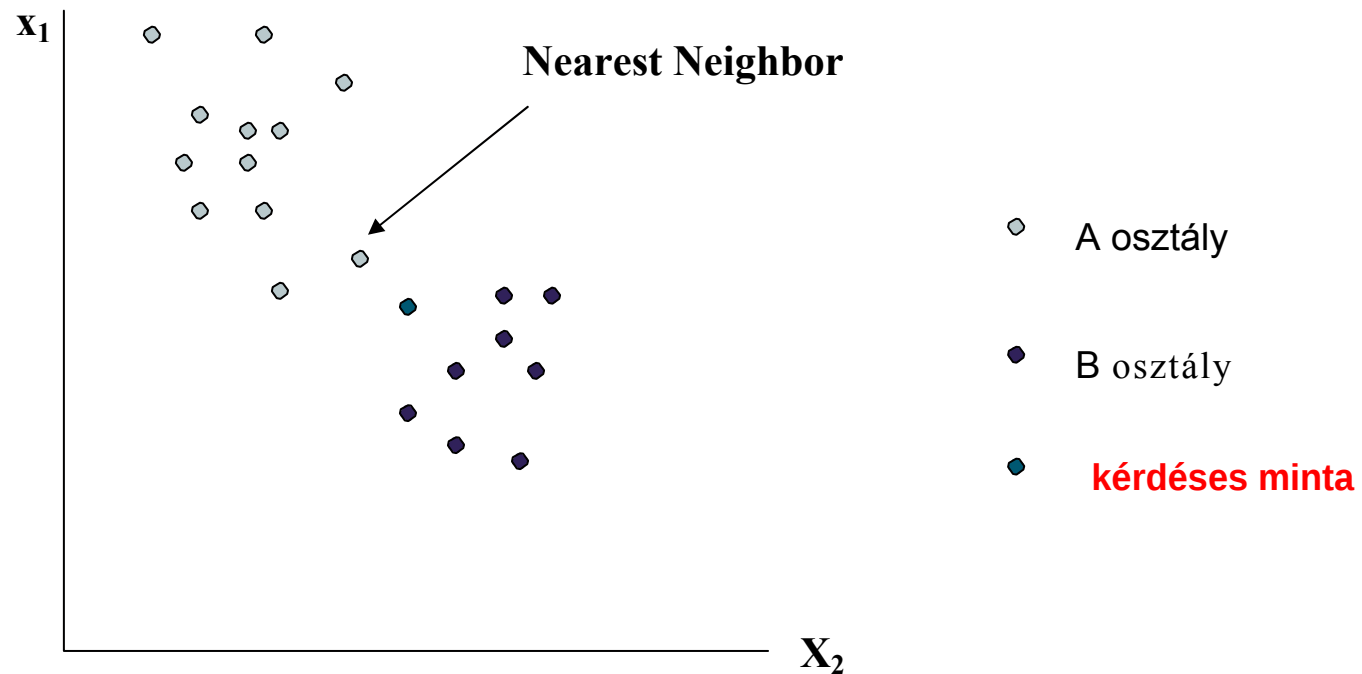
NN osztályozó - példa

távolság számítás után



NN osztályozó - példa

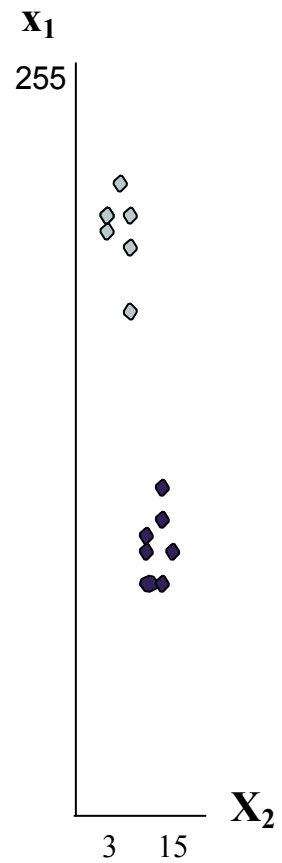
a legközelebbi szomszéd kijelölése



NN osztályozó - problémák

- Adattartomány minden jellemzőre más és más lehet
- Egyetlen zajos adat rossz döntéshez vezethet
- Egyik jellemző „fontosabb” lehet a döntés szempontjából mint a másik

