

Középiskolai tematikus fizika képletgyűjtemény

Tartalomjegyzék

1. Mozgások	2. oldal
2. A tömeg és az erő	4. oldal
3. Energia, munka	8. oldal
4. Hőtan	9. oldal
5. Elektrosztatika	12. oldal
6. Az elektromos áram, vezetési jelenségek	14. oldal
7. A mágneses mező, elektromágneses indukció	17. oldal
8. A váltakozó feszültségű áramkörök	19. oldal
9. Mechanikai rezgések, a rezgőmozgás	21. oldal
10. Mechanikai hullámok	24. oldal
11. Elektromágneses hullámok, optika	27. oldal
12. Modern fizika	30. oldal
13. Magfizika	31. oldal

Mozgások: - egyenes vonalú egyenletes mozgás: $v = \frac{s}{t}$ $[v] = \frac{m}{s}$

- egyenletesen változó mozgás:

$$a = \frac{v}{t} \quad [a] = \frac{m}{s^2}$$

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad [s] = m$$

$$v_{pillanatnyi} = v_0 + a \cdot t$$

$$s_{pillanatnyi} = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

szabadesés: $g = a = \frac{v}{t} \quad [g] = \frac{m}{s^2} \quad g \approx 9,81 \frac{m}{s^2} \approx 10 \frac{m}{s^2}$

$$v_{pillanatnyi} = v_0 + g \cdot t$$

$$s_{pillanatnyi} = v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

függőleges hajítás:

$$h_{pillanatnyi} = v_0 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$v_{pillanatnyi} = v_0 - g \cdot t$$

$$\left. \begin{aligned} t_{emelkedés} &= \frac{v_0}{g} \\ t_{esés} &= \frac{v_0}{g} \end{aligned} \right\} t_{össz.} = \frac{2v_0}{g}$$

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$v_{feladat vége} = -v_{kezdés}$$

- egyenletes körmozgás:

periodikus körmozgás: $T = \text{periódusidő} \quad [T] = s$

$$f = \frac{1}{\Delta t} \rightarrow f = \frac{1}{T} \quad [f] = \frac{1}{s} = Hz$$

($Z = \text{ismétlődési száma}$)

egyenletes körmozgás: $v_k = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \cdot f$

($v_k = \text{kerületi sebesség}$)

egyenletesen változó körmozgás: $v_k = r \cdot \omega \Rightarrow \omega = \frac{v_k}{r}$

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f \quad [\omega] = \frac{1}{s} \quad [\varphi] = \text{rad}$$

($\omega = \text{szögsebesség} = \frac{\text{szögelfordulás}}{\text{elfordulás időtartama}}$)

$$\varphi = \frac{s}{r} \quad [\varphi] = \text{rad}$$

$$s = r \cdot \varphi = r \cdot \omega \cdot t$$

$$a_{\text{ch}} = \frac{v_z^2}{r} = \frac{v_z \cdot r \cdot \omega}{r} = v_z \cdot \omega = r \cdot \omega^2 = r \cdot \frac{4\pi}{T^2} = r \cdot 4\pi \cdot f^2$$

(a_{ch} = centripetális gyorsulás, a gyorsulás vektora a kör középpontjára mutat)



(v_z vektor iránya érintő irányú az adott pontban)

változó forgómozgás:

$$\beta = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \quad [\beta] = \frac{1}{s^2}$$

$$(\beta = \text{szöggyorsulás} = \frac{\text{szögsebesség-változás}}{\text{változás időtartama}})$$

$$\omega = \beta \cdot t$$

$$\omega_{\text{pillanatnyi}} = \omega_0 + \beta \cdot t$$

$$s_{\text{pillanatnyi}} = v_{z0} \cdot t + \frac{a_{\text{t}}}{2} t^2 =$$

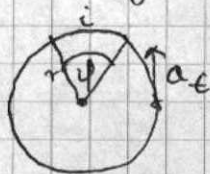
$$\varphi = \frac{\beta}{2} \cdot t^2$$

$$\varphi_{\text{pillanatnyi}} = \omega_0 \cdot t + \frac{\beta}{2} \cdot t^2$$

$$= r \cdot \omega_0 \cdot t + \frac{r \cdot \beta}{2} t^2$$

$$a_t = \frac{\Delta v_z}{\Delta t} = \frac{\Delta(r \cdot \omega)}{\Delta t} = r \cdot \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = r \cdot \beta$$

(a_t = tangenciális gyorsulás, a gyorsulás vektora az adott pontban érintő irányú)



Állado mozgás	Forgómozgás	Kapcsolat közöttük
<u>út</u> = s	<u>szögelfordulás</u> = φ	$s = r \cdot \varphi$
<u>sebesség</u> = $v = \frac{s}{t}$	<u>szögsebesség</u> = $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$	$v = r \cdot \omega$
<u>gyorsulás</u> = $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	<u>szöggyorsulás</u> = $\beta = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$	$a = r \cdot \beta$
<u>tömeg</u> = m	<u>tehetetlenségi nyomaték</u> = $\Theta = m \cdot l^2$	$\Theta = m \cdot l^2$
<u>erő</u> = $F = m \cdot a$	<u>perdiút</u> = $N = \Theta \cdot \omega$	$N = r \cdot l$
<u>erő</u> = $F = \frac{\Delta l}{\Delta t}$; $F = m \cdot a$	<u>forgatónyomaték</u> = $M = \frac{\Delta N}{\Delta t}$; $M = \Theta \cdot \beta$	$M = F \cdot l$

A tömeg és az erő: $l_1 = l_2 \Rightarrow m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1}$

$$S = \frac{m}{V} \quad [S] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad [m] = \text{kg} \quad [V] = \text{m}^3$$

$$l = m \cdot v \quad [l] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F = \frac{\Delta I}{\Delta f}$$

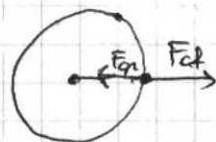
$$F = m \cdot a \quad [F] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

$$F_{cp} = m \cdot a_{cp} = \frac{m \cdot \omega^2}{r} = m \cdot r \cdot \omega^2 = m \cdot \omega_2 \cdot \omega = m \cdot \frac{4\pi}{T^2} \cdot r = m \cdot 4\pi \cdot f^2 \cdot r$$

$(F_{gr} = \text{centrifetalis ero})$

$$F_d = -m \cdot r \cdot \omega^2$$

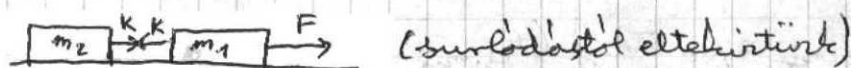
($F_c = \text{centrifugalis ero}$)



$$F_1 = -F_2 \text{ (let test kölcsönhatását pontosítottatunk nevet)}_{\text{tűk.}}$$

$$F = F_1 + F_2 + \dots + F_n = \sum_{i=1}^n F_i = m \cdot a$$

(az erőhatások függetlenségét elve -szuperpozíció elve- a dinamika alaptörvénye.)

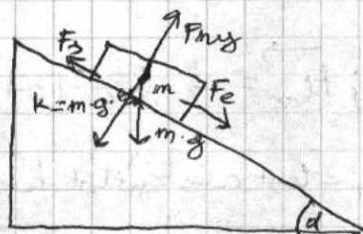


$$F - k = m_1 \cdot a$$

$$K = m_2 \cdot a$$

$$F = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a = a(m_1 + m_2)$$

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2}$$



$$F_e = \sin d \cdot m \cdot g$$

$$k = \cos \alpha \cdot m \cdot g$$

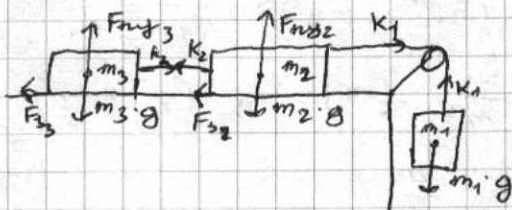
$$F_3 = \mu \cdot F_{ny}$$

($F_3 = \text{szírlódási erő}$; $\mu = \text{szírlódási együttható}$)

$$F_e - F_b = m \cdot a$$

$$F_z = \mu \cdot F_{ny}$$

$$\sin \alpha \cdot m \cdot g - \mu \cdot \cos \alpha \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow a = g(\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)$$

