

Nagypélda.

- (a) Adja meg a rendszer állapotváltozós leírását normál alakban az ábrán feltüntetett állapotváltozók segítségével $a=0,7$; $b=0,8$; $c=0,5$; $d=-0,14$; $e=-0,9$ paraméter értékek mellett! /6 pont/
 (b) Vizsgálja meg a rendszer stabilitását! /4 pont/
 (c) Adja meg a rendszer impulzusválaszának formuláját! /10 pont/
 (d) Az a , b , c , d , e , paraméterek valamely értékei mellett a rendszer impulzusválasza:
 $h[k] = 0,5\delta[k] + \varepsilon[k-1](0,5(0,2)^{k-1} - 0,4(0,7)^{k-1})$. Adja meg a válaszjel $k = 0$, $k = 1$ és $k = 2$ ütemekhez tartozó értékét, ha a gerjesztés $u[k] = \varepsilon[k]2 \cos(\pi/2 k)$ /10 pont/

Megoldás:

$$x_1[k+1] = -0,14x_2 + 0,63u[k]$$

(a) $x_2[k+1] = x_1 - 0,9x_2 + 0,35u[k]$ 6 pont

$$y[k] = x_2 + 0,5u[k]$$

(b) $\begin{vmatrix} \lambda & 0,14 \\ -1 & \lambda + 0,9 \end{vmatrix} = \lambda^2 + 0,9\lambda + 0,14 \quad \lambda_1 = -0,7 \quad \lambda_2 = -0,2$ DI rendszer ASZ stabilis, ha $|\lambda_i| < 1$, így a

rendszer Asz stabil, tehát G-V stabil is.

Sajátértékek: 2 pont

Stabilitás: 2 pont

(c) 1. megoldás:

$$h[k] = M_1(-0,7)^{k-1} + M_2(-0,2)^{k-1}, \text{ ha } k \geq 1$$

$$k \quad x_1[k] \quad x_2[k] \quad u[k] = \delta[k] \quad y[k] = h[k]$$

0	0	0	1	0,5	4 pont
---	---	---	---	-----	--------

1	0,63	0,35	0	0,35	
---	------	------	---	------	--

2	-0,049	0,315	0	0,315	
---	--------	-------	---	-------	--

$$k = 1 \quad M_1 + M_2 = 0,35 \quad \Rightarrow \quad M_1 = -0,77$$

$$k = 2 \quad -0,7M_1 - 0,2M_2 = 0,315 \quad M_2 = 1,12$$

3 pont

$$h[k] = 0,5\delta[k] + \varepsilon[k-1](1,12(-0,2)^{k-1} - 0,77(-0,7)^{k-1})$$

3 pont

2.megoldás:

$$h[k] = D\delta[k] + \varepsilon[k-1]\bar{C}^T(L_1\lambda_1^{k-1} + L_2\lambda_2^{k-1})\bar{B}$$

$$L_1 = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}(\bar{A} - \lambda_2\bar{E}) = \frac{1}{-0,7 + 0,2} \left(\begin{bmatrix} 0 & -0,14 \\ 1 & -0,9 \end{bmatrix} + 0,2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -0,4 & 0,28 \\ -2 & 1,4 \end{bmatrix} \quad 4 \text{ pont}$$

$$L_2 = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}(\bar{A} - \lambda_1\bar{E}) = \frac{1}{-0,2 + 0,7} \left(\begin{bmatrix} 0 & -0,14 \\ 1 & -0,9 \end{bmatrix} + 0,7 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1,4 & -0,28 \\ 2 & -0,4 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}^T L_1 \bar{B} = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} -0,4 & 0,28 \\ -2 & 1,4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,63 \\ 0,35 \end{bmatrix} \quad 4 \text{ pont}$$

$$\bar{C}^T L_2 \bar{B} = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} 1,4 & -0,28 \\ 2 & -0,4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,63 \\ 0,35 \end{bmatrix}$$

$$h[k] = 0,5\delta[k] + \varepsilon[k-1](1,12(-0,2)^{k-1} - 0,77(-0,7)^{k-1}) \quad 2 \text{ pont}$$

(d) $h[k] = 0,5\delta[k] + \varepsilon[k-1](0,5(0,2)^{k-1} - 0,4(0,7)^{k-1})$
 $y[0] = h[0]u[0] \quad y[1] = h[0]u[1] + h[1]u[0] \quad y[2] = h[0]u[2] + h[1]u[1] + h[2]u[0]$

k	$h[k]$	$u[k]$	$y[k]$
0	0,5	2	1
1	0,1	0	0,2
2	-0,18	-2	-1,36

10 pont

Kispéldák:

(a) FI rendszer átviteli tényezője az adott körfrekvencián: $H = \frac{3}{2} - j\frac{3\sqrt{3}}{2}$, a gerjesztés

$u(t) = \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t - \frac{\pi}{4}\right)$. Adja meg a rendszer válaszának időfüggvényét! /2 pont/

$$Y = 3e^{-j\frac{\pi}{3}} e^{-j\frac{\pi}{4}} = 3e^{-j\frac{7\pi}{12}} \quad y(t) = 3\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t - \frac{7\pi}{12}\right)$$

(b) DI rendszer impulzusválasza $h[k] = 2\delta[k] + 0,2\delta[k-1] + \varepsilon[k-2]0,5^{k-2}$, a gerjesztés $u[k] = 3\varepsilon[k]$ Adja meg a rendszer válaszát a $k = 2$ ütemben! /2 pont/

$$y[0] = h[0]u[0] \quad y[1] = h[0]u[1] + h[1]u[0] \quad y[2] = h[0]u[2] + h[1]u[1] + h[2]u[0]$$

k	$h[k]$	$u[k]$	$y[k]$
0	2	3	6
1	0,2	3	6,6
2	1	3	9,6

$y[2] = 9,6$

(c) Egy FI rendszer impulzusválasza $h(t) = A\delta(t+1) + B\varepsilon(t)(1 + e^{-Ct})$ A, B és C paraméterek mely értékeire kauzális és mely értékeire G-V stabilis a rendszer? /2 pont/

Kauzalitás: B, C tetszőleges 1 pont
A=0
G-V stabilitás: A, C tetszőleges 1 pont
B=0

(d) Adott egy DI LI rendszer $u[k] = 3\cos\left(\frac{\pi}{4}k - \frac{\pi}{3}\right)$ alakú gerjesztése és $y[k] = 6\sin\left(\frac{\pi}{4}k\right)$ alakú

válasza. Adja meg a rendszer átviteli tényezőjét az adott frekvencián! **/2 pont/**

$$\bar{H} = \frac{\bar{Y}}{\bar{U}} = \frac{6e^{-j\pi/2}}{3e^{-j\pi/3}} = 2e^{-j\pi/6}$$

(e) Adott egy FI rendszer rendszermátrixa: $\bar{A} = \begin{bmatrix} 2 & I \\ -I & 2 \end{bmatrix}$ Mit mondhatunk a rendszer stabilitásáról?

/2 pont/

$\lambda_{1,2} = 2 \pm j$ így a rendszer: - nem aszimptotikusan stabil 1 pont

- G-V stabilitásáról nem tudunk semmit mondani 1 pont