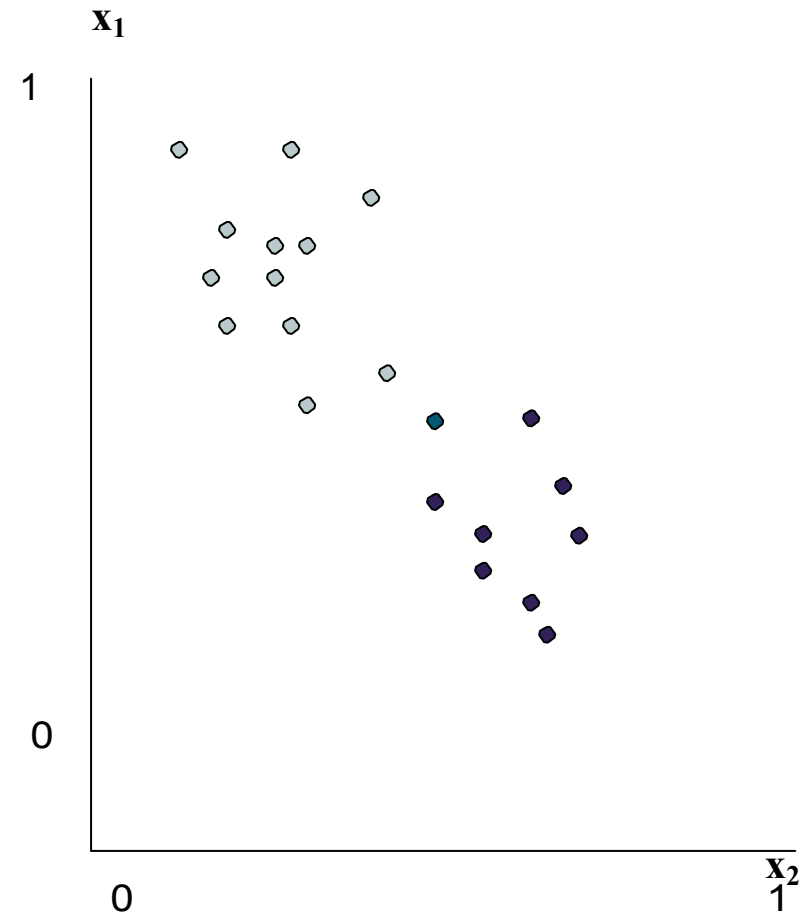
Normalizálás nélkül



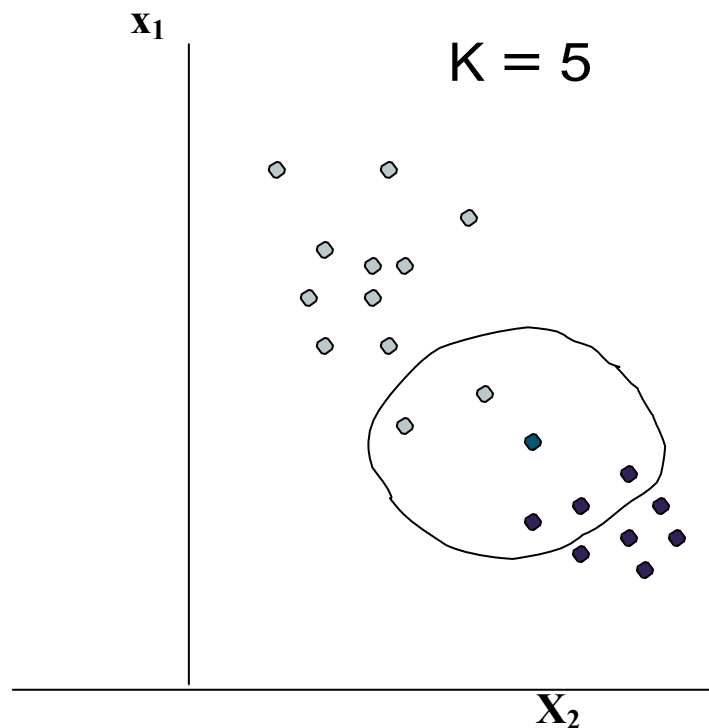
Normalizálva

a legkisebb értéket
levonom mindegyikből
majd elosztom a
legnagyobbval

így minden érték
0-1 között lesz



Zaj esetében: KNN osztályozó



◊ A osztály

● B osztály

◊ **kérdeses minta**

többségi döntés

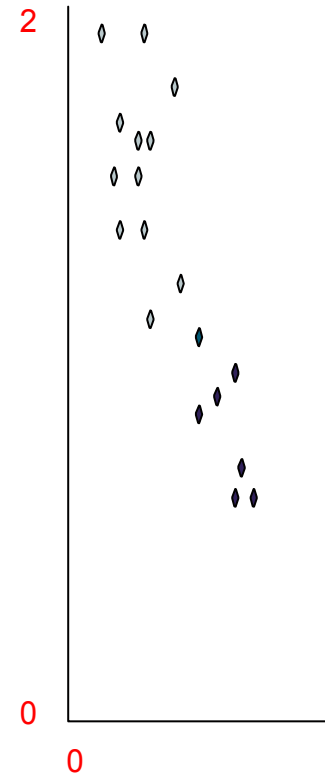
k legközelebbi
szomszéd osztályba
sorolása alapján

j

Súlyozás

Szignifikánsabb jellemzők
legyenek jobban reprezentálva:

Jellemző értékek súllyal való
szorzása



3. Döntési felület is meghatározható

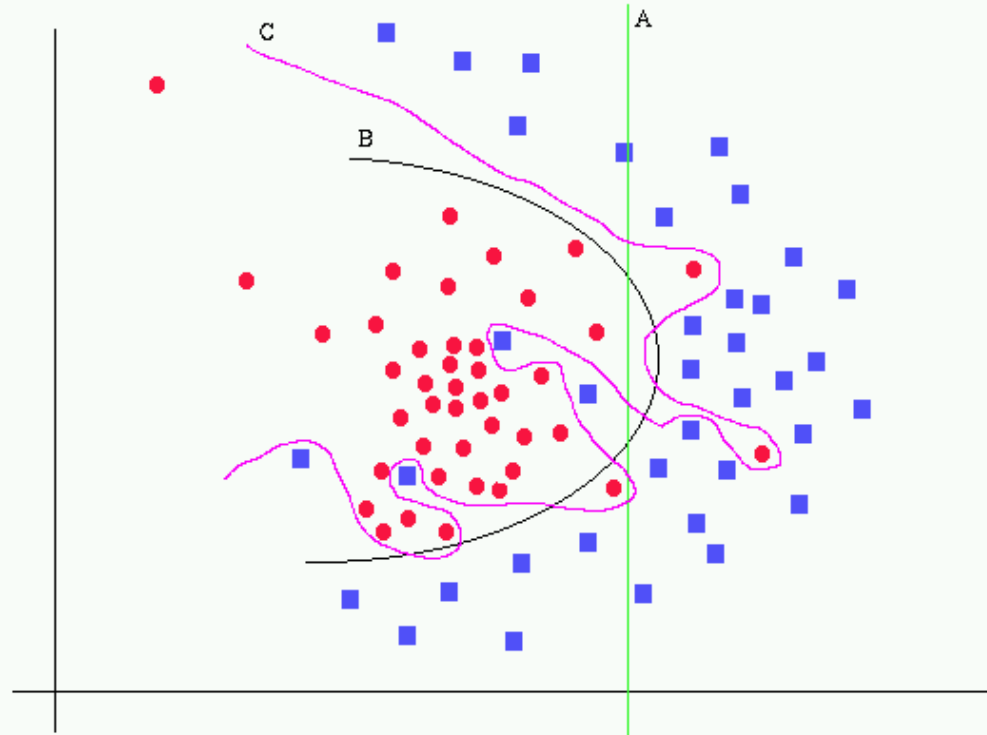
de a „túlillesztést” kerüljük!

Occams Razor

A: gyenge, de egyszerű

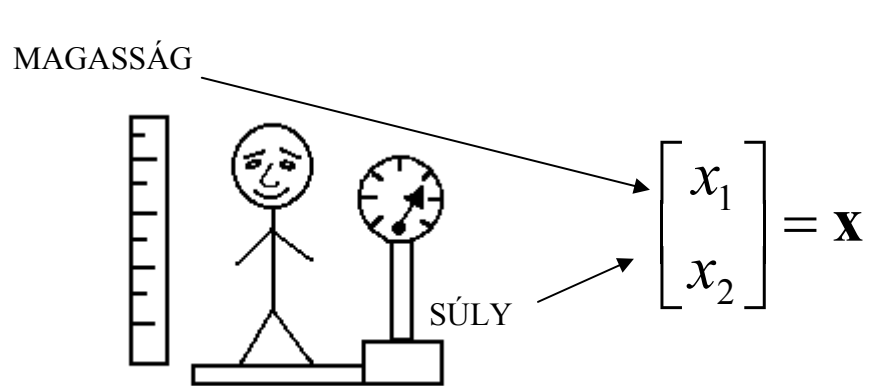
B: jó, de bonyolultabb

C: tökéletes, de túlságosan adat-specifikus



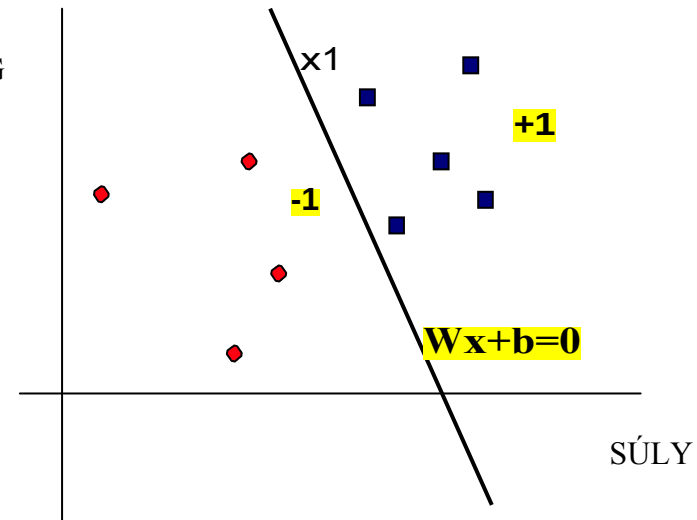
Hypersík osztályozó

a legegyszerűbb döntési felület



EZ EGY LINEÁRIS OSZTÁLYOZÓ

$$q(\mathbf{x}) = \begin{cases} \text{férfi} & \text{ha } (\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}) + b \geq 0 \\ \text{nő} & \text{ha } (\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}) + b < 0 \end{cases}$$



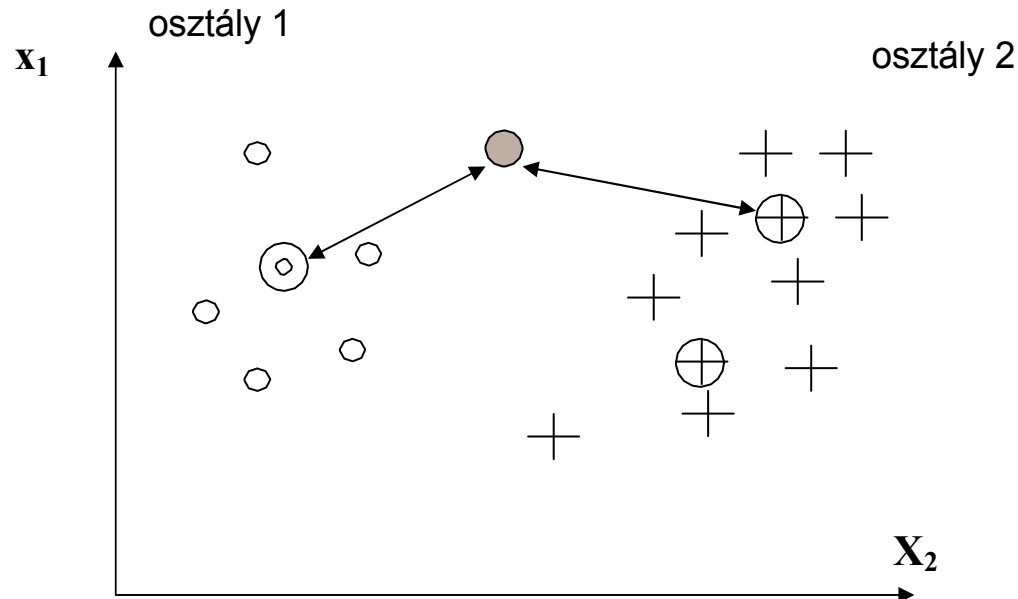
A rejtett állapot $Y = \{\text{férfi}, \text{nő}\}$