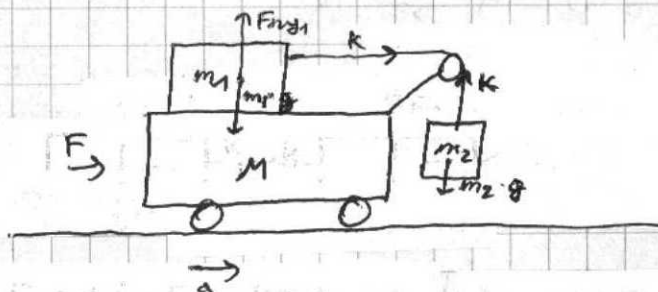


$$m_1 \cdot g - K_1 = m_1 \cdot a$$

$$K_1 - F_{sz2} - K_2 = m_2 \cdot a$$

$$K_2 - F_{sz3} = m_3 \cdot a$$

$$\left. \begin{aligned} F_{sz2} &= \mu \cdot m_2 \cdot g \\ F_{sz3} &= \mu \cdot m_3 \cdot g \end{aligned} \right\} (\mu = \text{súrlódási együttható})$$



$$F = g \cdot \frac{m_2}{m_1} (m_1 + m_2 + M) \quad a = g \cdot \frac{m_2}{m_1}$$

$$F_r = -D \cdot \Delta l \quad (D = \text{rugóállandó})$$

$$\overrightarrow{F_r} \quad (F_r = \text{rugalmas erő}; a \text{ rugó összenyomásával ellentétes irányú.})$$

$$F_s = \mu \cdot F_{ny} \quad (F_s = \text{súrlódási erő})$$

$$F_{s, \max} = \mu_0 \cdot F_{ny} \quad (F_{s, \max} = \text{max. tapadási súrlódási erő})$$

$$0 < F_{cs} \leq F_{s, \max}$$

$$F_{gör} = \mu_g \cdot F_{ny} \quad (F_{gör} = \text{gördülési súrlódási erő})$$

$$F_{cs} = \mu_{cs} \cdot F_{ny} \quad (F_{cs} = \text{csúszási súrlódási erő})$$

$$F_{üzr} = \frac{c_1 \cdot A \cdot S \cdot v^2}{2} \quad (k = \frac{1}{2} c_1; \vec{F}_{üzr} = -k \cdot S \cdot A \cdot |v| \cdot \vec{v})$$

($F_{üzr}$ = közegellenállási erő; c_1 = test alakjától függő közegellenállási tényező)

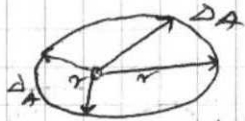
$$F_g = f \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad ; \quad f = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

(F_g = Newton-féle gravitációs erőtervény; leghatékonyabb kísérlet "konzerv" rugóval)

1. tömeg és az erő: $T_1^2 : T_2^2 = a_1^3 : a_2^3$

(folytatás)

(Kepler III. törvénye: a bolygók keringési időinek négyzetek úgy aránylanak egymáshoz, mint az elliptikus pályák hossz tengelyének köbei.)



r = kör sugaras
 T = keringési idő

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \text{állandó}$$

(Kepler II. törvénye: a Naptól a bolygókhoz húzott sugarak egyenlő idő alatt egyenlő területet szelnek.)



$$C = \sqrt{a^2 - b^2}$$

(Kepler I. törvénye: a bolygók pályája elliptikus, amelynek egyik fókuszpontján a Nap áll.)

F_1, F_2 : fókuszpontok

a : fél nagytengely

b : fél kistengely

c : excentricitás

Az erő-test akkor van egyensúlyban, ha a testre ható erők eredője és ezen erők forgatónyomatékainak összege is nulla:

$$\vec{F}_e = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \quad \text{és} \quad M_e = \sum_{i=1}^n M_i = 0.$$

$$L = m \cdot l^2 \quad [L] = \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

(L = theta = tehetetlenségi nyomaték; értéke függ, hogy hol forgatjuk meg a testet, lásd kv. tábla; l = test tömegközélpontján átmenő tengelytől mért távolság)

$$N = L \cdot \omega \quad [N] = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \frac{1}{s}$$

(N = perdület = tehetetlenségi nyomaték · szögsebesség)

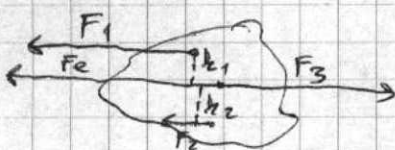
$$M = \frac{\Delta N}{\Delta t} \quad M = F \cdot l \quad [M] = \text{Nm}$$

$$M = \text{forgatónyomaték} = \frac{\text{perdületváltozás}}{\text{körben eltelt idő}}$$

$$M = \text{forgatónyomaték} = \text{erő} \cdot \text{erőkar}$$

$$M = F \cdot d \quad (\text{forgatónyomaték erőparalel esetén; } F = \text{erő összege, } d = \text{hatásvonalak távolsága})$$

Két párhuzamos, egyirányú erő eredője:



$$F_e = F_1 + F_2 = -F_3$$

$$k_1 : k_2 = F_2 : F_1$$

Két párhuzamos, ellentétes irányú erő eredője: (* helyesebb)



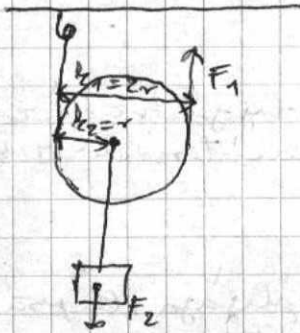
$$F_e = |F_2 - F_1| = -F_3$$

$$k_1 : k_2 = F_2 : F_1$$

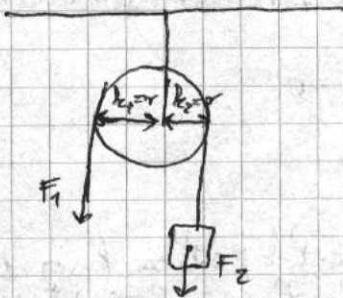
(F_e hatásvonalára két összetett F hat. vonal van, az egyik F_1 és a másik F_2 .)

az emelő és az emelő típusú gépek egyszerűségeinek feltétele a forgatónyomaték alapján:

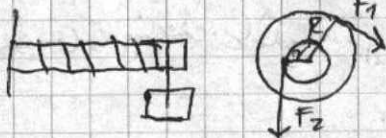
mozgócsiga: $F_1 \cdot 2r = F_2 \cdot r$
 $F_1 = \frac{F_2}{2}$



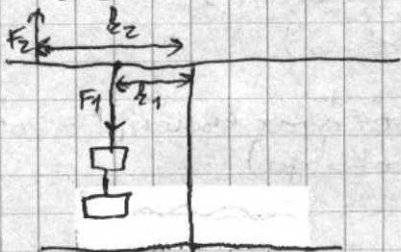
állócsiga: $F_1 \cdot r = F_2 \cdot r$
 $F_1 = F_2$



hengerekkel: $F_1 \cdot R = F_2 \cdot r$
 $F_1 = \frac{r}{R} \cdot F_2$



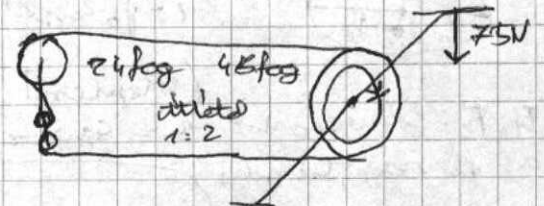
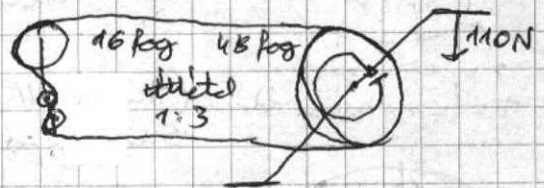
egyoldalú emelő: $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$
 $F_2 = \frac{l_1}{l_2} \cdot F_1$



kétoldalú emelő: $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$
 $F_1 = \frac{l_2}{l_1} \cdot F_2$



fogalásait:



Energia, munka: $E = W = F \cdot s$ $[E] = [W] = J$

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad [P] = W = \frac{J}{s}$$

$$\eta = \frac{E_{hasznos}}{E_{\text{összes}}}$$

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad (E_m = \text{mozgási energia})$$

$$W_s = \mu \cdot m \cdot g \cdot s \quad (W_s = \text{súrlódási munka})$$

$$W_{gy} = \sum_{i=1}^n W_i = \Delta E_m$$

(Egy test mozgási energiájának megváltoztatása egyenlő a testet érő összes erő munkájának előjeles összegével, vagy az eredő erő munkájával.)

$$E_f = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (r \cdot \omega)^2 = \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2 \cdot m = \frac{1}{2} \cdot \Theta \cdot \omega^2$$

(E_f = forgási energia)

$$(E_f = \frac{1}{2} \cdot (\Theta_1 + \Theta_2 + \dots + \Theta_n) \cdot \omega^2)$$

$$E_r = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2$$

(E_r = rugalmas energia; D = rugóállandó; x = rugó hosszátolása)

$$\Delta E_g \equiv E_h = W_e = F_c \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

($E_h = W_e$ = helyzeti energia = emelési munka)

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta s}{\Delta t} = F \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = F \cdot v$$

$$\eta = \frac{\Delta E_h}{\Delta E_o} = \frac{\frac{\Delta E_h}{\Delta t}}{\frac{\Delta E_o}{\Delta t}} = \frac{P_h}{P_o}$$

$$\Delta E = P \cdot \Delta t$$

($E_m + E_f + E_r + E_h$ = állandó $\rightarrow$ mechanikai energiát zárt rendszerben, ahol csak konzervatív erők hatnak, összegük állandó)

