1. Mindkét csoportnál:
$\mathbf{P}(A) = \frac{\binom{40}{5}}{\binom{90}{5}}$ (5 pont), $\mathbf{P}(B) = \frac{\binom{45}{5}}{\binom{90}{5}}$ (5 pont), $\mathbf{P}(AB) = \frac{\binom{20}{5}}{\binom{90}{5}}$ (5 pont),
$\mathbf{P}(A+B) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) - \mathbf{P}(AB) = ...$ (5 pont)

2. (első csoport)
$X \in G\left(\frac{1}{2}\right)$ (6 pont) a.) $\mathbf{E}X = 2, \boldsymbol{\sigma}X = \sqrt{2}$ (6 pont) b.) $\mathbf{P}(X \geq 10) = \sum_{k=10}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k = \left(\frac{1}{2}\right)^9$ (8 pont)
(második csoport)
$X \in G\left(\frac{1}{6}\right)$ (6 pont) a.) $\mathbf{E}X = 6, \boldsymbol{\sigma}X = \sqrt{30}$ (6 pont) b.) $\mathbf{P}(X \leq 4) = \sum_{k=1}^{4} \left(\frac{5}{6}\right)^{k-1} \frac{1}{6} = \frac{1}{6}\left[1 + \frac{5}{6} + \frac{25}{36} + \frac{125}{216}\right]$ (8 pont)

3. (első csoport)
$1 = \int_0^\infty f(x)dx =$ (5 pont) $= 4h \int_0^\infty x^2 \cdot \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2h^2} dx =$ (5 pont) $= 2h \int_{-\infty}^\infty x^2 \cdot \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2h^2} dx =$ (5 pont) $= 2h \cdot \frac{1}{2h^2} \Longrightarrow h = 1$ (5 pont)
(Felismerhető, hogy az $N\left(0, \frac{1}{\sqrt{2}h}\right)$ eloszlás sűrűségfüggvényéről van szó...)
(második csoport)
$1 = \int_{-\infty}^\infty \frac{e^{hx}}{(1+e^{hx})^2} dx =$ (5 pont) $= \int_0^\infty \frac{1}{h} \frac{1}{(1+y)^2} dy =$ (5 pont) $= \frac{1}{h}\left[-\frac{1}{1+y}\right]_{y=0}^{y=\infty} = \frac{1}{h} \Longrightarrow h = 1$ (5 pont)
($e^{hx} = y$ helyettesítést kell végrehajtani (5 pont).)

4. (első csoport)
$2X \in E(1)$ (3 pont), $\mathbf{P}(-Y < t) = \mathbf{P}(Y > -t) = e^{2t}(t < 0) \Longrightarrow f_{-Y}(t) = 2e^{2t}(t < 0)$ (3 pont)
$f_{2X-Y}(t) = \int_{\max\{0,t\}}^\infty e^{-u} 2e^{2(t-u)} du$ (3 pont)
Ha $t < 0 : f_{2X-Y}(t) = 2e^{2t} \int_0^\infty e^{-3u} du = \frac{2}{3}e^{2t}$ (3 pont)
Ha $t \geq 0 : f_{2X-Y}(t) = 2e^{2t} \int_t^\infty e^{-3u} du = \frac{2}{3}e^{-t}$ (3 pont)
$U = 2X - Y \Longrightarrow Z = |U|, \mathbf{P}(Z < t) = \mathbf{P}(-t < U < t) = F_U(t) - F_U(-t) \Longrightarrow f_Z(t) = f_U(t) + f_U(-t)$ (2 pont)
Tehát $f_Z(t) = \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{-2t}, t > 0$ (3 pont)
(második csoport)
$2Y \in E\left(\frac{1}{2}\right)$ (3 pont), $\mathbf{P}(-2Y < t) = \mathbf{P}(2Y > -t) = e^{\frac{t}{2}}(t < 0) \Longrightarrow f_{-2Y}(t) = \frac{1}{2}e^{\frac{t}{2}}(t < 0)$(3 pont)
$f_{X-2Y}(t) = \int_{\max\{0,t\}}^\infty e^{-u} \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}(t-u)} du$(3 pont)
Ha $t < 0 : f_{X-2Y}(t) = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}t} \int_0^\infty e^{-\frac{3}{2}u} du = \frac{1}{3}e^{\frac{1}{2}t}$(3 pont)

Ha $t \geq 0 : f_{X-2Y}(t) = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}t}\int\limits_t^{\infty} e^{-\frac{3}{2}u}du = \frac{1}{3}e^{-t}$(3 pont)

$U = X - 2Y \Longrightarrow Z = |U|, \mathbf{P}(Z < t) = \mathbf{P}(-t < U < t) = F_U(t) - F_U(-t) \Longrightarrow f_Z(t) = f_U(t) + f_U(-t)$ (2 pont)

Tehát $f_Z(t) = \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{3}e^{-\frac{1}{2}t}, t > 0$(3 pont)

5. Mindkét csoportnál:

a.) $1 = A\int\limits_0^1\int\limits_0^1 x^2 + xy + 2y^2 dxdy =$ (5 pont) $= A\int\limits_0^1 \left[\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}y + 2xy^2\right]_0^1 dy =$ (3 pont) $= A\int\limits_0^1 \frac{1}{3} + \frac{y}{2} + 2y^2 dy = A\frac{5}{4} \Longrightarrow a = 0.8$(5 pont)

b.) $\mathbf{E}Z = 0.8\int\limits_0^1\int\limits_0^1 \frac{x}{y}\left(x^2 + xy + 2y^2\right)dxdy =$ (5 pont) $= \int\limits_0^1 0.8x\left[x^2\ln y + xy + y^2\right]_0^1 dx = +\infty$

azaz a várhatóérték nem létezik! (5 pont)