A jellemző tér $X = \mathbb{R}^2$ (súly, magasság)

4. NC (Nearest Centroid) osztályozó

Kompakt osztályok esetében elég, ha a súlypont reprezentálja az osztályt:

Így csak az osztály súlypontokat kell eltárolni a döntési felület meghatározásához



Függelék 2

Ostályozás (matematikai alapot)

I. "Nearest neighbour" (legközelebbi szomszéd) osztályozás

$$|\bar{x}_{k,i} - \bar{x}| < |\bar{x}_{i,j} - \bar{x}| \text{ minden } i, j \text{ re}$$

$\bar{x}_{i,j}$ i -ik osztályból j -ik jellemzővel mint. $\bar{x}$ ismeretlen k -ik osztályba tartozik.

Probléma: átfejtő osztály "dusteret" osztály biztonságosan döntés $\rightarrow$ döntés k darab legközelebbi szomszéd alapján

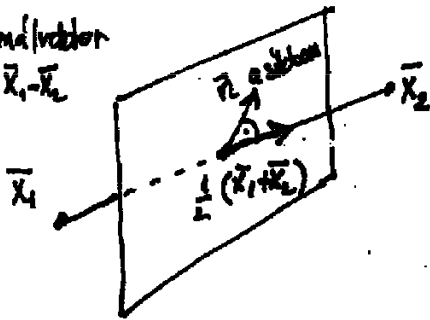
Előny/
Hátrány: nem kell az osztályt biztonságosan döntési felületet előre kiszámolni, viszont mindig újra kell a legközelebbi szomszédot keresni

II. "Nearest centroid" (legközelebbi súlypont) osztályozás

döntési felület: hipersík $\bar{x}$: határ felület pontja

normálvektor

$$\vec{n} = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$$



$$|\bar{x}_1 - \bar{x}| = |\bar{x}_2 - \bar{x}|$$

$$|\bar{x}_1 - \bar{x}|^2 = |\bar{x}_2 - \bar{x}|^2$$

$$\bar{x}_1^2 - 2\bar{x}_1\bar{x} + \bar{x}^2 = \bar{x}_2^2 - 2\bar{x}_2\bar{x} + \bar{x}^2$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)\bar{x} = \frac{1}{2}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)(\bar{x}_1 + \bar{x}_2)$$

Egyenlet $\bar{x}$ -ben lineáris!

3.

Döntés valószínűségi változókkal (2 osztályra, Gauss eloszlású elvétel)
n dimenziós jelképző tér

$$\frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} e^{-\frac{1}{2} \frac{|\bar{x} - \bar{x}_i|^2}{\sigma^2}}$$

σ szórási
 $\bar{x}_i$ középérték

döntési felület általánosan:

$$\frac{p_1}{(2\pi)^{n/2} \sigma_1^n} e^{-\frac{1}{2} \frac{|\bar{x} - \bar{x}_1|^2}{\sigma_1^2}} = \frac{p_2}{(2\pi)^{n/2} \sigma_2^n} e^{-\frac{1}{2} \frac{|\bar{x} - \bar{x}_2|^2}{\sigma_2^2}}$$

a) Ha az osztályok szórása azonos: $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$
dőfordulási valószínűsége azonos $p_1 = p_2$
 $|\bar{x} - \bar{x}_1| = |\bar{x} - \bar{x}_2|$ (hipersík!)

b) Egyre osztályok dőfordulási valószínűsége eltérő $p_1 \neq p_2$
 döntési felület:

$$\frac{p_1}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} e^{-\frac{1}{2} \frac{|\bar{x} - \bar{x}_1|^2}{\sigma^2}} = \frac{p_2}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} e^{-\frac{1}{2} \frac{|\bar{x} - \bar{x}_2|^2}{\sigma^2}}$$

$$\log p_1 - \frac{|\bar{x} - \bar{x}_1|^2}{2\sigma^2} = \log p_2 - \frac{|\bar{x} - \bar{x}_2|^2}{2\sigma^2}$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \bar{x} = \frac{1}{2} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) + \sigma^2 (\log p_2 - \log p_1)$$

A kisebb valószínűségi osztály felé $\frac{1}{2} (\bar{x}_1 + \bar{x}_2)$ felé $\frac{1}{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|} \sigma^2 \log \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$ értékkel eltolat hipersík.

c.) Két osztály szórása: $\sigma_1 \neq \sigma_2$ A döntési felületre:

$$-n \log \sigma_1 - \frac{|\bar{x} - \bar{x}_1|^2}{2\sigma_1^2} = -n \log \sigma_2 - \frac{|\bar{x} - \bar{x}_2|^2}{2\sigma_2^2}$$

$\bar{x}^2$ nem esik ki $\rightarrow$ másodfokú döntési felület.