Hőtani: $\Delta L = d \cdot L_0 \cdot \Delta T \rightarrow L = L_0 + d \cdot L_0 \cdot \Delta T$ [T] = K (Fahrenheit)!
 $\Delta A = 2d \cdot A_0 \cdot \Delta T \rightarrow A = A_0 + 2d \cdot A_0 \cdot \Delta T$
 $\Delta V = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T \rightarrow V = V_0 + \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T$ ($\beta \approx 3d$)

$$p = \frac{F}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{A \cdot h \cdot \rho \cdot g}{A} = h \cdot \rho \cdot g \quad (\text{hidrosztatikai nyomás})$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \text{Gay-Lussac I. törvénye}$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \text{Gay-Lussac II. törvénye}$$

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow \text{Boyle-Charlotte törvénye}$$

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$$

(állapotegyenlet; $R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ egyetemes gázállandó;

n = anyagmennyiség (mol); m = tömeg (g vagy kg); M = moláris tömeg (g/mol vagy kg/mol))

$$\beta = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}$$

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T$$

(N = részecskék száma; $k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$ Boltzmann-állandó;

N_A = Avogadro-állandó = $6 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$)

$$E = \frac{f}{2} \cdot k \cdot T \quad (\text{részecskék mozgási energiája})$$

$$E_G = N \cdot E = N \cdot \frac{f}{2} \cdot k \cdot T = \frac{f}{2} \cdot p \cdot V = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot T = \frac{f}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$$

(E_G = gázok belső energiája)

(f = szabadsági fokok száma)
 egyatomos gázok = 3
 kétatomos gázok = $3 + 2 = 5$
 háromatomos gázok = $3 + 3 = 6$)

$$\Delta E_G = Q + W \quad (\text{hőtani I. főtétele})$$

(Q = hő; W = munka; ΔE_G = belső energiaváltozás)

$$[Q] = \text{J} \quad [W] = \text{J}$$

$W' = p \cdot \Delta V$ (izobar állapotváltozásnál a gáz tágulási munkája)

$W = -W'$ (külső környezet által a gázon végzett munka)

$\Delta E_G = Q - p \cdot \Delta V$ (izobar állapotváltozás során a gáz belső energiájának változása)

$$|Q| > |W|$$

$\Delta E_G = Q$ (izochor állapotváltozás során a gáz belső energiájának megváltozása)

$\Delta E_G = c_v \cdot m \cdot \Delta T$ (izochor + térfogatvesztés nélküli állapotváltozásnál a gáz belső energiájának megváltozása)

$\Delta E_G = Q + W = 0$ (izoterm állapotváltozásnál a gáz belső energiájának változása zérus)

$\Delta E_G = W$ (adiabatikus állapotváltozás során: a gáz és a környezete között hőcseré nem zajlik le, $Q = 0$. Az állapotváltozás során a gáz és a környezete között csak mechanikus kölcsönhatás jön létre, pl.: biciklikumpra, tördelés stb. Az adiabatikus állapotváltozás során a gázon végzett munka teljes egészében a gáz belső energiáját növeli, ezért az összes gázmolekula felmelegszik. A gáz adiabatikus tágulása során pedig a tágulási munka végzett a gáz belső energiájából fedezve, ezért a gáz tágulása során lehűl.)

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} \quad [c] = \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \text{ vagy } \frac{J}{kg \cdot K}$$

$c_p > c_v$ (c_p = állandó nyomáson a gáz fajhője; c_v = állandó térfogatnál a gáz fajhője)

$$c_v = \frac{f}{2} \cdot \frac{R}{M} \quad c_p = \left(\frac{f}{2} + 1\right) \cdot \frac{R}{M} \quad (\text{ideális gázok fajhője})$$

$$c_p - c_v = \frac{R}{M}$$

$C = \frac{Q}{\Delta T}$ (hőkapacitás = gáz hőmennyiségét egy fokkal történő megváltoztatásához szükséges Q hőmennyiség arányosság)

$$[C] = \frac{J}{K} \text{ vagy } \frac{J}{^\circ C}$$

$c = \frac{C}{m}$ (homogén, azonos anyagból készült testek esetén)

$$Q = L_o \cdot m \quad (L_o = \text{olvadási/fagyási hő}; [L_o] = \frac{J}{kg})$$

$$Q = L_p \cdot m \quad (L_p = \text{párolgási hő}; [L_p] = \frac{J}{kg})$$

$$Q = L_f \cdot m \quad (L_f = \text{fűtési hő}; [L_f] = \frac{J}{kg})$$

feladat:
(Polgártörvény)

$$E_{\text{szilárd}} = \sum E_{\text{mozg.}} + \sum E_{\text{pot.}}$$

$$E_{\text{folyékony}} = \sum E_{\text{mozg.}} + \sum E_{\text{pot.}}$$

$$E_{\text{gáz}} = \sum E_{\text{mozg.}}$$

$$Q = E_2 - E_1 \quad (\text{a halmazállapot-változás során a testtel közlött vagy az őtől elvonott hőmennyiség jele. Kérelmese megemlíteni a test halmazállapotában meglévő belső energiát különbséggel.})$$

Elektrostatika: $F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$ (Coulomb-törvénye; $k = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)

$e = -1,6 \cdot 10^{-19} C$ (egy elektron töltése = elemi töltés)

$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_{n-1} + Q_n$ (töltésmegmaradástörvénye: zárt rendszerben az elektromos töltések algebrai összege mindig állandó.)

$F = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$ (vákuum dielektromos állandója = permitivitás)

$E = \frac{F}{q}$ (elektromos térerősség = $\frac{\text{próbatöltésre ható erő}}{\text{próbatöltés}}$)

$[E] = \frac{N}{C}$

$E = k \cdot \frac{Q}{r^2}$ (elektromos térerősség)

$(E = \frac{F}{q} = \frac{k \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}}{q} = \frac{k \cdot Q}{r^2})$

szuperpozíció elve = ha több töltés együtt hoz létre valamilyen elektromos mezőt, akkor mindegyik töltés amennyire függetlenül létrehozza a saját elektromos mezőjét, az egyes elektromos mezők térerősségeinek vektori összege adja meg az eredő térerősséget.

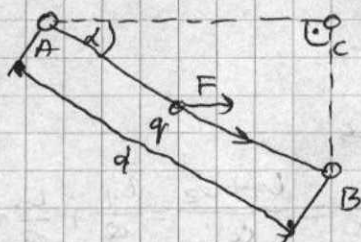
$\Psi = E \cdot A$ (fluxus = felületen áthaladó összes erővonal száma)

$[\Psi] = \frac{N}{C} \cdot m^2$

$\Psi = E \cdot A = \frac{k \cdot Q}{r^2} \cdot 4r^2 \pi = 4\pi \cdot k \cdot Q = \frac{Q}{\epsilon_0}$ (gömb fluxusa)

$\Psi_{\text{összes}} = \frac{Q}{\epsilon_0}$ (Gauss-tétel: bármilyen a töltést körülvevő felület teljes fluxusa)

$U = \frac{W}{q}$ $[U] = 1 \frac{J}{C} = 1V$



$W_{AB} = W_{AC} + W_{CB}$

$W_{AB} = F \cdot d \cdot \cos \alpha = E \cdot q \cdot d \cdot \cos \alpha$

$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{E \cdot q \cdot d \cdot \cos \alpha}{q} = E \cdot d \cdot \cos \alpha$

(két pont közti feszültség = potenciálkülönbség)

$(U_{AB} = U_A - U_B)$

Kondenzátor: rajzjele: $\text{---}||\text{---}$

$$C = \frac{Q}{U} \quad [C] = 1 \frac{C}{V} = 1 F \quad (\text{kapacitás})$$

$$C = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \quad \left(\begin{array}{l} \epsilon_r = \text{szigetelőanyag minősége;} \\ \epsilon_0 = \text{vákuum dielektromos állandója;} \\ d = \text{lemezek közti távolság (lemez = lap) } \end{array} \right)$$

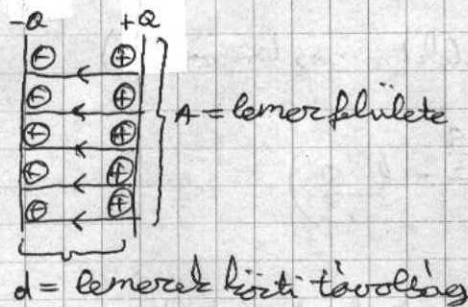
$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot k} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

$$E = W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

$$V = A \cdot d$$

$$E = W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot E^2 \cdot d^2 = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot E^2 \cdot V$$

$$\epsilon_d = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot E^2 \quad (\text{energiasűrűség})$$



