

## Az ideális gázmodell

A molekulái elhanyagolhatóan kicsi térfogatúak, kölcsönhatások szintén elhanyagolható, tökéletesen rugalmasan ütköznek egymással és az edény falával is. Állapotegyenlete:  $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$

Kinetikus modellje:

1. A gáz nagyszámú azonos tömegpontból áll.
2. A részecskék különböző sebességű, véletlenszerű mozgást végeznek, tökéletesen rugalmasan ütköznek egymással és a fallal.
3. ütközés során semmilyen más erő nem hat, csak ütközés az ütközés kölcsönhatásából származó. Az ütközés elhanyagolható ideig tart.

Az átlagos kinetikus energia és hőmérséklet (egyatomos) ideális gáz esetén:

$$\frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} m v^2$$

## Steiner-tétel

A tehetetlenségi nyomaték definíció szerint függ a tengely megválasztásától. A szimmetriatengellyel egybeeső forgástengelyek ismeretében az ezzel párhuzamos tengelyekre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékok közötti összefüggést a Steiner tétel adja meg.

$$\theta_d = \theta_{tkp} + m d^2$$

amely úgy jön ki, hogy:

$$\theta = \int l^2 dm = \int (x - d)^2 + y^2 dm = \int x^2 + y^2 dm + d^2 \int dm - 2d \int x dm =$$

$$\theta = \theta_{tkp} + m d^2$$

$\theta_d$  : tömegközépponton átmenő tengellyel párhuzamos, attól d távolságra lévő forgástengelyre vonatkozó forgató nyomaték

$\theta_{tkp}$  : tömegközépponton átmenő tehetetlenségi nyomaték

m: test össztömege

d: párhuzamos tengelyek távolsága

## Állandó nyomáson mért fajhő, annak levezetése

Ha a hőcsere állandó nyomáson történik, akkor hőmérsékletnövekedéshez több hőmennyiségre van szükség, mint állandó térfogaton, mert a gáz által végzett térfogati munkát is fedezni kell.

Tehát:

$$Q = \Delta E_b - W = \Delta E_b + p \Delta V$$

$$c_p = \frac{\Delta E_b - W}{m \Delta T} = \frac{\Delta E_b + p \Delta V}{m \Delta T}$$

Vagy tovább módosítható, ha használjuk a  $P \Delta V = \frac{m}{M} R T$  képletet, így  $c_p = \frac{R}{M} \left( \frac{f}{2} + 1 \right)$ .

## Állandó térfogaton mért fajhő, annak levezetése

Ha a hőcsere állandó térfogaton történik, akkor

- nincs munkavégzés,
- a hőcsere mértéke megegyezik a belső energia megváltozásával.

$$\Delta E_B = Q + W, \text{ de } W=0, \text{ ezért } \vec{Q} = \Delta E_B$$

Állandó térfogaton mért fajhő:

$$c_v = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} = \frac{\Delta E_b}{m \cdot \Delta T} = \frac{\frac{f}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot \Delta T}{m \cdot \Delta T} = \frac{f}{2} \cdot \frac{R}{M}$$

## Carnot körfolyamat és annak hatásfokának kifejtése

A Carnot körfolyamat a lehető legjobb hatásfokú körfolyamat, mely egy adott mennyiségű hőenergiát mechanikai munkává alakít, illetve egy adott mennyiségű mechanikai munkát hűtési célokra alakít hőenergiává. Bármely körfolyamat, mely  $T_H$  és  $T_C$  hőmérséklet között zajlik le, nem haladja meg a Carnot körfolyamat hatásfokát.