5. Strukturális osztályozás

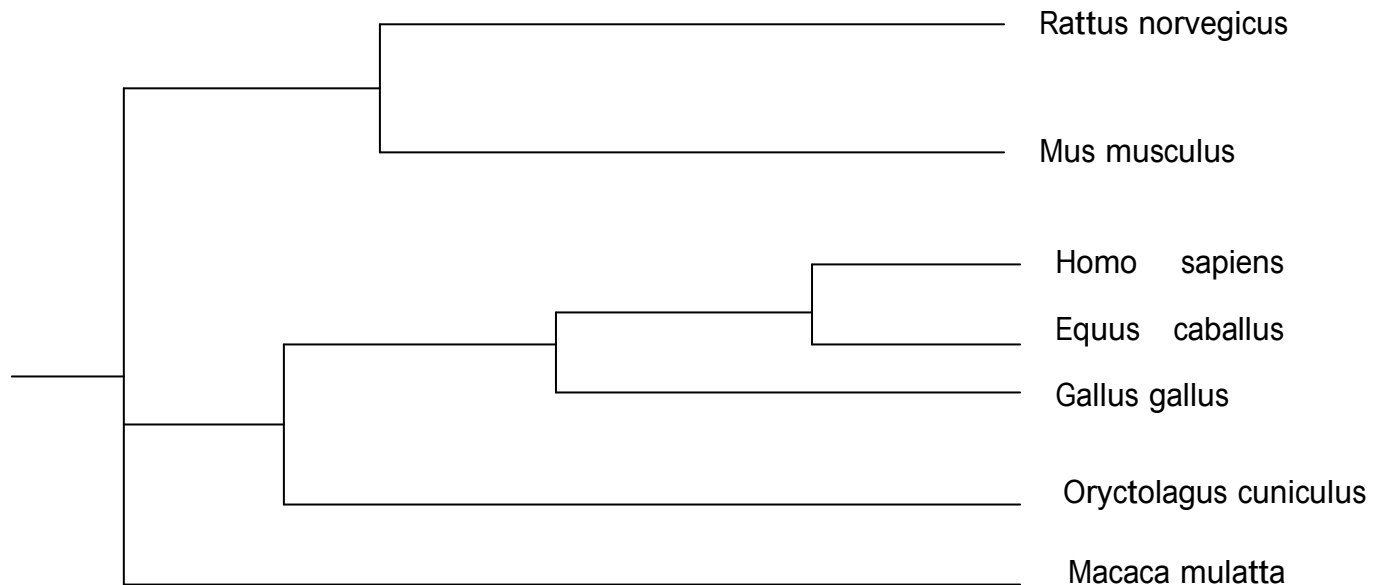
- klaszterezés
- szintaktikus osztályozás

Klaszterezés elve

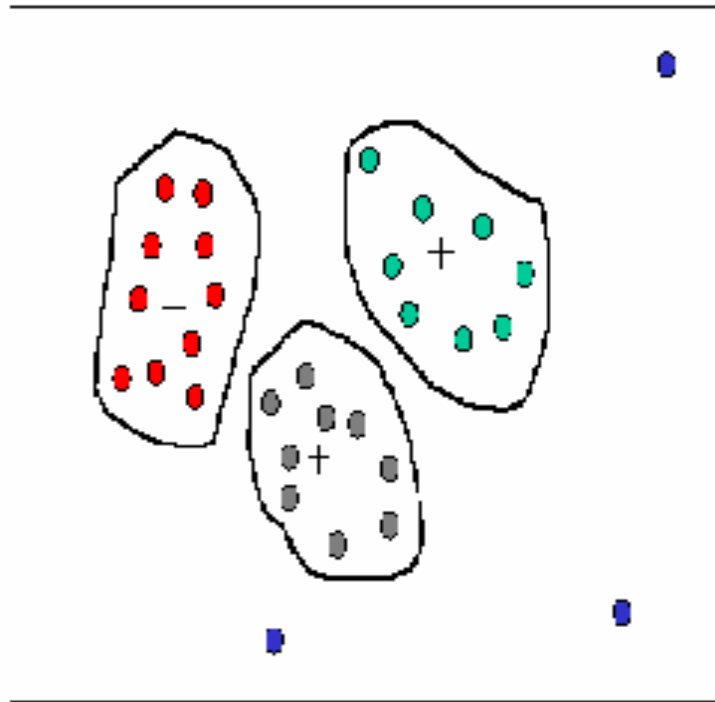
A mért (ismeretlen osztályú)
adatokat értelmes módon
alosztályokra (klaszterek) bontjuk