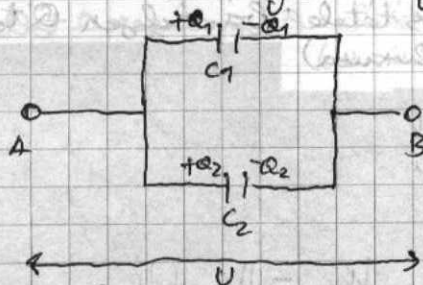
Kondenzátorok kapcsolása: a) párhuzamos kapcsolás:

$U = \text{állandó}$

$$C = \frac{Q}{U} \quad (\text{eredő kapacitás} = \frac{\text{összes töltés}}{\text{feszültség}})$$

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$C = \frac{Q_1 + Q_2}{U} = \frac{Q_1}{U} + \frac{Q_2}{U} = C_1 + C_2$$



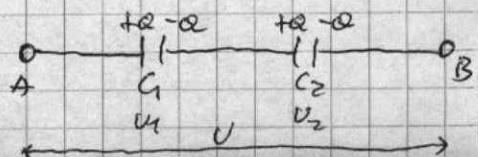
b) soros kapcsolás:

$Q = \text{állandó}$

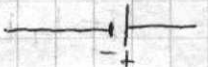
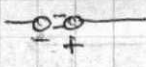
$$\frac{1}{C} = \frac{U_1 + U_2}{Q} = \frac{U_1}{Q} + \frac{U_2}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$U = U_1 + U_2$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{U_1 + U_2}$$



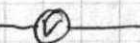
Az elektromos áram, vezetési jelenségek:

rajzjel: áramforrás:  vagy 

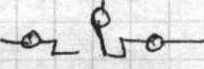
vezető: 

fogyasztó:  vagy 

ampermérő: 

voltmérő: 

egyszerű kapcsoló: 

válto (alternatív) kapcsoló: 

változtatható ellenállás (telj. ellenállás):  vagy 

$$I = \frac{Q}{t} \quad [I] = 1 \frac{C}{s} = 1A \quad (\text{áramerősség})$$

$$U = \frac{W}{q} \quad [U] = 1 \frac{J}{C} = 1V \quad (\text{feszültség})$$

$$R = \frac{U}{I} \quad [R] = 1 \frac{V}{A} = 1\Omega \quad (\text{ellenállás})$$

$$G = \frac{1}{R} \quad [G] = 1 \frac{A}{V} = 1S \quad (\text{vezetőképesség})$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} \quad (\rho = \text{fajlagos ellenállás}; [\rho] = \Omega \cdot m)$$

$$\Delta R = \alpha \cdot R_0 \cdot \Delta T \quad (\text{hőmérséklet változással járó ellenállás változás})$$

R_0 = kezdeti ellenállás; α = anyagi minőségre jellemző hővezetési együttható; $[I] = \frac{1}{\Omega \cdot C}$; ΔT = hőmérséklet változás
(α -t általában $20^\circ C$ -os kezdeti ellenálláshoz adják meg.)

szupravezetési jelensége = hűtés során bizonyos anyagok ellenállása hirtelen megszűnik, zérusra csökken. A szupravezetés a fémet áramvezetése általánosított modelljével nem értelmezhető. A jelenségre csak a modern fizika (kvantummechanika) ad magyarázatot.

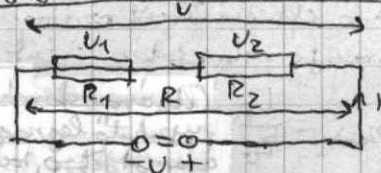
$$W = U \cdot Q = U \cdot I \cdot t \quad [W] = 1J = 1V \cdot A \cdot s$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{U \cdot I \cdot t}{t} = U \cdot I \quad [P] = 1W = 1V \cdot A$$

$$P = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$$

$$W = P \cdot t$$

fogyasztók soros kapcsolása: $I = \text{állandó} = I_1 = I_2$

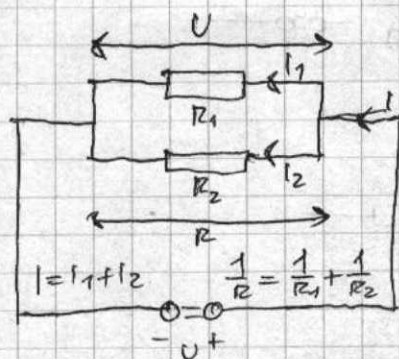


$$U = U_1 + U_2$$

$$R = R_1 + R_2 = \frac{U_1}{I_1} + \frac{U_2}{I_2} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} = \frac{U_1 + U_2}{I}$$

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} \quad (\text{az áramforrás feszültsége az ellenállások áramúton oszlik meg a feszültség})$$

fogyasztók párhuzamos kapcsolása: $U = \text{állandó} = U_1 = U_2$



$$I = I_1 + I_2$$

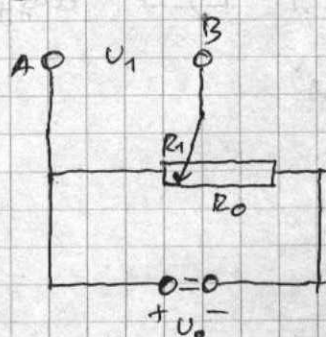
$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_1 + I_2}$$

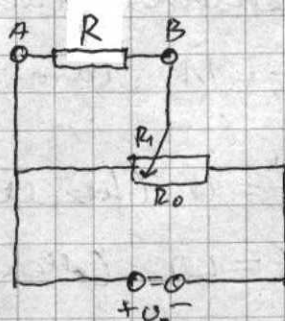
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{I_1 + I_2}{U} = \frac{I}{U}$$

(A főág áramerőssége az ellenállásokkal fordított arányban oszlik meg a fogyasztókban.)

potenciométer (feszültségosztó):



terheletlen poten-
ciométer



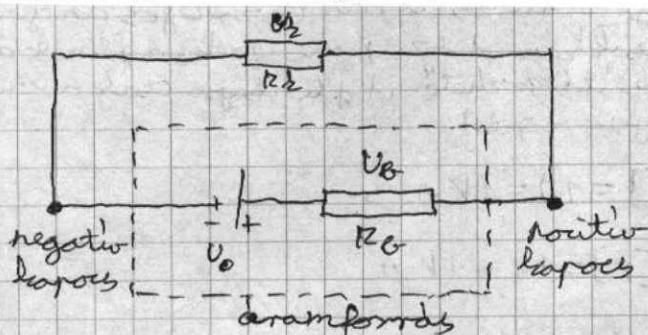
terhelt poten-
ciométer

$$U_1 = U_0 \cdot \frac{R_1}{R_0}$$

A csúszka elmozdításával (R_1 változtatásával) változik az AB kivezetésben mérhető feszültség is. Ilyen feszültségosztót nevezünk potenciométernek.

Ha a potenciométert terheljük (a kivezetésre R ellenállású fogyasztót kapcsolunk), kevesebb a kimeneti U_1 feszültség. Ilyenkor úgy hívjuk a potenciométer R_1 ellenállású részét párhuzamosan kapcsoljuk az R ellenállású fogyasztóval. Ezek párhuzamos eredője kapcsolódik tovább a potenciométer másik részével ($R_0 - R_1$ -gyel).

üzemi árami feszültség, belső ellenállás:



áramforrás modellezése

$$U_0 = U_L + U_R$$

($U_L = U_0 \Rightarrow$ növekvő külső ellenállás esetén nő a kapcsolófeszültség is, és közelít az U_0 feszültség értékéhez. A legnagyobb külső ellenállást az áramforrás megvalósításakor, más szóval az áramforrás üresjárata esetén ériük el.)

$$I = \frac{U_0}{R_L + R_0} \quad (\text{Ohm törvénye teljes áramkörre}) \quad I_{\max} = \frac{U_0}{R_0} \quad (\text{legnagyobb áramot } R_L = 0, \text{ rövidkötés esetén lesz az áramforrásból})$$

Az elektromos áram, vezetési jelenségek:
(folytatás)

$$q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Két elektromos részecske között az elektromos mező munkája a q töltésű, m tömegű részecskére mozgási energiát rődi.

Ha két részecske közötti távolságra U feszültséget jelent, amelyet kifejezik az E térerősség és a d szabad úthossz szorzataként. Így az előző összefüggés:

$$q \cdot E \cdot d = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Ha egy áramlási csomópontba befolyó áramokat pozitív, az onnan kifolyó áramokat negatív előjellel látjuk el, akkor bármely csomópontban az áramerősségek előjeles összege zérus.

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots = 0.$$

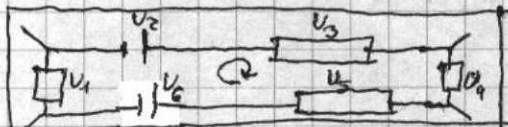
Ez Kirchhoff I. törvénye.



Ha egy hurokban valamilyen körüljárási irány szerint haladva minden feszültséget (áramforrás, fogyasztó) előjelesen jegyzük fel, akkor bármely zárt áramlási hurok mentén a feszültségek előjeles összege zérus.

$$U_1 + U_2 + U_3 + \dots = 0.$$

Ez Kirchhoff II. törvénye.