Carnot-tétele a következő: Egyetlen hőerőgép (mely 2 tartály között üzemel) sem tud elérni jobb hatásfokot, mint az a Carnot- hőerőgép, mely ugyanezen 2 hő tartály között működik. Ennek a következménye, hogy ugyanazon két hő tartály között működő reverzibilis hőerőgépek hatásfoka megegyezik.

$$\eta = \frac{L}{Q_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H}$$

$T_C$ : hideg hőtartály

$T_H$ : meleg hőtartály

Carnot körfolyamat, mint hőerőgép:

1. gáz reverzibilis izoterm tágulása, nagyobb hőmérsékleten. A táguló gáz munkát végez a dugattyún
2. Izentrópus tágulás: nem kap és nem veszít hőt a rendszer, a gáz tovább tágul, munkát végezve környezetén, a gáz hidegebb hőmérsékletre hűl (adiabatikus)
3. Reverzibilis, izotermikus összenyomódás
4. Gáz izentrópus összenyomódása (adiabatikus)

## Ferde hajítás emelkedési magassága és hajítási távolság levezetése

Ferde hajítás emelkedési magassága és hajítási távolság levezetése:

$$t = 0, v = v_0, x = 0, z = 0$$

$$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \Rightarrow x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$$

$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha \Rightarrow z = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$v_z = v_0 \cdot \sin \alpha - (g \cdot t) \Rightarrow y \leftarrow \text{Gravitáció húzza le}$$

$$a_x = 0, a_z = g$$

Emelkedés magassága, távolság:

$$v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t_e = 0 \Rightarrow t_e = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

$$z_e = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{g} - \frac{1}{2} \cdot v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} \leftarrow \text{emelkedési magasság}$$

$$x_h = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot 2 \cdot v_0 \cdot \sin \frac{\alpha}{g} = v_0^2 \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{g} \leftarrow \text{hajítási távolság (45° esetén maximális)}$$

## Tömegközéppont tétele N db részecskéből álló tömegpontrendszer esetén

Tömegközéppont tétele N db részecskéből álló tömegpontrendszer esetén:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N m_k \cdot r_k'' &= \sum_{k=1}^N F_k + \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^N F_{ik}^{\rightarrow} \\ &\quad \Downarrow \\ (\sum_{k=1}^N m_i) \cdot r_i'' &= F_{\text{összeskulso}}^{\rightarrow} + 0 \end{aligned}$$

mert összes külső erő összege 1 pontba összetolva 0, mert  $F_{12} + F_{21} = 0$ .

Tömegközéppont úgy mozog, mintha a rendszer teljes tömege egyetlen pontban lenne egyesítve és az összes külső erő erre az egy pontra hatna.

## Forgózsámoly kísérlet

A kísérlet segítségével az impulzusmegmaradást lehet szemléltetni.

A kísérletet végző személy súlyokkal (2-5 kg) a kezében, behajtott kezekkel egy forgó zsámolyon ül.

A kísérletet segítő személy pörgetni kezdi a zsámolyt, majd magára hagyja azt. Amint pörgés közben a kísérletet végző személy kinyújtja karjait lassulni kezd a zsámoly forgása.

Az esemény a perdületmegmaradással magyarázható. Behajtott kézzel  $\omega_1$  szögsebességgel forog és  $Q_1$  tehetetlenségi nyomatéka van. Amint kinyújtja a kezét növekedni kezd a tehetetlenségi nyomatéka ( $Q_2$ ) és a megmaradás értelmében így csökkenni kezd a szögsebessége  $\omega_2$ . Mivel a rendszerre nem hat külső forgatónyomaték, ezért a perdület nem változik.

$$Q_1 \omega_1 = Q_2 \omega_2, \quad Q_1 < Q_2, \quad \omega_1 > \omega_2$$

## Adja meg izobár állapotváltozás esetén a $\Delta U$ , $\Delta Q$ , $\Delta W$ számítását ideális gáz esetén

$$\Delta U = n \cdot C_v \cdot \Delta T$$

$$W = p \cdot \Delta V$$

$$Q = n \cdot C_p \cdot \Delta T \text{ izobárnál}$$

### Termodinamika II. főtétele:

Kelvin-Planck féle megfogalmazás: Lehetetlen olyan periódikusan működő gépet készíteni, ami 100%-os hatásfokkal alakít át termikus energiát munkává.

Clausius-féle megfogalmazás: Lehetetlen olyan periodikusan működőgépet készíteni, ami termikus energiát a hideg testről forró testre visz át anélkül, hogy a környezet munkát végezne rajta.

