

1 ) Feladat (13 pont).

Írja fel az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását:

$$y''' - 8y'' + 16y' = e^{3x}$$

2 ) Feladat (15 pont).

a) A tanult módon vezesse le, hogy

$$f(x) = \arctg x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - + \dots, \quad x \in (-1, 1)$$

b)  $f^{(10)}(0) = ?$

3 ) Feladat (12 pont).

Határozza meg az

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } 0 \leq x < \pi, \\ -1, & \text{ha } -\pi \leq x < 0, \end{cases} \quad f(x + 2\pi) = f(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

függvény Fourier együtthatóit!

Írja fel a Fourier sor első három darab nemnulla elemét!

4 ) Feladat (20 pont).

Legyen

$$f(x, y) = (x + 1)^2 (2y + 1)^3, \quad P = P(0, 0)$$

a) Írja le a totális differenciálhatóság definícióját valamint az elégséges feltételét!

b) Hol differenciálható totálisan az  $f$  függvény?  $\text{grad}f(P) = ?$

c) Van-e lokális szélsőértéke  $f$ -nek a  $P$  pontban?

\*5 ) Feladat (15 pont).

Határozza meg a

$$z = 4 - (x^2 + y^2), \quad \text{és a } z = x^2 + y^2$$

felületek által határolt térrész térfogatát!

\*6 ) Feladat (15 pont).

a) Mutassa meg, hogy az  $u = x^2 - y^2 - 2x + 3y + 6$  harmónikus függvény!

b) Keresse meg az  $u = x^2 - y^2 - 2x + 3y + 6$  függvény összes  $v$  harmónikus társát!

\*7 ) Feladat (10 pont).

Határozza meg az alábbi integrálok valós és képzetes részét:

$$I_1 = \oint_{|z-3i|=1} \frac{\sin z}{z-3i} dz = ? \quad I_2 = \oint_{|z-5i|=1} \frac{\sin z}{z-3i} dz = ?$$

A \*-os feladatokból legalább 12 pontot kell elérni!

Pótfeladatok. Csak az elégséges és a közepes vizsgajegy eléréséhez javítjuk ki.

P1 ) Feladat (10 pont).

Adja meg az

$$y' = \frac{(y-3)^4}{x^2+4}$$

differenciálegyenlet összes megoldását!

P2 ) Feladat (10 pont).

Írja fel az

$$f(x) = \frac{1}{1+3x}$$

függvény origó körüli valamint az  $x_0 = 2$  körüli Taylor sorait és azok konvergencia sugarait!