A két törvény a töltésmegmaradás és az energiamegmaradás kifejezése. A soros és párhuzamos kapcsolás megismert törvénykönyvei is a Kirchhoff-törvények speciális megnyilvánulásai.

A mágneses mező, elektromágneses indukció:

$$B = \frac{\mu}{N \cdot l \cdot A} \rightarrow M = B \cdot N \cdot l \cdot A$$

M = egy mágneses mező adott pontjában ható maximális forgatómomentum

l = átfedező áramerősség

A = terület

N = menetszám

B = mágneses indukció

$$[B] = 1T = 1 \frac{N \cdot m}{A \cdot m^2} = 1 \frac{N}{A \cdot m} = 1 \frac{V \cdot s}{m^2} \quad (1T = 1 \text{ tesla})$$

A mágneses indukció vektormennyiség, a mágneses indukció irányát az egyensúlyi helyzetben lévő méréddírd észleli polusa mutatja.

Egy felületen áthaladó összes indukciós vonal száma a felület mágneses fluxusának számvetelét adja.

$$\psi = B \cdot A \quad [\psi] = 1Wb = 1V \cdot s. \quad (1Wb = 1 \text{ weber})$$

A mágneses indukció irányára merőleges A nagyságú felület mágneses fluxusa. Ha a mágneses indukció nem merőleges a felületre, akkor az indukció vektor függőleges összetevőjével kell számolni a fluxust.

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2r\pi} \quad (\text{hosszú egyenes áramvezető mágneses mezőjében a mágneses indukció nagysága})$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left(\frac{V \cdot s}{A \cdot m} \right) \quad (\text{levegőes tér permeabilitása})$$

r = vezetőtől mért távolság

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot N}{l} \quad (\text{tekercsben a mágneses indukció nagysága})$$

l = tekercs hossza

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{I \cdot N}{l} \quad (\text{vasmagos tekercsben a mágneses indukció})$$

$F = B \cdot l \cdot l$ (a mágneses mező által az áramvezetőre kifejtett erő nagysága az áramvezetőre merőleges indukció esetén)

$F = B \cdot Q \cdot v$ (Lorentz-erő: a mágneses mező által a mozgó töltésre kifejtett erő. Ha a mágneses indukció nem merőleges az áramvezetőre, illetve a mozgó töltés sebességére, akkor a mágneses indukció vektorának a merőleges összetevőjével kell számolni.)

A Lorentz-erő mindig merőleges a sebességre, a sebesség nagyságát nem változtatja meg, csak az irányát.

$$B \cdot Q \cdot v = F_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow r = \frac{m \cdot v}{B \cdot Q}$$



Ha a részecske sebessége nem merőleges a homogén mágneses mező indukciósorralára, akkor a sebességet felbonthatjuk a mágneses indukcióra merőleges v_1 és az indukcióval párhuzamos v_2 összetevőkre.

Ha csak a v_1 sebességgel rendelkezne, akkor egyenletes körmozgást végezne.

Ha a részecskének csak v_2 sebessége volna, akkor mozgását nem befolyásolná a mágneses mező. Az indukciósorralakkal párhuzamos egyenes vonalú egyenletes mozgást végezne.

Ha mindkét mozgást egyidejűleg végezi, akkor spirálpályán haladna, mintegy "feltételezik" az indukciósorralára.

It mozgási elektromágneses indukció:

$$U = B \cdot l \cdot v \quad (B, l, v \text{ egymásra merőleges helyzetűek})$$

Ha a merőlegesség nem teljesül, akkor a vektorként az arányossággal kell számolni, melyek megfelelnek a kölszörös merőlegesség feltételének.

$$U = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \left(\frac{\text{vezető által körbezárt / átmetszett fluxus}}{\text{közben eltelt idő}} \right)$$

Itz indukált áram iránya mindig olyan, hogy mágneses hatással akadályozza az indukáló folyamatot. (Lenz törvénye)

$$U = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad (N \text{ menetű tekercsben indukált feszültség nagysága})$$

(Faraday törvénye)

Itz önindukció: - a tekercs áramának változásakor is változik a tekercs belsejében a mágneses fluxus, emiatt feszültség indul fel a tekercsben.

$$U = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \quad (\text{önindukciós feszültség nagysága})$$

L = a tekercs önindukciós együtthatója (induktivitása)

$$[L] = 1 \text{ henry} = \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = \text{H}$$

$$L = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N^2 A}{l}$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 \quad (\text{a tekercs mágneses mezőjének energiája})$$

A váltakozó feszültségű áramkör:

$$U = U_{\max} \cdot \sin \omega \cdot t$$

T = periódusidő = a feszültség egy periódusának időtartama

$$f = \text{frekvencia} = \frac{1}{T}$$

$$[f] = \frac{1}{s} = \text{Hz}$$

ω = váltakozó feszültség körfrekvenciája

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$$

$$Z = \omega \cdot L = \text{reaktancia}$$

$$i = I_{\max} \cdot \sin \omega \cdot t$$

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} \quad ; \quad I_{\text{eff}} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$$

A hőhatás szempontjából vett átlagos értéket effektív értéknek nevezzük.

Egy váltakozó feszültség effektív értékén egy olyan időben állandó feszültséget (egyenfeszültséget) értünk, amely ugyanazon a fogyasztón ugyanannyi hőt fejt ki, mint a közben forgó váltakozó feszültség.

Magyarországon a hálózati feszültség effektív értéke 230 V, frekvenciája 50 Hz, periódusideje 0,02 s.

$$P_{\text{eff}} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} = I_{\text{eff}}^2 \cdot R = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R}$$

$$W = P_{\text{eff}} \cdot t = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot t$$

$$Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} \quad (\text{impedancia})$$

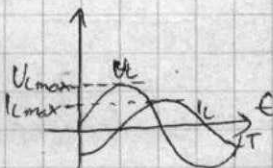
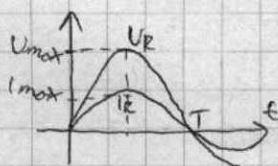
$$R = \rho \cdot \frac{L}{A} \quad (\text{ohmos ellenállás}; \rho = \text{vezető anyag minősége}; L = \text{vezető}$$

hossza; A = vezető keresztmetszete) Az ohmos ellenálláson a feszültség és az áramerősség azonos fázisban van.

Itt az indukciós váltakozó áramú áramkörben effektív áramerősséget előidéző hatása van, amit az úgynevezett induktív ellenállással jellemezünk.

$$X_L = L \cdot \omega \quad (\text{induktív ellenállás}; L = \text{a tekercs induktivitása})$$

Váltakozó áramú áramkörben tiszta induktív ellenállás esetén az áramerősség 90° -t késik a feszültséghez képest (fáziskésés).



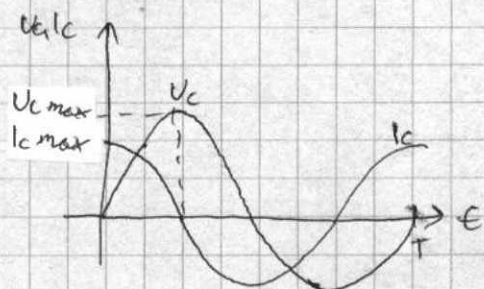
Ohmos ellenálláson a feszültség és áramerősség azonos fázisban van (1. ábra).

Induktív ellenálláson az áramerősség mindig 90° -t késik a feszültséghez képest (2. ábra).

A kondenzátor áramesőllentő hatását az úgynevezett kapacitív ellenállással jellemezzük.

$$X_c = \frac{1}{C \cdot \omega} \quad (\text{kapacitív ellenállás})$$

A kapacitív ellenálláson az áram 90° -ot vezet a feszültséghez képest (fáziseltérés).



$$P_{\text{pill}} = U_{\text{pill}} \cdot I_{\text{pill}} \quad (\text{pillanatnyi teljesítmény})$$

$$P_{\text{eff}} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi \quad (\text{effektív teljesítmény} = \text{a teljesítmény időbeli átlaga})$$

φ = feszültség és áramerősség közti fáziseltérés

$\cos \varphi$ = teljesítménytényező

$$\text{Ohmos ellenálláson: } \varphi = 0, \cos \varphi = 1 \Rightarrow P_{\text{eff}} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$$

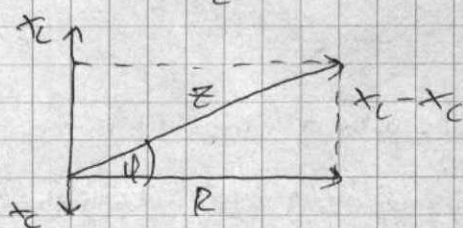
$$\text{tiszta induktív vagy kapacitív ellenálláson: } \varphi = 90^\circ, \cos \varphi = 0 \Rightarrow P_{\text{eff}} = 0$$

$$W = P_{\text{eff}} \cdot t \quad (\text{elektromos munka, ha } t \gg T)$$

Váltakozó áramú ellenállást soroskapcsolás esetén a teljesítménytényező ($\cos \varphi$) és az eredő impedancia (Z) a hálózati összefüggésekkel számolható:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

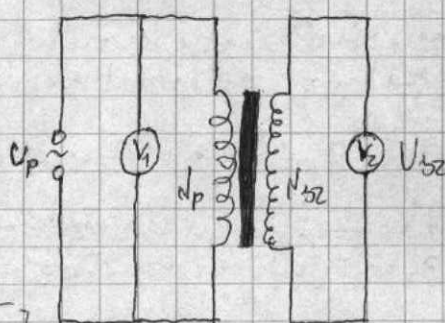
$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$$



A transzformátor: $\frac{U_p}{U_{sz}} = \frac{N_p}{N_{sz}}$

$$\frac{I_p}{I_{sz}} = \frac{N_{sz}}{N_p}$$

$$P_p = U_p \cdot I_p = U_{sz} \cdot I_{sz} = P_{sz}$$



Ha $N_{sz} > N_p$, akkor $U_{sz} > U_p$.
Ha $N_{sz} < N_p$, akkor $U_{sz} < U_p$.