### Pontrendszerek perdület tétele:

Ha egy pontrendszerben a külső forgatónyomatékok eredője nulla, akkor  $dN_R / dt = 0 \rightarrow N_R =$  állandó, vagyis a perdület nem változik.

### Entrópia fogalma és fizikai jelentése:

A termodinamikában az entrópia (szimbóluma: S) egy extenzív állapotjelző, amelynek megváltozása a test két állapota között reverzibilis folyamat során felvett redukált hőmennyiségek előjeles összegével egyenlő.

Egy zárt termodinamikai rendszer a különböző állapotait meghatározott valószínűséggel veszi fel. A lehetséges állapotok összességét jellemezni az **állapothalmaz**:  $S = \{x_1, x_2, x_3, \dots\}$ .

Az állapotok termodinamikai valószínűsége  $\Omega = \{\text{Kis}\Omega_1, \text{Kis}\Omega_2, \dots\}$ .

A rendszer entrópiája az  $x_i$  állapotban  $S_i = -k \cdot \ln \text{Kis}\Omega_{A_i}$ , ahol  $k$  a Boltzmann-állandó.

### Doppler hatás frekvencia képletei:

A forrás és a detektor relatív mozgása hatással van az időegység alatt felfogott rezgésszámra (észlelt frekvenciára)

A)  $v_F=0$ ;  $v_M \neq 0$  (a hullám terjedésének közegéhez viszonyított)

$$\lambda = T_0 \cdot c \quad (f_0 = \frac{1}{T_0}; \quad c: \text{hullámterjedési sebesség})$$

$$\frac{1}{T} = f = \frac{c + v_M}{\lambda} = \frac{c + v_M}{c \cdot T} = f_0 \cdot \left(1 + \frac{v_M}{c}\right) \rightarrow f = f_0 \left(1 + \frac{v_M}{c}\right)$$

$v_M$  előjeles!

B)  $v_M=0$ ;  $v_F \neq 0$

$$\lambda_0 = T_0 \cdot c; \quad \lambda = T \cdot c; \quad \lambda = \lambda_0 - T_0 \cdot v_F$$

$$\frac{1}{T} = f = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{\lambda_0 - T_0 \cdot v_F} = \frac{c}{T_0 \cdot c - T_0 \cdot v_F} = f_0 \cdot \frac{c}{c - v_F} \rightarrow f = \frac{f_0}{1 - \frac{v_F}{c}}$$

$v_F$  előjeles!

C)  $v_M \neq 0$ ;  $v_F \neq 0$   $v_F$  párhuzamos  $v_M$ -el

$$f = \frac{1 + \frac{v_M}{c}}{1 - \frac{v_F}{c}} = f_0 \cdot \frac{c + v_M}{c - v_F}$$

D)  $v_F$  nem párhuzamos  $v_M$ -el

FM egyenesébe eső sebességkomponenseket kell figyelembe venni -> c) eset

Előjelszabály:  $v_F, v_M > 0$ , ha közeledik a másik jel felé

**Ideális gázok esetén vezesse le az adiabatikus folyamatokra jellemző  $PV^K$  összefüggést!**

$$\Delta U = -W \rightarrow U_V - U_K = -W$$

Adiabatikus folyamat során végzett munka:  $\partial W = -n C_V dT$

Ezt integrálva azt kapjuk, hogy:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p_1 V_1 - \frac{p_2 V_2}{K-1} \quad K = C_p / C_v$$

$PV = nRdT$  egyenletből kiindulva:

$$p dV + V dp = n R dT$$

$$\frac{dp}{p} + \frac{C_p dV}{C_v V} = 0 \quad \text{ezt integrálva és } K\text{-t behelyettesítve kapjuk, hogy:}$$

$\ln p + K \ln V = \text{konstans}$ , amiből:

$$p_1 V_1^K = p_2 V_2^K$$

$$\text{és } T_1 V_1^{K-1} = T_2 V_2^{K-1}$$