1. (1. csoport) A: kapunk fejet, B: lesz hatos.
$\mathbf{P}(A)=\frac{3}{4},\mathbf{P}(B|A)=\frac{1}{6},\mathbf{P}(B|\bar{A})=\frac{11}{36}$.
A teljes valószínűség tételéből:
$\mathbf{P}\left(B\right)=\mathbf{P}(B|A)\mathbf{P}(A)+\mathbf{P}(B|\bar{A})\mathbf{P}(\bar{A})=\frac{1}{6}\frac{3}{4}+\frac{11}{36}\frac{1}{4}=\frac{29}{144}\approx 0,20$
(2. csoport) A: nem kapunk fejet, B: lesz páros.
$\mathbf{P}(A)=\frac{1}{4},\mathbf{P}(B|A)=\frac{1}{2},\mathbf{P}(B|\bar{A})=\frac{3}{4}$.
A teljes valószínűség tételéből:
$\mathbf{P}\left(B\right)=\mathbf{P}(B|A)\mathbf{P}(A)+\mathbf{P}(B|\bar{A})\mathbf{P}(\bar{A})=\frac{1}{2}\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\frac{3}{4}=\frac{11}{16}\approx 0,69$

2. (1. csoport) X a 150 izzó között a hibásak száma, $X\in B(150,0.02)$.
a.) $[151\cdot 0,02]=3\Longrightarrow p_{\max}=\mathbf{P}\left(X=3\right)=\binom{150}{3}0,02^3\cdot 0,98^{147}$
b.) $\mathbf{P}\left(X>75\right)=\sum\limits_{i=76}^{150}\binom{150}{i}0,02^i\cdot 0,98^{150-i}$
(2. csoport)
X a 150 izzó között a hibásak száma, $X\in B(100,0.05)$.
a.) $[100\cdot 0,05]=5\Longrightarrow p_{\max}=\mathbf{P}\left(X=5\right)=\binom{100}{5}0,05^5\cdot 0,95^{95}$
b.) $\mathbf{P}\left(X<50\right)=\sum\limits_{i=0}^{49}\binom{100}{i}0,05^i\cdot 0,95^{100-i}$

3. (1. csoport) $\mathbf{E}Y=\mathbf{E}X^2+1=\boldsymbol{\sigma}^2X+\left(\mathbf{E}X\right)^2+1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1$.
$F_Y(t)=\mathbf{P}\left(Y<t\right)=\mathbf{P}\left(X<\sqrt{t-1}\right)=1-e^{-2\sqrt{t-1}},t>1$
$f_Y(t)=F_Y'(t)=\frac{e^{-2\sqrt{t-1}}}{\sqrt{t-1}},t>1$.
(2. csoport) $\mathbf{E}Y=2\mathbf{E}X^2=2\boldsymbol{\sigma}^2X+2\left(\mathbf{E}X\right)^2=4$.
$F_Y(t)=\mathbf{P}\left(Y<t\right)=\mathbf{P}\left(X<\sqrt{\frac{t}{2}}\right)=1-e^{-\sqrt{\frac{t}{2}}},t>0$
$f_Y(t)=F_Y'(t)=\frac{\sqrt{2}\cdot e^{-\sqrt{\frac{t}{2}}}}{4\sqrt{t}},t>0\sqrt{\frac{t}{2}}$.

4. (1. csoport)
$f_{X+Y}(t)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}f_X(t-u)f_Y(u)du=\int\limits_{\max\{t-1,2\}}^{\min\{t,3\}}2-\frac{2u}{5}du,t\in\left[2,4\right]$.
Ha $t\in\left[2,3\right)$,
$f_{X+Y}(t)=\int\limits_{2}^{t}2-\frac{2u}{5}du=\left[2u-\frac{u^2}{5}\right]_2^t=2t-\frac{t^2}{5}-\frac{16}{5}$
Ha $t\in\left[3,4\right]$,
$f_{X+Y}(t)=\int\limits_{t-1}^{3}2-\frac{2u}{5}du=\left[2u-\frac{u^2}{5}\right]_{t-1}^3=\frac{21}{5}+\frac{(t-1)^2}{5}-2\left(t-1\right)$.

(2. csoport) $f_{X+Y}(t)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}f_X(t-u)f_Y(u)du=\int\limits_{\max\{t-1,2\}}^{\min\{t,3\}}\frac{2u}{5}du,t\in\left[2,4\right]$.
Ha $t\in\left[2,3\right)$, $f_{X+Y}(t)=\int\limits_{2}^{t}\frac{2u}{5}du=\left[\frac{u^2}{5}\right]_2^t=\frac{t^2}{5}-\frac{4}{5}$
Ha $t\in\left[3,4\right]$, $f_{X+Y}(t)=\int\limits_{t-1}^{3}\frac{2u}{5}du=\left[\frac{u^2}{5}\right]_{t-1}^3=\frac{9}{5}-\frac{(t-1)^2}{5}$.

5. (1. csoport) Szimmetria okokból X és Y azonos eloszlásúak!
$\boldsymbol{\sigma}^2 (X-Y) = \boldsymbol{\sigma}^2 X + \boldsymbol{\sigma}^2 Y - 2cov(X,Y) = 2\left(\boldsymbol{\sigma}^2 X - cov(X,Y)\right) =$
$= 2cov(X, X-Y) = 2\mathbf{E}(X^2 - XY) - 2\mathbf{E}(X)\mathbf{E}(X-Y) =$
$= 2\mathbf{E}(X^2 - XY)$ (mivel $\mathbf{E}X = \mathbf{E}Y$).
$2\mathbf{E}(X^2 - XY) = 4\int\limits_0^1\int\limits_0^1 \left(u^2 - uv\right)\left(u^3 + v^3\right) dudv = \frac{1}{5}.$
(2. csoport) Szimmetria okokból X és Y azonos eloszlásúak!
$R(X,Y) = \frac{cov(X,Y)}{\boldsymbol{\sigma}^2 X}$
$\mathbf{E}X = 2\int\limits_0^1\int\limits_0^1 u \cdot \left(u^3 + v^3\right) dudv = \frac{13}{20}$
$\mathbf{E}X^2 = 2\int\limits_0^1\int\limits_0^1 2 \cdot \left(u^3 + v^3\right) dudv = \frac{1}{2}$
$\boldsymbol{\sigma}^2 X = \frac{31}{400}$
$\mathbf{E}XY = 2\int\limits_0^1\int\limits_0^1 uv \cdot \left(u^3 + v^3\right) dudv = \frac{-9}{400}$
$R(X,Y) = \frac{-9}{31}.$