Mechanikai rezgések, a rezgőmozgás:

- t fizikában minden olyan változást, amely időben valamilyen ismétlődést mutat, rezgésekre nevezzük.

- rezgőmozgás: t mechanikai rezgés mindig valamilyen mozgás.

- teljes rezgés: egy-egy szabályosan ismétlődő mozgásalak.

- kitérés: az egyensúlyi helyzetből mért pillanatnyi (előjeles) távolság.

- amplitúdó: a legnagyobb kitérés nagysága, jel: A .

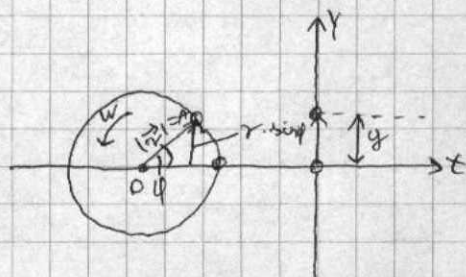
- rezgésidő: egy teljes rezgés létrejöttéhez szükséges idő (periódusidő), jel: T .

- rezgésszám (frekvencia): egységnyi idő alatt teljes rezgések száma, jel: f .
($f = \frac{1}{T}$)

t rezgőmozgásoknál a kitérés az idő függvényében sinuszoidálisan változik.

t rezgőmozgások közül azok a legegyszerűbbek, amelyeknél a kitérés időbeli változása sinusfüggvény segítségével írható le. Ilyen rezgéseket harmonikus rezgőmozgásnak nevezzük. t harmonikus rezgés szabályosan ismétlődő, de nem egyenletesen változó mozgás.

- referencia körmozgás: minden harmonikus rezgőmozgást végző anyagi pont esetében lehet egy másik anyagi pontot egyenletes körmozgással úgy mozgatni, hogy annak merőleges vetülete (árnyéka) együtt mozogjon a rezgő ponttal.



ω = referencia körmozgás körgyorsasága

r = referencia körmozgás sugara

T_k = keringési idő

T_r = rezgésidő

$$T_k = T_r = T$$

$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t) \leftarrow \begin{cases} y = r \cdot \sin \varphi \\ r = A \text{ és } \varphi = \omega \cdot t \end{cases} \leftarrow$ t rezgő test kitérése minden pillanatban megegyezik a referencia körmozgást végző test helyzetvektorának rezgésirányú összetevőjével.

$$(y = A \cdot \sin(\frac{2\pi}{T} \cdot t) = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t))$$

t kitérés irányát a $\sin(\omega \cdot t)$ előjele adja meg.

$2\pi \cdot f$ = körfrekvencia, jel: ω (t rezgőmozgás körfrekvenciája egyenlő a referencia körmozgás körgyorsaságával.)

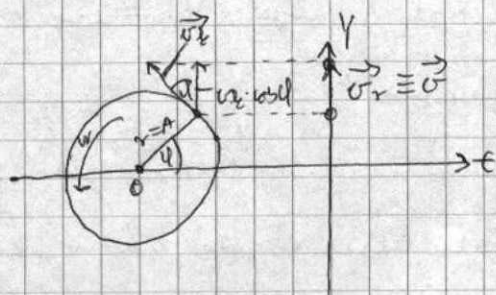
- fázis (rezgőmozgásnál) = pillanatnyi állapot.

- fáziszög $= \varphi = \omega \cdot t$ (radianban mérve)

- A "rezgő" test sebessége és gyorsulása minden időpillanatban egyenlő a referenciális körmozgást végző test sebesség- és gyorsulásvektoráival a rezgés irányába eső összetevőjével.

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$v_{\max} = A \cdot \omega$ ($|\cos \varphi| = 1 \Rightarrow \varphi = n \cdot \pi \Rightarrow$ a harmonikus rezgőmozgást végző test legnagyobb sebességgel az egyensúlyi helyzetben fut át.)

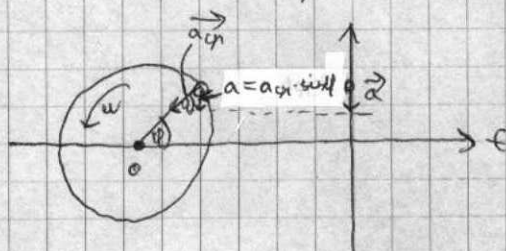


$$a = a_{\text{cm}} \cdot \sin \varphi = r \cdot \omega^2 \cdot \sin \varphi = A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t) \Rightarrow a = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t) = -\omega^2 \cdot y$$

(A gyorsulásvektor iránya mindig ellentétes a pillanatnyi kitérés irányával.)

$$a_{\max} = A \cdot \omega^2 \quad (|\sin \varphi| = 1 \Rightarrow \text{rezgőmozgás két szélső helyzetében})$$

Az egyensúlyi helyzetben áthaladó rezgő test gyorsulása nulla, mert a testet érő erők ebben a pontban kiegyenlítik egymást.



Megjegyzések: - A rezgés lehet szabálytalanul és szabályosan ismétlődő. A szabályosan ismétlődő rezgést periodikus mozgásnak nevezzük, amelynek a változó fizikai mennyiségét egyenlő időközönként ismétlődő (azonos) értékek veszik fel. A rezgés tehát általánosabb fogalom, mint a periodikus mozgás. A periodikus rezgések közül csak a harmonikus rezgőmozgás szerepel a jegyzetben.

- A rezgőmozgásról az anyag pontjainak tekinthető testek rezgését úgy vizsgáljuk, hogy eltérítjük az energiavesztésektől, tehát a harmonikus rezgőmozgás amplitúdója a vizsgált időtartam alatt változatlan. (A jegyzetben erre megfelelő képletek, számítások szerepelnek.)

- A harmonikus rezgőmozgást jellemző vektormennyiségek irányját lehet a kitéréshez viszonyítva előjellel megadni, mert a harmonikus rezgőmozgás minden vektora ugyanabban az egyenesben van.

Mechanikai rezgések, rezgőmozgás: /folytatás/

- harmonikus rezgőmozgás: ha a testre ható erő eredőjének nagysága egyenesen arányos a kitéréssel és iránya ellentétes azval. $\rightarrow$ harmonikus rezgőmozgás dinamikai feltétele.

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} \rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{m}} \quad (\text{rezgésidő} \rightarrow \text{frekvencia})$$

$$E_{\text{rmax}} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 \quad (\text{test pillanatnyi sebessége } 0; A = \text{amplitúdó}; D = \text{rugóállandó})$$

$E = E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{max}}^2$ (A test sebessége és így mozgási energiája akkor a legnagyobb, ha a test a nulla kitérésű egyensúlyi helyzetben fut át. Itt a rugó fejtetelen, tehát a rugalmas energia 0.)

Ha a rezgést "külső" hatástól eltekintünk, végtelen irányú rezgés közben a rugó és a hozzáerősített test zárt rendszernek tekinthető. A zárt rendszerre igaz az energiamegmaradás törvénye. Ezért a harmonikus rezgőmozgást végző (test) rendszer mechanikai energiája (ha a rezgés végtelen irányú) a rugalmas energia és a mozgási energia összege; ez állandó, és egyenlő a legnagyobb rugalmas, illetve a legnagyobb mozgási energiával.

$$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \text{állandó}$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{max}}^2$$

A fűzálga: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$

Csatolt rezgés, kényszerrezgés:

Csatolt rezgés: az olyan jelenséget, amelynél két rezgő rendszer kölcsönösen befolyásolja egymás rezgését, csatolt rezgéseket nevezzük. Csatolt rezgésnél a két rezgő rendszer amplitúdója és így energiája is periodikusan úgy változik, mint "kicserelték".