Több algoritmus tanító nélküli, tetszőleges
kiindulási állapotból is konvergál

A. Hierarchikus klaszterezés



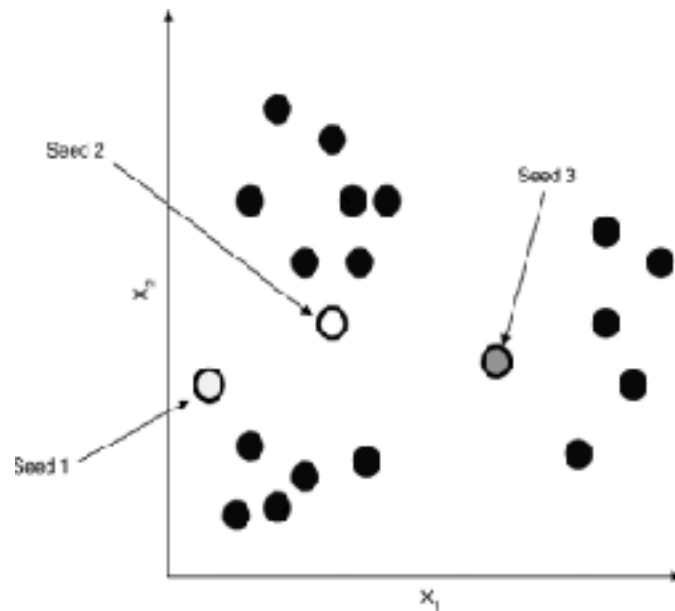
B. Nem-Hierarchikus klaszterezés



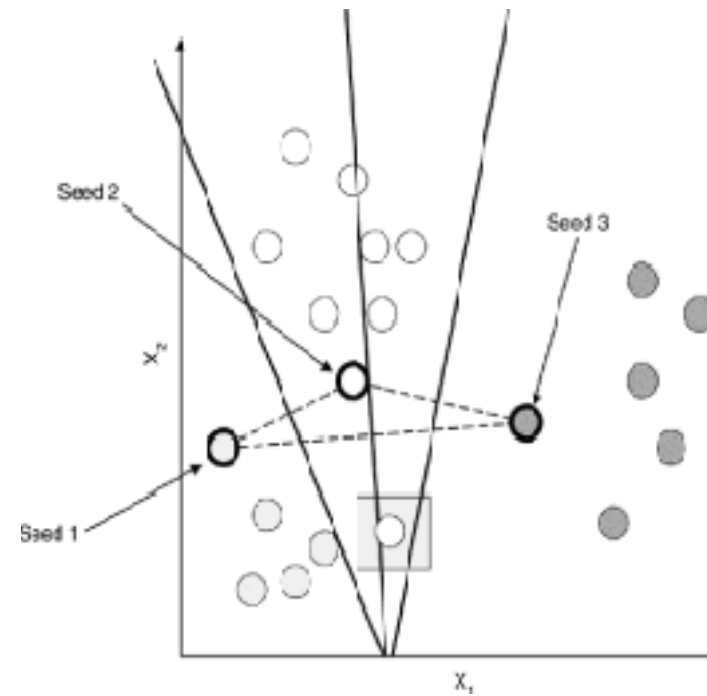
Az egyes osztályok között nem mutatható ki hierarchikus összefüggés