Kényszerrezgés: amikor a rezgő rendszer egy külső gerjesztő hatásra megfelelően kényszerül rezegni $\rightarrow$ látszó rezonancia, rezonanciakatastrofa.

Mechanikai hullámok:

A fizikában minden olyan változást (zavart), amely valamilyen közegben terjed, hullámnak nevezzük.

- **transzverzális hullám:** ha a rugalmas közeg részei az állapotváltozás terjedési irányára merőlegesen rezegnek - mint a merőlegesen megütött gumicső rezése. A transzverzális haladó hullámnak a hullámhossz és hullámsűrűség van a jellemző. $\rightarrow$ transzverzális hullám polarizálható.

- **longitudinális hullám:** amikor a rugalmas közeg részei az állapotváltozás terjedési irányával párhuzamosan rezegnek - mint a hosszterengely irányában megütött rugó. A longitudinális haladó hullámnak a sűrűsödés és ritkulások felváltásos eltolódása a jellemző. $\rightarrow$ longitudinális hullám nem polarizálható.

Ha rugalmas közegben egy hullámmal mechanikai feszültséget kelt, akkor az a változás továbbterjed a térben. Ez ilyen jelenséget mechanikai hullámnak nevezzük. (A mechanikai haladó hullámokban a rugalmas közeg részecskéinek rezgésállapota terjed térben és időben.)

A hullámot jellemző mennyiségek:

- amplitúdó (A)
- hullámhossz (λ)
- periódusidő (T)
- rezgésszám (f)
- terjedési sebessége (c): A mechanikai hullám terjedése elvileg a közeg rugalmasságától, megfeszítettségétől van kapcsolatban, így a terjedési sebességet is ezek határozzák meg. Ezért a hullám terjedési sebessége különböző rugalmas közegekben különböző.

$$c = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

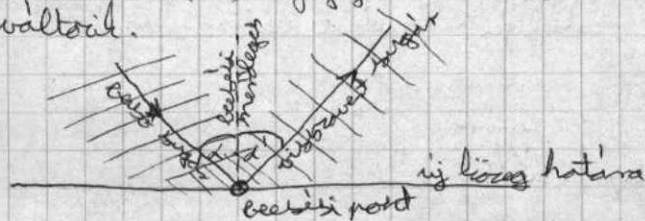
Hullámok viselkedése új közeg határán:

A rugalmas pontszerű haladó hullámok (vonal menti hullámok) visszaverődési törvénnyel megállapítható, hogy a rugalmas határon haladó hullám a rögzített végéről elrejtett fázisban, a szabad végről pedig azonos fázisban verődik vissza.

A felületi hullámok visszaverődése. A kúlszerű felületeken (pl. kör, gömb) terjedő hullámok is visszaverődnek. A felületi hullámok visszaverődésére jellemző, hogy:

- a visszavert hullám terjedési iránya a beeső sugar és a beesési merőleges által meghatározott beesési síkban marad,
- a beesési szög egyenlő a visszaverődési szöggel: $\alpha = \alpha'$
- a visszaverő felületre merőlegesen érkező hullámok merőlegesen (örvmozgással) verődnek vissza ($\alpha = \alpha' = 0$).
- a felületre egymással párhuzamosan érkező hullámok visszaverődésük után is párhuzamosan haladnak.

Mivel a visszavert hullám is ugyanolyan a közegben halad, mint a beeső, így sebessége és hullámhossza is megegyezik a beeső hullámmal. Visszaverődéskor a hullám rezgése nem változik.



ha a hullám új közeg határához ér, akkor ott egy része visszaverődik, egy másik részétől az új közegbe. Hullámtári szempontból két közeg akkor "különböző", ha benneük gyararvra a hullámok különböző a terjedési sebessége.

A "különböző" közegek határfelületére egy hullám ferdén érkezik, (ahol) és belép az új közegbe, akkor a terjedési iránya megváltozik, a hullám megtörik. Az új közeg határfelületéhez érkező hullám az új közegben is a beesési sugar és a beesési erőlegesség által meghatározott síkban halad tovább.

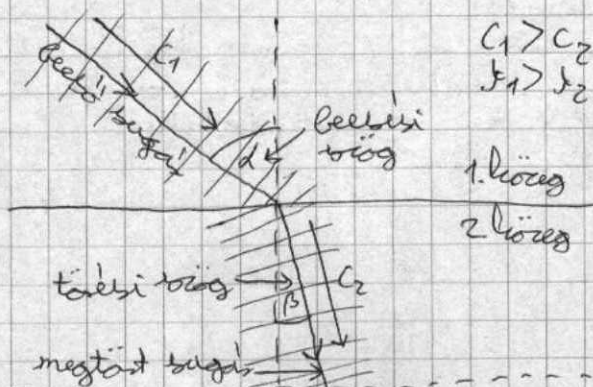
Határfelületre merőlegesen érkező hullám irányváltoztatás nélkül halad tovább ($\alpha = 0, \beta = 0$).

Határfelületre ferdén érkező hullám iránya megváltozik. A megtört sugar úgy alakul tovább, hogy a beesési sugar és a törési sugar vektoraiknak hatványosak legyenek. Ez az állando megegyezik a két közegben mest sebességek hányadosával.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = \text{állando}$$

Ezt az állandót a második közegnek az elsőre vonatkoztatási törésmutatójának nevezzük, jele: $n_{2,1}$.

$$n_{2,1} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} ; n_{1,2} = \frac{1}{n_{2,1}} = \frac{c_2}{c_1} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$



$$c_1 > c_2$$

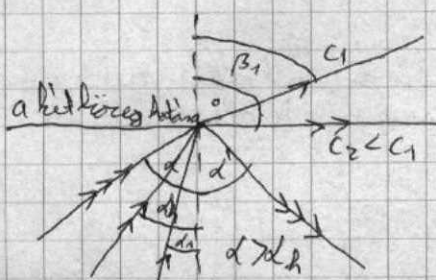
$$f_1 > f_2$$

1. közeg
2. közeg

Hullámtöréskor nemcsak a terjedési iránya, hanem a terjedési sebessége, és így hullámhossza is megváltozik.

Teljes visszaverődés: amikor egy hullám a hullámtárolag sűrűbb közegből érkezik határfelületre és áthalad azon, a törési sugar nagyobb lesz a beesési sugárnál, hiszen ugyanaz a hullám a beesési merőlegestől tér ki. Ez alapján belátható, hogy a beesési sugar és a törési sugar aránya egy $\sin \alpha_1$ határérték, amelyhez $\beta = 90^\circ$ -os törési sugar tartozik. A határértéknél nagyobb beesési sugar esetében a hullám nem hatol be a ritkább közegbe, hanem a határfelülettel teljes mértékben visszaverődik. Ezt a jelenséget érkező teljes visszaverődésnek nevezzük.

Mivel $\sin 90^\circ = 1$, a $\sin \alpha_1 = n_{1,2}$ alapján α_1 mérésével a törésmutató meghatározható.



A hullám terjedése szempontjából bevezetett "sűrűbb és ritkább" megnevezés nem azonos, és nem mindig esik egybe a mechanikai sűrűséggel. (Pl. mélyebb, ill. sötétebb vöröset esetében sem)

Ha $\alpha > \alpha_1$, a hullám nem lép ki a közegből.

mechanikai hullámok: hullámok találkozása (interferencia): Polaritás!

A közös hullámterben érvényesülő több hullám hatására szabálytalan vagy tartósan szabályos hullámkép alakulhat ki. Az interferenciának létrejöttéhez bizonyos feltételek vannak, például:

- Ha két megegyező frekvenciájú, azonos mértékű hullám találkozik, akkor eredő hullám jön létre, amelynek frekvenciája és hullámhossza is egyenlő a két találkozóval, de amplitúdója:

a) azonos fázisú találkozásnál a két hullám amplitúdójának összege ($A = A_1 + A_2$);

b) ellentétes fázisú találkozásnál a két hullám amplitúdójának különbsége ($A = |A_1 - A_2|$).

- Rugalmas kötélen állóhullám jön létre, ha egyenlő frekvenciájú és amplitúdójú hullámok szembejártak (ez visszaverődéssel valósítható meg legkönnyebben).

Elektromágneses hullámok, optika:

Emlekedtető: Feltöltött síkkondenzátor elektromos mezőjének energiája:

$$E_{\text{elektromos}} = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$

Áramjárta tekercs (homogén) mágneses mezőjének energiája:

$$E_{\text{mágneses}} = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

Faraday törvénye: $U = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$

Lenz törvénye: az indukált feszültség, indukált áram hatása olyan, hogy ellentétes az indukáló fluxumot.

Egy kondenzátorból és tekercsből álló zárt vezető körben a feltöltött kondenzátor elektromos mezőjének energiája át alakul a tekercs mágneses mezőjének energiájává, és visszafordul.