„K-Means” algoritmus

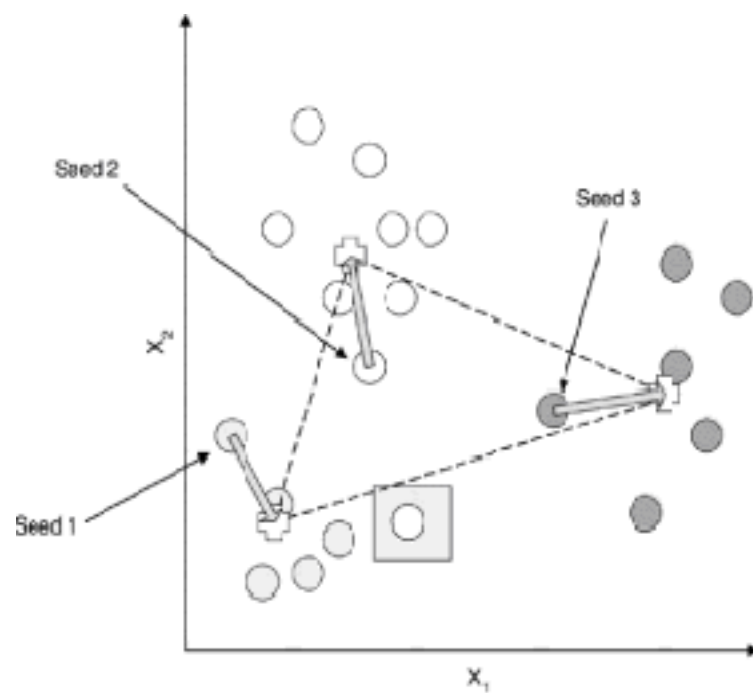
kezdeti klaszter központok



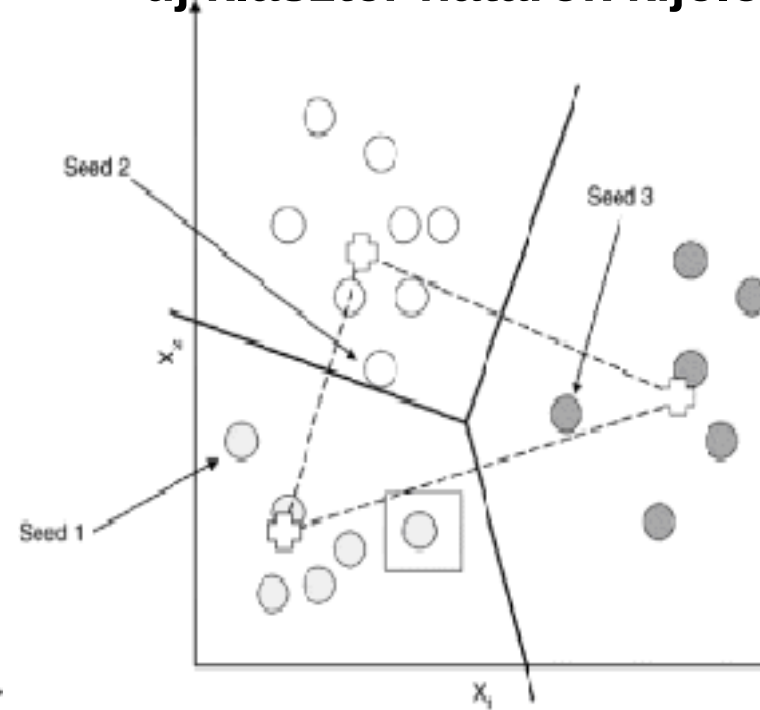
kezdeti klaszter határok



egy iteráció után•



új klaszter határok kijelölése



F4: STRUKTURÁLIS ANALÍZIS: Alakegyíthetők alapján ($S_1, S_2, \dots$)

A és B hasonlósági távolság $D(A, B) = \frac{1}{k}$ ahol "k" a hasonlóság mértéke
 $S_1(A) = S_1(B)$, $S_2(A) = S_2(B)$, ... $S_k(A) = S_k(B)$ és
 $S_{k+1}(A) \neq S_{k+1}(B)$, ---- k darab alakegyíthető megegyezik

D tulajdonságai:

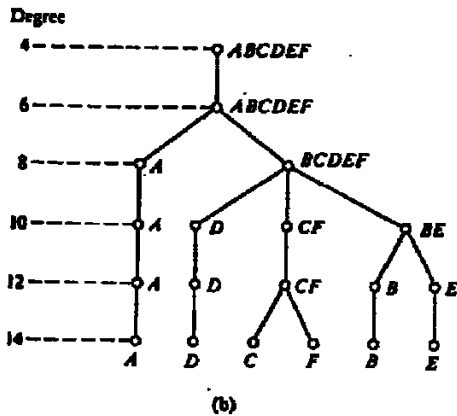
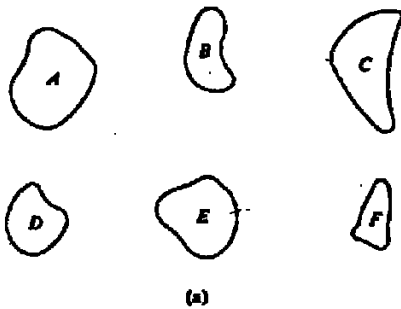
$$D(A, B) \geq 0$$

$$D(A, B) = 0 \text{ ha } A = B$$

$$D(A, C) \leq \max[D(A, B), D(B, C)]$$

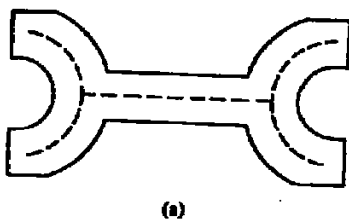
Példa: döntés D alapján melyik hasonlít legjobban F-re

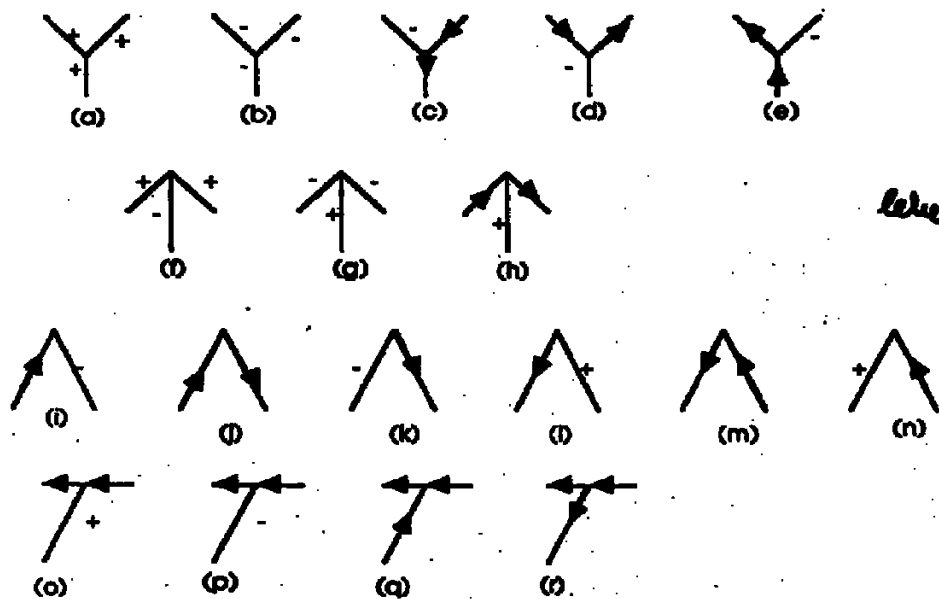
F legjobban C-re hasonlít. Hasonlósági mátrix-al } ugyanúgy megoldható
Hasonlósági fával



	A	B	C	D	E	F
A	∞	6	6	6	6	6
B		∞	8	8	10	8
C			∞	8	8	12
D				∞	8	8
E					∞	8
F						∞

Szintaktikus osztályozás: -alakzat primitívek sorozaként leírható megadott nyelven szabályos szerinti