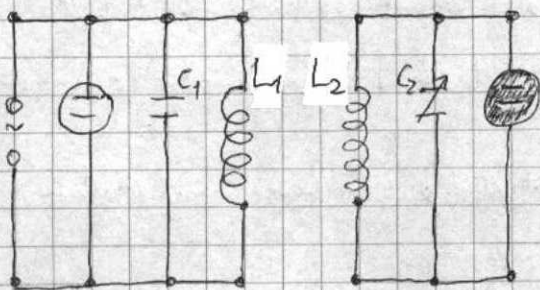
elektromos rezgőkör: kondenzátorból és tekercsből álló áramkör

elektromágneses rezgés: elektromos rezgőkörben folyó váltakozó áram.

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C} \quad f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Thomson-formula

elektromágneses rezonancia: $L_1 C_1 = L_2 C_2$



Faraday felfedezése szerint a változó mágneses mező körül örvényes elektromos mező keletkezik.

Maxwell feltételezése szerint a változó elektromos mező körül örvényes mágneses mező jön létre.

Az elektromágneses sugárzás a transzverzális hullámok tulajdonságaival rendelkezik.

Az elektromágneses hullám vákuumbeli terjedési sebessége:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Az elektromágneses hullámok hullámhossz (vagy frekvencia) szerint sorozatát teljes elektromágneses spektrumot nevezzük.

$$\lambda \cdot f = c \quad (\lambda = \text{hullámhossz}; c = \text{terjedési sebesség vákuumban}; f = \text{frekvencia})$$

Optika: A látható fény a 400 nm-től a 800 nm-ig terjedő tartományba esik.

($\approx 3 \cdot 10^8$ m/s (fénysebesség))

A fényhullámok törése is érvényes a mechanikai hullámok törésénél megismert törvény:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = n_{2,1} \quad (\text{Snellius - Descartes - törvény})$$

Az az anyagot nevezzük optikailag sűrűsnek, amelynek a törésmutatója ^{na} nagyobb, vagyis amelyben kisebb sebességgel terjed a fény.

Tükrök és lencsék: A síktükör képalkotása: egyenes állású, a tárggyal megegyező nagy, látólagos képet alkot.

A homorú tükör revertes sugármérte:

a) A homorú tükör a tükör szimmetriatengelyével (optikai tengely) párhuzamosan beérő fénysugarakat a tükör úgy veri vissza, hogy azok egy pontban találkozzanak. Ezt a pontot nevezzük a fókuszpontnak. ($OF = \frac{R}{2}$)

b) A fény útjának megfordíthatóságából következik, hogy a fókuszpontból kiinduló fénysugarakat a homorú tükör az optikai tengellyel párhuzamosan veri vissza.

c) A tükör O optikai középpontjába érkező sugarakat a tükör a szimmetriatengellyel párhuzamosan veri vissza.

A domború tükör revertes sugármérte:

a) A domború tükör a tükör szimmetriatengelyével (optikai tengely) párhuzamosan beérő fénysugarakat úgy veri vissza, mintha az egy pontból (F), a tükör mögött kiindultak volna ki. Ezt nevezzük látólagos fókuszpontnak. ($OF = \frac{R}{2}$)

b) A látólagos fókuszpontba tartó fénysugarakat a domború tükör az optikai tengellyel párhuzamosan veri vissza.

c) A tükör O optikai középpontjába érkező sugarakat a tükör a szimmetriatengellyel párhuzamosan veri vissza.

A gyűjtőlencse revertes sugármérte:

a) A lencse az optikai tengellyel párhuzamosan érkező fénysugarakat egy pontba gyűjti össze. Ezt a pontot fókuszpontnak, az $f = OF$ távolságot fókusz távolságnak hívjuk.

b) A fókuszpontból kiinduló, szétterülő fénysugarakat a gyűjtőlencse törésén az optikai tengellyel párhuzamosa teszi.

c) Ha a lencse elég vékony, akkor az O optikai középpontján bármilyen irányból haladó fénysugarakat gyakorlatilag nem tori meg.

A szórólencse revertes sugármérte:

a) A lencse az optikai tengellyel párhuzamos fénysugarakat a töréssel úgy teszi szétterülővé, mintha az a fény beérkezésekor ottalról egy F pontból indultak volna ki. Ezt látólagos fókuszpontnak nevezzük. Az $f = OF$ távolságot pedig látólagos fókusz távolságnak hívjuk, amelyet általában negatív előjellel szoktunk jelezni.

b) A látólagos fókuszpontba szétterülő fénysugarakat a szórólencse a törés után az optikai tengellyel párhuzamosa teszi.

c) Ha a lencse elég vékony, akkor az O optikai középpontjában bármilyen irányból érkező fénysugarakat bármilyen irányba teríti szét nélkül haladnak tovább.

Elektromágneses hullámok optika: /folytatás/

Képlekési törvény: $\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{\epsilon}$ (f = fókustávolság; t = tárgy távolság; ϵ = kép távolság)

$N = \frac{K}{T} = \frac{\epsilon}{t}$ (N = nagyítás; K = kép nagyság; T = tárgy nagyság)

- valodi tárgyaknál a t tárgy távolságot mindig pozitív előjellel tekintjük.

- a gyújtóleneresnél és a homorú tükrénél a fókustávolságot pozitívnak, a büköleneresnél és a domború tükrénél pedig negatívnak kell tekinteni.

- a képlekési törvényből adódik, hogy akkor a valodi kép távolsága pozitív előjelű, a látóéleség képe pedig negatív előjelű lesz.

$D = \frac{1}{f}$ (dioptria; $[D] = \frac{1}{m}$)

vékony lencsére: $\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ (R_1, R_2 = sugarak; f = lencserendbék fókustávolsága; n = lencse anyagának a levegő közegre vonatkoztatott törésmutatója)

Modern fizika: tömeg-energia ekivalencia egyenlet: $E = m \cdot c^2$

$$c = \text{fénysebesség} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

egy energiamennyiség nagysága: $E = h \cdot f$

$$h = \text{Planck-állandó} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$f = \text{rezgés frekvenciája}$

relativisztikus tömeg: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

fényelektromos egyenlet: $h \cdot f = W_{ki} + \frac{1}{2} m \cdot v_{max}^2$

$W_{ki} = \text{kilépési munka}$

foton tömege: $m_{\text{foton}} = \frac{h \cdot f}{c^2}$

foton lendülete: $l = \frac{h \cdot f}{c}$ vagy $l = \frac{h}{\lambda}$ ($\lambda = \text{hullámhossz}$; $h = \text{Planck-állandó}$)

de Broglie-összefüggések: $E = h \cdot f$ és $l = \frac{h}{\lambda}$ ($l = \text{impulzus} = \text{lendület}$)

Stagfizika: $m_{\text{részecske}} = \frac{M}{N_A}$ ($M = \text{mólaris tömeg}$; $N_A = \text{Avogadro-szám}$)

A hidrogénatom tömegét két atomi tömegegységnek tekintjük, és u -val jelöljük. Így az atomok tömege $m = A_r \cdot u$ alakban írható fel. Az A_r viszonyosságot relatív atomtömegnek nevezzük.

Az atomi mélység világ lineáris méretei 10^{-10} m , tömegei pedig 10^{-27} kg nagyságrendűek.

$Q = Z \cdot e$ ($Q = \text{atommag elektromos töltése}$; $Z = \text{atom rendszáma}$; $e = \text{elektron töltése}$)

Bohr-féle frekvenciafeltétel: $h \cdot f = E_m - E_n$

Az atomok fény kibocsátásakor, illetve fényelnyelésénél az elektronok az egyik pályáról a másikra kerülnek. Először az atomok egy fotont bocsátanak ki, illetve nyelnek el. A kibocsátott (vagy elnyelt) foton energiája megegyezik a pályák közötti energiakülönbséggel.

tömegdefektus: $\Delta m = Z \cdot m_p + (A - Z) m_n - m_{\text{mag}}$

$m_p = \text{szabad proton tömege}$
 $m_n = \text{szabad neutron tömege}$
 $m_{\text{mag}} = \text{atommag tömege}$
 $A = \text{magban lévő nukleonok száma}$
 $Z = \text{magban lévő protonok száma}$
 $A - Z = \text{magban lévő neutronok száma}$

magok kötési energiája: $E_k = \Delta m c^2 = [Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - m_{\text{mag}}] \cdot c^2$

radioaktív elem aktivitása: $A = \frac{\Delta N}{\Delta t}$ [A] = $\frac{1}{s} = 1 \text{ Bq}$

$\Delta N = \text{elromlott atommagok száma}$
 $\Delta t = \text{körben eltelt idő}$

Bomlási törvény (elromlott atommagok száma): $N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$

$t = \text{eltelt idő}$
 $T = \text{felezési idő}$
 $N_0 = \text{kezdeti atommagok száma}$

elnyelt dózis: $D_e = \frac{E}{m}$ [D_e] = $\frac{J}{kg} = \text{Gy}$

dózisegységek: $H = Q \cdot D_e$ [H] = $\frac{J}{kg} = \text{Sv}$ ($Q = \text{minőségi tényező}$; $D_e = \text{dózis}$)