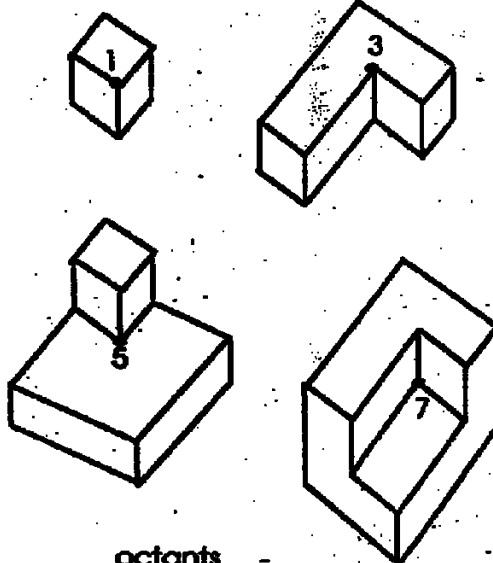
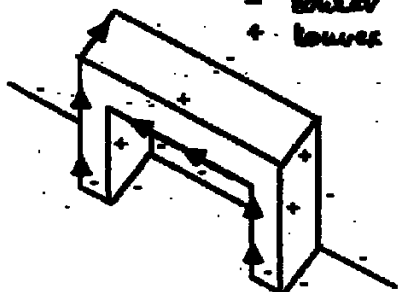


lehetőség számolt

Labels of Huffman-Clowes

FIGURE 1

→ balra tartás jelölés
- bontás
+ töltés



octants

FIGURE 2

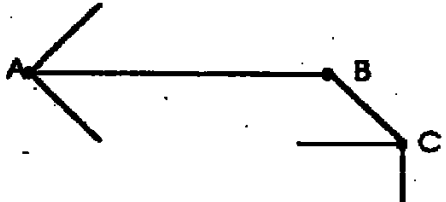
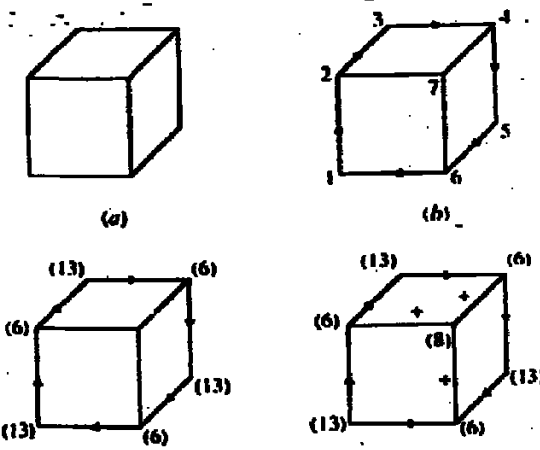
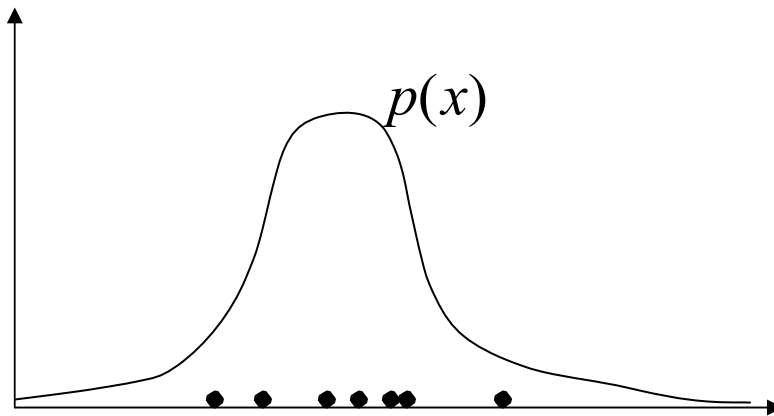


FIGURE 3

megjelölés nyolcban azelőtt egy 2D képből 3D objektum felismerés

6. Bayes osztályozó

Jellemző vektor - valószínűségi változóként kezelhető



Egy jellemzőre: néhány megfigyelés

Bayes döntéshez ismerni kell az egyes osztályok statisztikai jellemzőit!

Függelék 3: Bayes osztályozás alapelvei - implementációs példa

minta : $\bar{x}$ "mért" jellemző vektor
 osztály : w_i (M osztályból) "j" osztályra
 veszteségi függvény L_{ij} (ha az osztályozás tévesen w_j)
 döntés várható vesztesége : $\Gamma_j(\bar{x}) = \sum_{i=1}^M L_{ij} \cdot P(w_i / \bar{x})$

→ M lehetséges döntésnél $\Gamma_1(\bar{x}), \Gamma_2(\bar{x}), \dots, \Gamma_M(\bar{x})$ minimumát keressük.

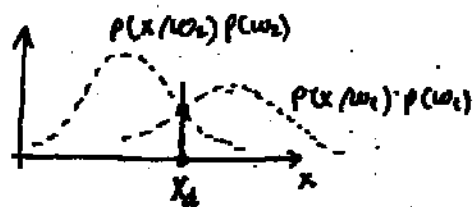
$$P(w_i / \bar{x}) = \frac{P(w_i) \cdot P(\bar{x} / w_i)}{P(\bar{x})} \quad \text{ismert összefüggés helyettesítés:}$$

$$\Gamma_i(\bar{x}) = \frac{1}{P(\bar{x})} \sum_{j=1}^M L_{ij} P(\bar{x} / w_i) P(w_i)$$

hiszen, az első tag konstans

Példa:

2. osztályra
1. jellemző (x)



1000 osztályra
 1. jellemző (x)
 azonos L_{ij} -t használjuk
 ($L_{ij} = 1$ $L_{ii} = 0$)

